

ТРЕТЬЯ СТАДИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ С ИЗГИБОМ (СЛУЧАЙ 2)

ДЕМЬЯНОВ А. И., НАУМОВ Н. В., КОЛЧУНОВ ВЛ. И.

Юго-Западный Государственный Университет, г.Курск, Россия

Аннотация. Предложена расчетная модель сложного сопротивления железобетонных конструкций в зданиях и сооружениях при кручении с изгибом, состоящая из приопорного блока (образованного пространственной трещиной и замыкаемой на нее сжатой зоной бетона, – пространственное сечение k) и второго блока, образуемого вертикальным сечением $I-I$, проходящим перпендикулярно к продольной оси железобетонного элемента по краю сжатой зоны, замыкающей пространственную спиралеобразную трещину. Рассмотрен случай, когда наибольшее влияние на напряженно-деформированное состояние конструкций оказывает действие крутящего момента (случай 2). При этом в качестве расчетных усилий в пространственном сечении учитываются: нормальные и касательные усилия в бетоне сжатой зоны; составляющие осевых и нагельных усилий в рабочей арматуре, пересекаемой спиралеобразной пространственной трещиной.

Составлены разрешающие уравнения, образующие замкнутую систему и записана функция Лагранжа их объединяющая. Используя частные производные построенной функции по всем входящим в нее переменным и приравнивая их нулю, составлена дополнительная система уравнений, из которой после соответствующих алгебраических преобразований, получена зависимость, позволяющая отыскивать проекцию опасной пространственной трещины.

Ключевые слова: методика расчета, кручение, напряженно-деформированное состояние, железобетонные конструкции, пространственная трещина, функция Лагранжа.

THIRD STAGE OF STRESSED-DEFORMED CONDITION OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES UNDER TORSION WITH BENDING (CASE 2)

DEMYANOV A. I., NAUMOV N. V., KOLCHUNOV VI. I.

South-Western State University, Kursk, Russia

Abstract. It is proposed a complex resistance computational model of reinforced concrete constructions in buildings and structures under the action torsion with bending. It consists of from the block near the support (formed by a spatial crack and a compressed concrete zone closed by it – a spatial section k) and a second block, which is formed by a vertical cross section $I-I$ passing perpendicularly to the longitudinal axis of the reinforced concrete element along the edge of the compressed zone, which closes the spatial spiral-shaped crack. The case when the greatest influence on the stress-strain state of structures has the effect of torque is considered (case 2). In this case, as the calculated forces are taken into account in the spatial section: normal and tangential forces in the concrete of the compressed zone; components of axial and “dowel” efforts in the working reinforcement, intersected by a spiral spatial crack.

The resolving equations are constructed that form a closed system and the Lagrange function is unified. Using the partial derivatives of the constructed function with respect to all the variables entering into it and equating them to zero, an additional system of equations is constructed. The dependence is obtained after the corresponding algebraic transformations, that allows us to search for the projection of a dangerous spatial crack.

Keywords: calculation methodics, torsion, stress-strain state, reinforced concrete constructions, spatial crack, Lagrange function

Введение

Построение расчетных моделей сложного сопротивления – кручения с изгибом становится все более актуальным [1, 2], во-первых, потому, что таких исследований проведено сравнительно мало [3–9], во-вторых, оно вызвано назревшей необходимостью учета пространственной работы подавляющего большинства железобетонных конструкций все более оригинальных зданий и сооружений, существенно изменяющих архитектурный облик современных городов [10–12]; в-третьих, становится уже общепризнанным постулатом, что нет ничего практичнее хорошей теории их расчета [13–16].

Поэтому целью настоящих исследований является разработка расчетной модели сопротивления железобетонных конструкций при кручении с изгибом любых поперечных сечений, наиболее полно отражающей особенности их действительной работы [2, 12, 17, 18].

Для расчетных усилий составлены разрешающие уравнения равновесия и деформаций. При этом проекция опасной пространственной трещины определяется как функция многих переменных с использованием множителей Лагранжа [13, 15].

Метод

При решении прямой инженерной задачи между внешними воздействиями всегда задано их соотношение ($Q:M:T$). Таким образом, определив одно из них, например, опорную реакцию R_{sup} , легко отыскиваются остальные воздействия, например, M и T . Не следует упускать из виду то, что если какое-то из внешних воздействий явно превосходит остальные, то именно оно должно приниматься в качестве неизвестного.

Из условий равновесия в сечении $I-I$ и в пространственном сечении отыскиваются следующие расчетные параметры (рис. 1): предельная опорная реакция R_{sup} ; высота сжатой зоны x в сечении $I-I$; напряжения в продольной арматуре σ_s в месте пересечения её пространственной трещиной; высота сжатой зоны бетона x_β в вертикальной плоскости, проходящей через конец фронта пространственной трещины; погонное усилие в поперечной арматуре, расположенной у боковых граней пространственного сечения $q_{sw,Q}$, вызываемое поперечной силой; погонное усилие в поперечной арматуре, расположенной у боковых граней пространственного сечения $q_{sw,T}$, вызываемое крутящим моментом; погонное усилие в поперечной арматуре, расположенной у нижней грани пространственного сечения $q_{sw,\sigma}$, вызываемое крутящим моментом.

На рисунке 1 изображены: а) – припорный блок (образованный пространственным сечением k) и блок, образуемый вертикальным сечением $I-I$, проходящим перпендикулярно к продольной оси железобетонного элемента по краю сжатой зоны, замыкающей пространственную спиралеобразную трещину; б), в), г), д) – вертикальное сечение $I-I$ (III–III), проходящее перпендикулярно к продольной оси железобетонного элемента, эпюры напряжений в сжатом бетоне и растянутой арматуре, а также распределение крутящих моментов в этом сечении; е) – составляющие напряжений бетона сжатой зоны, приложенных в точке б; ж), з), и) – сжатая зона сечения k и эпюры напряжений и деформаций сжатого бетона; к), л), м) – пространственное сечение k с проекциями всех усилий, возникающих в месте проведения сечения.

Касательное напряжение τ_Q и касательное напряжение кручения в сжатом бетоне τ_T , определяются путем проецирования диаграммы $\sigma_i - \varepsilon_i$ на плоскость $\tau - \gamma$ (с учетом распределения пропорционально отношению $Q:T$) и на плоскость $I-I$ и проецированием составляющих напряжений плоскости k на плоскость перпендикулярную продольной оси железобетонного элемента.

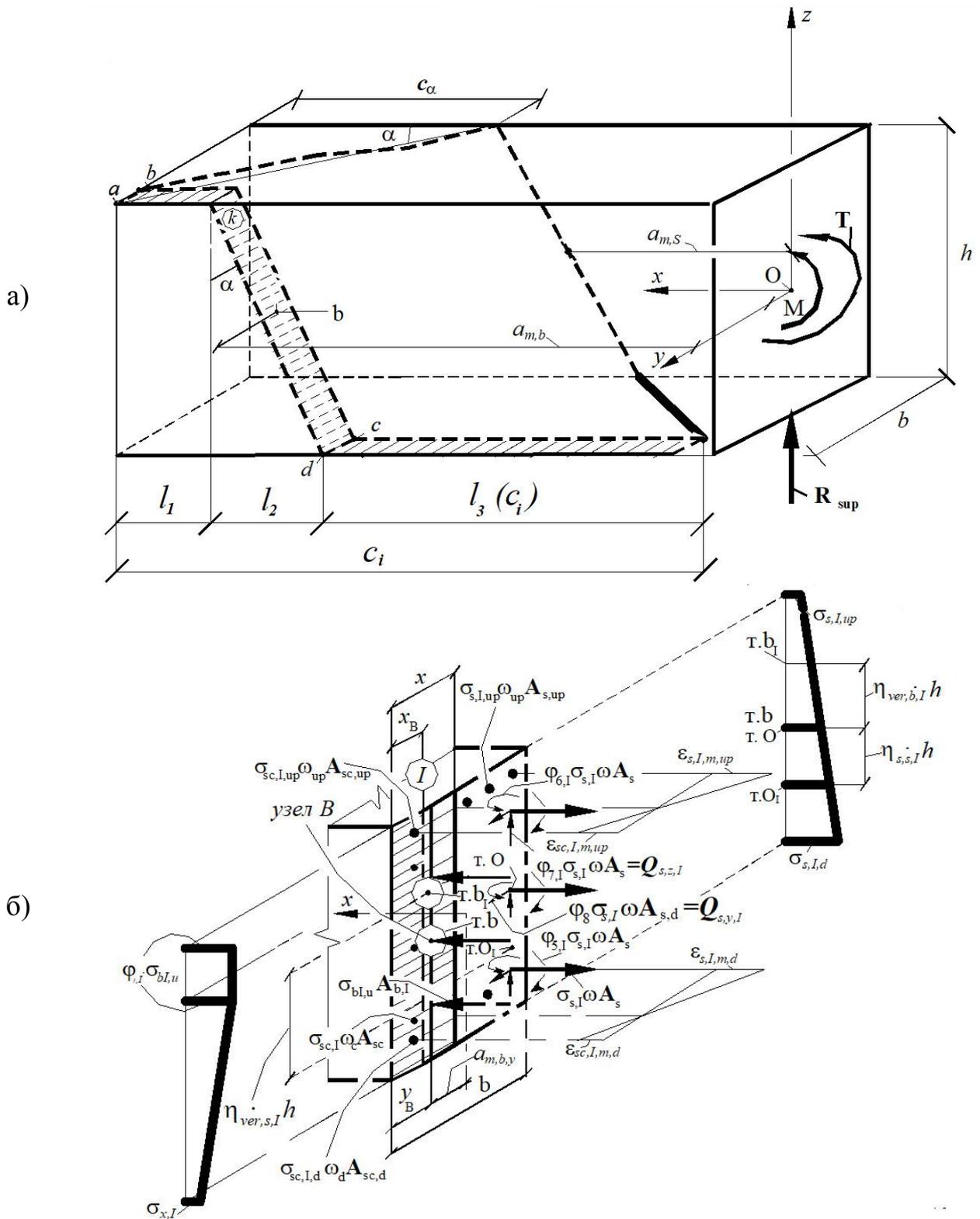


Рисунок 1 - Расчетная схема сопротивления железобетонной конструкции при совместном действии изгибающего момента, крутящего момента и поперечной силы (случай 2), блок с пространственным сечением k (а), блок с сечением I-I (б):

\textcircled{k} – сжатая зона пространственного сечения; \textcircled{I} – сжатая зона сечения I-I;

Вторая схема (первый блок – сечение I–I) реализуется при сопротивлении железобетонных элементов, подверженных совместному воздействию крутящих моментов и поперечных сил.

Для построения расчётных уравнений отделим от железобетонного элемента с помощью метода сечений два блока (рис. 1). Первый блок отделяем поперечным сечением I–I, проходящим в конце пространственной трещины. Этот блок находится в равновесии под действием внешних усилий, приложенных к блоку со стороны опоры, и внутренних усилий, возникающих в месте проведения сечения.

В основу предлагаемой модели расчета, положены следующие **предпосылки**:

– образование пространственной трещины на нижней грани железобетонного элемента происходит перпендикулярно к направлению главных деформаций удлинения бетона, а расположение конца фронта пространственной трещины у сжатой грани железобетонного элемента совпадает с направлением главных деформаций укорочения бетона – таким образом, пространственная трещина имеет спиралеобразную форму с тремя возможными схемами расположения сжатой зоны – рис. 2;

– в качестве расчетной принимается схема, состоящая из приопорного блока (образуемого пространственной трещиной и вертикальным сечением, проходящим через конец фронта этой трещины в сжатом бетоне) и второго блока, образуемого вертикальным сечением, проходящим перпендикулярно продольной оси железобетонного элемента по краю пространственной трещины – рис. 1, рис. 2;

– в качестве расчетных усилий в пространственном сечении учитываются: нормальные и касательные усилия в бетоне сжатой зоны; составляющие осевых усилий в арматуре, расположенной у грани, противоположной той, у которой находится сжатая зона; составляющие осевых усилий в поперечной арматуре, расположенной у боковых граней железобетонного элемента;

– для средних фибровых деформаций сжатого бетона и растянутой арматуры в сечении I–I считается справедливой гипотеза их пропорциональности высотам сжатой и растянутой зон сечения;

– связь между интенсивностью деформаций ε_i и интенсивностью напряжений σ_i бетона принимается в виде диаграммы, приведенной на рис. 3 а, б (для практических расчетов криволинейная эпюра сжимающих напряжений заменяется на прямоугольную над пространственной трещиной в сечении k (см. рис. 3 в, г), а в сечении I–I на участке x_b – прямоугольной, на участке $x-x_b$ – треугольной).

Образование трещин в бетоне и его разрушение описывается различными теориями прочности, так как причиной образования трещин всегда являются главные деформации отрыва, а причиной разрушения могут быть также и сдвиговые деформации на октаэдрических площадках. Для принятого варианта деформационной теории пластичности бетона [2] предпочтение будем отдавать деформационным критериям прочности, так как для бетона, находящегося в элементах конструкций, возможна экспериментальная проверка только деформаций. Предъявляются также требования возможности непосредственного перехода зависимостей напряжения - деформации к условию прочности.

При составлении уравнений равновесия необходимо также учитывать угол α , связанный с проекцией опасной пространственной трещины с и угол β , определяющий направление главных деформаций укорочения бетона в вертикальном сечении k .

Для построения расчётных уравнений отделим от железобетонного элемента с помощью метода сечений два блока (рис.1). Первый блок отделяем поперечным сечением I–I, проходящим в конце пространственной трещины. Этот блок находится в равновесии под действием внешних усилий, приложенных к блоку со стороны опоры, и внутренних усилий, возникающих в месте проведения сечения.

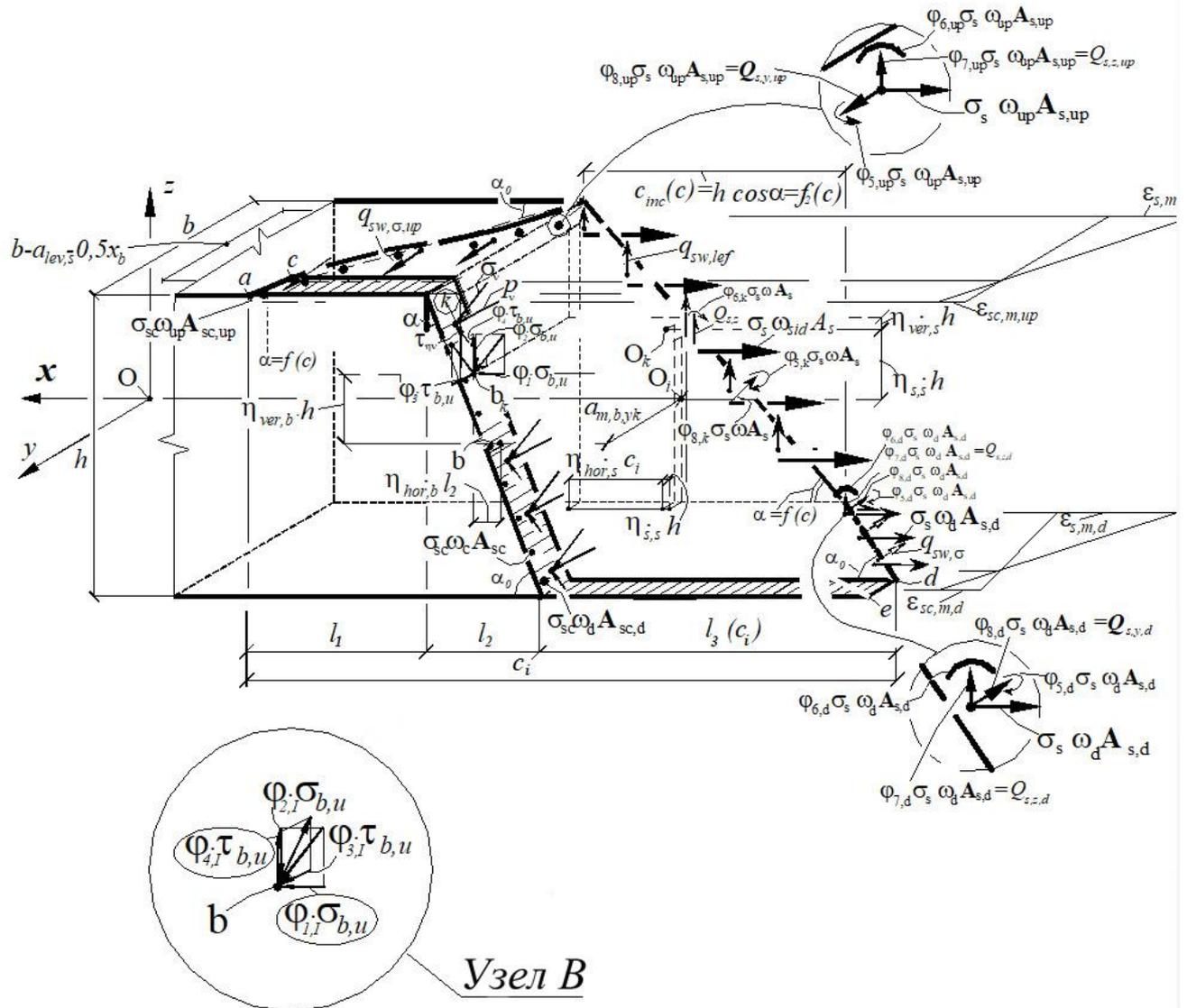


Рисунок 2 - Расчетная схема пространственного сечения к:

(k) – сжатая зона пространственного сечения

Из уравнения равновесия моментов внутренних и внешних сил в сечении I-I относительно оси y, относительно точки O₁, проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в растянутой арматуре (ΣM_{O,1}=0), получим:

$$\begin{aligned}
 & \sigma_{bu,x,I} \cdot \omega_{b,I} A_{b,I} [b - \varphi_y \cdot x] \cdot \eta_{ver,s,I} \cdot h + \eta_{ver,s,I} \cdot h \cdot R_{sc,I,rig} \sum \cdot \omega_{rig} \cdot A_{sc,rig} + \\
 & - (0,5h - a'_s + \eta_{s,s,I} \cdot h) \cdot R_{s,I,up} \cdot \sum \omega_{up} \cdot A_{s,up} + \\
 & + (0,5h - a'_s + \eta_{s,s,I} \cdot h) \cdot R_{sc,I,up} \sum \cdot \omega_{up} \cdot A_{sc,up} + \\
 & + (0,5h - a_s - \eta_{s,s,I} \cdot h) \cdot R_{s,I,d} \cdot \sum \omega_d \cdot A_{s,d} \\
 & - (0,5h - a_s - \eta_{s,s,I} \cdot h) \cdot R_{sc,I,d} \sum \cdot \omega_d \cdot A_{sc,d} - \\
 & - K_M K_{pr,M} \cdot R_{sup} - R_{sup} a_{m,S} = 0.
 \end{aligned} \tag{1}$$

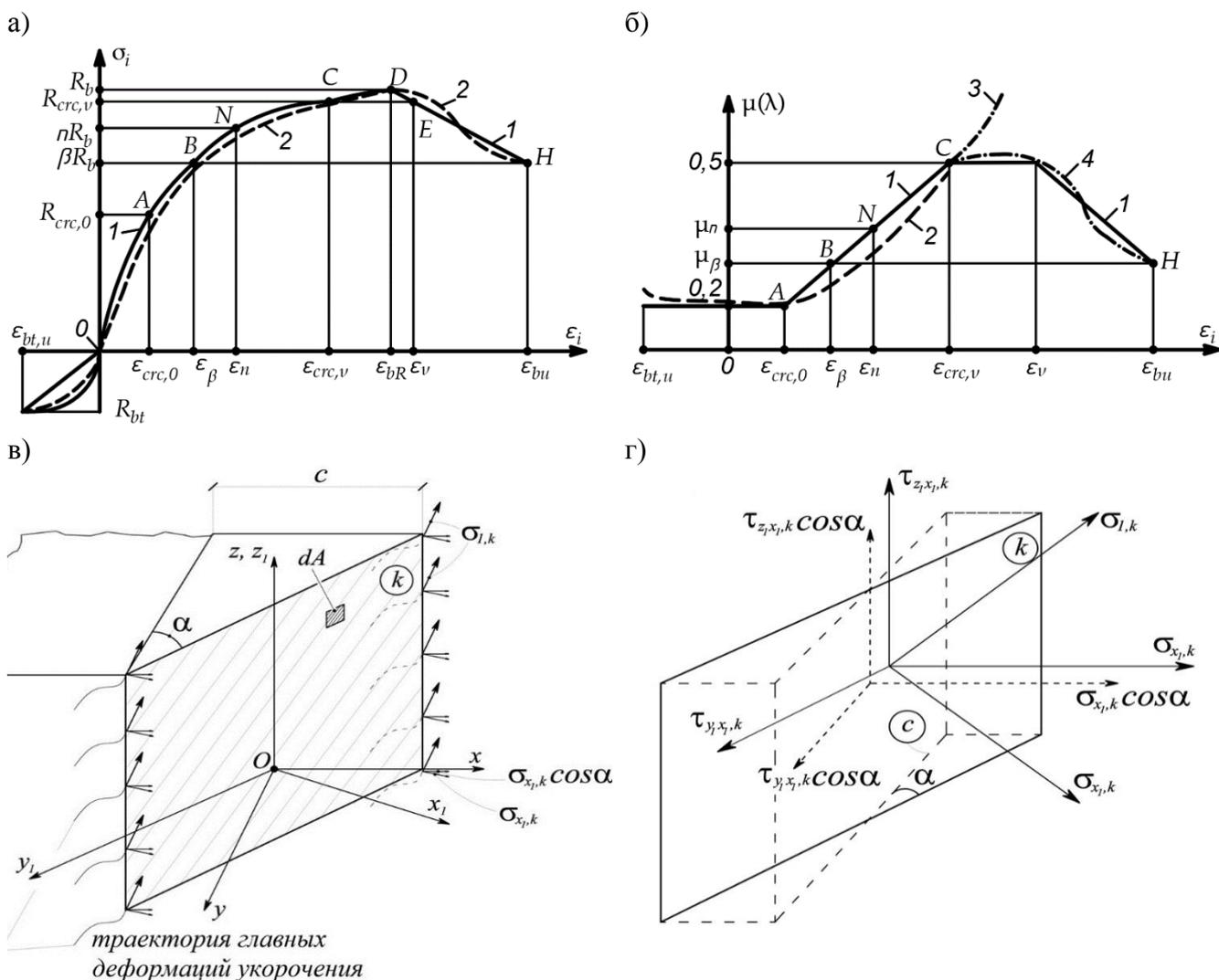


Рисунок 3 - Диаграммы связи «Напряжения – деформации» (а), «Коэффициент поперечных деформаций» (б) для бетона: 1 – расчетные; 2 – построенные по опытным данным; 3 – то же с учетом магистральных трещин между столбами; 4 – то же с замером деформаций лишь в пределах столбов; напряжения в вертикальном сечении и схема пространственного сечения k , проходящем через конец фронта пространственной трещины (в), составляющие напряжений на элементарной площадке сечения k приложенных к блоку со стороны опоры, и внутренних усилий, возникающих в месте проведения сечения (г)

Здесь K_M – числовой коэффициент, учитывающий статическую схему нагружения с позиций дополнительных изгибающих моментов по длине стержня; $K_{pr,M}$ – коэффициент, соотношения (оно известно, – задается) между R_{sup} и M ; $a_{m,s}$ – расстояние по горизонтали от опоры по направлению оси y до центра тяжести рабочей продольной арматуры в сечении $I-I$ (точка O_1); R_{sup} – опорная реакция в первом блоке (рис. 1), – для второй группы предельных состояний этот параметр известен.

Из этого уравнения отыскивается неизвестное R_{sup} .

Из уравнения равновесия проекций всех сил, действующих в сечении $I-I$ на ось x определяется высота сжатой зоны бетона x в этом сечении ($\sum X=0$):

$$\sigma_{bu,x,I} \cdot \omega_{b,I} A_{b,I} [b - \varphi_y \cdot x] - R_{s,I,up} \cdot \sum \omega_{up} \cdot A_{s,up} + R_{sc,I,up} \sum \omega_{up} \cdot A_{sc,up} - \sigma_{s,I,d} \cdot \sum \omega_d \cdot A_{s,d} + R_{sc,I,d} \sum \omega_d \cdot A_{sc,d} = 0. \quad (2)$$

Из уравнения равновесия проекций внутренних и внешних сил, действующих в сечении I-I на ось OZ ($\sum Z = 0$) (нагельные усилия в рабочей арматуре в среднем сечении равны нулю), получим:

$$-\tau_{pl,x} \cdot x \cdot h_0 - \gamma_{Q,t} \tau_{pl,x} \cdot \psi_{R,Q} \cdot h_0 \cdot (b-x) + K_M \cdot R_{sup} = 0 \quad (3)$$

Здесь $\tau_{pl,x}$ – касательное напряжение, определяемое на второй стадии НДС (рис. 4).

Из него определяется

$$\gamma_{Q,t} = \frac{K_M \cdot R_{sup} - \tau_{pl,x} \cdot x \cdot (b-x)}{\tau_{pl,x} \cdot \psi_{R,Q} \cdot h_0 \cdot (b-x)}. \quad (4)$$

При этом, поперечная сила, воспринимаемая бетоном сжатой зоны будет равна:

$$Q_{I,b} = \tau_{pl,x} \cdot x \cdot h_0. \quad (5)$$

В свою очередь, поперечная сила, воспринимаемая бетоном растянутой зоны будет равна:

$$Q_{I,t} = \gamma_{Q,t} \tau_{pl,x} \cdot \psi_{R,Q} \cdot h_0 \cdot (b-x). \quad (6)$$

В качестве неизвестного в систему дифференциальных уравнений зашивается $\gamma_{Q,t}$.

С другой стороны,

$$Q_{I,t} = Q - Q_{I,b}. \quad (7)$$

Последнее равенство может быть использовано для определения параметра $\psi_{R,Q}$, учитывающего наличие смежных пространственных трещин на напряженно-деформированное состояние растянутой зоны среднего сечения I-I:

$$\psi_{R,Q} = \frac{Q - Q_{I,b}}{\gamma_{Q,t} \tau_{pl,x} \cdot h_0 \cdot (b-x)}. \quad (8)$$

Составление последующих уравнений требует некоторых пояснений. Верхняя, нижняя и боковая продольная арматура (при наличии многоярусной), на рис. 1 условно не показаны, чтобы исключить громоздкость изображения. В условиях же равновесия напряжения, возникающие в отмеченной арматуре, учитываются. Исключение составляет лишь уравнение равновесия моментов внутренних и внешних сил, действующих в сечении I-I относительно оси x , перпендикулярной к этому сечению и проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне ($T_{b,I}=0$) (нагельные усилия во всей арматуре в среднем сечении I-I принимаются равными нулю).

В пространственном сечении k для блока 2, отсеченного сложным сечением проходящим, по спиралеобразной пространственной трещине и по ломаному сечению сжатой зоны учитывается вся арматура [12, 19], попадающая в это сечение (рис. 1). При этом в сжатой верхней продольной арматуре, отсекаемой в сечении I-I и III-III нагельный эффект не учитывается, а во всей остальной продольной и поперечной арматуре, составляющие нагельные эффекты, учитываются, – они определяются с привлечением специальной модели второго уровня [1, 2, 13, 15].

Необходимость использования сложного ломанного сечения сжатой зоны бетона обусловлено тем, что ее разрушение происходит (как показали экспериментальные исследова-

ния) в некотором объеме, расположенном не по всей длине между точками A и B (рис. 1), а лишь в некотором объеме, расположенном в средней части. При этом разрушение происходит в средней части не вдоль линии AB , а под углом близким к 45° к верхней грани железобетонной конструкции, что и предопределило направление средней части ломанного сечения, где достигается предельное напряженно-деформированное состояние.

На участках сжатой зоны расположенных по краям ломанного сечения напряженно-деформированного состояния изменяется от сечений I-I и III-III до средней зоны по линейным зависимостям, соответственно. При этом высота сжатой зоны уменьшается с увеличением изгибающего момента (рис. 1). Такая расчетная схема в наибольшей степени соответствует действительному сопротивлению, параметры которого находят экспериментальное подтверждение.

Боковые поверхности ломанного сечения в сжатом бетоне совпадают с плоскостями расположения оси (или «размазанной» плоскости) рабочей продольной арматуры. При этом угловая арматура при пересечении ломаным сечением считается расположенной слева для сечения I-I и справа для сечения III-III. Таким образом, она пересекается плоскостями I-I, III-III, соответственно на концевых участках сложного ломаного сечения (рис. 5).

Распределение крутящих моментов в сжатой и растянутой зоне в среднем сечении I-I приведено на рис. 6. При оценке сопротивления железобетонных конструкций прямоугольного и сложных поперечных сечений (состоящих из набора прямоугольников) используется предложенная авторами методика, которая строится на том, что прямоугольное сечение разбивается на ряд квадратов, которые впоследствии заменяются вписанными в них кругами (рис. 6).

Уравнение для определения касательных напряжений кручения $\tau_{\text{sum},A}$ в соответствующей точ-

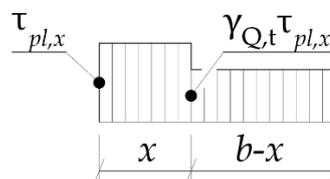


Рисунок 4 - Эпюра касательных напряжений τ_Q в среднем сечении I-I (III-III)

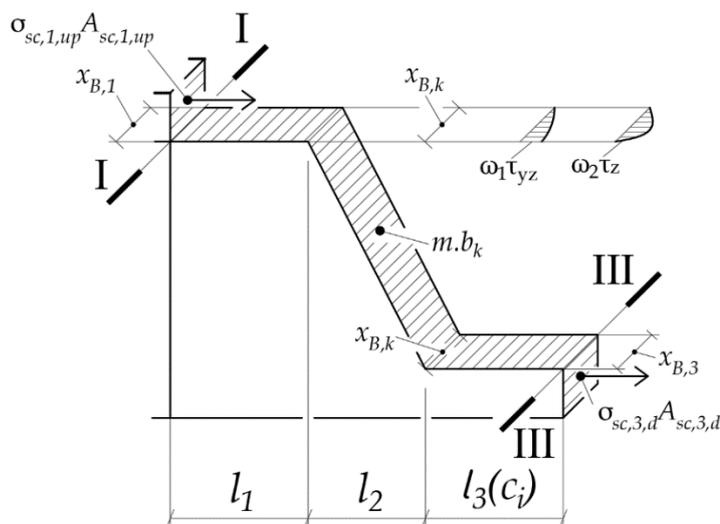


Рисунок 5 - Аппроксимация ломаным сечением сжатой зоны, образованной спиралеобразной пространственной трещиной, а также сечениями I-I и III-III

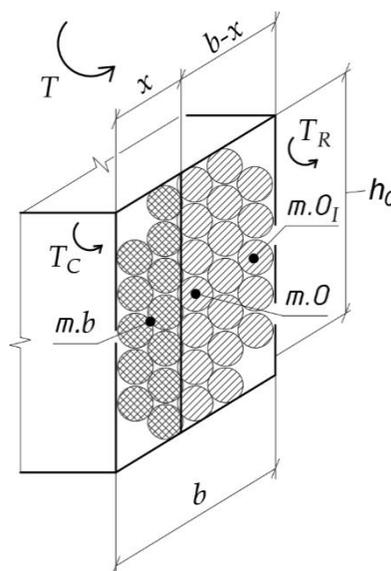


Рисунок 6 - Аппроксимация прямоугольного сечения I-I (III-III) с помощью квадратов и вписанных в них кругов и распределение крутящих моментов в сжатой и растянутой зоне в среднем сечении I-I (III-III)

ке поперечного сечения, расположенной на расстоянии a от опоры, записывается в цилиндрической и декартовой системе координат в соответствии с рис. 6:

$$\begin{aligned} \tau_{\text{sum},A} &= \tau_{t,j,A,\text{cond}} + \tau_{t,i,A,\text{cond}} + \tau_{\text{loc}} + \tau_{\text{conc}} \pm \tau_{\text{conc},\text{loc}} = \frac{M_t}{I_t \cdot \alpha} \cdot r_{j,A} + \frac{M_{t,i}}{I_{t,i} \cdot \alpha} \cdot r_{i,A} + \tau_{\text{loc}} + \tau_{\text{conc}} \pm \tau_{\text{conc},\text{loc}} = \\ &= \frac{M_t}{I_t \cdot \alpha} \cdot \sqrt{y_{j,A}^2 + z_{j,A}^2} + \frac{M_{t,i}}{I_{t,i} \cdot \alpha} \cdot \sqrt{y_{i,A}^2 + z_{i,A}^2} + \tau_{\text{loc}} + \tau_{\text{conc}} \pm \tau_{\text{conc},\text{loc}} \leq \tau_{t,u}, \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $\tau_{t,j,A,\text{cond}}$ и $\tau_{t,i,A,\text{cond}}$ - касательные напряжения в произвольной точке А большого круга, описанного вокруг произвольного поперечного сечения после “конденсации” статико-геометрических характеристик сечения “растворенного” по этому кругу и касательные напряжения в произвольной точке А малого квадрата-круга после “конденсации” соответственно; $r_{j,A}$, $y_{j,A}$, $z_{j,A}$ - расстояния от центра большого круга, описанного вокруг поперечного сечения стержня до произвольной точки А, находящейся в малом j-том круге, в которой определяются значения касательных напряжений кручения τ_t и её координаты в общей системе координат YOZ, соответственно; M_t - крутящий момент, действующий в поперечном сечении стержня; I_t - площадь и полярный момент инерции поперечного сечения стержня, аппроксимированного малыми квадратами - кругами, соответственно; τ_{conc} , $\tau_{\text{conc},\text{loc}}$ - касательные напряжения, обусловленные силовой, геометрической и межсредовой концентрацией деформаций, а также составляющие, вызванные местной концентрацией; $r_{i,A}$, $y_{i,A}$, $z_{i,A}$ - расстояния от центра малого i-того круга до произвольной точки А, находящейся в малом i-том круге, в которой определяются значения касательных напряжений кручения τ_t и её координаты в местной системе координат $Y_iO_iZ_i$, соответственно; $M_{t,i}$ - крутящий момент, приходящийся на i-тый малый круг, на которые разбито поперечное сечение стержня; $I_{t,i}$ - полярный момент инерции i-того малого круга, на которые разбито поперечное сечение стержня (складывается из собственного полярного момента инерции и добавочного, равного $r_j^2 \cdot A_j$); $\tau_{t,u}$ - предельные значения касательных напряжений кручения.

Момент инерции при кручении в общем случае сложного поперечного сечения, равен сумме моментов инерции квадратов, на которые разбивается сечение с их последующей аппроксимацией кругами, вписанными в эти квадраты (при этом одна из накладываемых частей пересекающихся участков при суммировании входит со знаком «минус», а угловые участки, в виду их незначительного влияния на значения касательных напряжений, не учитываются):

$$I_t = I_{t,1} + I_{t,2} + \dots + I_{t,j} = \sum I_{t,j}, \quad (10)$$

Моменты кручения, приходящихся на вписанные круги, соответственно определяются:

$$M_{t,1} = M_t \cdot \frac{A_{t,1}}{A_t}; \quad M_{t,2} = M_t \cdot \frac{A_{t,2}}{A_t}; \quad \dots M_{t,j} = M_t \cdot \frac{A_{t,j}}{A_t}. \quad (11)$$

Здесь $A_{t,i}$ - площадь вписанного в соответствующий квадрат малого круга; A_t - площадь прямоугольного поперечного сечения.

Важно отметить, что все геометрические характеристики рассматриваются относительно геометрического центра сложного сечения.

Применительно к среднему сечению I-I, находящемуся в условиях сложного сопро-

тивления – кручения с изгибом (рис. 6), целесообразно учитывать тот факт, что значительная часть этого сечения подвержена растяжению. Известно [1, 2, 15, 20], что в растянутом бетоне имеют место целый ряд пространственных смежных трещин, оказывающих влияние на напряженно-деформированное состояние среднего сечения I–I. Будем учитывать такое влияние смежных трещин с помощью параметра $\psi_{R,T}$.

Если вдоль продольной оси железобетонной конструкции крутящий момент изменяется, то вводится дополнительная зависимость, – пропорциональное соотношение между крутящими моментами в сечении k и в сечении I–I.

$$\frac{K_T \cdot K_{pr,T} \cdot M_{t,I}}{M_{t,k}} = \frac{a}{c_i - 0,5b \cdot \sin \alpha_0}, \quad M_{t,I} = \frac{a \cdot M_{t,k}}{K_T \cdot K_{pr,T} \cdot (c_i - 0,5b \cdot \sin \alpha_0)}. \quad (12)$$

Здесь K_T – числовой коэффициент, учитывающий статическую схему нагружения с позиций дополнительных крутящих моментов по длине стержня; $K_{pr,T}$ – коэффициент, соотношения (оно известно, – задается) между R_{sup} и T . Здесь a – расстояние по горизонтали от центра опоры до сечения I–I.

Зная, что $\tau_{sum,A}$ из уравнения (9) на третьей стадии равен $\tau_{t,u}$, можно найти крутящий момент, приходящийся на j -ый круг сжатой зоны в сечении I–I по формуле:

$$T_c = M_{t,c} = \frac{\tau_{t,u} \cdot I_{t,j}}{\sqrt{y^2 + z^2}}. \quad (13)$$

Выполняя суммирование всех $M_{t,j}$ для всех j -ых кругов m расположенных в сжатой зоне сечения I–I будем иметь суммарный крутящий момент, воспринимаемый сжатой зоной бетона:

$$M_{t,c} = \sum_{j=1}^m M_{t,j}. \quad (14)$$

В свою очередь, крутящий момент, воспринимаемый бетоном растянутой зоны будет равен:

$$T_R = M_{t,R} = \frac{\tau_{t,u} \cdot \psi_{R,T} \cdot I_{t,j}}{\sqrt{y^2 + z^2}}, \quad (15)$$

где $\psi_{R,T}$ – параметр, учитывающий наличие смежных пространственных трещин на напряженно-деформированное состояние обусловленное кручением растянутой зоны среднего сечения I–I.

С другой стороны, вновь возвращаясь к построению общих разрешающих уравнений (рис. 1), здесь может быть использовано уравнение равновесия моментов внутренних и внешних сил, действующих в сечении I–I относительно оси x , перпендикулярной к этому сечению и проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне ($T_{b,I}=0$):

$$M_{t,R} = M_t - M_{t,c}. \quad (16)$$

Из этого уравнения определяется параметр $\psi_{R,T}$, учитывающий влияние смежных пространственных трещин на напряженно-деформированное состояние обусловленное кручением растянутой зоны среднего сечения I–I:

$$\psi_{R,T} = \frac{(M_t - M_{t,c}) \sqrt{y^2 + z^2}}{\tau_{t,u} \cdot I_{t,j}}. \quad (17)$$

Из гипотезы пропорциональности продольных деформаций, находим:

$$\sigma_{s,I} = \frac{\sigma_{bu,x,I} \cdot E_s(\lambda)}{E_b(\lambda)} \cdot \frac{(b - a_s - x)}{x} + \sigma_0 \leq R_{s,I}. \quad (18)$$

Здесь σ_0 – предварительные напряжения в напрягаемой арматуре в момент снижения величины предварительного напряжения в бетоне до нуля при загрузении конструкции внешними силами с учетом потерь предварительного напряжения в напрягаемой арматуре, соответствующих рассматриваемой стадии работы конструкции. Если условие (18) не выполняется, то $\sigma_{s,I}$ полагаем равным $R_{s,I}$.

Второй припорный блок отделяем от железобетонного элемента пространственным сечением, образуемым спиралеобразной трещиной и вертикальным сечением, проходящим по сжатой зоне бетона через конец фронта пространственной трещины.

Равновесие этого блока обеспечивается выполнением следующих условий.

Сумма моментов всех внутренних и внешних сил, действующих в вертикальной продольной плоскости, по отношению к оси y относительно точки приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне равна нулю ($\sum M_{b,k}=0$, блок II).

$$\begin{aligned} & (0,5h - a_{s,d} + \eta_{ver,b}h) \cdot \sum R_{s,d} \cdot \omega_{s,i,d} \cdot A_{s,i,d} - (0,5h - a_{s,up} - \eta_{ver,b}h) \cdot \sum R_{s,up} \cdot \omega_{s,i,up} \cdot A_{s,i,up} + \\ & + \varphi_{6,up} \cdot \sum R_{s,up} \cdot \omega_{s,i,up} \cdot A_{s,i,up} + \varphi_{6,k} \cdot \sum R_s \cdot \omega_{s,i} \cdot A_{s,i} + \varphi_{6,d} \cdot \sum R_{s,d} \cdot \omega_{s,i,d} \cdot A_{s,i,d} + \\ & + \varphi_{7,up} \cdot \left[\frac{1}{3} \left(b - a_{lev,S} - \frac{0,5x_b}{\sin \alpha} \right) \cos \alpha + 0,5l_2 - \eta_{hor,b} \cdot l_2 \right] \cdot \sum R_{s,up} \cdot \omega_{s,i,up} \cdot A_{s,i,up} + \\ & + \varphi_{7,k} \cdot (\eta_{hor,b} \cdot l_2 - \eta_{s,s} \cdot h) \cdot \sum R_s \cdot \omega_{s,i} \cdot A_{s,i} + \\ & + \varphi_{7,d} \cdot \left[\frac{1}{3} \left(b - a_{lev,S} - \frac{0,5x_b}{\sin \alpha} \right) \cos \alpha + 0,5l_2 + \eta_{hor,b} \cdot l_2 \right] \cdot \sum R_{s,d} \cdot \omega_{s,i,d} \cdot A_{s,i,d} + \\ & + (0,5h - a_{s,d} + \eta_{ver,b}h) \cdot \sum R_{sc,up} \omega_{sc,i,up} A_{sc,i,up} - (0,5h - a_{s,up} - \eta_{ver,b}h) \cdot \sum R_{sc,d} \omega_{sc,i,d} A_{sc,i,d} + \\ & + \sigma_{s,sid,k} \cdot z_{i,up} \cdot \sum \omega_{s,i,sid} A_{s,i,sid} - \sigma_{s,sid,k} \cdot z_{i,d} \cdot \sum \omega_{s,i,sid} A_{s,i,sid} + \\ & + q_{sw,lef} \omega_{sw,i,lef} \cdot f_2(c) \cdot z_{i,up,sw} - q_{sw,lef} \omega_{sw,i,lef} \cdot f_2(c) \cdot z_{i,d,sw} + \\ & - K_M \cdot K_{pr,M} \cdot R_{sup} - R_{sup} \cdot (a_{m,b} + \eta_{hor,b} \cdot l_2) = 0, \quad (19) \end{aligned}$$

где $a_{m,b}$ – расстояние по горизонтали от опоры до центра тяжести сжатой зоны бетона в сечении k ; $\varphi_5, \varphi_{6,up}, \varphi_{6,d}, \varphi_{6,k}, \varphi_{7,up}, \varphi_{7,d}$ – параметры, учитывающие составляющие «нагельного» эффекта в арматуре (на каждом шаге итерации учитываются как константы, а не как функции и определяются на основании модели второго уровня); другие геометрические параметры, приведенные в формуле (19), показаны на рис. 1; $z_{i,up}$ – расстояние от боковой арматуры, которая расположена выше т. b_k ; $z_{i,d}$ – расстояние от боковой арматуры, которая расположена ниже т. b_k ; $z_{i,up,sw}$ – расстояние от центра тяжести (отыскивается через $\omega_{sw,i,lef}$) погонного усилия в хомутах, расположенных на боковой грани, выше т. b_k ; $z_{i,d,sw}$

– расстояние от центра тяжести (отыскивается через $\omega_{sw,i,lef}$) погонного усилия в хомутах, расположенных на боковой грани, ниже т. b_k .

Боковая сжатая арматура в этом уравнении не учитывается в виду малости ее плеч относительно точки b_k (из-за малости параметра x_B);

Из уравнения (19) определяется неизвестное $\sigma_{s,sid,k}$ на боковой левой грани.

Сумма проекций всех сил, действующих в пространственном сечении на ось x равна нулю ($\sum X=0$, блок II).

$$\begin{aligned} & \sum R_{s,up} \cdot \omega_{s,i,up} \cdot A_{s,i,up} + \sigma_{s,sid,k} \cdot \sum \omega_{s,i,sid} A_{s,i,sid} + \sum R_{s,d} \cdot \omega_{s,i,d} \cdot A_{s,i,d} - \\ & - \sum R_{sc,up} \omega_{sc,i,up} A_{sc,i,up} - \sum R_{sc,d} \omega_{sc,i,d} A_{sc,i,d} - \\ & - \sum R_{sc,rig} \cdot \omega_{sc,rig} \cdot A_{sc,rig} - (\varphi_{10} \cdot \sigma_{bu,x,I} \cdot \varphi_1) \cdot \omega_b \cdot x_B \cdot \sqrt{l_2^2 + h^2}, \end{aligned} \quad (20)$$

где ω_b , φ_{10} принимаются на каждой итерации в виде констант.

Из этого уравнения отыскивается неизвестное x_B .

Первый случай на ось блок II ($\sum Y=0$), а для второго случая это будет уравнение ($\sum Y=0$).

$$\begin{aligned} & -q_{sw,\sigma,up} \cdot \frac{(b - a_{up,s} - x_b)}{\sin \alpha_0} \cdot \omega_{up} + q_{sw,\sigma} \cdot \frac{(b - a_{d,s} - x_b)}{\sin \alpha_0} \cdot \omega - \varphi_{8,up} R_s \sum \omega_{up} A_{s,up} + \\ & + \varphi_{8,k,sid} R_{s,sid} \sum \omega_{k,sid} A_{s,sid} + \varphi_{8,d} R_s \sum \omega_d A_{s,d} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

Из уравнения (21) отыскивается неизвестное $q_{sw,\sigma,up}$.

Сумма моментов внутренних и внешних сил в вертикальной поперечной плоскости относительно оси x , проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне равна нулю ($\sum T_{b,k}=0$, блок II):

$$\begin{aligned} & - \frac{\tau_{t,u} \cdot I_{t,j}}{\sqrt{y^2 + z^2}} \cdot \sin \alpha_0 - \frac{\tau_{t,u} \cdot \Psi_{R,T} \cdot I_{t,j}}{\sqrt{y^2 + z^2}} \cdot \sin \alpha_0 + \\ & + \varphi_{7,up} R_s \sum \omega_{up} A_{s,up} \cdot (b - a_{s,up} - 0,5 \cdot x) + \varphi_{7,d} R_s \sum \omega_d A_{s,d} \cdot (b - a_{s,d} - 0,5 \cdot x) + \\ & + \varphi_{7,k} R_s \sum \omega \cdot A_s \cdot (b - a_{s,lef} - 0,5 \cdot x) + \\ & + \varphi_{8,up} R_s \sum \omega_{up} A_s \cdot (0,5h - a_{s,up} - \eta_{ver,b}h) + \varphi_{8,k} R_s \sum \omega \cdot A_s \cdot \eta_{ver,b}h + \\ & + \varphi_{8,d} R_s \sum \omega_d A_s \cdot (0,5h - a_{s,up} + \eta_{ver,b}h) + \\ & + q_{sw,\sigma,up} (0,5h_0 - a_{s,up} - \eta_{ver,b}h) + q_{sw,\sigma} (0,5h_0 - a_{up,s} + \eta_{ver,b}h) + \\ & + q_{sw,lef} \cdot h \cdot \cos \alpha \cdot (b - a_{lev,s} - 0,5x_B) - K_T \cdot K_{pr,T} \cdot R_{sup} - R_{sup} (0,5b - 0,5x_B) = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

где K_T – числовой коэффициент, учитывающий статическую схему нагружения с позиций дополнительных крутящих моментов по длине стержня; $K_{pr,T}$ – коэффициент, соотношения (оно известно, – задается) между R_{sup} и T .

Из уравнения (22) отыскивается неизвестное $q_{sw,\sigma,up}$.

Выводы

1. В работе предложена расчетная модель сложного сопротивления железобетонных конструкций в зданиях и сооружениях при кручении с изгибом. В состав модели входят опорный блок (образуемый пространственной трещиной и замыкаемой на нее сжатой зоной бетона, – пространственное сечение k) и второй блок, образуемый вертикальным сечением I–I, проходящим перпендикулярно к продольной оси железобетонного элемента по краю сжатой зоны, замыкающей пространственную спиралеобразную трещину.

2. В рассмотрении взят случай, когда из трех внешних воздействий при кручении с изгибом (Q, M, T) наибольшее влияние на напряженно-деформированное состояние конструкций оказывает действие крутящего момента T (случай 2). В предложенной модели при рассмотрении нормального сечения I–I (III–III) и пространственного сечения k учитываются: предельная опорная реакция R_{sup} , высота сжатой зоны бетона в нормальном сечении $x_{B,I}$, коэффициент для определения поперечной силы $\gamma_{Q,t}$, напряжение продольной арматуры в нормальном сечении $\sigma_{s,I}$, напряжение боковой арматуры в пространственном сечении $\sigma_{s,sid,k}$, высота сжатой зоны пространственного сечения $x_{B,k}$, погонное усилие в поперечной арматуре, расположенной у боковых, верхней и нижней граней $q_{sw,\sigma,up}, q_{sw,\sigma}, q_{sw,lef}$ нормальные напряжения в бетоне $\sigma_{bu,x,I}$, составляющие осевых напряжений в рабочей арматуре, пересекемой пространственной трещиной $\sigma_{s,up}, \sigma_{sc,up}, \sigma_{s,d}, \sigma_{sc,d}$, касательные усилия в бетоне $\omega_1\tau_{yz}, \omega_2\tau_z$; составляющие нагельных усилий в рабочей арматуре, пересекемой пространственной трещиной k , а также длины проекций частей пространственной трещины на горизонтальную ось $l_1, l_2, l_3(c_i)$.

3. При оценке сопротивления железобетонных конструкций прямоугольного и сложных поперечных сечений (состоящих из набора прямоугольников) используется предложенная авторами методика, которая строится на том, что прямоугольное сечение разбивается на ряд квадратов, которые впоследствии заменяются вписанными в них кругами.

4. Составлены разрешающие уравнения для предложенной модели, образующие замкнутую систему и записана функция Лагранжа их объединяющая. Используя частные производные построенной функции по всем входящим в нее переменным и приравнивая их нулю, составлена дополнительная система уравнений, из которой после соответствующих алгебраических преобразований, получена зависимость, позволяющая отыскивать проекцию опасной пространственной трещины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольшев А. Б., Колчунов В. И., Сопротивление железобетона. Киев: Основа, 2009. 432 с.
2. Бондаренко В. М., Колчунов В. И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: АСВ, 2004. 472 с.
3. Jariwala V. H., Patel P. V., Purohit S. P. Strengthening of RC Beams subjected to Combined Torsion and Bending with GFRP Composites // Procedia Engineering. 2013. Vol. 51. Pp. 282–289.
4. Thomas A., Hameed A. S. An Experimental Study On Combined Flexural And Torsional Behaviour Of RC Beams // International Research Journal of Engineering and Technology. 2017. Vol. 04. Issue 05. Pp. 1367–1370.
5. Rahal K. Combined Torsion and Bending in Reinforced and Prestressed Concrete beams Using Simplified Method for Combined Stress-Resultants // ACI Structural Journal. 2007. Vol. 104. №4. Pp. 402–411.
6. Колчунов В. И., Сальников А. С. Экспериментальные исследования трещинообразования железобетонных конструкций при кручении с изгибом // Строительство и реконструкция. 2016. №3 (65). С. 24–32.
7. Демьянов А. И., Сальников А. С., Колчунов В. И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом и анализ их результатов // Строительство и реконструкция. 2017. №4 (72). С. 17–26.
8. Демьянов А.И., Покусаев А.А., Колчунов В. И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом // Строительство и реконструкция. 2017. №5 (73). С. 5–14.

9. Демьянов А. И., Колчунов В. И., Покусаев А. А. Экспериментальные исследования деформирования железобетонных конструкций при кручении с изгибом // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2017. №6. С. 37–44.
10. Santhakumar R., Dhanaraj R., Chandrasekaran E. Behaviour of retrofitted reinforced concrete beams under combined bending and torsion: A numerical study // *Electronic Journal of Structural Engineering*. 2007. № 7. Pp. 1–7.
11. Kalkan I., Kartal S. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling // *International Journal of Civil and Environmental Engineering*. 2017. Vol. 11. №7. Pp. 969–972.
12. Salnikov A., Kolchunov V.I., Yakovenko I. The computational model of spatial formation of cracks in reinforced concrete constructions in torsion with bending // *Applied Mechanics and Materials*. 2015. Vols. 725-726 (2015). Pp. 784–789.
13. Iakovenko I., Kolchunov V.I. The development of fracture mechanics hypotheses applicable to the calculation of reinforced concrete structures for the second group of limit states // *Journal of Applied Engineering Science*. 2017. Vol. 15(2017)3. Article 455. Pp. 366–375. doi:10.5937/jaes15-14662
14. Демьянов А. И., Колчунов В. И., Яковенко А. Разработка универсального короткого двухконсольного элемента к сопротивлению железобетонных конструкций при кручении с изгибом // *Известия ВУЗов. Технология текстильной промышленности*. 2017. №4 (367). С. 258–263.
15. Iakovenko I., Kolchunov V., Lymar I. Rigidity of reinforced concrete structures in the presence of different cracks // *MATEC Web of Conferences*. 6th International Scientific Conference «Reliability and Durability of Railway Transport Engineering Structures and Buildings». Transbud-2017. Kharkiv, Ukraine, April 19–21. 2017. Vol. 0216. 12 p.
16. Pettersen J. S. Non-Linear Finite Element Analyses of Reinforced Concrete with Large Scale Elements: Including a Case Study of a Structural Wall // *Norwegian University of Science and Technology*. 2014. 85 p.
17. Nahvi H., Jabbari M. Crack detection in beams using experimental modal data and finite element model // *International Journal of Mechanical Sciences*. 2005. Vol. 47. Pp.1477–1497.
18. Demyanov A., Kolchunov V.I. The dynamic loading in longitudinal and transverse reinforcement at instant emergence of the spatial crack in reinforced concrete element under the action of a torsion with bending // *Journal of Applied Engineering Science*. Vol. 15(2017)3. Article 456. Pp. 375–380. doi:10.5937/jaes15-14663
19. Демьянов А. И., Колчунов В. И., Сальников А. С., Михайлов М. М. Расчетные модели статико-динамического деформирования железобетонной конструкции при кручении с изгибом в момент образования пространственной трещины // *Строительство и реконструкция*. 2017. №3 (71). С. 13–22.
20. Колчунов В. И., Демьянов А. И., Яковенко И. А., Гарба М. О. Проблема приведения в соответствие опытных данных трещиностойкости железобетонных конструкций их теоретическим значениям // *Наука та будівництво*. 2018. №1 (15). С. 42-49.

REFERENCES

1. Golyshev A. B., Kolchunov V. I. *Soprotivleniye zhelezobetona* [The resistance of reinforced concrete], Kiev: Basis, 2009. 432 p. (rus)
2. Bondarenko V. M., Kolchunov V. I. *Raschetnyye modeli silovogo soprotivleniya zhelezobetona* [The computational model of a power resistance of reinforced concrete]. Moscow: ASV, 2004. 472 p. (rus)
3. Jariwalaa V. H., Patel P. V., Purohit S. P. Strengthening of RC Beams subjected to Combined Torsion and Bending with GFRP Composites. *Procedia Engineering*. 2013. Vol. 51. Pp. 282–289.
4. Thomas A., Hameed A. S. An Experimental Study On Combined Flexural And Torsional Behaviour Of RC Beams. *International Research Journal of Engineering and Technology*. 2017. Vol. 04. Issue 05. Pp. 1367–1370.
5. Rahal K. Combined Torsion and Bending in Reinforced and Prestressed Concrete beams Using Simplified Method for Combined Stress-Resultants. *ACI Structural Journal*. 2007. Vol. 104. No. 4. Pp. 402–411.
6. Kolchunov V.I., Salnikov A.S., *Eksperimentalnyye issledovaniya treshchinoobrazovaniya zhelezobetonnnyye konstruksiy pri kruchenii s izgibom* [Experimental studies of crack formation of reinforced concrete structures under action torsion with bending]. *Building and Reconstruction*. 2016. No. 65 (3). Pp. 24–32. (rus)
7. Demyanov A. I., Salnikov A. S., Kolchunov V. I. *Eksperimentalnyye issledovaniya zhelezobetonnnykh konstruksiy pri kruchenii s izgibom i analiz ikh rezultatov* [The experimental investigations of reinforced concrete constructions under the action torsion with bending and analysis of their results]. *Building and Reconstruction*. 2017. No. 72 (4). Pp. 17–26. (rus)
8. Demyanov A. I., Pokusaev A. A., Kolchunov V. I. *Eksperimentalnyye issledovaniya deformirovaniya zhelezobetonnnykh konstruksiy pri kruchenii s izgibom* [The experimental investigations of deformation reinforced concrete structures under the action torsion with bending]. *Building and Reconstruction*. 2017. No. 73 (5). Pp. 5–14. (rus)
9. Demyanov A. I., Kolchunov V. I., Pokusaev A. A. *Eksperimentalnyye issledovaniya deformirovaniya zhelezobetonnnykh konstruksiy pri kruchenii s izgibom* [The experimental investigations of deformation reinforced concrete structures under the action torsion with bending]. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2017. No. 6. Pp. 37–44. (rus)
10. Santhakumar R., Dhanaraj R., Chandrasekaran E. Behaviour of retrofitted reinforced concrete beams under combined bending and torsion: A numerical study. *Electronic Journal of Structural Engineering*. 2007. No. 7. Pp. 1–7.
11. Kalkan I., Kartal S. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. *International Journal of Civil and Environmental Engineering*. 2017. Vol. 11. No. 7. Pp. 969–972.

12. Salnikov A., Kolchunov V.I., Yakovenko I. The computational model of spatial formation of cracks in reinforced concrete constructions in torsion with bending, *Applied Mechanics and Materials*. 2015. Vols. 725-726 (2015) Pp. 784–789.
13. Iakovenko I., Kolchunov V.I. The development of fracture mechanics hypotheses applicable to the calculation of reinforced concrete structures for the second group of limit states. *Journal of Applied Engineering Science*. 2017. Vol. 15(2017)3. Article 455. Pp. 366–375. doi:10.5937/jaes15-14662
14. Demyanov A. I., Kolchunov V.I., Yakovenko I.A. Razrabotka universalnogo korotkogo dvukhkonsolnogo elementa k soprotivleniyu zhelezobetonnykh konstruksiy pri kruchenii s izgibom [The development of universal short double-cantilever element, for resistance of reinforced concrete structures under the action torsion with bending]. *The News of Higher Educational Institutions Technology of Textile Industry*. 2017. No. 367(4). Pp. 258–263. (rus)
15. Iakovenko I., Kolchunov V., Lyamar I. Rigidity of reinforced concrete structures in the presence of different cracks. *MATEC Web of Conferences*. 6th International Scientific Conference «Reliability and Durability of Railway Transport Engineering Structures and Buildings». Transbud-2017. Kharkiv, Ukraine, April 19–21. 2017. Vol. 0216. 12 p.
16. Pettersen J. S. Non-Linear Finite Element Analyses of Reinforced Concrete with Large Scale Elements: Including a Case Study of a Structural Wall. *Norwegian University of Science and Technology*. 2014. 85 p.
17. Nahvi H., Jabbari M. Crack detection in beams using experimental modal data and finite element model. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2005. Vol. 47. Pp.1477–1497.
18. Demyanov A., Kolchunov V.I. The dynamic loading in longitudinal and transverse reinforcement at instant emergence of the spatial crack in reinforced concrete element under the action of a torsion with bending. *Journal of Applied Engineering Science*. 2017. Vol. 15(2017)3. Article 456. Pp. 375–380. doi:10.5937/jaes15-14663
19. Demyanov A. I., Kolchunov V.I., Salnikov A.I., Mikhaylov M.M. Raschetnyye modeli statiko-dinamicheskogo deformirovaniya zhelezobetonnoy konstruksii pri kruchenii s izgibom v moment obrazovaniya prostanstvennoy treshchiny [Calculation models of static-dynamic deformation of reinforced concrete structure under torsion with a bend at the moment of formation of a spatial crack]. *Building and Reconstruction*. 2017. No. 72(4). Pp. 17–26.
20. Kolchunov V.I., Demyanov A.I., Yakovenko I.A., Garba M.O. Problema privedeniya v sootvetstvie opytnykh dannykh treshchinostoykosti zhelezobetonnykh konstruksiy ikh teoreticheskim znacheniyam [Bringing the experimental data of reinforced concrete structures crack resistance in correspondence with their theoretical values]. *Science and construction*. 2018. No. 15(1). Pp. 42-49. (rus)

Информация об авторах:

Демьянов Алексей Иванович

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск
канд. техн. наук, доц.
E-mail: speccompany@gmail.com

Наумов Николай Валерьевич

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск
Аспирант
E-mail: kolua199200@yandex.ru

Колчунов Владимир Иванович

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск
Доктор технических наук, профессор, профессор кафедры уникальные здания и сооружения
E-mail: vlik52@mail.ru

Information about authors:

Demyanov Aleksey I.

South-West State University, Kursk, Russia,
Candidate in Tech. Sc., Docent, Ass. Professor
E-mail: speccompany@gmail.com

Naumov Nikolay V.

South-Western State University, Kursk
Postgraduate student
E-mail: kolua199200@yandex.ru

Kolchunov Vladimir I.

South-Western State University, Kursk
Doctor of technical Sciences, Professor, Professor, Department of unique building and structures
E-mail: vlik52@mail.ru