

А.В. ТУРКОВ<sup>1</sup>, С.И. ПОЛЕШКО<sup>1</sup>, Е.А. ФИНАДЕЕВА<sup>1</sup>, К.В. МАРФИН<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», г. Орёл, Россия

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОГИБОВ И ЧАСТОТ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ КРУГЛЫХ ИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИН ЛИНЕЙНО ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ С УТОЛЩЕНИЕМ К КРАЮ

**Аннотация.** Рассматривается взаимосвязь максимальных прогибов от статической равномерно распределённой нагрузки  $W_0$  и основной частоты собственных поперечных колебаний о круглой изотропной пластинки линейно переменной толщины с утолщением к краю при однородных условиях опирания по внешнему контуру в зависимости от соотношения толщины пластины в центре к толщине по краю. По результатам исследования построены графики зависимости максимального прогиба и частоты собственных колебаний пластины от соотношения  $t_1/t_2$ . Показано, что для круглых пластинок линейно переменной толщины при  $t_1/t_2 < 1,1$  коэффициент  $K$  с точностью до 5,9% совпадает с аналитическим коэффициентом для круглых пластинок постоянной толщины. Численными исследованиями установлено, что при соотношении толщин на контуре и в центре равном двум расхождение коэффициента  $K$ , устанавливающего связь между статическими и динамическими характеристиками платин, составляет порядка 25% для шарнирного опирания по контуру и до 37% при жёстком опирании. Это свидетельствует о более значительном влиянии неравномерного распределения массы для таких граничных условий.

**Ключевые слова:** круглая пластина, условия опирания, частота собственных колебаний, максимальный прогиб.

A.V. TURKOV<sup>1</sup>, S.I. POLESHKO<sup>1</sup>, E.A. FINADEEVA<sup>1</sup>, K.V. MARFIN<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Orel state University named after I. S. Turgenev, Orel, Russia

## RELATIONSHIP OF MAXIMUM DEFLECTIONS AND NATURAL FREQUENCIES VIBRATIONS OF ISOTROPIC CIRCULAR PLATES WITH INHOMOGENEOUS RESISTANCE CONDITIONS ON THE OUTER AND INNER CONTOUR

**Abstract.** The relationship between the maximum deflections from a static uniformly distributed load  $W_0$  and the fundamental frequency of natural transverse vibrations of a round isotropic plate of linearly variable thickness with thickening to the edge under homogeneous conditions of support along the outer contour, depending on the ratio of the thickness of the plate in the center to the thickness along the edge, is considered. According to the results of the study, graphs of the dependence of the maximum deflection and the frequency of natural vibrations of the plate on the ratio  $t_1 / t_2$  are constructed. It is shown that for round plates of linearly variable thickness at  $t_1/t_2 < 1.1$  coefficient  $K$  with an accuracy of 5.9% coincides with the analytical coefficient for round plates of constant thickness. Numerical studies shows that when the ratio of the thicknesses on the contour and in the center is equal to two, the difference in the coefficient  $K$ , which depends on the relationship between the static and dynamic characteristics of the platinum, is about 25% for hinged support along the contour and up to 37% for rigid support. This indicates a more significant effect of uneven mass distribution for such boundary conditions.

**Keywords:** ring plate, support conditions, natural vibration frequency, maximum deflection.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коробко В.И. Об одной "замечательной" закономерности в теории упругих пластинок // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1989. № 11. С. 32-36.

2. Коробко В.И., Турков А.В., Калашникова О.В. Поперечные колебания, прогибы и усилия в однопролетных составных балках с различными граничными условиями слоев // Строительная механика и расчет сооружений. 2010. № 3. С. 65-68.
3. Коробко В.И., Бояркина О.В. Взаимосвязь задач поперечного изгиба и свободных колебаний треугольных пластинок // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2007. № 22 (94). С. 24-26.
4. Турков А.В., Жупикова К.А. Взаимосвязь максимальных прогибов и частот собственных колебаний изотропных кольцевых пластин при шарнирном опирании по внешнему контуру // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и архитектуры: сборник материалов XX международной научно-технической конференции. Тула, 28-29 июня 2019. Тульский государственный университет. С. 299-302. URL: [http://dmitriy.chiginskiy.ru/publications/files/Materialy\\_XX\\_MNTK-2019\\_Tula.pdf](http://dmitriy.chiginskiy.ru/publications/files/Materialy_XX_MNTK-2019_Tula.pdf) (дата обращения: 21.05.2020).
5. Турков А.В., Жупикова К.А. Взаимосвязь максимальных прогибов и частот собственных колебаний изотропных кольцевых пластин при жестком закреплении по внешнему контуру // Актуальные проблемы современной когнитивной науки: сборник статей по итогам всероссийской научно-практической конференции. Волгоград. 30 июня 2019. Стерлитамак: АМИ, 2019. С. 70-72. URL: [https://www.elibrary.ru/ip\\_restricted.asp?rpage=https%3A%2F%2Fwww%2Eelibrary%2Eru%2Fitem%2Easp%3Fid%3D38301055](https://www.elibrary.ru/ip_restricted.asp?rpage=https%3A%2F%2Fwww%2Eelibrary%2Eru%2Fitem%2Easp%3Fid%3D38301055) (дата обращения: 21.05.2020).
6. Турков А.В., Марфин К.В., Баженова А.В. Прогибы и частоты собственных колебаний составных многослойных квадратных изотропных пластин с шарнирным опиранием по контуру при изменении жесткости связей сдвига//Строительство и реконструкция. 2019. №4. С. 65-70.
7. Турков А.В., Марфин К.В., Ветрова О.А. Прогибы и частоты собственных колебаний систем перекрестных ферм на квадратном плане с различными схемами опирания // Промышленное и гражданское строительство. 2018. №11. С. 42-45.
8. Турков А.В., Марфин К.В. Определение коэффициента жесткости шва круглой составной изотропной пластины по её основной частоте колебаний// Строительная механика и расчет сооружений. 2013. №4. С. 58-62.
9. Турков А.В., Марфин К.В. Точность результатов численных исследований круглых составных изотропных пластин на податливых связях при различном количестве конечных элементов // Строительство и реконструкция. 2012. №1. С. 40-45.
10. Турков А.В., Карпова Е.В. Исследование коэффициента жёсткости шва для треугольной составной изотропной пластины в зависимости от её основной частоты колебаний при разной жёсткости связей сдвига // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. №2. С. 66-69.
11. Турков А.В., Абашина Н.М., Карпова Е.С. Прогибы и частоты собственных колебаний составных ромбических изотропных пластин, шарнирно опёртых по контуру при изменении жёсткости связей сдвига // Строительство и реконструкция. 2016. №5. С. 45-50.
12. Семенов А.А., Габитов А.И. Проектно-вычислительный комплекс SCAD в учебном процессе. Москва, ACB. 2005. 152 с.

## REFERENCES

1. Korobko V.I. Ob odnoy "zamechatel'noy" zakonomernosti v teorii uprugikh plastinok // Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura. 1989. № 11. S. 32-36.
2. Korobko V.I., Turkov A.V., Kalashnikova O.V. Poperechnye kolebaniya, progibi i usiliya v odnoproletnykh sostavnykh balkakh s razlichnymi granichnymi usloviyami sloev // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy. 2010. № 3. S. 65-68.
3. Korobko V.I., Boyarkina O.V. Vzaimosvyaz` zadach poperechnogo izgiba i svobodnykh kolebaniy treugol'nykh plastinok // Vestnik YUzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Stroitel'stvo i arkhitektura. 2007. № 22 (94). S. 24-26.
4. Turkov A.V., Zhupikova K.A. Vzaimosvyaz` maksimal'nykh progibov i chastot sostvennykh kolebaniy izotropnykh kol'tsevikh plastin pri sharnirnom opiranii po vneshnemu konturu // Aktual'nye problemy stroitel'stva, stroitel'noy industrii i arkhitektury: sbornik materialov HH mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii. Tula, 28-29 iyunya 2019. Tul'skiy gosudarstvennyy universitet. S. 299-302. URL: [http://dmitriy.chiginskiy.ru/publications/files/Materialy\\_XX\\_MNTK-2019\\_Tula.pdf](http://dmitriy.chiginskiy.ru/publications/files/Materialy_XX_MNTK-2019_Tula.pdf) (data obrashcheniya: 21.05.2020).
5. Turkov A.V., Zhupikova K.A. Vzaimosvyaz` maksimal'nykh progibov i chastot sostvennykh kolebaniy izotropnykh kol'tsevikh plastin pri zhestkom zakreplenii po vneshnemu konturu // Aktual'nye problemy sovremennoy kognitivnoy nauki: sbornik statey po itogam vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. Volgograd. 30 iyunya 2019. Sterlitamak: AMI, 2019. S. 70-72. URL: [https://www.elibrary.ru/ip\\_restricted.asp?rpage=https%3A%2F%2Fwww%2Eelibrary%2Eru%2Fitem%2Easp%3Fid%3D38301055](https://www.elibrary.ru/ip_restricted.asp?rpage=https%3A%2F%2Fwww%2Eelibrary%2Eru%2Fitem%2Easp%3Fid%3D38301055) (data obrashcheniya: 21.05.2020).
6. Turkov A.V., Marfin K.V., Bazhenova A.V. Progibi i chastoty sostvennykh kolebaniy sostavnykh

mnogosloynykh kvadratnykh izotropnykh plastin s sharnirnym opiraniem po konturu pri izmenenii zhestkosti svyazey sdviga//Stroitel'stvo i rekonstruktsiya. 2019. №4. S. 65-70.

7. Turkov A.V, Marfin K.V., Vetrova O.A. Progiby i chasty sobstvennykh kolebaniy sistem perekrestnykh ferm na kvadratnom plane s razlichnymi skhemami opiraniya//Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo. 2018. №11. S. 42-45.

8. Turkov A.V, Marfin K.V. Opredelenie koeffitsienta zhestkosti shva krugloy sostavnoy izotropnoy plastiny po eio osnovnoy chaste kolebaniy// Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy. 2013. №4. S. 58-62.

9. Turkov A.V, Marfin K.V. Tochnost' rezul'tatov chislennykh issledovanii kruglykh sostavnykh izotropnykh plastin na podatlivykh svyazyakh pri razlichnom kolichestve konechnykh elementov // Stroitel'stvo i rekonstruktsiya. 2012. №1. S. 40-45.

10. Turkov A.V, Karpova E.V. Issledovanie koeffitsienta zhiostnosti shva dlya treugol'noy sostavnoy izotropnoy plastiny v zavisimosti ot eio osnovnoy chasty kolebaniy pri raznoy zhiostnosti svyazey sdviga // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy. 2015. №2. S. 66-69.

11. Turkov A.V, Abashina N.M., Karpova E.S. Progiby i chasty sobstvennykh kolebaniy sostavnykh rombicheskikh izotropnykh plastin, sharnirno opirtykh po konturu pri izmenenii zhiostnosti svyazey sdviga // Stroitel'stvo i rekonstruktsiya. 2016. №5. S. 45-50.

12. Semenov A.A., Gabitov A.I. Projektno-vychislitel'nyy kompleks SCAD v uchebnom protsesse. Moskva, ASV. 2005. 152 s.

#### Информация об авторах:

##### **Турков Андрей Викторович**

ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», Орёл, Россия,  
доктор технических наук, профессор кафедры строительных конструкций и материалов.

E-mail: [aturkov@bk.ru](mailto:aturkov@bk.ru)

##### **Полешко Сергей Иванович**

ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», Орёл, Россия,  
студент магистратуры.

E-mail: [sergey\\_poleshko@mail.ru](mailto:sergey_poleshko@mail.ru)

##### **Финадеева Елена Анатольевна**

ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», Орёл, Россия,  
кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций и материалов, директор архитектурно-строительного института.

E-mail: [asi.gu-unpk@mail.ru](mailto:asi.gu-unpk@mail.ru)

##### **Марфин Кирилл Васильевич**

ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», Орёл, Россия,  
кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций и материалов.

E-mail: [marfinkirill@yandex.ru](mailto:marfinkirill@yandex.ru)

#### Information about authors:

##### **Turkov Andrey V.**

Oryol state University named after I.S. Turgenev, Orel, Russia,  
doctor of technical sciences, professor of the department of Building Structures and Materials.  
E-mail: [aturkov@bk.ru](mailto:aturkov@bk.ru)

##### **Poleshko Sergey Iv.**

Oryol state University named after I.S. Turgenev, Orel, Russia,  
master's degree student.  
E-mail: [sergey\\_poleshko@mail.ru](mailto:sergey_poleshko@mail.ru)

##### **Finadeeva Elena An.**

Oryol state University named after I.S. Turgenev, Orel, Russia,  
candidate of technical sciences, associate professor of the department of Building Structures and Materials, headmaster  
of the Institute of Architecture and Civil Engineering.  
E-mail: [asi.gu-unpk@mail.ru](mailto:asi.gu-unpk@mail.ru)

##### **Marfin Kirill V.**

Oryol state University named after I.S. Turgenev, Orel, Russia,  
candidate of technical sciences, associate professor of the department of Building Structures and Materials.  
E-mail: [marfinkirill@yandex.ru](mailto:marfinkirill@yandex.ru)