

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ И И.С. ТУРГЕНЕВА»

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
по математике**

Пояснительная записка

Цель и задачи

Вступительные испытания предназначены для определения теоретической и практической подготовленности поступающего.

Цель испытаний – определение соответствия знаний, умений и навыков требованиям обучения по программам бакалавриата и программам специалитета.

Основные задачи испытаний:

- проверить уровень знаний поступающего;
- определить уровень сформированности у поступающего навыков решения типовых задач;
- определить уровень сформированности у поступающего умений по применению математических знаний в практических ситуациях.

Требования к уровню подготовки

На вступительном испытании поступающий должен показать: а) четкое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой; б) умение точно и сжато выражать математическую мысль в письменном изложении, использовать соответствующую символику; в) уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

Поступающий должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений.
2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.
4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показатель-

ные, логарифмические и тригонометрические функции.

5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
6. Вычислять вероятности простых событий.
7. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
8. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач.
9. Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.
10. Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.

Форма проведения

Вступительное испытание проводится в форме письменного экзамена.

Критерии оценок

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий. Определяющим признаком каждой части работы является форма заданий:

- часть 1 содержит задания с кратким ответом;
- часть 2 содержит задания с развернутым ответом.

Задания с кратким ответом части 1 экзаменационной работы предназначены для определения математических компетентностей абитуриентов на базовом уровне. Часть 1 содержит 11 заданий базового уровня (1-11).

Часть 2 включает 7 заданий с развернутым ответом, в числе которых 5 заданий повышенного (12-16) и 2 задания высокого уровня сложности (17, 18), предназначенные для более точной дифференциации абитуриентов.

На выполнение экзаменационной работы отводится 210 минут (3 часа 30 минут).

Правильное решение каждого из заданий 1-11 части 1 оценивается 1 баллом.

Задания части 2 оцениваются от 2 до 4 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 12,14,15 оценивается 2 баллами, каждого из заданий 13,16 – 3 баллами, каждого из заданий 17, 18 – 4 баллами.

Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания, при приеме на обучение по образовательным программам высшего образования (программам бакалавриата и программам специалитета) по математике в ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева» составляет 40 баллов (7 первичных баллов).

Максимальное количество баллов по математике составляет 100 баллов (31 первичный балл).

2. Содержательная часть программы

Разделы и их содержание

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель и кратное. Общий наибольший делитель. Общее наименьшее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
8. Логарифмы, их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.
12. График функции. Возрастание и убывание функции: периодичность, четность, нечетность. Графики элементарных функций.
13. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.
14. Определение и основные свойства функций: линейной $y = kx + b$, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = a^n, n \in N$; $y = \frac{k}{x}$, показательной $y = a^x, a > 0$; логарифмической $y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$, тригонометрических функций ($y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$), арифметического корня $y = \sqrt{x}$.
15. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

16. Неравенство. Решение неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.
17. Системы уравнений и неравенств. Решения системы.
18. Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.
19. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).
20. Преобразование в произведение сумм $\sin \alpha \pm \sin \beta$; $\cos \alpha \pm \cos \beta$.
21. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.
22. Производные функций $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$; $y = x^n$ ($n \in \mathbb{Z}$); $y = a^x$.
23. Понятие о вероятности события. Определение вероятности. Вычисление вероятностей простых событий. Теоремы о вероятностях.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная, длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.
2. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.
3. Векторы. Операции над векторами.
4. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
5. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.
6. Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
7. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.
8. Центральные и вписанные углы.
9. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
10. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
11. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.
12. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.
13. Параллельность прямой и плоскости.
14. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

15. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
16. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.
17. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
18. Формула объема параллелепипеда.
19. Формулы площади поверхности и объема призмы.
20. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.
21. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.
22. Формулы площади поверхности и объема конуса.
23. Формула объема шара.
24. Формула площади сферы.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ

Алгебра и начала анализа

1. Свойства функции $y = kx + b$ и ее график.
2. Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ и ее график.
3. Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.
4. Формула корней квадратного уравнения.
5. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
6. Свойства числовых неравенств.
7. Логарифм произведения, степени, частного.
8. Определение и свойства функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$ и их графики.
9. Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.
10. Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$
11. Формулы приведения.
12. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
13. Тригонометрические функции двойного аргумента.
14. Производная суммы двух функций.
15. Вычисление вероятности простого события.

Геометрия

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
3. Признаки параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
5. Признаки параллелограмма.
6. Окружность, описанная около треугольника.
7. Окружность, вписанная в треугольник.
8. Касательная к окружности и ее свойства.
9. Измерение угла, вписанного в окружность.
10. Признаки подобия треугольников.
11. Теорема Пифагора.
12. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
13. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.
14. Признак параллельности прямой и плоскости.
15. Признак параллельности плоскостей.
16. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.
17. Перпендикулярность двух плоскостей.
18. Теоремы о параллельности и перпендикулярности двух плоскостей
19. Теорема о трех перпендикулярах.

Примерные вопросы

Алгебра

1. Арифметические операции над целыми, рациональными, действительными числами. Сравнение рациональных чисел.
2. Применение формул сокращенного умножения для преобразования выражений с переменными.
3. Применение свойств степени с натуральным и рациональным показателем для преобразования выражений с переменными.
4. Вычисление значений выражений, содержащих логарифмы.
5. Нахождение области определения, множества значений функции.
6. Определение промежутков возрастания и убывания функции, периодичности, четности, нечетности по графику.
7. Нахождение экстремума функции с помощью производной
8. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке с помощью производной.
9. Нахождение промежутков возрастания и убывания с помощью производной.
10. Решение задач на составление уравнения касательной к графику функции с использованием производной.
11. Вычисление производных функций $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$; $y = \operatorname{ctg} x$; $y = x^n$ ($n \in \mathbb{Z}$); $y = a^x$ с использованием таблицы производных и её свойств.
12. Линейная функция $y = kx + b$, её свойства, график.
13. Квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$, её свойства, график.
14. Степенная функция $y = x^n$, $n \in \mathbb{N}$; её свойства, график.
15. Обратная пропорциональность $y = \frac{k}{x}$, её свойства, график.
16. Показательная функция $y = a^x$, $a > 0$, её свойства, график.
17. Логарифмическая функция $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$, её свойства, график.
18. Тригонометрические функции ($y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$), их свойства, график.
19. Функция вида $y = \sqrt{x}$, её свойства и график.
20. Нахождение n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии.
21. Нахождение n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

22. Преобразование тригонометрических выражений с использованием формул синус и косинус суммы и разности двух аргументов, формул приведения, основного тригонометрического тождества.
23. Решение неравенств методом интервалов.
24. Решение систем уравнений и неравенств различными методами.
25. Решение квадратных уравнений и неравенств.
26. Решение биквадратных уравнений и неравенств.
27. Решение рациональных уравнений.
28. Решение уравнений с модулем вида $|f(x)| = a$, $|f(x)| = g(x)$, $|f(x)| = |g(x)|$.
29. Решение неравенств вида $|f(x)| \geq a$, $|f(x)| \geq g(x)$.
30. Решение иррациональных уравнений вида $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt{f(x)} = g(x)$,
 $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$, $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = a$.
31. Решение иррациональных неравенств вида $\sqrt{f(x)} \geq a$, $\sqrt{f(x)} \leq a$,
 $\sqrt{f(x)} \geq g(x)$, $\sqrt{f(x)} \leq g(x)$.
32. Решение уравнений вида $\sin(ax+b)=a$, $\cos(ax+b)=a$, $tg(ax+b)=a$,
 $ctg(ax+b)=a$.
33. Решение тригонометрических уравнений, сводящихся заменой переменной к квадратным.
34. Решение однородных тригонометрических уравнений второго порядка.
35. Решение показательных уравнений вида $\alpha \cdot a^x + \beta \cdot b^x = 0$, $a^{f(x)} = a^{g(x)}$,
 $\alpha \cdot a^{x+b} + \beta \cdot a^{x+c} + \gamma \cdot a^{x+d} = \delta$, $\alpha \cdot a^{2x} + \beta \cdot b^x + \gamma = 0$, $\alpha \cdot a^{x+b} + \beta \cdot a^{-x+c} = \gamma$,
 $\alpha \cdot a^{2x} + \beta \cdot a^x b^x + \gamma b^{2x} = 0$.
36. Решение показательных неравенств вида $\alpha \cdot a^x + \beta \cdot b^x \geq 0$, $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$,
 $\alpha \cdot a^{x+b} + \beta \cdot a^{x+c} + \gamma \cdot a^{x+d} \geq \delta$, $\alpha \cdot a^{2x} + \beta \cdot b^x + \gamma \geq 0$, $\alpha \cdot a^{x+b} + \beta \cdot a^{-x+c} \geq \gamma$,
 $\alpha \cdot a^{2x} + \beta \cdot a^x b^x + \gamma b^{2x} \geq 0$.
37. Решение логарифмических уравнений и неравенств: простейших, сводящихся к квадратным, $\log_a \log_b f(x) = c$, на применение формулы перехода к новому основанию, формулы логарифмов произведения, частного, степени.
38. Решение текстовых задач на движение, работу, концентрацию, процентные соотношения.
39. Решение задач на вычисление вероятности простого события.
40. Решение задач на вычисление вероятности составного события.

Геометрия

1. Решение задач на применение свойств вертикальных и смежных углов.
2. Решение задач на применение свойств параллельных прямых и секущих.
3. Решение задач на подобие треугольников.
4. Решение задач на применение свойств равнобедренного треугольника
5. Нахождение суммы, разности векторов. Вычисление длин векторов.
6. Решение треугольников.
7. Нахождение элементов треугольника с использованием свойств медианы, биссектрисы, высоты.
8. Решение задач на нахождение элементов прямоугольного треугольника с использованием его свойств.
9. Решение задач на нахождение элементов: параллелограмма, прямоугольника, ромба, квадрата, трапеции с использованием их свойств.
10. Решение задач на нахождение длины окружности, площади круга, хорды, диаметра, радиуса, касательной к окружности, дуги окружности, сектора.
11. Решение задач на нахождение площади треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
12. Решение задач на применение свойств подобных треугольников.
13. Решение задач на вычисление объема параллелепипеда.
14. Решение задач на вычисление площади поверхности и объема призмы.
15. Решение задач на нахождение площади поверхности и объема пирамиды.
16. Нахождение площади поверхности и объема цилиндра.
17. Решение задач на вычисление площади поверхности и объема конуса.
18. Решение задач на вычисление объема шара.
19. Нахождение площади сферы.

3. Литература

Основная литература

1. Никольский С. М., Потапов М. К., Решетников Н. Н., Шевкин А. В. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учебник для общеобразовательных учреждений : базовый и профильный уровни— М.: Просвещение, 2021.
2. Никольский С. М., Потапов М. К., Решетников Н. Н., Шевкин А. В. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учебник для общеобразовательных учреждений : базовый и профильный уровни — М.: Просвещение, 2021.
3. Колягин Ю. М., Ткачева М. В., Федорова Н. Е., Шабунин М. И. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учебник для общеобразовательных учреждений : базовый и профил. уровни / [Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова, М. И. Шабунин]; под ред. А. Б. Жижченко.— М. : Просвещение, 2021.
4. Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Геометрия. 7-9 классы : учеб. для общеобразоват. учреждений / [Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.]. —М. : Просвещение, 2021
5. Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Геометрия, 10-11 : учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. уровни. — М. : Просвещение, 2021.

Дополнительная литература

6. Яценко И.В., Захаров П.И., Высоцкий И.Р. Математика. Профильный уровень. Готовимся к итоговой аттестации. М. Интеллект-центр, 2018 г.
7. Лаппо Л.Д., Попов М.А. ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. Эксперт в ЕГЭ – М.: Экзамен, 2016 г. – 236 с.
8. ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. Типовые тестовые задания / под ред. И.В. Яценко. – М.: «Экзамен», 2016 г. – 248 с.

9. Крамор В. С. Готовимся к экзамену по математике: Учебное пособие / В. С. Крамор. — М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2008. — 544 с
10. Лурье М.В. Алгебра. Техника решения задач: Учеб.пособие.-М.: Издательство УНЦ ДО, 2005.-190с.
11. Мельников И.И., Сергеев И.Н. Как решать задачи по математике на вступительных экзаменах.- М.: Изд-во Моск. ун-та, 1990. - 304с.
12. Письменный, Д. Т. Готовимся к экзамену по математике: математика для старшеклассников. — 12-е изд. — М.: Айрис-пресс, 2008. — 352 с
13. Ткачук В. В. Математика — абитуриенту. — 14-е изд., исп. и доп. М.: МЦНМО, 2007. - 976 с.