

## 8 класс

**8.1** Поставьте знаки модуля так, чтобы равенство стало верным:

$$1 - 2 - 4 - 8 - 16 = 19.$$

**Ответ:**  $||1 - 2| - |4 - 8| - 16| = 19$  или  $||1 - 2 - 4| - 8 - 16| = 19$  или  $||1 - 2| - |4 - 8 - 16|| = 19$ .

**8.2** Найдите значения  $a$  и  $b$ , при которых равенство

$$\frac{5 + 31}{(x - 5)(x + 2)} = \frac{a}{x - 5} + \frac{b}{x + 2}$$

выполняется при всех допустимых значениях переменной  $x$ .

Решение:

Приводя в правой части равенства дроби к общему знаменателю и учитывая, что знаменатели у дробей в левой и правой частях равны, получим:

$$36 = ax + 2a + bx - 5x;$$

$$36 = (a + b)x + (2a - 5b).$$

Откуда имеем:  $\begin{cases} a + b = 0, \\ 2a - 5b = 36. \end{cases}$

Решая полученную систему, получаем:

$$\begin{cases} a = -b, \\ -2b - 5b = 36, \end{cases} \quad -7b = 36, \quad b = -\frac{36}{7}, \quad a = \frac{36}{7}$$

**Ответ:** при  $a = \frac{36}{7}$ ,  $b = -\frac{36}{7}$ .

**8.3** Решите уравнение:

$$x^3 - x^2 - x = \frac{1}{3}.$$

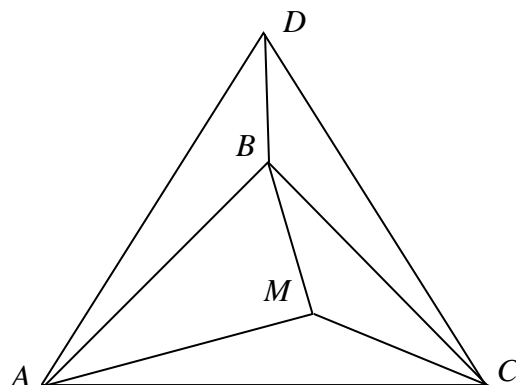
Решение:

$$\begin{aligned} 3x^3 - 3x^2 - 3x &= 1 \\ 4x^3 - x^3 &= 3x^2 + 3x + 1 \\ 4x^3 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ 4x^3 &= (x + 1)^3 \\ \sqrt[3]{4}x &= x + 1 \\ x &= \frac{1}{\sqrt[3]{4} - 1} \end{aligned}$$

**Ответ:**  $x = \frac{1}{\sqrt[3]{4} - 1}$ .

**8.4** Внутри треугольника  $ABC$  отмечена точка  $M$  так, что  $\angle MAC = 10^\circ$ ,  $\angle MCA = 30^\circ$ . Найдите величину угла  $AMB$ , если  $\angle ABC = 80^\circ$ ,  $AB = BC$ .

Решение:



Рассмотрим равносторонний  $\triangle ADC$ , где точки  $B$  и  $D$  лежат по одну сторону от прямой  $AC$ .

$\angle ADB = \frac{1}{2}\angle ADC = 30^\circ$  (точки  $B$  и  $D$  лежат на серединном перпендикуляре к отрезку  $AC$ ).

$$\angle DAB = \angle DAC - \angle BAC = 60^\circ - 50^\circ = 10^\circ.$$

Получаем, что  $\triangle ADB = \triangle ACM$  ( $AD = AC$ ,  $\angle ADB = \angle ACM$ ,  $\angle DAB = \angle CAM$ ), поэтому

$$AB = AM \Rightarrow \angle AMB = \angle ABM = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle MAB) = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ.$$

**Ответ:**  $70^\circ$ .

**8.5** Около дома посажены липы и березы, причем общее их количество более 14. если увеличить вдвое количество лип, а количество берез на 18, то берез станет больше. Если увеличить вдвое количество берез, не меняя количество лип, то лип все равно будет больше. Сколько лип и сколько берез было посажено?

Решение:

Пусть  $x$  – число берез,  $y$  – число лип.

По условию задачи можно составить систему неравенств.

$$\begin{cases} x + y > 14, \\ 2y < x + 18, \\ 2x < y. \end{cases}$$

Складывая второе и третье неравенства, получим  $x + y < 18$ .

Учитывая первое неравенство, получим три случая:

$$x + y = 15, \quad x + y = 16, \quad x + y = 17.$$

Рассмотрим их:

$$1) \quad x + y = 15, \quad y = 15 - x.$$

Так как  $x$  — натуральное число, то этот случай не имеет места.

$$2) \quad x + y = 16, \quad y = 16 - x.$$

$$\begin{cases} 2(16 - x) < x + 18, \\ 2x < 16 - x. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{14}{3}, \\ x < \frac{16}{3}. \end{cases} \Rightarrow 4\frac{2}{3} < x < 5\frac{1}{3}.$$

Учитывая, что  $x$  — натуральное число, получаем:  $x = 5, y = 16 - 5 = 11$ .

$$3) \quad x + y = 17, \quad y = 17 - x.$$

$$\begin{cases} 2(17 - x) < x + 18, \\ 2x < 17 - x. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{16}{3}, \\ x < \frac{17}{3}. \end{cases} \Rightarrow 5\frac{1}{3} < x < 5\frac{2}{3}.$$

Так как  $x$  — натуральное число, то этот случай не имеет места.

**Ответ:** 11 лип, 5 берез.