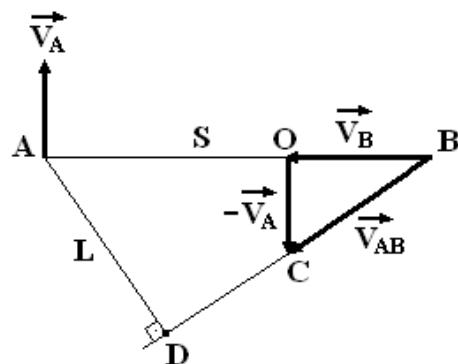


10 класс

Задача 10.1. Автобусы A и B начинают движение одновременно со скоростями соответственно V_A и V_B во взаимно перпендикулярных направлениях. Расстояние между ними в начале движения равно S . Найти минимальное расстояние между ними L .

Решение

Рассмотрим движение точки B в системе отсчета A .



$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}. \quad (1)$$

Откуда:

$$\vec{V}_{BA} = \vec{V}_B - \vec{V}_A.$$

Из подобия треугольников ADB и OBC следует:

$$\frac{S}{V_{BA}} = \frac{V_A}{L}, \quad (2)$$

где $V_{BA} = \sqrt{V_A^2 + V_B^2}$.

Тогда:

$$L = \frac{V_A}{V_{BA}} \cdot S = \frac{V_A}{\sqrt{V_A^2 + V_B^2}} \cdot S. \quad (3)$$

Ответ: $L = \frac{V_A}{\sqrt{V_A^2 + V_B^2}} \cdot S.$

Задача 10.2. Цилиндр с газом общей массой m , высотой h и площадью основания S плавает в воде. В нижней части цилиндр потерял герметичность, и его глубина погружения увеличилась на четверть от h . Определите первоначальное давление газа в цилиндре p_1 . Считать: газ не выходил из цилиндра, изменением температуры пренебречь, атмосферное давление p_0 , цилиндр тонкостенный.

Решение

Согласно закону Архимеда, в первоначальном состоянии:

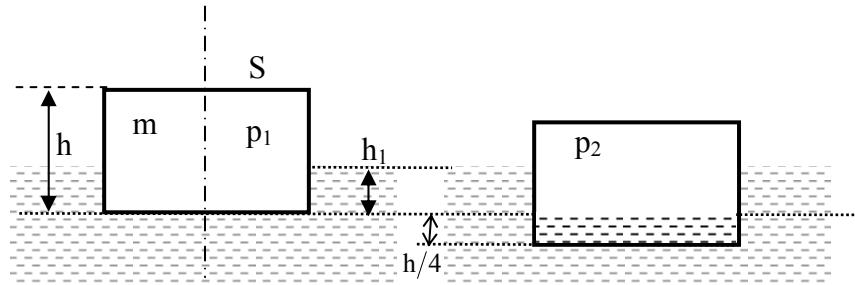
$$mg = h_1 \rho S g,$$

где ρ – плотность воды.

Откуда первоначальная глубина погружения:

$$h_1 = \frac{m}{\rho S}. \quad (1)$$

После просачивания воды и опускания цилиндра на $h/4$, с учётом тонкостенности цилиндра, получим, что увеличение силы Архимеда равно силе тяжести зашёдшей воды. То есть, вода в цилиндре будет иметь высоту тоже $h/4$.



Это видно из условия равновесия для конечного состояния:

$$mg + \frac{h \rho S g}{4} = \left(h_1 + \frac{h}{4} \right) \rho S g.$$

После упрощения получаем опять $mg = h_1 \rho S g$.

Так как по условию $T = \text{const}$, по закону Бойля-Мариотта:

$$p_1 S h = p_2 S \left(h - \frac{h}{4} \right),$$

откуда

$$p_1 = \frac{3}{4} p_2. \quad (2)$$

Давление p_2 найдем из равенства давлений на уровне поверхности зашёдшей в цилиндр воды (и равенства (1)):

$$p_2 = \rho g h_1 + p_0 = \frac{mg}{S} + p_0. \quad (3)$$

Окончательно из (2) и (3), получим: $p_1 = \frac{3}{4} \left(\frac{mg}{S} + p_0 \right)$.

Ответ: $p_1 = \frac{3}{4} \left(\frac{mg}{S} + p_0 \right)$.

Задача 10.3. Смелый человек (кажется, он называется джампером) массой m_1 , к ногам которого привязан резиновый жгут (банджи), прыгает вниз с высокого моста. Максимальная длина жгута при этом становится равной l_1 . Другой человек массой m_2 , действуя аналогично, растягивает жгут на длину l_2 . Чему равна жесткость k жгута?

Решение

Воспользуемся законом сохранения энергии:

$$mgl = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2,$$

где l_0 – длина нерастянутого жгута.

Отсюда:

$$l - l_0 = \sqrt{\frac{2mgl}{k}}.$$

Записывая два таких соотношения для двух случаев и вычитая их друг из друга, получим:

$$l_1 - l_2 = \sqrt{\frac{2m_1gl_1}{k}} - \sqrt{\frac{2m_2gl_2}{k}},$$

и окончательно:

$$k = 2g \left(\frac{\sqrt{m_1l_1} - \sqrt{m_2l_2}}{l_1 - l_2} \right)^2.$$

Ответ: $k = 2g \left(\frac{\sqrt{m_1l_1} - \sqrt{m_2l_2}}{l_1 - l_2} \right)^2$.

Задача 10.4. Автомашина движется с постоянным ускорением $a = 0,62 \text{ м/с}^2$ по горизонтальной поверхности, описывая окружность радиуса $R = 40 \text{ м}$. Коэффициент трения скольжения между колесами машины и поверхностью $k = 0,20$. Какой путь пройдет машина без скольжения, если в начальный момент ее скорость равна нулю?

Решение:

При ускоренном движении автомашины по окружности сила трения колес о дорогу обеспечивает как тангенциальную составляющую ускорения, так и нормальную. Причем, пока колеса автомашины не проскальзывают, это сила трения покоя, а её максимальное значение на горизонтальной дороге

$$F_{Tp} = kmg$$

определяет предельную скорость, с которой автомобиль может двигаться без скольжения

$$\vec{F}_{Tp} = m\vec{a} = m(\vec{a}_\tau + \vec{a}_n)$$

$$kmg = m\sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = m\sqrt{a_\tau^2 + \left(\frac{V^2}{R}\right)^2} = m\sqrt{a_\tau^2 + \frac{V^4}{R^2}}$$

$$V_{max} = \left(R^2 \left((kg)^2 - a_\tau^2\right)\right)^{1/4}.$$

Время, за которое машина приобретет эту скорость, равно

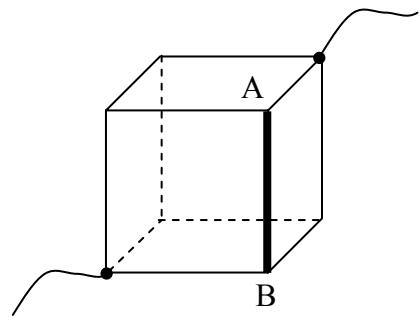
$$t = \frac{V_{max}}{a_\tau},$$

а путь, пройденный автомобилем к этому моменту времени:

$$S = \frac{a_\tau t^2}{2} = \frac{V_{max}^2}{2a_\tau} = \frac{\left(R^2 \left((kg)^2 - a_\tau^2\right)\right)^{1/2}}{2a_\tau} = \frac{R}{2} \sqrt{\left(\frac{kg}{a_\tau}\right)^2 - 1} = 60 \text{ м.}$$

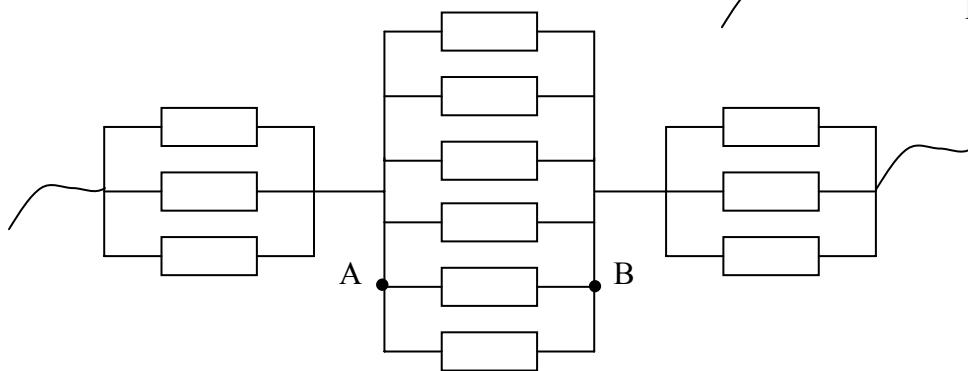
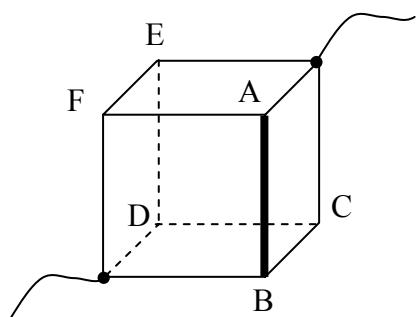
Ответ: $S = 60 \text{ м.}$

Задача 10.5. Из однородной проволоки спаяли куб. К двум противоположным вершинам большой диагонали данного куба подключили источник постоянного тока с ЭДС **42 В** и нулевым внутренним сопротивлением. Сопротивление куба между этими вершинами оказалось равным **$R = 7 \text{ Ом}$** . Вычислите силу электрического тока через ребро **AB** куба.



Решение:

Вершины **B, F, D** имеют одинаковый потенциал, поэтому их можно объединить в один узел. Аналогично – вершины **A, E, C**. Поэтому куб при таком включении можно заменить эквивалентной схемой:



Общий ток равен:

$$J = \frac{\mathcal{E}}{r + R} = \frac{\mathcal{E}}{R} = 6A.$$

Поскольку все сопротивления равны, то после первого разветвления токи одинаковы и равны по 2 A , после второго – по 1 A .

Следовательно, $J_{AB} = 1 \text{ A}$.

Ответ: 1 A.