На правах рукописи

Курченко Наталья Сергеевна

## РАСЧЕТ РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ВНЕЗАПНЫХ СТРУКТУРНЫХ ПЕРЕСТРОЙКАХ

05.23.17 – Строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Брянская государственная инженерно-технологическая академия».

| Научный руководитель:  | доктор технических наук, профессор<br>Серпик Игорь Нафтольевич  |
|------------------------|---|
| Официальные оппоненты: | Коробко Андрей Викторович,<br>доктор технических наук, профессор,<br>ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК»,<br>декан факультета «Новые технологии и<br>автоматизация производства», профессор<br>кафедры «Техническая механика и инженерная<br>графика» |
|                        | Гриднев Сергей Юрьевич,<br>кандидат технических наук, доцент,<br>ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный<br>архитектурно-строительный университет»,<br>доцент кафедры «Строительная механика»  |

Ведущая организация:

ФГБОУ ВПО «Юго-Западный государственный университет»

Защита состоится «27» декабря 2013 г. в 15-00 часов на заседании диссертационного Совета Д 212.182.05, созданного на базе ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК», по адресу: 302030, г. Орел, ул. Московская, д. 77, ауд. 426.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК».

Автореферат разослан «26» ноября 2013 г.

Ученый секретарь диссертационного Совета

Jung

А.И. Никулин

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В последнее время все чаще возникают аварийные ситуации, приводящие к разрушению несущих конструкций строительных систем с тяжелыми социальными и экономическими последствиями. Причинами таких событий во многих случаях являются воздействия, не предусмотренные условиями нормальной эксплуатации зданий и сооружений, или, так называемые, запроектные воздействия. В связи с этим выпущен ряд отечественных и зарубежных нормативных документов, предусматривающих проверку строительных конструкций на сопротивляемость прогрессирующему обрушению при внезапном выключении из работы отдельных связей, элементов, опор и т.п. С учетом данного фактора в современной науке уделяется большое внимание разработке методов расчета деформируемых объектов при возможных структурных перестройках.

Расчет несущих систем на запроектные воздействия, как правило, должен включать исследование поведения конструкций в динамической постановке при больших перемещениях с учетом физически нелинейной работы материалов и конструктивно нелинейных эффектов. При этом требуется оценить живучесть объектов без подробного изучения их напряженно-деформированного состояния. Решение данной задачи для рамных стержневых конструкций на основе существующих методик часто сопряжено с неоправданно большой трудоемкостью расчетов и проблемами обеспечения устойчивости численного интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений. Поэтому тема диссертации, связанная с разработкой эффективных алгоритмов анализа динамического поведения плоских и пространственных рамных стержневых систем при внезапных структурных изменениях, представляется актуальной.

Объект исследования – пространственные рамные системы из тонкостенных стержней односвязного замкнутого и открытого профиля поперечного сечения и конструкции плоских рам.

*Предмет исследования* – методы анализа динамического поведения рамных стержневых конструкций при локальных структурных перестройках.

**Цель работы** – разработка методики и алгоритмов расчета в динамической постановке рамных стержневых систем при внезапных структурных перестройках с учетом геометрической, физической и конструктивной нелинейностей.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие основные задачи:

1. Разработать методику численного анализа нелинейного динамического поведения рамных стержневых конструкций при мгновенном выключении из работы одной или нескольких связей.

2. Построить конечные элементы, описывающие деформации стержней замкнутого и открытого профилей при сложном сопротивлении с учетом упруго-пластической работы материалов.

3. Реализовать разработанные алгоритмы в рамках программного комплекса конечно-элементного анализа.

4. Подтвердить работоспособность предлагаемых вычислительных процедур на примере расчета плоских и пространственных рам, а также путем сопоставления теоретических и экспериментальных данных.

Эти задачи решались, исходя из предпосылки, что материал стержней является пластичным, однородным и изотропным.

**Методы исследования.** Анализ динамического поведения конструкций осуществляется путем численного интегрирования систем нелинейных дифференциальных уравнений, моделирующих движение рассматриваемых объектов. Напряженнодеформируемое состояние стержней описывается с помощью процедуры метода конечных элементов в рамках метода перемещений. Проведены также экспериментальные исследования изучаемых динамических процессов.

Научная новизна работы состоит в следующем:

- разработана методика расчета несущих систем в динамической постановке с учетом физической, геометрической и конструктивной нелинейностей на основе развития метода Ньюмарка путем формирования на каждом шаге интегрирования уравнений равновесия дискретизированной конструкции с учетом измененной геометрии объекта, истории нагружения, накопленных внутренних усилий и касательных модулей упругости материала;

 разработаны алгоритмы конечно-элементного моделирования динамики тонкостенных стержней односвязных замкнутых и открытых профилей поперечных сечений при рассмотрении работы материала в рамках ассоциированного закона течения с использованием соотношений между компонентами напряженного состояния, полученных на предыдущем шаге интегрирования;

 предложена схема учета внезапных структурных перестроек в рамных конструкциях путем описания состояния системы после локального повреждения на основе динамической релаксации;

- разработан алгоритм моделирования поведения пластического шарнира в динамическом анализе плоских рам с помощью петли гистерезиса.

Обоснованность и достоверность результатов работы подтверждается использованием классических подходов строительной механики и апробированных методов численного решения краевых и начальных задач, а также сопоставлением результатов расчетов с экспериментальными данными и точными решениями.

#### На защиту выносятся следующие основные положения:

 методика и алгоритмы анализа динамики рамных стержневых конструкций с учетом физической, геометрической и конструктивной нелинейностей в случае внезапных структурных перестроек;

- результаты расчетов в динамической постановке плоских и пространственных стержневых конструкций, подвергаемых внезапным структурным изменениям;

- результаты экспериментальных исследований, подтвердившие работоспособность предлагаемых процедур анализа динамического поведения пространственных систем тонкостенных стержней;

- методика поиска рациональных значений параметров страховочных устройств для плоских рам.

Практическая значимость и реализация результатов работы. Предложенная методика решения динамических нелинейных задач и реализующий ее программный модуль позволяют осуществлять оценку живучести рамных стержневых конструкций и могут быть использованы для повышения сопротивляемости прогрессирующему разрушению несущих систем в строительной отрасли и других областях техники. Разрабо-

танная схема поиска рациональных параметров устройств адаптации к структурным перестройкам обеспечивает возможность проектирования рамных конструкций повышенной живучести.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 13-08-00457 «Оптимизация конструктивных систем с учетом возможности аварийных ситуаций».

Апробация работы и публикации. Основные положения диссертационной работы докладывались на Международной научной конференции «Интеграция, партнерство и инновации в строительной науке и образовании» (Москва, 2011 г.); XI Международной научно-технической конференции «Эффективные строительные конструкции: теория и практика» (Пенза, 2011 г.); XV Международной научно-практической конференции молодых ученых, докторантов и аспирантов «Строительство – формирование среды жизнедеятельности» (Москва, 2012 г.); 3-й Международной научнопракти-ческой конференции «Проблемы инновационного биосферно-совместимого социально-экономического развития в строительном, жилищно-коммунальном и дорожном комплексах» (Брянск, 2013 г.); научно-практической конференции, посвященной 100-летию со дня рождения профессора Е.И. Белени, «Расчет и проектирование металлических конструкций» (Москва, 2013 г.).

В полном объеме работа доложена и одобрена на расширенном заседании кафедры «Механика» ФГБОУ ВПО «Брянская государственная инженерно-технологическая академия» (г. Брянск, сентябрь 2013 г.).

По теме диссертации опубликовано 11 научных работ, в том числе 4 печатные работы в специализированных профессиональных изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки России, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук.

*Структура и объем работы.* Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, основных результатов и выводов, списка литературы и двух приложений. Работа изложена на 150 страницах печатного текста и включает 61 рисунок, 22 таблицы, список литературы из 205 наименований и приложения на 7 страницах.

#### СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

*Во введении* обосновывается актуальность темы диссертации, дана общая характеристика работы, приведены основные положения, выносимые автором на защиту.

В первой главе выполнен анализ современного состояния вопроса разработки методов расчета и проектирования строительных конструкций с учетом внезапных структурных перестроек. Большой вклад в развитие этого направления строительной механики внесли Абовский Н.П., Александров А.В., Алмазов В.О., Болотин В.В., Бондаренко В.М., Гениев Г.А., Гордон В.А., Еремеев П.Г., Желтков В.И., Карпенко Н.И., Клюева Н.В., Колчунов В.И., Колчунов Вл.И., Коробко В.И., Кудишин Ю.И., Ларионов Е.А., Масленников А.М., Меркулов С.И., Мкртычев О.В., Мондрус В.Л., Назаров Ю.П., Никулин А.И., Осовских Е.В., Перельмутер А.В., Потапов А.Н., Пятикрестовский К.П., Райзер В.Д., Расторгуев Б.С., Римшин В.И., Ройтман В.М., Серпик И.Н., Стругацкий Ю.М., Тамразян А.Г., Тихонов И.Н, Травуш В.И., Турков А.В., Федоров В.С., Харланов В.Л., Чернов Ю.Т., Шапиро Г.И., Эйсман Ю.А., Alexander S., Chen J., Dusenber-Ellingwood B.R., Izzuddin K.B., Janssens V.M., Kuhlmann U., ry D.O., Lu X.Z.,

Smilowitz R., Starossek U., Vlassis A. и ряд других ученых. Отмечено, что в расчетах динамических догружений несущих конструкций при запроектных воздействиях используются два основных подхода: на основе упрощенных энергетических схем, базирующихся на методике Г.А. Гениева, и путем интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих динамическое поведение объектов. Остается потребность в разработке алгоритмов, позволяющих эффективно моделировать состояние конструкций в момент времени после выключения из работы отдельных несущих элементов, добиваться сходимости итерационной схемы при решении задач такого типа, связанных с комплексным учетом нелинейных эффектов. Применительно к тонкостенным стержневым системам необходимо разработать одномерные конечные элементы, позволяющие рационально учитывать упруго-пластическую работу материала в динамических процессах. Сформулированы цель и задачи диссертации.

**Во второй главе** разработаны методики анализа динамического поведения плоских и пространственных стержневых систем с элементами адаптации к мгновенным структурным перестройкам с учетом геометрической, физической и конструктивной нелинейностей.

Полагается, что вектор обобщенных узловых перемещений  $\{Z\}$  конечноэлементной модели может быть вычислен для системы, подвергшейся структурной перестройке, на основе таких начальных условий:

$$\{Z(0)\} = \{Z_{\rm CT}\}; \ \{\dot{Z}(0)\} = 0, \tag{1}$$

 $\{Z_{cT}\}$  – вектор обобщенных узловых перемещений исходной системы, полученный при расчете конструкции под действием статической нагрузки в геометрически и физически линейной постановке, но с учетом принимаемой во внимание конструктивной нелинейности.

В соответствии с принципом Даламбера рассматривается система уравнений динамического равновесия конечно-элементной модели объекта в виде:

 $[M(\{Z\})]\{\dot{Z}\}+[C(\{Z\})]\{\dot{Z}\}+\{R(\{Z\})\}=\{F\},$  (2) где  $[M(\{Z\})], [C(\{Z\})], \{R(\{Z\})\}$  – матрица масс, матрица демпфирования и вектор узловых реакций, зависящие от обобщенных узловых перемещений;  $\{F\}$  – вектор узловых сил, положение которых изменяется при перемещении нагруженных узлов.

Для обеспечения устойчивости процесса численного интегрирования уравнений (2) с учетом условий (1) начальное состояние повреждаемой системы моделируется с помощью динамической релаксации. Наряду с силами тяжести вводятся реакции, найденные в отбрасываемых связях при анализе исходного объекта в статической постановке. После достижения необходимой степени затухания эти реакции приравниваются нулю, и непосредственно решается задача для запроектного воздействия. График изменения во времени *t* силы  $R_i$  в удаляемой связи *i* и характер изменения некоторого узлового перемещения  $\delta_j$  приведены на рисунке 1, где  $R_{i\alpha}$  – реакция в связи, полученная при расчете в статической постановке исходной конструкции;  $\delta_{j1}$  – перемещение  $\delta_j$  в конструкции до удаления связей;  $\delta_{j2}$  – перемещение в поврежденной системе после затухания колебаний;  $t_1 = t + t_0$ ;  $t_0$  – время до практического затухания колебании.



времени величин  $R_i$  и  $\delta_j$ 

Решение данной начальной задачи выполняется на основе предпосылки метода Ньюмарка о постоянных значениях ускорений на каждом шаге интегрирования. При этом для анализа нелинейной проблемы строятся конечно-элементные модели с учетом геометрии системы в деформированном состоянии. Согласно процедуре метода конечных элементов вектор узловых реакций для конечного элемента е можно представить в виде:

$$\{R_e\} = \int_{V_e} [B_e]^T \{S_e\} dV, \qquad (3)$$

где матрица  $[B_e]$  связывает виртуальные приращения вектора обобщенных деформаций  $\{\chi_e\}$  и вектор

виртуальных приращений его обобщенных узловых перемещений  $\{Z_e\}$ :

$$\delta\{\chi_e\} = [B_e] \delta\{Z_e\}; \tag{4}$$

 $\{S_e\}$  – вектор обобщенных напряжений; V – объем; V<sub>e</sub> – объем конечного элемента.

Вводится касательная матрица жесткости  $[K_{e\tau}]$  конечного элемента:

$$\widetilde{d}\left\{R_{e}\right\} = \left[K_{e\tau}\right]\widetilde{d}\left\{Z_{e}\right\},\tag{5}$$

где  $\tilde{d}$  – обозначение дифференциала характеристик напряженно-деформированного состояния объекта.

Из равенства (3) вытекает зависимость

$$\widetilde{d}\left\{R_{e}\right\} = \int_{V_{e}} \widetilde{d}\left[B_{e}\right]^{T}\left\{S_{e}\right\} dV + \int_{V_{e}} \left[B_{e}\right]^{T} \widetilde{d}\left\{S_{e}\right\} dV.$$
(6)

Первый интеграл выражения (6) обычно представляется в виде:

$$\int_{V_e} \widetilde{d} \left[ B_e \right]^T \left\{ S_e \right\} dV = \left[ K_{e\sigma} \right] \widetilde{d} \left\{ Z_e \right\},\tag{7}$$

где  $[K_{e\sigma}]$  – матрица начальных напряжений.

Так как рассматривается отклоненное состояние системы, для второго интеграла принимается  $[B_e] = [B_{eo}]$ , где  $[B_{eo}]$  – матрица, определяющая бесконечно малые деформации. Тогда

$$\int_{V_e} [B_e]^T \tilde{d} \{S_e\} dV = [K_{eo}] \tilde{d} \{Z_e\},\tag{8}$$

где  $[K_{eo}]$  – построенная для этого состояния матрица жесткости бесконечно малых деформаций конечного элемента с учетом касательных модулей упругости материала:

$$\begin{bmatrix} K_{eo} \end{bmatrix} = \int_{V_e} \begin{bmatrix} B_{eo} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} D_{e\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{eo} \end{bmatrix} dV;$$
<sup>(9)</sup>

 $[D_{e\tau}]$  – касательная матрица упругости конечного элемента.

Учитывая соотношения (5)-(8), получается такая зависимость для нахождения матрицы  $[K_{e\tau}]$  в деформированном состоянии системы:

$$\begin{bmatrix} K_{e\tau} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{e\sigma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{e\sigma} \end{bmatrix}.$$
(10)

На основании матриц  $[K_{e\tau}]$  формируется соответствующая касательная матрица  $[K_{\tau}]$  для конечно-элементной модели системы в целом. Полагается, что на каждом шаге  $\Delta t$  численного интегрирования решается линейная задача. Для начального времени  $t_{n-1}$  некоторого шага *n* рассматривается матрица масс  $[M(t_{n-1})]$ , матрица демпфирования  $[C(t_{n-1})]$  и касательная матрица жесткости  $[K_{\tau}(t_{n-1})]$ . Вектор  $\{R(\{Z\})\}$  для момента времени t<sub>n</sub> окончания n-го шага интегрирования приближенно определяется с помощью формулы:

$$\{R(\{Z_n\})\} = \sum_{k=1}^{n} [K_{\tau}(t_{k-1})] \{\Delta Z_{k-1}\},$$
(11)

где  $\{\Delta Z_k\}$  – вектор приращений перемещений на *k*-м шаге:

$$\{\Delta Z_k\} = \{Z(t_k)\} - \{Z(t_{k-1})\}.$$
(12)

Учитывая зависимость (11), уравнение (2) для момента времени  $t_n$  записывается в виде:

$$[M(t_{n-1})]\{\ddot{Z}(t_n)\} + [C(t_{n-1})]\{\dot{Z}(t_n)\} + \sum_{k=1}^n [K_{\tau}(t_{k-1})]\{\Delta Z_k\} = \{F\}.$$
(13)

В соответствии с подходом метода Ньюмарка на основании соотношения (13) получается равенство:

$$(a_0[M(t_{n-1})] + a_1[C(t_{n-1})] + [K_{\tau}(t_{n-1})]) \{\Delta Z_n\} = \{F(t_n)\} - \sum_{k=1}^{n-1} [K_{\tau}(t_{k-1})] \{\Delta Z_k\} + (a_2[M(t_{n-1})] + [C(t_{n-1})]) \{\dot{Z}(t_{n-1})\} + [M(t_{n-1})] \{\ddot{Z}(t_{n-1})\},$$

$$(14)$$

где параметры интегрирования  $a_0 = 4/\Delta t^2$ ;  $a_1 = 2/\Delta t$ ;  $a_2 = 4/\Delta t$ .

После выполнения шага *n* вектор перемещений и вектор внутренних усилий определяются выражениями:

 $\{Z(t_n)\} = \{Z(t_{n-1})\} + \{\Delta Z_n\}; \quad \{S(t_n)\} = \{S(t_{n-1})\} + \{\Delta S_n\},\$ (15)где  $\{\Delta S_n\}$  – вектор приращений усилий, вычисляемый с использованием вектора  $\{\Delta Z_n\}$  и касательных матриц упругости конечных элементов.

Проводилось сопоставление результатов, полученных с помощью разработанного алгоритма для классических геометрически нелинейных задач статического деформирования консольной балки, с аналитическими решениями. Расчет в динамической постановке выполнялся при медленном нагружении, которое можно приближенно интерпретировать как статическое. При чистом плоском изгибе (рис. 2) расхождение данных по стреле прогиба f составило для рассматриваемых значений  $\alpha = Ml/EI$  менее 0,2%, где M – момент действующей на балку пары сил; l – длина балки; E – модуль упругости материала; І – осевой момент инерции поперечного сечения. В случае плоского поперечного изгиба (рис. 3) расхождение аналитического и численного решений по прогибу f и изгибающему моменту M<sub>A</sub> в заделке для рассматриваемых величин β

$$b = Pl^2/EI$$
 получилось менее 6%, где  $P$  – модуль сосредоточенной силы.



Рисунок 2 – Консольная балка при чистом плоском изгибе: *a* – исходная и деформированная схемы; *б* – искривленные оси балки для различных значений α; *в* – сопоставление результатов: 1 – аналитическое решение ( –×– );

2 -численное интегрирование (-•-)







Рисунок 3 – Консольная балка при поперечном плоском изгибе: *a* – исходная и деформированная схемы; *б* – искривленные оси балки для различных значений β; *в* – сопоставление результатов: 1 – аналитическое решение ( –×– ); 2 – численное интегрирование (–•–)

 $\begin{array}{c} M \\ M \\ M_{np} \end{array} \xrightarrow{} M \\ \hline M_{np} \end{array} \xrightarrow{} M \\ \hline M_{np} \end{array} \xrightarrow{} M_{np} \xrightarrow{}$ 

Рисунок 4 – Диаграмма работы пластического шарнира

При анализе поведения плоских рам полагается, что стержни испытывают деформации растяжения-сжатия и изгиба. Учет упруго-пластического деформирования стержней обеспечивается введением в конечно-элементную модель объекта межэлементных сечений, в которых предусматривается возможность образования пластических шарниров. При этом, прежде всего, выбираются такие узлы, которые соответствуют границам стержней и местам приложения сосредоточенных нагрузок. Считается, что на участках стержней между пластическими шарнирами материал работает в упругой стадии, а

для каждого пластического шарнира приближенно реализуется схема жестко-пластического деформирования, приведенная на рисунке 4, где  $\phi$  – взаимный угол поворота сечений балки слева и справа от шарнира;  $\phi_{\rm np}$  – некоторый малый фиктивный угол поворота, вводимый для реализации вычислительного процесса;  $M_{\rm np} = \sigma_{\rm Td} W_{\rm nn}$  – предель-

ный момент сечения; σ<sub>тд</sub> – динамический предел текучести; *W*<sub>пл</sub> – пластический момент сопротивления сечения при изгибе.



Рисунок 5 – Диаграмма работы каната

Для односторонних затяжек в виде канатов, работающих только на растяжение, рассматривалась диаграмма деформирования, показанная на рисунке 5, где  $\varepsilon_{\rm пp}$ ,  $N_{\rm np}$  – предельные значения относительной деформации  $\varepsilon$  и продольной силы N при растяжении;  $\varepsilon_0$  – величина, учитывающая возможное ослабление каната в процессе эксплуатации;  $\alpha$ , r – угол и радиус скругления, имеющие относительно малые значения и задаваемые для обеспечения устойчивости итерационного процесса.

Возможности предлагаемого подхода к динамическому анализу плоских стержневых конструкций проиллюстрированы на примере расчета одноэтажных и двухэтажных рам. В частности, анализировалось поведение симметричной двухпролетной рамы стального каркаса здания со страховочными канатами (рис. 6) при мгновенном устранении одной из опор: средней В и крайней С. Считалось, что рама закреплена из ее плоскости. Учитывались равномерно распределенные нагрузки qc1, qc2, q6 от сил тяжести элементов рамы и покрытия, а также равномерно распределенная снеговая и полезная нагрузки q<sub>т</sub>. В сечениях S, расположенных по ряду узлов конечно-элементной модели, предусматривалась возможность образования пластических шарниров. На рисунке 7 представлены схемы деформирования рамы в момент достижения максимальных прогибов, где затушеванными кругами обозначены пластические шарниры. На рисунке 8 иллюстрируется изменение перемещения W точки Е по вертикали при удалении опоры B и точки F при удалении опоры C, где  $W_{\max}$  – максимальное во времени абсолютное значение данного перемещения. Процесс деформирования в пластическом шарнире К при удалении опоры В отражен на рисунке 9, а; в пластическом шарнире L – на рисунке 9,  $\delta$ .

Вычислялись величины динамического коэффициента  $k_{\rm d1} = f_{\rm d}^{\rm max} / f_{\rm cr1}^{\rm max}$  и коэффициента догружения  $k_{\rm d2} = f_{\rm d}^{\rm max} / f_{\rm cr2}^{\rm max}$ , где  $f_{\rm d}^{\rm max}$  – максимальное значение прогиба, полученное при расчете в динамической постановке;  $f_{\rm cr1}^{\rm max}$ ,  $f_{\rm cr2}^{\rm max}$  – максимальные прогибы, найденные при анализе в статической постановке системы с удаленной связью и исходного объекта. При удалении опоры *B* получено  $k_{\rm d1} = 1,35$ ,  $k_{\rm d2} = 20,2$ ; опоры  $C - k_{\rm d1} = 1,27$ ,  $k_{\rm d2} = 9,5$ .

Разработаны вычислительные схемы, обеспечивающие возможность расчета пространственных систем тонкостенных стержней в динамической постановке с использованием при описании работы материала в упруго-пластической стадии ассоциированного закона течения. Критерий текучести в точках поперечных сечений стержней в данном случае можно записать в виде:

$$f(\sigma,\tau,\psi) = 0, \tag{16}$$

где σ, τ – нормальное и касательное напряжения; ψ – параметр упрочнения.



Рисунок 6 – Плоская рама: 1, 2 – крайние и средняя стойки; 3 – балка; 4 –канаты







Рисунок 7 – Деформирование рамы при удалении опор *B* (*a*) и *C* (б)



Рисунок 9 – Работа пластических шарниров *K* (*a*) и *L* (б)

Согласно ассоциированному закону течения

$$d\varepsilon = \frac{d\sigma}{E} + \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma}; \quad d\gamma = \frac{d\tau}{G} + \lambda \frac{\partial f}{\partial \tau}, \tag{17}$$

где *λ* – коэффициент пропорциональности.

В соответствии с равенствами (16), (17) получается зависимость:

$$\lambda = \frac{\tilde{f}_1 d\sigma + \tilde{f}_2 d\tau}{D},\tag{18}$$

где  $\tilde{f}_1 = \frac{\partial f}{\partial \sigma}$ ;  $\tilde{f}_2 = \frac{\partial f}{\partial \tau}$ ;  $D = -\frac{1}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \psi} d\psi$  – тангенс угла наклона касательной на диаграмме

11

одноосного растяжения.

Принимается D>0 в предположении, что материал имеет хотя бы небольшое

$$d\varepsilon = \left(\frac{1}{E} + \frac{\tilde{f}_1^2}{D}\right) d\sigma + \frac{\tilde{f}_1 \tilde{f}_2 d\tau}{D}; \quad d\gamma = \left(\frac{1}{G} + \frac{\tilde{f}_2^2}{D}\right) d\tau + \frac{\tilde{f}_1 \tilde{f}_2 d\sigma}{D}, \tag{19}$$

откуда получаются следующие формулы для определения касательных модулей упругости и сдвига:

$$E^{t} = \frac{1}{\frac{1}{E} + \frac{\tilde{f}_{1}^{2}}{D} + \varphi_{p} \frac{\tilde{f}_{1}\tilde{f}_{2}}{D}}; \quad G^{t} = \frac{1}{\frac{1}{E} + \frac{\tilde{f}_{2}^{2}}{D} + \frac{\tilde{f}_{1}\tilde{f}_{2}}{D\varphi_{p}}},$$
(20)

где  $\varphi_p = d\tau/d\sigma$ .

Величина  $\varphi_p$  приближенно определялась по результатам выполнения предыдущего шага интегрирования системы дифференциальных уравнений. Расчеты выполнялись с использованием критерия текучести Мизеса.

Для замкнутых профилей принимались во внимание полигональные поперечные сечения. Считалось, что в общем случае в поперечном сечении стержня может действовать продольная сила N, поперечные силы  $Q_y, Q_z$  в направлениях центральных осей Cy, Cz сечения, изгибающие моменты  $M_y, M_z$  относительно этих осей и крутящий момент  $M_k$  (рис. 10). Вводились следующие основные допущения для анализа деформаций стержня:

- пренебрегаются деформации поперечного сдвига от сил  $Q_y$ ,  $Q_z$ ;



Рисунок 10 – Тонкостенный стержень замкнутого профиля

- в поперечном сечении стержня учитываются только нормальные напряжения σ и параллельные средней линии *L* касательные напряжения τ;

- напряжения σ, τ считаются постоянными по толщине профиля;

- продольная относительная деформация є точки *T* средней линии полагается равной

3

$$=\varepsilon_C \pm \frac{y_T}{\rho'},\tag{21}$$

где  $\varepsilon_C$  – значение  $\varepsilon$  для центра тяжести C сечения;  $y'_T$  – координата точки T, лежащей на линии L, для локальной оси Cy';  $\rho'$  – радиус кривизны изогнутой оси стержня в плоскости Cy'x; знак для второго слагаемого определяется знаком кривизны;

- отсутствует стеснение депланаций поперечных сечений от деформаций кручения.

Образуется конечный элемент длиной l между поперечными сечениями 1 и 2 стержня (см. рис. 10). Конечный элемент разделяется на систему прямых призм  $\Pi_i$  ( $i=1, ..., i_0$ ), имеющих формы полос толщиной  $\delta_i$  и шириной  $s_i$ , где  $i_0$  – число призм. Считается, что в поперечном сечении каждой полосы напряжения  $\sigma$  и  $\tau$  имеют посто-

янные значения. Для конечного элемента вводятся следующие векторы обобщенных деформаций и связанных с ними обобщенных напряжений:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \{\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{\varepsilon}_1, \boldsymbol{\varepsilon}_2, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_{i_0}\}^T; \quad \{\boldsymbol{\sigma}\} = \{\boldsymbol{M}_{\kappa}, N_1, N_2, \dots, N_{i_0}\}^T,$$
(22)

где  $\theta$  – относительный угол закручивания стержня;  $\varepsilon_i$ ,  $N_i$  – продольная деформация и продольная сила в полосе *i*.

Из условия постоянства потока касательных напряжений записывается:

$$M_{\rm K} = 2\tau_i \delta_i A_L; \quad d\tau_i = \frac{dM_{\rm K}}{2A_L \delta_i}, \tag{23}$$

где  $\tau_i$  – касательное напряжение для полосы  $\Pi_i$ ;  $A_L$  – площадь фигуры, ограниченной контуром *L*.

Приращения работ крутящего момента и касательных напряжений будут определяться для конечного элемента зависимостями:

$$dA_{\rm K} = M_{\rm K} l d\Theta; \quad dA_{\rm \tau} = l \sum_{i=1}^{l_0} \tau_i s_i \delta_i d\gamma_i, \tag{24}$$

где  $\gamma_i$  – сдвиговая деформация для полосы  $\Pi_i$ .

Учитывая условие  $dA_{\kappa} = dA_{\tau}$  и равенства (23), (24), получается

$$d\theta = \frac{dM_{\rm K}}{\left(GI_{\rm K}\right)^t},\tag{25}$$

где в знаменателе обозначена касательная крутильная жесткость поперечного сечения:

$$(GI_{\kappa})^{t} = \frac{4A_{L}^{2}}{\sum \frac{s_{i}}{G_{i}^{t}\delta_{i}}},$$
(26)

где  $G_i^t$  – касательный модуль сдвига для полосы *i*.

Связь обобщенных деформаций с перемещениями с учетом принятых допущений имеет вид:

$$\theta = \frac{d\varphi_x}{dx}; \quad \varepsilon_i = \frac{du_C}{dx} - y'_T \frac{d^2 v'_T}{dx^2}, \tag{27}$$

где  $\varphi_x$  – угол поворота поперечного сечения стержня относительно оси Ox;  $u_C$  – продольное перемещение точки C;  $v'_T$  – проекция перемещения точки T на ось Cy'.

В конечном элементе функции  $u_C$ ,  $\varphi_x$  аппроксимируются по линейному закону, а перемещение  $v'_T$  представляется с использованием полинома третьей степени. Вектор обобщенных перемещений конечного элемента записывается в форме:

$$\{\delta_e\} = \left[u_{C1} v_{C1} w_{C1} \phi_{x1} \phi_{y1} \phi_{z1} u_{C2} v_{C2} w_{C2} \phi_{x2} \phi_{y2} \phi_{z2}\right]^T,$$
(28)

где  $u_{Cj}$ ,  $v_{Cj}$ ,  $w_{Cj}$  – проекции вектора перемещений точки *C* сечения *j* на оси *Ox*, *Oy*, *Oz* (*j*=1,2);  $\varphi_{xj}$ ,  $\varphi_{yj}$ ,  $\varphi_{zj}$  – углы поворота поперечного сечения *j* относительно этих осей (*j*=1,2).

Учитывая соотношения (22), (27), (28), будем иметь выражение для матрицы деформаций конечного элемента:

$$[B]^{(i)} = [B']^{(i)}[\Lambda]; \tag{30}$$

матрица

$$\begin{bmatrix} B' \end{bmatrix}^{(i)} = y'_T \begin{bmatrix} \frac{12x}{l^3} - \frac{6}{l^2} & \frac{6x}{l^3} - \frac{4}{l} & \frac{12x}{l^3} - \frac{6}{l^2} & \frac{6x}{l^2} - \frac{2}{l} \end{bmatrix};$$
(31)

 $[\Lambda]$  – матрица перехода от системы осей *Схуz* к системе осей *Сху'z'*.

При рассмотрении работы тонкостенных стержней открытого профиля в условиях сложного сопротивления путем численных экспериментов на пластинчатых моделях показано, что с точки зрения нахождения предельной нагрузки можно с достаточной степенью точности не принимать во внимание стеснения депланаций поперечных сечений. Кроме данного упрощения, вводятся такие допущения:

- положение центра изгиба поперечного сечения принимается в соответствии со случаем расчета в линейной постановке;

- по аналогии с замкнутым профилем пренебрегаются деформации поперечного сдвига, а в поперечном сечении учитываются только напряжения σ и τ;

- напряжения σ считаются постоянными по толщине профиля;

- полагается, что вызванные касательными напряжениями τ сдвиговые деформации γ равны нулю на линии *L* и изменяются по толщине профиля по линейному закону;



Рисунок 11 – Тонкостенный стержень открытого профиля

- продольная относительная деформация є точки О" линии L принимается равной

$$\varepsilon = \varepsilon_C \pm \frac{a_{CO''}}{\rho'},\tag{32}$$

где  $a_{CO''}$  – длина отрезка CO'';

- исходя из положений существующей приближенной схемы расчета на свободное кручение стержней открытого профиля, принимается, что дифференциал угла сдвига γ

$$d\gamma = 2\beta d\theta y'', \qquad (33)$$

где β – коэффициент, учитывающий влияние угловых зон профиля; *y*<sup>"</sup> – координата по оси *O*"*y*", перпендикулярной линии *L*;

- считается в соответствии с приближенной теорией свободного кручения стержней открытого профиля, что главный момент касательных напряжений

$$M_{\mathrm{KT}} = 0.5M_{\mathrm{K}}.\tag{34}$$

Конечный элемент длиной *l* между двумя поперечными сечениями стержня

14



Рисунок 12 – Основания призм и полос

(см. рис. 11) разделяется на систему прямых призм  $\Pi_j$ (*j*=1, ..., *J*), где *J* – число призм (рис. 12). Каждая призма шириной  $s_j$  и толщиной  $\delta_j$  разбивается на слои  $\Omega_i$ (*i*=1, ...,*i*<sub>1</sub>) с одинаковой толщиной  $\Delta$ , где *i*<sub>1</sub> – число слоев. Считается, что в пределах поперечного сечения одного слоя касательные напряжения  $\tau$  являются постоянными, а напряжения  $\sigma$  постоянны для всего поперечного сечения призмы  $\Pi_j$ . Рассматриваются следующие векторы обоб-

щенных деформаций и напряжений конечного элемента:

$$\{\epsilon\} = \left\{\theta, \{\epsilon_1\}^T, \{\epsilon_2\}^T, ..., \{\epsilon_J\}^T\right\}^T; \quad \{\sigma\} = \left\{M_{\kappa}, \{N_1\}^T, \{N_2\}^T, ..., \{N_J\}^T\right\}^T, \tag{35}$$

где  $\{\varepsilon_j\}$ ,  $\{N_j\}$  – векторы относительных линейных деформаций и продольных сил в слоях  $\Omega_i$  для призмы  $\prod_j$ .

Из условий (32)-(34) касательная крутильная жесткость поперечного сечения здесь определяется выражением:

$$(GI_{\rm K})^t = 4\beta \sum G_i^t A_i (y_i'')^2 , \qquad (36)$$

где суммирование выполняется по всем слоям призм поперечного сечения;  $G_i^t$  – величина  $G^t$  для слоя i;  $A_i$  – площадь поперечного сечения слоя i;  $y_i''$  – координата y'' центра тяжести слоя i.

При этом приращение касательного напряжения в слое *i* 

$$d\tau_{i} = \frac{G_{i}^{t} dM_{\rm K} y_{i}''}{2\sum G_{i}^{t} A_{i} (y_{i}'')^{2}}.$$
(37)

Матрица  $[B_{eo}]$  здесь формируется на основе соотношений, аналогичных формулам (29)-(31).

Выполнено сопоставление результатов расчетов в статической и динамической постановке, полученных с помощью разработанных алгоритмов и на основе пластинчатых моделей, для ряда систем тонкостенных стержней замкнутого и открытого профилей. Расхождение по предельным нагрузкам не превышало 7%.

В третьей главе отражены результаты экспериментально-теоретического исследования динамического поведения пространственной стальной рамы для случаев ударного воздействия на конструкцию и быстрой структурной перестройки. Для проведения испытаний были изготовлены две рамы, в которых стержни представляли собой стальные прямоугольные трубы. Рамы 1, 2 устанавливались на опорных балках 3, которые крепились к бетонному полу с помощью металлических скоб 4 (рис. 13). Узлы соединения стержней рам выполнялись сварными. При измерении деформаций использовались тензометрические розетки и крейтовая система сбора данных LTR EU-2 с наборами микросхем LTR 212. Для ударных испытаний устанавливалась металлическая пластина 5, на которую по направляющей 6 (см. рис. 13, *a*) сбрасывался металлический цилиндр массой 5 кг. Выполнялась серия ударов по пластине со следующих высот: 0,05; 0,10; 0,15; 0,20 м. С каждой высоты груз сбрасывался 20 раз. Во втором эксперименте осуществлялось быстрое однократное удаление опорной стойки 7, не имевшей жесткого соединения с рамой. Для догружения объекта использовалась система грузов 8 и балка 9, опирающаяся на раму над стойкой 7 (см. рис. 13, *б*).



Рисунок 13 – Стенд, оборудованный для ударных испытаний (*a*) и быстрого удаления стойки (б): на поперечном сечении стойки *H* пояснено расположение продольного тензодатчика 10 розетки



Рисунок 14 – Изменение во времени продольной деформации, замерявшейся датчиком 10 (см. рисунок 13, *a*), при высоте падения груза 0,1 м (*a*) и 0,2 м (б) После ударов и снятия груза система практически возвращалась к исходному состоянию. Удаление стойки привело к существенным остаточным деформациям в стержнях рамы. Характер изменения относительных деформаций в стержнях для случая ударных испытаний проиллюстрирован на рисунке 14. В обоих экспериментах на основе результатов анализа таких графиков выполнялась оценка коэффициентов затухания для основной частоты собственных колебаний. С использова-

ванием этих величин получены расчетные коэффициенты конструкционного демпфирования по Рэлею.

Был выполнен теоретический анализ исследуемых динамических процессов с помощью разработанных в диссертации алгоритмов. Расхождение расчетных и экспериментальных данных по максимальным значениям зафиксированных в испытаниях перемещений и деформаций составило для обоих видов воздействий менее 13%.

**В четвертой главе** решались задачи повышения живучести строительных объектов при возможных локальных повреждениях. Рассматривался каркас одноэтажного здания, приведенный на рисунке 15. В узлах соединения средних стоек 1 поперечных рам каркаса с балками 2 вводятся устройства адаптации *L*. В этих устройствах используются пружины 3, пластины 4, ребра жесткости 5 балок, упоры 6. Упоры шарнирно связаны с пластинами. Каждая поперечная рама каркаса снабжена страховочными канатами  $K_1$  и  $K_2$ . Для обеспечения продольной жесткости каркаса предусмотрены связи *D*. При внезапном разрушении опоры средней стойки 1 начинается движение системы, которое может привести к замыканию пружин (рис. 16). При этом фактически получается пролетный объект, работающий на изгиб с распором. В восприятии распора

участвуют канаты K<sub>1</sub>. В случае разрушения опоры крайней стойки 7 поперечной рамы перераспределение вертикальных сил реализуется с помощью канатов K<sub>2</sub>.





Рисунок 16 – Замыкание пружин в узле соединения средней стойки и балок

Рисунок 15 – Каркас здания повышенной живучести: *а* – вид каркаса сбоку; *б* – поперечная рама

Предложена методика поиска рациональных параметров рассмотренной системы адаптации путем минимизации максимальных динамических усилий в канатах. Ставится экстремальная задача:

$$t_{i\max}(X) \to \min, \qquad (38)$$

где  $t_{i\max}$  – максимальная из величин  $t_i = T_i/T_{i\text{пред}}$  (*i*=1, ..., *i*<sub>2</sub>);  $T_i$  – наибольшее во времени усилие, достигаемое в *i*-м канате или *i*-й группе канатов с учетом всех рассматриваемых возможных запроектных воздействий;  $T_{i\text{пред}}$  – принимаемое предельное значение  $T_i$ ;  $i_2$  – число канатов или групп канатов; X – множество варьируемых параметров.

Вводятся ограничения по значениям параметров и линейным деформациям растяжения материала стержней. Нахождение экстремальных решений осуществляется с использованием метода симплексного поиска Нелдера-Мида. Работоспособность предложенного подхода к выбору параметров системы адаптации проиллюстрирована на примере решения конкретной задачи по подбору жесткости и максимального сжатия пружин устройства адаптации.



Рисунок 17 – Навес над трибунами стадиона «Динамо» в г. Брянск

На основе разработанной методики анализа динамического поведения пространственных систем стержней односвязного замкнутого профиля исследовалась живучесть стального навеса, структура которого соответствует конструктивной схеме каркасов навесов над трибунами стадиона «Динамо» в г. Брянск (рис. 17). Рассчитывался крайний фрагмент навеса (рис. 18).

Исследуемый объект состоит из трех плоских поперечных рам P, расположенных с шагом 5,75 м. Рамы соединены между собой прогонами П и распорками C. Узлы соединения стержней поперечной рамы являются жесткими, узлы сопряжения стержней рамы со стеной принимаются в виде сферических шарниров K (см. рис. 19). В качестве запроектных воздействий рассматривались локальные повреждения стержней рядовой и крайней рам навеса – по одному из стержней 1-10; по два стержня: 1,6 и 6,7; по три стержня: 3-5 и 8-10. На рисунке 20 показаны состояния конечно-элементной модели при достижении максимальных перемещений в случае внезапного удаления стержня 1 в рядовой раме и стержней 6,7 в крайней раме, а также приведены значения динамического коэффициента и коэффициента догружения.



Расчеты показали, что конструкция навеса не защищена от обрушения при совместном удалении стержней 1,6 и 3-5 в рядовой раме. Для повышения живучести объекта предложено ввести страховочные тяжи S<sub>c</sub> (см. рис. 21). В расчетах усиленного навеса для принимаемых всех BO внимание локальных повреждений не фиксировалось признаков общего разрушения конструк-



Рисунок 20 – Деформированные схемы каркаса навеса при удалении в рядовой раме стержня 1 (*a*) и стержней 6,7 в крайней раме (б): *T* – зоны образования пластических деформаций; штрихами *H* отмечены удаляемые стержни

Рисунок 21 – Конечноэлементная модель фрагмента навеса повышенной живучести

### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработана методика анализа динамического поведения плоских и пространственных рамных стержневых систем, подвергаемых внезапным структурным перестройкам. Алгоритм предусматривает возможность учета геометрически нелинейного поведения исследуемых объектов, упруго-пластической работы материалов и конструктивной нелинейности.

2. Разработаны конечные элементы, моделирующие деформации тонкостенных стержней открытого и односвязного замкнутого профилей в рамках ассоциированного закона течения с учетом сложного сопротивления стержней.

3. Предлагаемые алгоритмы реализованы в программном комплексе конечноэлементного анализа.

4. С помощью численных и физических экспериментов установлены параметры динамического догружения при внезапных структурных перестройках ряда рамных конструкций и подтверждена достаточно высокая точность рассматриваемых расчетных процедур.

5. На основе предлагаемой методики исследована живучесть плоских рам и пространственной конструкции навеса при различных схемах локальных повреждений. Разработана процедура выбора рациональных параметров системы адаптации к внезапным структурным перестройкам.

6. Предложенные расчетные методики могут быть использованы для проверки живучести и повышения сопротивляемости к прогрессирующему разрушению стержневых конструкций в строительной отрасли и других областях техники.

7. Разработанные схемы компоновки несущих систем с механизмами адаптации к запроектным воздействиям защищены патентами на изобретения РФ «Многопролетная двухэтажная поперечная рама каркаса здания» (№ 2466243 от 10.11.2012) и «Металлическая колонна одноэтажного здания» (№ 2493336 от 20.09.2013).

# Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах: публикации в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки России:

1. Серпик, И.Н. Анализ в геометрически, физически и конструктивно нелинейной постановке динамического поведения плоских рам при запроектных воздействиях [Текст] / И.Н. Серпик, *Н.С. Курченко*, А.В. Алексейцев [и др.] // Промышленное и гражданское строительство. – 2012. – №10. – С. 49-51. (0,37 п.л. / 0,18 п.л. автора)

2. Серпик, И.Н. Об определении рациональных параметров систем адаптации металлических рам к запроектным воздействиям [Текст] / И.Н. Серпик, *Н.С. Курчен-ко* // Строительство и реконструкция. – 2012. – №6. – С. 56-62. (0,43 п.л. / 0,21 п. л. автора)

3. Серпик, И.Н. Анализ в упруго-пластической постановке нестационарной динамики пространственных систем тонкостенных стержней замкнутого профиля [Текст] / И.Н. Серпик, *Н.С. Курченко* // Строительная механика и расчет сооружений. – 2013. – №2. – С. 55-60. (0,37 п. л. / 0,18 п. л. автора)

4. Серпик, И.Н. Нахождение предельных нагрузок для систем тонкостенных стержней открытого профиля [Текст] / И.Н. Серпик, *Н.С. Курченко* // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2013. – №1. – С. 41-48. (0,68 п. л. / 0,34 п. л. автора)

#### публикации в других изданиях:

5. Серпик, И.Н. Геометрически и конструктивно нелинейная динамика плоских рам при внезапных структурных перестройках [Текст] / И.Н. Серпик, *Н.С. Курченко* // Интеграция, партнерство и инновации в строительной науке и образовании: Сб. тр.

Междунар. науч. конф. – М.: МГСУ, 2011. – Т. 1. – С. 273-277. (0,25 п. л. / 0,12 п. л. автора)

6. Серпик, И.Н. Определение рациональных параметров систем адаптации плоских рам к локальным повреждениям [Текст] / И.Н. Серпик, *Н.С. Курченко* // Эффективные строительные конструкции: теория и практика: Сб. ст. XI Междунар. науч.техн. конф. – Пенза, 2011. – С. 99-101. (0,14 п. л. / 0,07 п. л. автора)

7. *Курченко, Н.С.* Исследование живучести стальной рамы здания при запроектных воздействиях [Текст] / Н.С. Курченко // Стр-во – формирование среды жизнедеятельности: Сб. тр. XV Междунар. науч.-практ. конф. молодых ученых, докторантов и аспирантов. – М.: МГСУ, 2012. – С. 271-274. (0,27 п. л.)

8. *Курченко, Н.С.* Оценка живучести металлического навеса при локальных повреждениях [Текст] / Н.С. Курченко, И.Н. Серпик // Расчет и проектирование металлических конструкций: Сб. докладов науч.-практ. конф., посвященной 100-летию со дня рождения профессора Е.И. Белени. – М.: МГСУ, 2013. – С. 116-120. (0,32 п. л. / 0,16 п. л. автора)

9. Серпик, И.Н. Экспериментально-теоретическое исследование динамики стальной рамной конструкции при быстрой структурной перестройке [Текст] / И.Н. Серпик, *Н.С. Курченко* // Проблемы инновационного биосферно-совместимого социальноэкономического развития в строительном, жилищно-коммунальном и дорожном комплексах: Материалы 3-й Междунар. науч.-практ. конф. – Брянск, 2013. – Т.1. – С. 376-380. (0,25 п. л. / 0,12 п. л. автора)

10. Пат. № 2466243 Российская Федерация, МПК Е04В 1/24. Многопролетная двухэтажная поперечная рама каркаса здания [Текст] / И.Н. Серпик, А.В. Алексейцев, *Н.С. Курченко*; заявитель и патентообладатель БрянГИТА. – заявл. 14.04.2011; опубл. 10.11.2012, Бюл. №31. – 14 с.

11. Пат. № 2493336 Российская Федерация, МПК Е04С 3/32. Металлическая колонна одноэтажного здания [Текст] / И.Н. Серпик, А.В. Алексейцев, *Н.С. Курченко*; заявитель и патентообладатель БрянГИТА. – заявл. 06.02.2012; опубл. 20.09.2013, Бюл. №26. – 8 с.

Курченко Наталья Сергеевна Расчет рамных конструкций при внезапных структурных перестройках Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Подписано в печать 21.11.2013 г. Формат 60х84 1/16. Усл. печ. л. 1,0. Тираж 100 экз. Брянская государственная инженерно-технологическая академия 241037, г. Брянск, проспект Станке-Димитрова, д. 3