

На правах рукописи



**Бородой Александр Николаевич**

**ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ  
И РАЗВИТИЯ ДЕФЕКТОВ ПРИ МАЛОЦИКЛОВОМ  
НАГРУЖЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ  
С КОНЦЕНТРАТОРАМИ**

01.02.04 – «Механика деформируемого твёрдого тела»

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

**Орел – 2012**

Работа выполнена в федеральном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Волжская государственная академия водного транспорта» (г. Нижний Новгород)

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор  
**Волков Иван Андреевич**

Официальные оппоненты: **Малинина Надежда Аркадьевна**  
доктор технических наук, доцент, профессор  
кафедры «Динамика и прочность машин»  
ФГБОУ ВПО «Госуниверситет - УНПК»;

**Пичков Сергей Николаевич**  
доктор технических наук, профессор, на-  
чальник отдела прочности и систем диаг-  
ностики ОКБМ им. И.И. Африкантова

Ведущая организация: Нижегородский филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт машиноведения им А.А. Благонравова РАН».

Защита диссертации состоится «26» декабря 2012 г. в 14<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного совета Д 212.182.03, созданном на базе ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК» по адресу: 302020, г. Орел, Наугорское шоссе, 29.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК».

Объявление о защите диссертации и автореферат диссертации размещены на официальном сайте Высшей аттестационной комиссии при Министерстве образования и науки Российской Федерации по адресу <http://vak.ed.gov.ru> и на сайте ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК» по адресу <http://gu-unpk.ru>.

Автореферат разослан «23» ноября 2012 г.

Учёный секретарь  
диссертационного  
совета



Борзенков Михаил Иванович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Тенденции развития конструкций и аппаратов современного машиностроения характеризуются увеличением их рабочих параметров, снижением металлоёмкости за счёт оптимального проектирования и применения новых высокопрочных материалов, ростом удельного веса нестационарных режимов нагружения. Значительно увеличиваются требования к надёжности и длительности безаварийной эксплуатации как конструкции в целом, так и отдельных её элементов. Указанные тенденции привели к тому, что в настоящее время одной из актуальных задач проектирования и эксплуатации ответственных инженерных объектов (ОИО), работающих в условиях циклических нагрузок и температур является задача надёжной оценки их прочности, диагностики выработанного и прогноза остаточного ресурса в процессе эксплуатации. Как правило, эксплуатационные условия работы таких объектов характеризуются многопараметрическими нестационарными термосиловыми нагрузками, воздействиями внешних полей различной природы, приводящими к деградации начальных прочностных свойств конструкционных материалов и, в конечном итоге, исчерпанию ресурса материала конструктивных узлов объекта.

До настоящего времени значительная часть исследований в области механики деформируемого твёрдого тела была направлена на разработку моделей поведения неповреждённых материалов – уравнений состояния, описывающих процессы деформирования для различных режимов истории изменения нагрузки и температуры.

В последнее время актуальным становится вопрос расчётной оценки совместных процессов деформирования и накопления повреждений для ответа на вопрос, где и в какой момент времени при заданной истории изменения нагрузки и температуры в теле впервые возникнут макроскопические нарушения сплошности материала (макротрещины) и как эти трещины будут развиваться в дальнейшем.

Новый подход при расчете конструкций в настоящее время основывается на условии, что все изготовленные конструкции содержат те или иные дефекты или трещины, появившиеся в процессе эксплуатации. В этих условиях долговечность конструкции определяется временем развития дефекта до критического состояния и расчет развития макродефектов в реальных конструкциях является сейчас одной из основных нерешенных проблем. Это объясняется с

одной стороны сложностью экспериментальных исследований процесса распространения произвольно расположенных макротрещин и определением напряжённо-деформированного состояния (НДС) на фоне развивающейся трещины, а с другой – сложностью моделирования заключительной стадии деформирования при нестационарном термомеханическом нагружении (развитие образовавшейся макротрещины до критических размеров). В этой ситуации сочетание современных экспериментальных методов и эффективных численных методик расчета НДС тела с трещиной на основе последних достижений механики разрушения может решить данную задачу.

Таким образом, задача разработки и обоснования математических моделей, численных методов и эффективных алгоритмов для расчётной оценки процессов деформирования и разрушения в элементах конструкций с концентраторами, работающих при непропорциональных путях комбинированного термосилового нагружения, представляет собой сложную комплексную проблему, а тема диссертационной работы, связанная с численным анализом полей напряжений и развития дефектов при малоцикловом нагружении элементов конструкций с концентраторами актуальна и востребована.

**Цель и задачи исследований.** Целью диссертационной работы является разработка научно-обоснованной инженерной методики расчета полей напряжений, деформаций, повреждений и развития имеющихся дефектов до критических размеров для предупреждения недопустимых деформаций и трещин в опасных зонах элементов конструкций с концентраторами при малоцикловом нагружении.

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие основные задачи:

1. Провести оценку достоверности определяющих соотношений МПС с учетом характерных для режимов малоциклового нагружения малоизученных эффектов (нелинейного характера циклического упрочнения, дополнительного циклического упрочнения при непропорциональном деформировании включая переходные циклические процессы и стабилизированное циклическое поведение материала, нелинейного суммирования повреждений при изменении режимов нагружения или вида напряжённого состояния, влияния объёмности напряжённого состояния и вида траектории деформирования и др.), путём проведения численных расчётов и сравнения полученных ре-

зультатов с имеющимися в литературе экспериментальными и теоретическими результатами.

2. Провести верификацию определяющих соотношений МПС и развития дефектов при малоцикловом нагружении, путём проведения численных расчетов и их сравнения с данными натуральных экспериментов.

3. Разработать эффективный алгоритм и соответствующие программные средства для интегрирования соотношений термopластичности и накопления усталостных повреждений при пропорциональных и непропорциональных режимах малоциклового нагружения.

4. Разработать научно-обоснованную инженерную методику, позволяющую на основе данных, полученных из решения краевой задачи, по заданной истории изменения полей напряжений, деформаций и повреждений осуществлять прогноз развития дефектов (макроскопических трещин) до критических размеров в опасных зонах элементов конструкций с концентраторами при малоцикловом нагружении.

5. Провести исследования по анализу полей напряжений, деформаций, повреждений и развития дефектов конкретных конструктивных элементов с концентраторами при малоцикловом нагружении с целью выявления качественных и количественных особенностей процесса усталостного разрушения.

**Методы исследования.** В работе использован метод численного моделирования, являющийся важной составной частью исследований как на стадии формулировки и изучения моделей деформирования и накопления повреждений в цикле вычислительного эксперимента, так и на стадии анализа и расчётов на прочность конкретных конструктивных элементов. Теоретическое исследование полей напряжений, деформаций, повреждений и развития имеющихся дефектов до критических размеров проведено с использованием фундаментальных положений механики повреждённой среды (МПС) и механики разрушения.

**Научная новизна.** Научная новизна работы заключается в постановке и решении актуальной научно-технической задачи – разработке методики расчета напряжённо-деформированного состояния и развития имеющихся дефектов до критических размеров в элементах конструкций с концентраторами и в том, что:

1. Методом численного моделирования ПЭВМ исследована возможность применения определяющих соотношений МПС для расчета полей напряжений, деформаций и повреждений в опасных зонах элементов конструкций с концентраторами при пропорциональном и непропорциональном циклическом нагружении, которая при нестационарном неизотермическом деформировании позволяет учитывать:

- циклическое упрочнение при пропорциональном и непропорциональном нагружении, включая переходные циклические процессы и стабилизированное циклическое поведение материала;
- локальную анизотропию пластического деформирования при изломе траекторий деформаций;
- нелинейность накопления усталостных повреждений;
- нелинейность суммирования повреждений при изменении режимов нагружения или вида напряжённого состояния;
- влияние на темпы роста повреждений объёмности напряжённого состояния и непропорциональности процесса деформирования.

2. Для ряда конструкционных сталей (40X16H9Г2С; X16H9Г2С) получены материальные параметры и скалярные функции модели МПС, описывающей ряд специфических и малоизученных эффектов для произвольных сложных траекторий непропорционального малоциклового нагружения.

3. Путём сопоставления результатов численных экспериментов с имеющимися опытными данными показано, что используемый в диссертационной работе вариант определяющих соотношений МПС качественно и количественно описывает все основные эффекты характерные для пропорциональных и непропорциональных режимов малоциклового нагружения.

4. Разработана научно-обоснованная инженерная методика на базе метода численного моделирования и уравнений МПС, механики разрушения, позволяющая не только оценить поле напряжений и пластических деформаций в районе концентраторов, но и определить траекторию и «внутреннее время» распространения макроскопической трещины до критического размера при малоцикловых режимах нагружения.

5. Получены новые решения задач о деформировании и разрушении конкретных конструктивных элементов (пластин с концентраторами различного типа, фланцевого соединения с концентратором в сварном шве) при малоцикловом нагружении. Показано, что

используемый в диссертационной работе подход позволяет качественно, а в большинстве случаев и количественно описать все стадии процесса разрушения опасных зон элементов конструкций при малоцикловом нагружении.

**Достоверность полученных результатов.** Достоверность подтверждается корректным математическим обоснованием ряда принимаемых положений при формулировке определяющих соотношений МПС, их соответствием основным законам механики деформируемого твёрдого тела, прошедшим экспериментальную проверку, сопоставлением теоретических результатов с опытными данными, полученными из экспериментов на автоматизированных испытательных машинах высокого класса точности, применением широко распространённых критериев и моделей развития трещиноподобных дефектов, применением апробированного аппарата численных методов.

#### **Научная значимость и практическая ценность диссертации.**

1. Разработанная методика, алгоритмы и созданные программные средства для анализа полей напряжений, деформаций и повреждений в опасных зонах несущих конструкций и прогноз развития макроскопических трещин при решении краевых задач численными методами, благодаря комплексному учёту основных эффектов, сопутствующих процессам сложного циклического упругопластического деформирования и разрушения конструкционных материалов может быть положена в основу различных экспертных систем по оценке выработанного и прогноза остаточного ресурса конструкций в процессе эксплуатации.

2. Вариант определяющих соотношений МПС и методика их интегрирования реализованы в виде пакета прикладных программ, позволяющего моделировать процессы упругопластического деформирования и накопления усталостных повреждений в элементарном объёме материала при любых изменениях компонент тензора деформаций («жёсткое нагружение»), который может быть использован в лабораторных условиях для проведения научных исследований, сопутствующих расчётов и обосновании формы лабораторных образцов.

**Апробация работы.** Основные положения и полученные в диссертационной работе результаты докладывались и обсуждались на:

– Научно-методической конференции профессорско-преподавательского состава, аспирантов и специалистов. Н. Новгород, ВГАВТ, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012;

– VII Международной конференции «Научно-технические проблемы прогнозирования надёжности и долговечности конструкций и методы их решения», С.-Петербург, 17–20 июня 2008;

– 47 международной конференции «Актуальные проблемы прочности», Н.Новгород, 2008;

– 16th International conference «METHODS OF AEROPHYSICAL RESEARCH». August 26–28, 2012 Akademgorodok, Novosibirsk Russia.

Результаты работы докладывались на семинаре кафедры «Прикладная механика и подъёмно-транспортные машины» Волжской государственной академии водного транспорта под руководством Засл. деят. науки Российской Федерации, д. ф.-м. н., проф. Ю.Г. Коротких и д. ф.-м. н., проф. И.А. Волкова, а так же на расширенном семинаре кафедры «Динамика и прочность машин» ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК» под руководством д.ф.-м. н., проф. В.Г. Малинина и д. т. н., проф. В.А. Гордона.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 12 научных работ, в том числе 11 статей и тезисы 1 доклада, общим объёмом 7 п.л., причём доля автора .

**Структура и объём диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Общий объём диссертационной работы составляет 117 страниц основного текста, включая 102 рисунка и 10 таблиц. Список литературы на 14 страницах включает 130 наименований.

### **КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, указаны основные направления намеченных исследований, кратко очерчена область возможных применений.

**В первой главе**, имеющей обзорный характер рассмотрен новый подход к математическому моделированию процессов деформирования и разрушения конструкционных материалов (металлов и их сплавов) при малоцикловом нагружении, основанный на концепции повреждённой среды, приведены наиболее распространённые модели МПС, выполнен анализ основных критериев развития макроскопических дефектов, кратко рассмотрены результаты исследований, посвящённых раз-

работке эффективных методов решения краевых задач динамики и прочности конструкций и аппаратов новой техники.

Экспериментальные и теоретические исследования накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) позволяют сделать вывод о том, что усталость охватывает две значительно отличающихся друг от друга области циклического нагружения:

- многоцикловую усталость (МнЦУ) при квазиупругой работе материала, соответствующую долговечностям при симметричном циклическом одноосном нагружении  $10^5 - 10^8$  циклов;

- малоцикловую усталость (МЦУ) при нестационарном упруго-пластическом деформировании материала, соответствующую долговечностям, меньшим  $10^4$  циклов при симметричном циклическом одноосном нагружении.

Область МЦУ представляет собой циклическое нагружение, при котором во время каждого цикла возникают знакопеременные макроскопические пластические деформации. Процесс малоциклового усталости сопровождается пластической деформацией, циклическим упрочнением (разупрочнением) материала, нелинейной зависимостью «напряжение – деформация».

В последние годы для решения задач усталостного разрушения материалов и конструкций успешно развивается новое направление в механике деформируемого твёрдого тела – механика поврежденной среды (МПС). МПС изучает процессы развития микродефектов, механическое поведение поврежденных материалов при помощи определенных механических параметров (внутренних переменных состояния материала) и образование макроскопических трещин (процессы накопления повреждений), сочетая насколько это возможно на современном уровне знаний, точки зрения материаловедения и механики сплошной среды.

Вопросам построения математических моделей МПС посвящено большое количество работ. Основные направления построения моделей и обширную библиографию по этому вопросу можно найти в монографиях, обзорах и отдельных работах: А.А. Ильюшина, В.В. Новожилова, Ю.Н. Работнова, Л.М. Качанова, Е.И. Шемякина, В.С. Бондаря, Ю.Г. Коротких, С.Н. Пичкова, С.А. Капустина, Н.А. Махутова, И.А. Волкова, Г.А. Маковкина, В.Г. Малинина, Н.А. Малини-

ной, П. Пэжины, Д. Крайциновича, С. Мураками, Ж. Леметра, С. Боднера, Дж. Коллинза и др.

Установлено, что усталостное разрушение конструкций является следствием сложных, совместно протекающих процессов накопления повреждений в материале. Поврежденность материала носит анизотропный характер. В первом приближении поврежденность может быть описана с помощью скалярной меры повреждения. Процесс накопления повреждений включает в себя две стадии: стадию зарождения рассеянных дефектов и стадию их развития и распространения. Процесс накопления повреждений происходит нелинейно. Нелинейным образом суммируются повреждения при чередовании блоков деформирования с разными амплитудами. Процесс накопления повреждений сильно зависит от вида траектории деформирования и закона изменения температуры.

Заключительной стадией разрушения металлов при нестационарных термомеханических нагружениях является развитие зародившейся макроскопической трещины до критического размера. Описание процесса распространения трещин, структура формул описывается в работах как отечественных, так и зарубежных исследователей (Г.П. Черепанов, О.Г. Рыбакина, Е.М. Морозов, С.Е. Гуревич, Н.А. Махутов, А. Хэд, Н. Фрост, Д. Дагдейл, П. Ирвинг, Б. Томкинс, Маквилл, Н. Пэрис, Ф. Эрдоган, Р. Форман, В. Элбер, К. Смит, С. Пирсон, Т. Ёкобори, Х. Лю, С. Мэнсон и др.)

Разработке эффективных методов решения краевых задач прочности конструкций и аппаратов современной техники с учётом неупругого поведения материала посвящено большое количество публикаций авторов, среди которых множество как отечественных, так и зарубежных исследователей (Дж. Аргирис, О. Зенкевич, Е.М. Морозов, Г.П. Никишков, Д. Норри, Ж. де Фриз, В.А. Постнов, Л.А. Розин, С.А. Капустин, Ю.Г. Коротких, Л. Сегерлинд, Г. Стрейг, Дж. Галлахер, Дж. Оден и др.)

**В заключение** первой главы сформулирована цель диссертационной работы, отмечены научная новизна и практическая значимость, кратко представлено содержание и структура работы.

**Вторая глава** диссертации посвящена анализу определяющих соотношений МПС для оценки малоциклового усталости материалов и конструкций. Изложена математическая модель МПС, кратко изложена методика базовых экспериментов, целью которых является определение материальных параметров и функций, определяющих

упругопластические свойства поврежденных материалов. Рассмотрены вопросы реализации определяющих соотношений МПС при малоцикловом нагружении и построения на их основе алгоритмов и программных средств для решения краевых задач.

Модель поврежденной среды состоит из трех взаимосвязанных составных частей:

- соотношений, определяющих упругопластическое поведение материала с учетом зависимости от процесса разрушения;
- уравнений, описывающих кинетику повреждений;
- критерия прочности поврежденного материала.

При формулировке определяющих соотношений тензоры напряжений  $\sigma_{ij}$  и деформаций  $e_{ij}$  и их приращения разложим на шаровые  $\sigma$ ,  $\Delta\sigma$ ,  $e$ ,  $\Delta e$  и девиаторные  $\sigma'_{ij}$ ,  $\Delta\sigma'_{ij}$ ,  $e'_{ij}$ ,  $\Delta e'_{ij}$  составляющие.

В упругой области связь между шаровыми и девиаторными составляющими тензоров напряжений, деформаций и их скоростей устанавливается с помощью закона Гука:

$$\sigma = 3K[e - \alpha(T - T_0)], \quad \sigma'_{ij} = 2Ge'_{ij}, \quad (1)$$

$$\dot{\sigma} = 3K[\dot{e} - (\dot{\alpha}T)] + \dot{K}\sigma/K, \quad \dot{\sigma}'_{ij} = 2G\dot{e}'_{ij} + \dot{G}\sigma'_{ij}/G,$$

где  $T$  – температура,  $T_0$  – начальная температура,  $K(T)$  – модуль объемного сжатия,  $G(T)$  – модуль сдвига,  $\alpha(T)$  – коэффициент линейного температурного расширения материала.

Для описания эффектов монотонного и циклического деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность текучести, уравнение которой имеет вид:

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}. \quad (2)$$

Для описания сложных циклических режимов деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность циклической «памяти»:

$$F_\rho = \rho_{ij}\rho_{ij} - \rho_{\max}^2 = 0, \quad (3)$$

где  $\rho_{\max}$  – максимальный за историю нагружения модуль  $\rho_{ij}$ .

Примем, что структура эволюционного уравнения для радиуса поверхности текучести имеет вид:

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_\rho) + a(Q_s - C_p)G(F_\rho)]\dot{\chi} + q_3\dot{T} \quad (4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt, \quad \dot{\chi} = \left( \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p \right)^{1/2}. \quad (5)$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \psi_1 + (1-A) q_1}{A \psi_1 + (1-A)}, \quad Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1-A) Q_1}{A \psi_2 + (1-A)}, \quad 0 \leq \psi_i \leq 1, \quad i = 1, 2,$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = \frac{n_{ij}^e n_{ij}^s}{(\dot{\epsilon}_{ij}^e \dot{\epsilon}_{ij}^e)^{1/2}}, \quad n_{ij}^e = \frac{\dot{\epsilon}_{ij}^e}{(\dot{\epsilon}_{ij}^e \dot{\epsilon}_{ij}^e)^{1/2}}, \quad n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij} S_{ij})^{1/2}}, \quad (6)$$

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1, F_\rho = 0 \wedge \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} > 0 \\ 0, F_\rho < 0 \vee \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} \leq 0 \end{cases}, \quad \Gamma(F_\rho) = 1 - H(F_\rho).$$

Здесь  $q_1, q_2, q_3$  – модули изотропного упрочнения,  $Q_1$  и  $Q_2$  – модули циклического изотропного упрочнения,  $a$  – постоянная, определяющая скорость процесса стационарирования петли гистерезиса циклического деформирования материала,  $Q_s$  – стационарное значение радиуса поверхности текучести при данных  $\rho_{\max}$  и  $T$ ,  $C_p^0$  – начальное значение радиуса поверхности текучести.

Уравнение для смещения поверхности текучести примем в виде:

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{\epsilon}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{\chi} - g_3 \rho_{ij} \dot{T}, \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt, \quad (7)$$

где  $g_1 > 0$ ,  $g_2 > 0$  и  $g_3 > 0$  – модули анизотропного упрочнения.

Для описания эволюции поверхности «памяти» сформулировано эволюционное уравнение для  $\rho_{\max}$ :

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{(\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}) H(F_\rho)}{(\rho_{mn} \rho_{mn})^{1/2}} - g_2 \rho_{\max} \dot{\chi} - g_3 \rho_{\max} \dot{T}. \quad (8)$$

Компоненты вектора  $\dot{\epsilon}_{ij}^p$  определяются из закона градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda S_{ij}, \quad (9)$$

Постулируем, что структура эволюционного уравнения накопления повреждений при малоциклового усталости имеет вид:

$$\dot{\omega} = \frac{\alpha + 1}{r + 1} f(\omega) \langle \dot{Z} \rangle; \quad (10)$$

$$Z = \frac{W - W_a}{W_f - W_a}; \quad \langle \dot{Z} \rangle = \begin{cases} \dot{Z} & \text{при } \dot{Z} > 0 \\ 0 & \text{при } \dot{Z} \leq 0 \end{cases}; \quad (11)$$

$$\langle \dot{Z} \rangle = \frac{\langle \dot{W} \rangle}{W_f - W_a}; \quad \dot{W} = \rho_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p; \quad f(\beta) = \exp(-k\beta). \quad (12)$$

В формулах (10) – (12) используются обозначения:  $\alpha, r, k$  – материальные параметры, зависящие от температуры  $T$ ;  $f(\omega)$  – функция параметра объемности напряженного состояния  $\beta = \sigma/\sigma_u$ ;  $W$  – энергия, идущая на образование рассеянных усталостных повреждений при МЦУ;  $W_a$  – значение  $W$  в конце фазы зарождения микродефектов при МЦУ;  $W_f$  – значение энергии соответствующей образованию трещины.

В качестве критерия окончания фазы развития рассеянных микроповреждений (стадии образования макротрещины) принимается условие достижения величины поврежденности своего критического значения:

$$\omega = \omega_f \leq 1 \quad (13)$$

Расчёт подрастания размеров дефекта проведем методами механики разрушения. Условия нагружения определяются размахом коэффициента интенсивности напряжений  $\Delta K$ , коэффициентом асимметрии цикла  $R$ , влиянием среды, продолжительностью и частотой нагружения – формой и числом циклов  $N$ .

Скорость роста глубины и длины трещины определяют по кинетической диаграмме усталостного разрушения.

$$\frac{dl_i}{dN} = \begin{cases} f(\Delta K, R), & \text{при } \Delta K > \Delta K_* \\ 0, & \text{при } \Delta K \leq \Delta K_* \end{cases}. \quad (14)$$

Средний участок диаграммы усталостного разрушения аппроксимируется уравнением Пэрриса:

$$\frac{dl}{dN} = C \Delta K^n. \quad (15)$$

где  $C, n, \Delta K_*$  – экспериментально определяемые материальные параметры.

Для определения материальных параметров определяющих соотношений термопластичности (1) – (9) предлагается следующая система базовых экспериментов.

Для определения материальных параметров  $q_1 \overleftarrow{\epsilon}_m$ ,  $q_3 \overleftarrow{\epsilon}$ ,  $g_1 \overleftarrow{\epsilon}$ ,  $g_2 \overleftarrow{\epsilon}$ ,  $g_3 \overleftarrow{\epsilon}$  и  $C_p^o(T)$  проводятся испытания на квазистатическое растяжение – сжатие лабораторных образцов. На рис. 1, 2 представлены экспериментальные зависимости необходимые для определения данной группы материальных параметров.

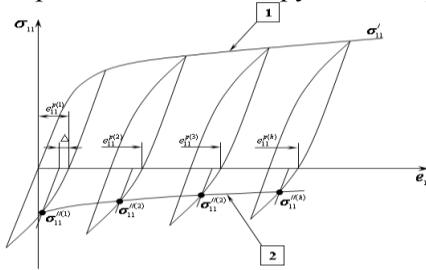


Рис. 1

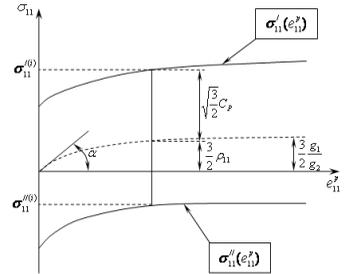


Рис. 2

В случае активного одноосного растяжения соотношение (7) при  $T = const$  принимает вид:

$$\dot{\rho}_{11} = g_1 \dot{e}_{11}^p - g_2 \rho_{11} \dot{\chi} = \overleftarrow{\epsilon}_1 - g_2 \rho_{11} \overleftarrow{\dot{\epsilon}}_{11}^p, \quad (16)$$

интегрируя которое, получим

$$\rho_{11} = \frac{g_1}{g_2} \left( 1 - e^{-g_2 e_{11}^p} \right). \quad (17)$$

где  $g_1$  – тангенс угла наклона касательной к кривой  $\rho_{11} \sim e_{11}^p$  в начале координат,  $\rho_{max} = g_1/g_2$  – предельное асимптотическое значение  $\rho_{11}$  при данной температуре  $T_j$  (рис. 2).

Модуль  $g_3$  в (7), определяется выражением:

$$g_3 = (\dot{g}_1/g_1 \dot{T}) - (\dot{g}_2/g_2 \dot{T}). \quad (18)$$

Материальные параметры  $q_1 \overleftarrow{\epsilon}_m$  и  $q_3 \overleftarrow{\epsilon}$  в уравнении (4) определяются из соотношений:

$$q_1 \left( \chi_m \right) \equiv \frac{\partial C_p(\chi_m)}{\partial \chi_m} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial e_{11}^p} (1 + \delta) + \sigma_{11} \frac{\partial \delta}{\partial e_{11}^p} \right], T = T_j. \quad (19)$$

$$q_3 \left( T \right) \equiv \frac{\partial C_p(T)}{\partial T} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial T} (1 + \delta) + \sigma_{11} \frac{\partial \delta}{\partial T} \right], T = T_j, \quad (20)$$

где  $\delta$  – мера эффекта Баушингера.

Для вычисления производных в (19) и (20) используется сплайн-аппроксимация экспериментальных данных.

Для определения модулей  $Q_1 \left( \phi_{\max}, T \right)$  и  $a \left( \chi \right)$ , проводятся испытания на одноосное, симметричное, циклическое, блочное, жесткое, изотермическое нагружение. Параметр  $a$  определяется из условия наилучшей аппроксимации стремления  $C_p$  к установившемуся состоянию.

$$\Delta C_p^* = a(Q_S - C_p) \Delta \chi^*, \quad (21)$$

где  $\Delta C_p^*$  – изменение  $C_p$  от начального состояния до стационарного значения,  $\Delta \chi^*$  – длина траектории пластического деформирования до стационарного состояния.

Для определения модуля монотонного непропорционального упрочнения  $q_2(\chi_m, T)$  (4) необходим эксперимент на сложное изотермическое нагружение с построением траектории напряжений. Значение параметра  $q_2(\chi_m, T)$  определяется из наилучшего сопоставления экспериментальных данных и численного моделирования аналогичных режимов нагружения при различных значениях  $q_2$ .

Для определения модуля циклического непропорционального упрочнения  $Q_2 \left( \phi_{\max}, T \right)$  предлагается реализовать эксперимент в ходе которого значение параметра непропорциональности  $A = 1 - \cos^2 \theta$  (8) остается постоянным (круговая траектория деформирования). Параметр  $Q_2$  определяется из соотношения:

$$Q_2 = \frac{Q^* - (1 - A^*) Q_1}{A^*}, T = T_j, \quad (22)$$

где  $Q^*$  – текущее стабилизированное значение радиуса поверхности текучести при деформировании по круговой траектории;  $A^*$  – расчетное значение параметра при стабилизации процесса деформиро-

вания, а  $Q_1$  – значение радиуса поверхности текучести при деформировании по пропорциональным траекториям.

Экспериментальное определение материальных параметров эволюционных уравнений накопления повреждений производится на второй фазе процесса (фазе развития микродефектов), начиная с которой проявляется значимое влияние поврежденности на физико-механические характеристики материала, с одновременным моделированием процессов деформирования на этой стадии с использованием определяющих соотношений МПС.

Метод заключается в том, что все отклонения результатов численного моделирования процессов деформирования без учета влияния поврежденности от экспериментальных результатов на фазе распространения приписываются влиянию поврежденности (уменьшение модуля упругости, падение амплитуды напряжений при постоянной амплитуде деформаций, увеличение амплитуды деформаций при постоянной амплитуде напряжений и т.д.).

Нахождение характеристик материала  $C$  и  $n$  в уравнении Пэриса проводится на базе экспериментальных данных по усталостному росту трещины – зависимости скорости развития трещины  $dl/dN$  от  $\Delta K$ .

Определение основных характеристик процесса упругопластического деформирования материала (параметров состояния), которые в общем случае описываются тензорами  $\sigma_{ij}$ ,  $e_{ij}$ ,  $e_{ij}^p$ ,  $\rho_{ij}$  и скалярами  $\chi$ ,  $C_p$ ,  $T$  и  $\omega$  осуществляется при соответствующей формулировке определяющих соотношений МПС в приращениях, которые зависят от выбранного шага  $\Delta t$  и линеаризации алгоритма определения  $\lambda$ . Шаг по времени  $\Delta t$  может корректироваться при прохождении сложных участков траектории деформирования в течение всего расчетного времени при условии устойчивости процесса вычислений.

**В третьей главе** проведена оценка достоверности определяющих соотношений МПС для описания процессов циклического пропорционального и циклического непропорционального деформирования и накопления усталостных повреждений по плоским многозвенным траекториям различного вида и плоским криволинейным траекториям постоянной кривизны.

Оценка достоверности определяющих соотношений МПС проводилась путём численного моделирования кинетики НДС и разру-

шения рабочей части трубчатых лабораторных образцов при различных режимах изменения компонент тензора деформаций и температуры («жёсткое» нагружение) и последующим сопоставлением результатов расчёта с экспериментальными данными, полученными для тех же режимов деформирования.

Программа оценки достоверности включала:

– моделирование процессов циклического пропорционального и циклического непропорционального деформирования по плоским многозвенным траекториям различного вида;

– моделирование процессов циклического непропорционального деформирования по плоским криволинейным траекториям постоянной кривизны;

– моделирование процессов накопления повреждений при пропорциональных и непропорциональных режимах малоциклового нагружения.

Оценка достоверности определяющих соотношений МПС при циклических пропорциональных и непропорциональных режимах нагружения продемонстрировала качественное и количественное совпадение численных результатов и результатов базового эксперимента, что свидетельствует о достоверном экспериментальном определении параметров модели, точности принятого способа интегрирования определяющих соотношений и эффективности соответствующего алгоритма.

На рис. 3–5 показаны, в сопоставлении с экспериментальными данными В.Г. Зубчанинова (штриховые линии), результаты решения задачи построения образа процесса нагружения по вышеуказанным модельным представлениям (сплошная линия) для траектории деформирования постоянной кривизны  $k_1 = 161$ , реализуемой из начала координат в плоскости  $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$  девиаторного пространства деформаций А.А. Ильюшина (материал образцов сталь 45). Пройдено  $\frac{3}{4}$  полного витка траектории. Видно качественное и количественное совпадение результатов. В среднем по длине дуги реализованной траектории различие экспериментальных и расчётных величин компонент  $S_i$ , ( $i = 1, 3$ ) не превышает 9%, что лежит в рамках естественного разброса экспериментальных данных при простом нагружении для данного материала.

На рис. 6–8 показаны в сопоставлении с экспериментальными данными соответствующие траектории для стали X16H9Г2С, реализованной на оболочке. Пройдено 3 витка. Видно, также, качественное и количественное совпадение результатов (разброс не превышает 15%).

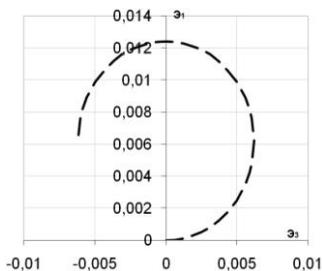


Рис. 3

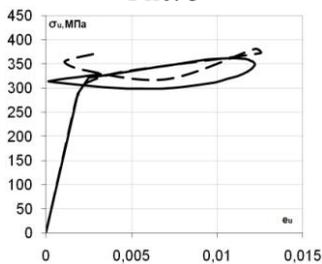


Рис. 5

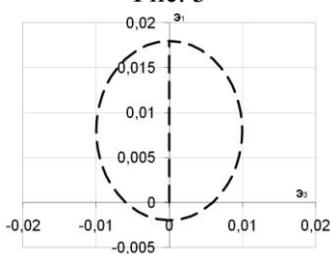


Рис. 7

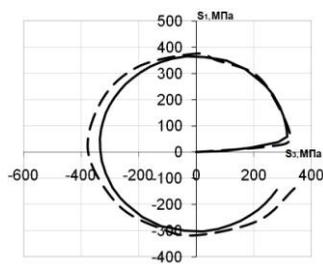


Рис. 4

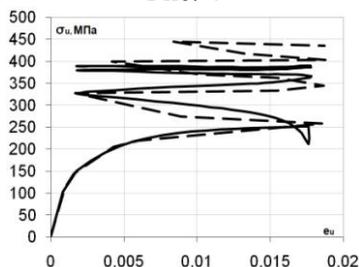


Рис. 6

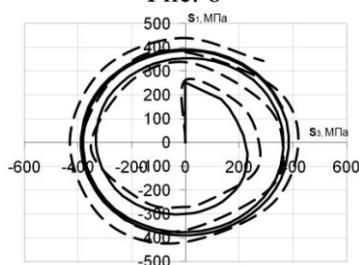


Рис. 8

**Четвёртая глава** диссертации посвящена возможности использования рассмотренных уравнений МПС для расчёта полей напряжений, деформаций, повреждений и развития дефектов в элементах конструкций с концентраторами при малоцикловом нагружении.

В первом примере с использованием вышеописанной модели МПС численно была решена задача усталостной долговечности поло-

сы с круглым отверстием при малоцикловом нагружении (H.I. Ishikawa, K. Sasaki). Расчёты проводились для трёх вариантов циклического нагружения, в которых максимальные и минимальные нагрузки цикла (кН) имели следующие значения: цикл «А» – (20, -20), цикл «В» – (20, -10), цикл «С» – (20,0).

Уточнённый расчёт данного конструктивного узла проведён в два этапа:

1. На первом этапе исследовалась кинетика НДС с учетом упругопластического деформирования материала с целью выявления наиболее нагруженных зон и определения истории изменения тензоров напряжений и пластических деформаций в этих зонах.

2. На втором этапе с помощью вышеприведенных уравнений МПС оценивалась усталостная долговечность полосы с отверстием.

Интегрирование определяющих соотношений МПС позволяет прогнозировать усталостную долговечность конструкции.

Проведённые численные исследования, их сравнение с опытными данными показали, что используемый подход позволяет проводить оценку полей напряжений, деформаций, повреждений и усталостную долговечность полосы с отверстием при МЦУ.

Применение МКЭ для описания роста трещины обычно предполагает перестройку конечно-элементной сетки по мере развития трещины, что в настоящее время вызывает определенные трудности.

Траекторию трещины в первом приближении можно оценить используя определяющие соотношения МПС в тех случаях, где выполняется критерий разрушения ячейки считаются полностью разрушенными и трещина распространяется в этом направлении.

На рис. 9 для варианта расчёта «А» показана траектория распространяющейся усталостной трещины.

В следующем примере численно решена задача усталостной долговечности полосы с центральной и «косой» трещиной при знакопеременном циклическом нагружении. Материал полосы, её размеры и варианты циклического нагружения были взяты из предыдущей задачи.

На рис. 10–11 приведено распределение интенсивности напряжений в конце тринадцатого этапа нагружения ( $N = 13$ ) для режима нагружения «А» для двух вышеперечисленных задач. Видно, что для обеих задач наиболее опасной точкой является точка 1 у вершины трещины.

Расчёт траектории деформирования в точке 1 показывает наличие вращения главных площадок тензоров (непропорциональность изменения компонент тензоров напряжений и деформаций) и несоосность тензоров напряжений, полных и пластических деформаций, что накладывает на используемую модель термопластичности.

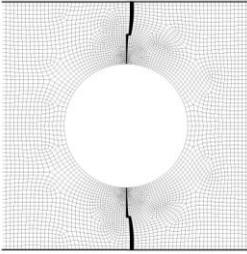


Рис. 9

Результаты расчётного анализа интегрирования уравнения Пэриса позволили получить число циклов до образования сквозной трещины.

Таким образом, проведённые численные исследования показали, что используемый подход позволяет проводить не только оценку полей напряжений, деформаций и повреждённых опасных зон элементов конструкций с концентраторами при малоцикловом нагружении, но и прогнозировать траекторию и «внутреннее» время развития трещины до критических размеров.

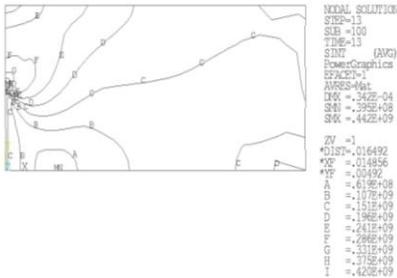


Рис. 10

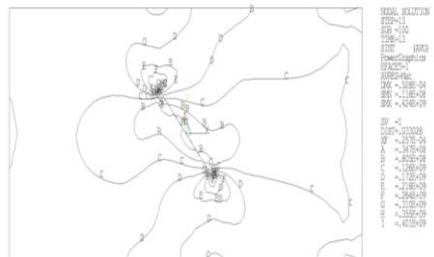


Рис. 11

На рис. 12 и 13 для двух вышеперечисленных задач показаны траектории распространяющихся усталостных трещин.

В следующей примере численно решена задача усталостной долговечности фланцевого соединения, работающего в составе теплогидравлического стенда при циклическом комбинированном термосиловом нагружении.

Расчёт показал, что наиболее нагруженной зоной является зона сварного соединения.

Интегрируя уравнение Пэриса при соответствующих значениях параметров нагружения и значениях материальных параметров, получим число циклов до образования сквозной трещины ( $N_f = 3506$ ).

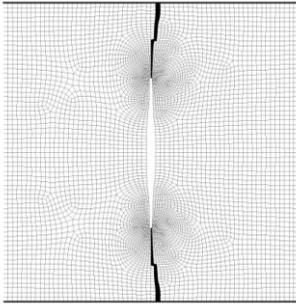


Рис. 12

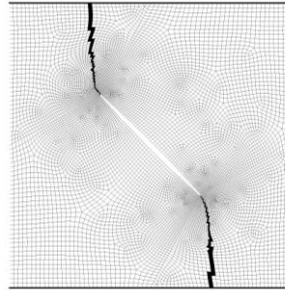


Рис. 13

Естественно, что данный подход очень приближенный, но в сочетании с моделями развития дефектов может быть получен эффективный инструмент для конечно-элементного моделирования накопления повреждений и развития усталостной трещины в конструкции.

**В заключении** дана квалификационная оценка диссертации, а также приводятся основные результаты и выводы диссертационной работы, заключающиеся в следующем: диссертация является законченной научной работой в которой содержится решение актуальной научно-технической задачи – разработки методики расчета полей напряжений, деформаций, повреждений и развития дефектов до критических размеров в элементах конструкций с концентраторами, имеющей существенное значение для различных отраслей современного машиностроения.

При этом получены основные результаты и сделаны выводы:

1. Математическая модель МПС, развитая в работах Ю.Г. Коротких, И.А. Волкова адаптирована для расчета процессов циклического неизотермического упругопластического деформирования материала и накопления усталостных повреждений в опасных зонах элементов конструкций с концентраторами, которая позволяет учесть циклическое упрочнение при пропорциональных и непропорциональных нагружениях, локальную анизотропию пластического деформирования при изломе траектории деформации, нелинейность накопления усталостных повреждений, нелинейность суммирования

повреждений при изменении режимов нагружения или вида напряжённого состояния и др.

2. Проведена верификация определяющих соотношений МПС и получены материальные параметры модели для ряда конструкционных сталей (40X16H9Г2С; X16H9Г2С), путём проведения численных расчетов и их сравнения с данными натуральных экспериментов.

3. Путём сопоставления результатов численных экспериментов с имеющимися экспериментальными данными для произвольных сложных режимов пропорционального и непропорционального малоциклового нагружения, показана достоверность развитых математических моделей и программных средств, которая подтвердила правильность моделирования процессов циклического упругопластического деформирования и накопления усталостных повреждений при малоцикловом нагружении.

4. Разработана научно-обоснованная инженерная методика расчета полей напряжений, деформаций, повреждений и развития имеющихся дефектов до критических размеров для предупреждения недопустимых деформаций и трещин в опасных зонах машиностроительных конструкций при малоцикловом нагружении.

5. Представлены результаты численного моделирования процессов циклического упругопластического деформирования элементов конструкций с концентраторами в ряде прикладных задач. Получены новые решения задач деформирования и разрушения элементов конструкций типа пластин с различными концентраторами при малоцикловом нагружении. Анализ решения задач позволил выявить новые качественные и количественные особенности усталостного разрушения элементов конструкций с концентраторами.

Получена оценка усталостной долговечности фланцевого соединения при циклическом комбинированном термосиловом нагружении. Расчёт показал, что наиболее опасной зоной является зона сварного соединения для которой получена число циклов до образования сквозной трещины.

Показано, что использованный подход позволяет качественно и количественно проводить не только оценку полей напряжений, деформаций и повреждений опасных зон элементов конструкций с концентраторами при малоцикловом нагружении, но и прогнозировать траекторию и «внутреннее время» развития трещин до критических размеров.

6. Проведённый анализ полей напряжений, деформаций и повреждений конкретных конструктивных элементов с концентраторами и выполненный на его основе прогноз траектории и «внутреннего времени» развития имеющихся дефектов до критических размеров, показал, что данный подход пригоден для разработки на его основе экспертных систем оценки ресурса ответственных инженерных объектов, как на этапе проектирования, так и на стадии эксплуатации.

**По теме диссертации опубликованы следующие работы** (жирным шрифтом выделены публикации в рецензируемых научных изданиях рекомендованных Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации):

1. Бородой А.Н. Расчет плиты с центральной трещиной с учетом упруго-пластического поведения материала / А.Н. Бородой, И.А. Волков, Ю.Г. Коротких, И.С. Тарасов // Вестник Волжской государственной академии водного транспорта. Выпуск 25. – Н. Новгород: Изд-во ФГОУ ВПО «ВГАВТ», 2008. С. 145–149.

2. Бородой А.Н. Расчет плиты с центральной трещиной / А.Н. Бородой, И.А. Волков, Ю.Г. Коротких // Вестник научно-технического развития №12 (16) – Москва, 2008. – С. 46 – 48.

3. Бородой А.Н. Численный анализ напряженно-деформированного состояния плит с центральной трещиной / А.Н. Бородой, И.А. Волков, Ю.Г. Коротких // сборник научных трудов «Прикладная механика и технологии машиностроения» изд. 2 (13) Интелсервис. – Н. Новгород, 2008. – С. 114 – 117.

4. Бородой А.Н. Анализ трёхмерных полей напряжений в районе цилиндрического концентратора / А.Н. Бородой, И.А. Волков, Ю.Г. Коротких // сборник научных трудов «Прикладная механика и технологии машиностроения» изд. 1 (12) Интелсервис. – Н. Новгород, 2008. – С. 46 – 51.

5. Бородой А.Н. Численный анализ полей напряжений в районе цилиндрического концентратора / А.Н. Бородой, И.А. Волков, Ю.Г. Коротких // Вестник научно-технического развития №11 (15) – Москва, 2008. – С. 40 – 44.

**6. Бородой А.Н. Численное исследование процессов сложного пластического деформирования конструкционных сталей по замкнутым траекториям непропорционального деформирования при малоцикловом нагружении / А.Н. Бородой, И.А. Волков, Ю.Г. Коротких, И.С. Тарасов // Проблемы прочности и пла-**

**стичности: Межвуз. Сборник. Вып. 71. – Изд-во Нижегородского университета – Н.Новгород, 2009. – С. 43 – 58.**

7. Бородой А.Н. Численное исследование влияния средней деформации на усталостную долговечность металлов / А.Н. Бородой, И.А. Волков, Ю.Г. Коротких, И.С. Тарасов, М.Н. Фомин // сборник научных трудов «Прикладная механика и технологии машиностроения» изд. 1 (16) Интелсервис. – Н. Новгород, 2009. – С. 11 – 31.

8. Бородой А.Н. Модель повреждённой среды для оценки усталостной долговечности конструкций при мало- и многоцикловой усталости / А.Н. Бородой, И.А. Волков, М.Н. Ереев, Ю.Г. Коротких, И.С. Тарасов // сборник научных трудов «Прикладная механика и технологии машиностроения» изд. 1 (18) Интелсервис. – Н. Новгород, 2011. – С. 4 – 24.

9. Бородой А.Н. Вычислительная модель поврежденной среды для оценки долговечности элементов конструкций при совместном действии механизмов мало- и многоцикловой усталости / А.Н. Бородой, И.А. Волков, М.Н. Ереев, И.С. Тарасов // Материалы XIV Международной Конференции по методам аэрофизических исследований. Россия. Казань-Новосибирск. 2012.

**10. Бородой А.Н. Численный анализ полей напряжений и усталостной долговечности элементов конструкций с концентраторами при знакопеременном нагружении / А.Н. Бородой, И.А. Волков, М.Н. Ереев // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. Сборник. Вып. 75. – Изд-во Нижегородского университета – Н. Новгород, 2012.**

11. Бородой А.Н. Обоснование применимости эволюционного уравнения накопления повреждений для оценки усталостной долговечности металлов / Ю.Г. Коротких, И.А. Волков, М.Н. Ереев, А.Н. Бородой // Вестник Волжской государственной академии водного транспорта. Выпуск 30. – Н. Новгород: Изд-во ФБОУ ВПО «ВГАВТ», 2012. С. 28–32.

12. Бородой А.Н. Оценка достоверности определяющих соотношений механики повреждённой среды при пропорциональных и непропорциональных режимах малоциклового нагружения /А.Н. Бородой, И.А. Волков, И.С. Тарасов // Вестник научно-технического развития №10 (62) – Москва, 2012. С. 3–12.