

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
"ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ - УЧЕБНО-  
НАУЧНО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ КОМПЛЕКС"  
ФАКУЛЬТЕТ НОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И  
АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА

Кафедра: «Инженерная графика и САПР»

**Т.А.Татаренкова, М.В.Борзова**

**НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ.  
ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

Методические указания  
по выполнению расчетно-графической работы  
модуля №2 «Проекция поверхностей и основные задачи, решаемые  
для поверхностей»

Дисциплина – «Начертательная геометрия»

«Инженерная и компьютерная графика»

Направления: 230400.62 Информационные системы и технологии  
230700.62 Прикладная информатика  
231000.62 Программная инженерия  
201000.62 Биотехнические системы и технологии  
210400.62 Радиотехника  
210700.62 Инфокоммуникационные технологии и  
системы связи  
211100.62 Конструирование и технология  
электронных средств

Орел 2011

**Авторы:** старший преподаватель кафедры

«Инженерная графика и САПР»

Т.А.Татаренкова

старший преподаватель кафедры

«Инженерная графика и САПР»

М.В.Борзова

**Рецензент:** кандидат технических наук, доцент кафедры

«Инженерная графика и САПР»

Н.Г. Калашникова

В методических указаниях изложены содержание расчетно-графической работы модуля №2 «Проекции поверхностей и основные задачи, решаемые для поверхностей» дисциплин «Начертательная геометрия», «Инженерная и компьютерная графика», требования по ее оформлению и защите. Рассмотрено решение типовых задач, приведены примеры оформления работы. Предложен список дополнительной литературы. В приложении даны варианты индивидуальных заданий.

Методические указания предназначены для технических направлений подготовки бакалавров очной формы обучения.

Редактор Л.Н.Михеева

Технический редактор Д.Л. Козырев

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Государственный университет – учебно-научно-  
производственный комплекс»  
Лицензия ИД № 00670 от 05.01.2000 г.

Подписано к печати                      Формат 60x84 1/16.

Усл. печ. л.                      . Тираж                      экз.

Заказ № \_\_\_\_\_

Отпечатано с готового оригинал-макета

© ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК», 2011 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

1	Цель и задачи работы	4
2	Содержание работы	4
3	Порядок выполнения работы	4
4	Указания по оформлению работы	4
5	Защита расчетно-графической работы	5
6	Примеры решения типовых задач	5
	Литература	12
	Приложение А. Варианты заданий	13
	Приложение Б. Пример оформления контрольной работы	19

## **1 ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ РАБОТЫ**

Цель данной работы: закрепление знаний, полученных в лекционном материале, путем решения задач на построение линии взаимного пересечения поверхностей.

Для выполнения работы необходимо знать: способы задания поверхностей на комплексном чертеже; термины и понятия характерные для многогранников и поверхностей вращения; определение положения точки и линии на поверхности; способы построения сечений поверхностей плоскостью; построение линии пересечения поверхностей методом вспомогательных секущих плоскостей и методом сфер; частные случаи пересечения поверхностей (теорема Монжа).

## **2 СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Расчетно-графическая работа содержит две задачи, в которых требуется построить линию пересечения заданных поверхностей. Для решения одной задачи используется метод вспомогательных секущих плоскостей (задача 1), а другой – метод сфер (задача 2).

## **3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ**

1. Выбрать в приложении А индивидуальное задание по варианту. Вариант задания выдается преподавателем на практических занятиях. Задания выбирают.

2. Провести анализ условия задачи, ознакомиться с методами решения аналогичных задач, определить алгоритм решения.

3. Выполнить задание в черновике и согласовать его с преподавателем, ведущим занятия.

4. Оформить построения на чертежной бумаге с применением чертежных инструментов.

5. Защитить работу у преподавателя.

## **4 УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ РАБОТЫ**

Расчетно-графическая работа выполняется на листе чертежной бумаги формата А3(297×420). При выполнении работы на чертеже в масштабе 1:1 выполняется построение заданных поверхностей (размеры на чертеже не наносят).

Работу выполняют простым карандашом (можно применять различные цвета линий), конечный результат построения выделяется контрастным цветом. Проекции фигур и полученный результат вы-

полняются сплошной толстой основной линией толщиной от 0,8 до 1,0 мм, линии невидимого контура – штриховой тонкой линией толщиной 0,3 мм, линии связи, оси проекций, линии построений выполняются сплошной тонкой линией толщиной 0,3 мм. Все необходимые для решения линии построения и точки следует обозначать буквами или цифрами с соответствующими индексами. Надписи и обозначения выполняются чертежным шрифтом размером 5 мм.

В правом нижнем углу чертежа помещается основная надпись, вид которой представлен на рисунке 1.

Пример оформления расчетно-графической работы приведен в приложении Б.

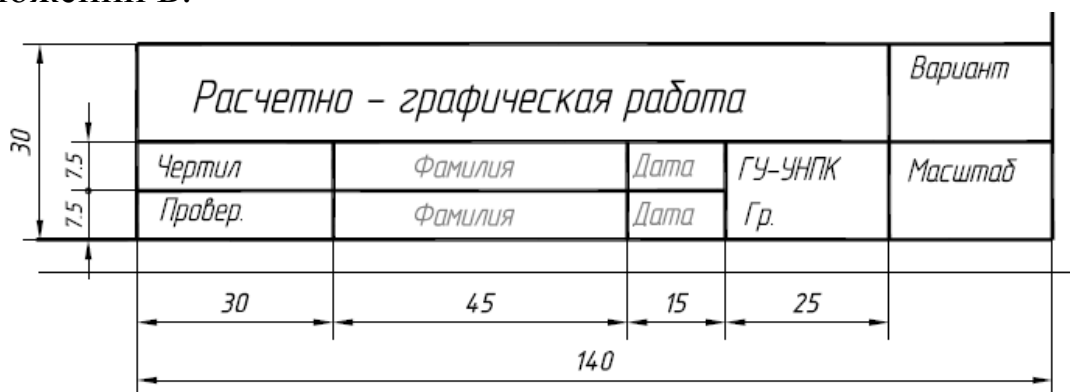


Рисунок 1 – Форма основной надписи чертежа

## 5 ЗАЩИТА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

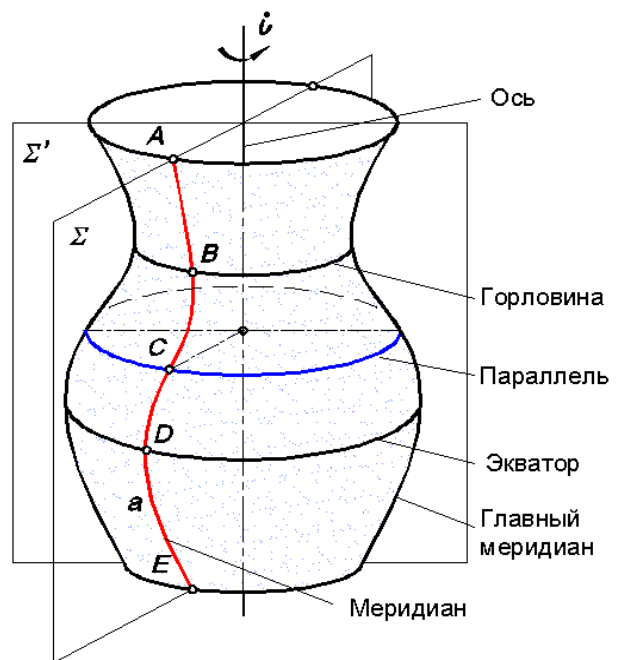
Первоначально работа выполняется в тонких линиях (или на черновике) и представляется студентом на проверку преподавателю в установленные сроки. При правильном выполнении работа окончательно оформляется и представляется на защиту. Форма защиты – собеседование. Студент должен знать ход решения задач, отвечать на вопросы по теме работы.

## 6 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

### 6.1 Основные термины и понятия

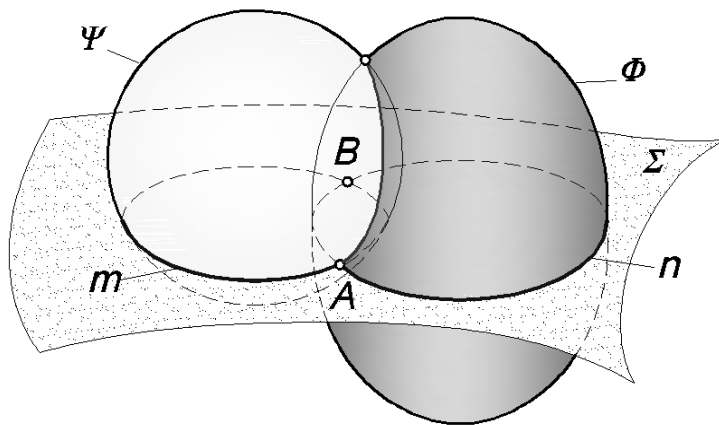
В начертательной геометрии поверхность рассматривается как совокупность всех последовательных положений перемещающейся в пространстве линии, которую называют *образующей* поверхности. Поверхности, образованные с помощью прямой линии, называются *линейчатыми*. Поверхности, в образовании которых участвовала криволинейная образующая, называются *нелинейчатыми*.

Поверхность, образованная вращением образующей вокруг неподвижной прямой (*оси вращения*) называется *поверхностью вращения*. Поверхность вращения общего вида приведена на рисунке 2. При образовании такой поверхности каждая точка образующей описывает окружность. Плоскости, перпендикулярные к оси вращения, пересекают поверхность вращения по окружностям, которые называют *параллелями*.



**Рисунок 2 – Поверхность вращения**

Параллель наибольшего диаметра называют *экватором*, а наименьшего – *горловиной* поверхности. Линия, полученная пересечением поверхности вращения плоскостью, проходящей через ось вращения, называется *меридианом* поверхности. Меридиан, полученный плоскостью, параллельной фронтальной плоскости проекций, называют *главным меридианом*.



**Рисунок 3 – Метод вспомогательных секущих поверхностей**

соединить их плавной кривой.

Построение линии пересечения поверхностей осуществляется с помощью *вспомогательных секущих поверхностей* (плоскостей или сфер). Сущность способа состоит в том, что заданные поверхности пересекают третьей, вспомогательной поверхностью и находят ли-

В общем случае две поверхности пересекаются по некоторой пространственной кривой линии, точки которой принадлежат каждой из пересекающихся поверхностей. Поэтому для построения линии пересечения двух поверхностей необходимо найти ряд таких общих точек и

нии, по которым вспомогательная секущая поверхность пересекает каждую из заданных поверхностей (рисунок 3).

На пересечении полученных линий находятся искомые точки, принадлежащие одновременно обеим заданным поверхностям. Вспомогательную секущую поверхность выбирают так, чтобы линии пересечения этой поверхности с каждой из заданных проецировалась на одну из плоскостей проекций в виде прямой линии или окружности.

Построение линии пересечения поверхностей начинают с построения *характерных (опорных)* точек. Это экстремальные точки (удаленные на максимальное и минимальное расстояния от плоскостей проекций) и точки, расположенные на очерковых образующих поверхностей, которые определяют границы видимости проекций кривой. После этого определяют произвольные (промежуточные) точки линии пересечения поверхностей.

## 6.2 Построение линии пересечения поверхностей без введения вспомогательных поверхностей

Если одна или обе заданные поверхности занимают проецирующее положение, то решение задачи упрощается из-за того, что одна из проекций линии пересечения будет совпадать со следом проецирующей поверхности, которая входит в условие задачи. Решение сводится к определению недостающей проекции линии, принадлежащей поверхности, если известна одна ее проекция и указаны проекции поверхности.

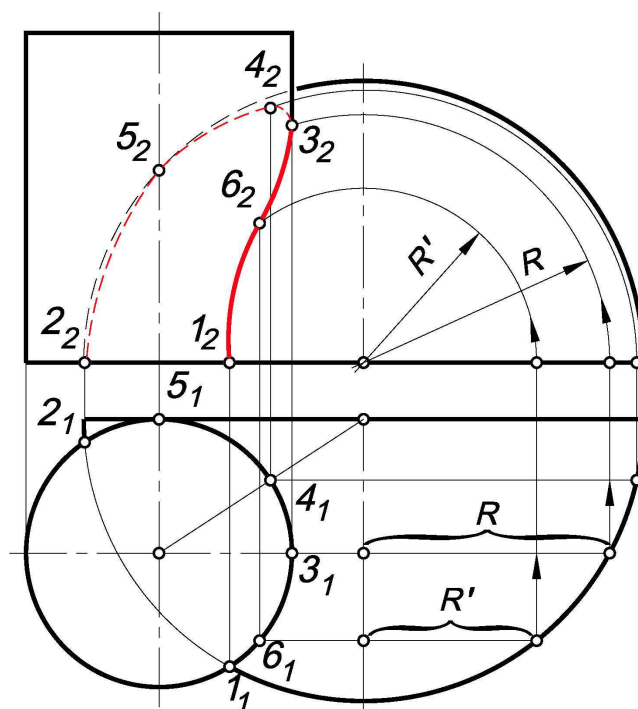


Рисунок 4

**Задача 1** Построить линию пересечения цилиндрической и сферической поверхностей (рисунок 4), причем цилиндрическая поверхность является горизонтально проецирующей.

Точки  $1$  и  $2$  расположены в основаниях поверхностей, точка  $3$  – крайняя правая на линии пересечения. Она является также границей видимости. Зная горизонтальную проекцию точки  $3_1$  на поверхности сферы, найдем ее фронтальную проекцию  $3_2$  с помощью окружности радиусом  $R$ . Точка  $4$  является наивысшей точкой линии пересечения, она ближайшая к вертикальной оси поверхности сферы, находится аналогичным способом. Точка  $5$  принадлежит главному меридиану сферы. Точки  $1, 2, 3, 4, 5$  являются опорными (характерными) точками линии пересечения поверхностей. Для более точного построения искомой линии построим промежуточную точку  $6$ .

### 6.3 Построение линии пересечения поверхностей методом вспомогательных секущих плоскостей

При решении задач на построение линии пересечения поверхностей в качестве вспомогательных плоскостей выбирают проецирующие плоскости (часто плоскости уровня) или плоскости, вращающиеся вокруг прямой («пучок» плоскостей).

**Задача 2** Построить линию пересечения конуса и сферы (рисунок 5).

Для решения могут быть использованы горизонтальные плоскости уровня, пересекающие обе поверхности по окружностям.

Определяем верхнюю  $A$  и нижнюю  $B$  опорные точки (на пересечении главных меридианов поверхностей). Эти точки устанавливают границы, в которых следует проводить вспомогательные плоскости.

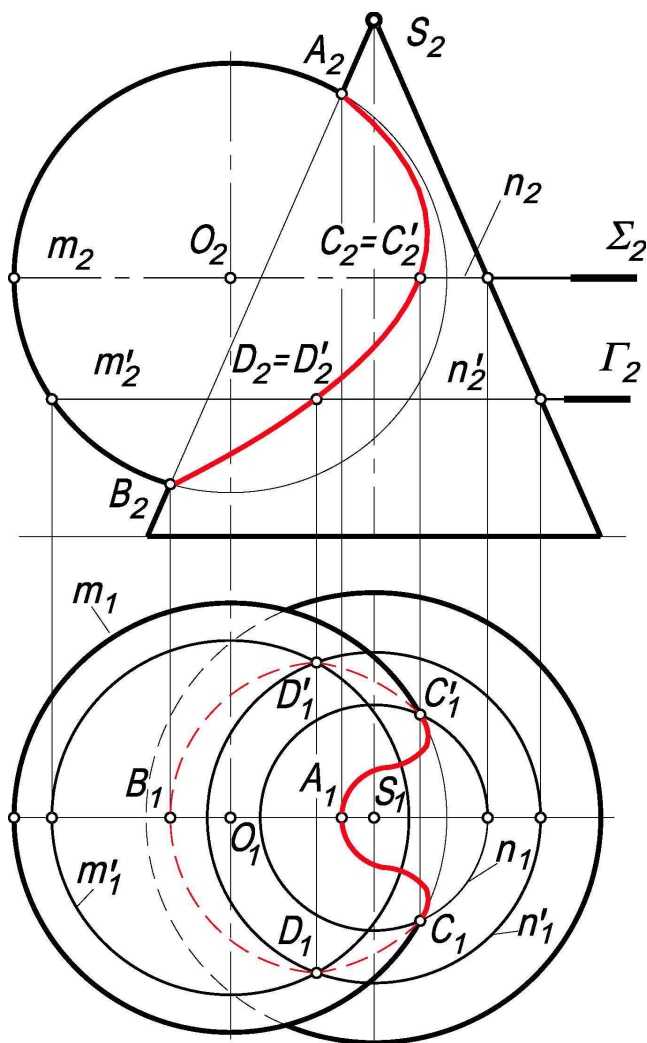


Рисунок 5

Найдем точки  $C$  и  $C'$  – точки пересечения экватора сферы с поверхностью конуса. Для этого проведем плоскость  $\Sigma$ , которая пересекает сферу по экватору  $m$ , конус – по параллели  $n$ . Окружности  $m$  и  $n$ , пересекаясь, определяют горизонтальные проекции точки  $C_1$  и  $C_1'$ . Фронтальные проекции этих точек находятся на фронтальном следе секущей плоскости  $\Sigma_2$ .

Промежуточные точки определим с помощью плоскости  $\Gamma$ , которая пересекает сферу по окружности  $m'$ , конус – по окружности  $n'$ . Пересекаясь, эти окружности дают пару точек  $D$  и  $D'$ , принадлежащих линии пересечения поверхностей. Найденные точки соединяем плавной кривой линией.

#### 6.4 Построение линии пересечения поверхностей методом вспомогательных секущих сфер

Применение вспомогательных секущих сфер обосновано тем, что сфера пересекает любую поверхность вращения по окружностям, если ее центр находится на оси вращения этой поверхности.

Построить линии пересечения поверхностей с помощью вспомогательных секущих сфер можно двумя способами:

- 1) способом концентрических сфер;
- 2) способом эксцентрических сфер.

Способ концентрических сфер применяется для построения линии пересечения двух поверхностей вращения, оси которых пересекаются, т.е. имеется общая плоскость симметрии. Для упрощения графического решения необходимо, чтобы плоскость симметрии была параллельна одной из плоскостей проекций.

**Задача 3** Построить линию пересечения двух конусов (рисунок б).

Вначале находим опорные точки  $A, B, C, D$ . Точки  $A$  и  $B$  определяются как точки пересечения главных меридианов поверхностей. По фронтальным проекциям точек  $A_2$  и  $B_2$  определяем их горизонтальные проекции  $A_1$  и  $B_1$ . Точки  $C$  и  $D$ , определяющие границы видимости, на горизонтальной проекции можно найти с помощью плоскости  $\Sigma$ , параллельной горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ . Она пересекает конус с горизонтальной осью по горизонтальным очерковым образующим, а конус с вертикальной осью – по окружности радиуса  $r$ . В пересечении горизонтальных проекций найденных линий находим точки  $C_1$  и  $D_1$ . Затем определяются их фронтальные проекции  $C_2$  и  $D_2$ .

Для дальнейшего решения задачи необходимо воспользоваться методом вспомогательных секущих концентрических сфер. Центр вспомогательных сфер определяется в точке пересечения осей конусов – точке  $O(O_2)$ .

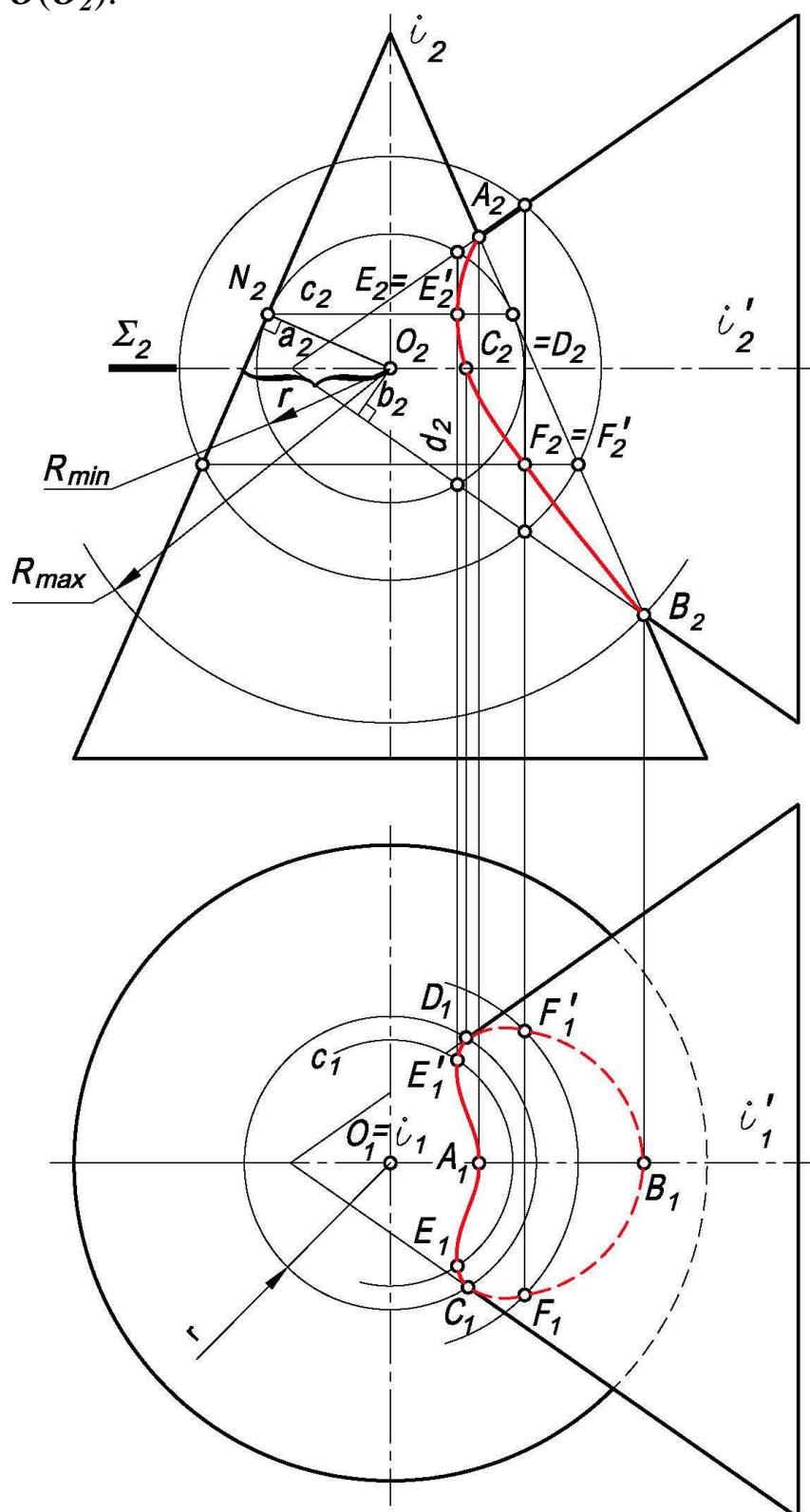


Рисунок 6

Определим предел изменения радиуса секущих сфер. Для нахождения минимального радиуса секущей сферы проведем на

фронтальной проекции перпендикуляры  $a_2$  и  $b_2$  к очерковым образующим поверхностей. Максимальный из этих перпендикуляров определяет минимальный радиус секущей сферы:  $R_{min} = |O_2N_2|$ .

Проводим сферу радиусом  $R_{min}$ . Данная сфера имеет с вертикальным конусом одну общую окружность  $c$ , конус с горизонтальной осью она пересекает по окружности  $d$ . На плоскость  $\Pi_2$  данные окружности проецируются в виде отрезков прямых. В пересечении окружностей  $c$  и  $d$  определяем пару точек  $E$  и  $E'$ .

Максимальный радиус секущей сферы равен расстоянию от центра сферы до наиболее удаленной точки на очерковой образующей, принадлежащей обеим поверхностям:  $R_{max} = |O_2B_2|$ .

С помощью сферы промежуточного радиуса найдем точки  $F$  и  $F'$ .

Соединив полученные точки, получим проекции линии пересечения поверхностей.

**Задача 4** Построить линию пересечения поверхности вращения произвольного вида с поверхностью прямого кругового цилиндра. Оси поверхностей пересекаются (рисунок 7).

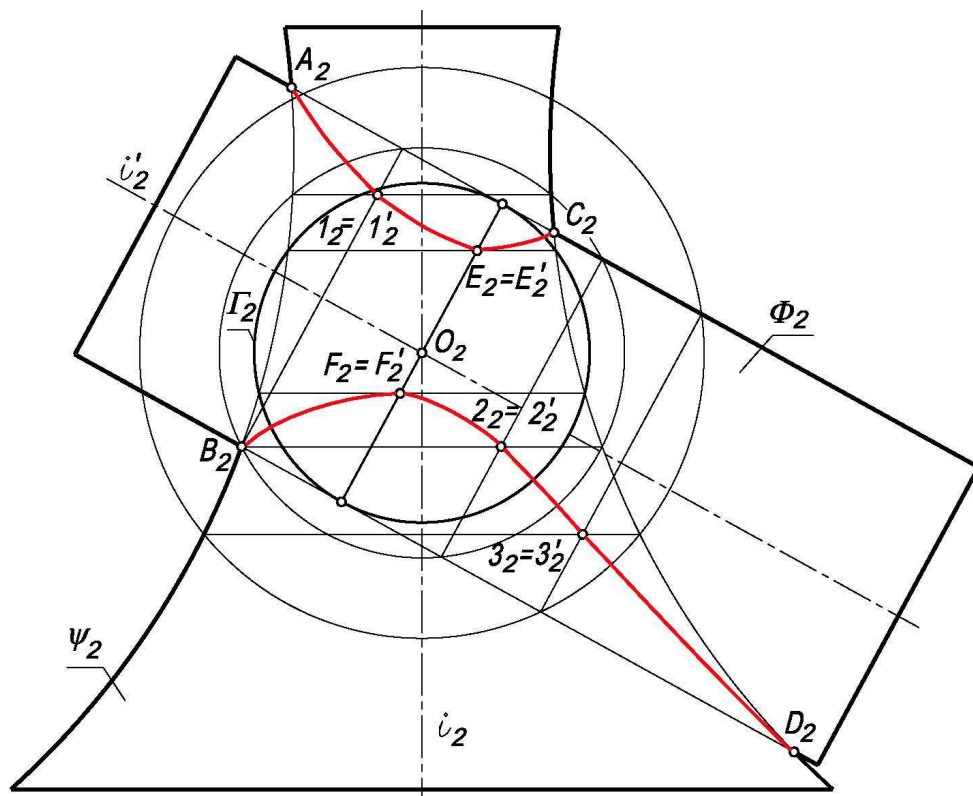


Рисунок 7

Определяем центр вспомогательных сфер – точку пересечения осей поверхностей вращения:  $O_2 = i_2 \cap i_2'$ .

Находим проекции опорных точек, принадлежащих линии пересечения поверхностей:  $A_2, B_2, C_2, D_2$ . Так как эти точки принадлежат плоскости главных меридианов поверхностей, которая параллельна плоскости  $\Pi_2$ , то эти точки определяются пересечением фронтальных проекций главных меридианов поверхностей.

Радиус максимальной сферы равен расстоянию от фронтальной проекции центра сферы точки  $O_2$  до наиболее удаленной точки, принадлежащей линии пересечения, – точки  $D_2$ .

Величина минимального радиуса вспомогательной секущей сферы равна радиусу окружности, касающейся цилиндра  $\Phi$ . На рис. 10.31 показано построение точек  $E_2, E_2'$  и  $F_2, F_2'$  с помощью вспомогательной секущей сферы  $G$ .

Для определения промежуточных точек  $1_2, 1_2'; 2_2, 2_2'; 3_2, 3_2'$  проведем секущие сферы радиусом  $R_i$  ( $R_{min} < R_i < R_{max}$ ). Горизонтальные проекции точек линии пересечения определяются при помощи параллелей поверхности  $\Psi$ , которые проецируются на плоскость  $\Pi_1$  без искажения.

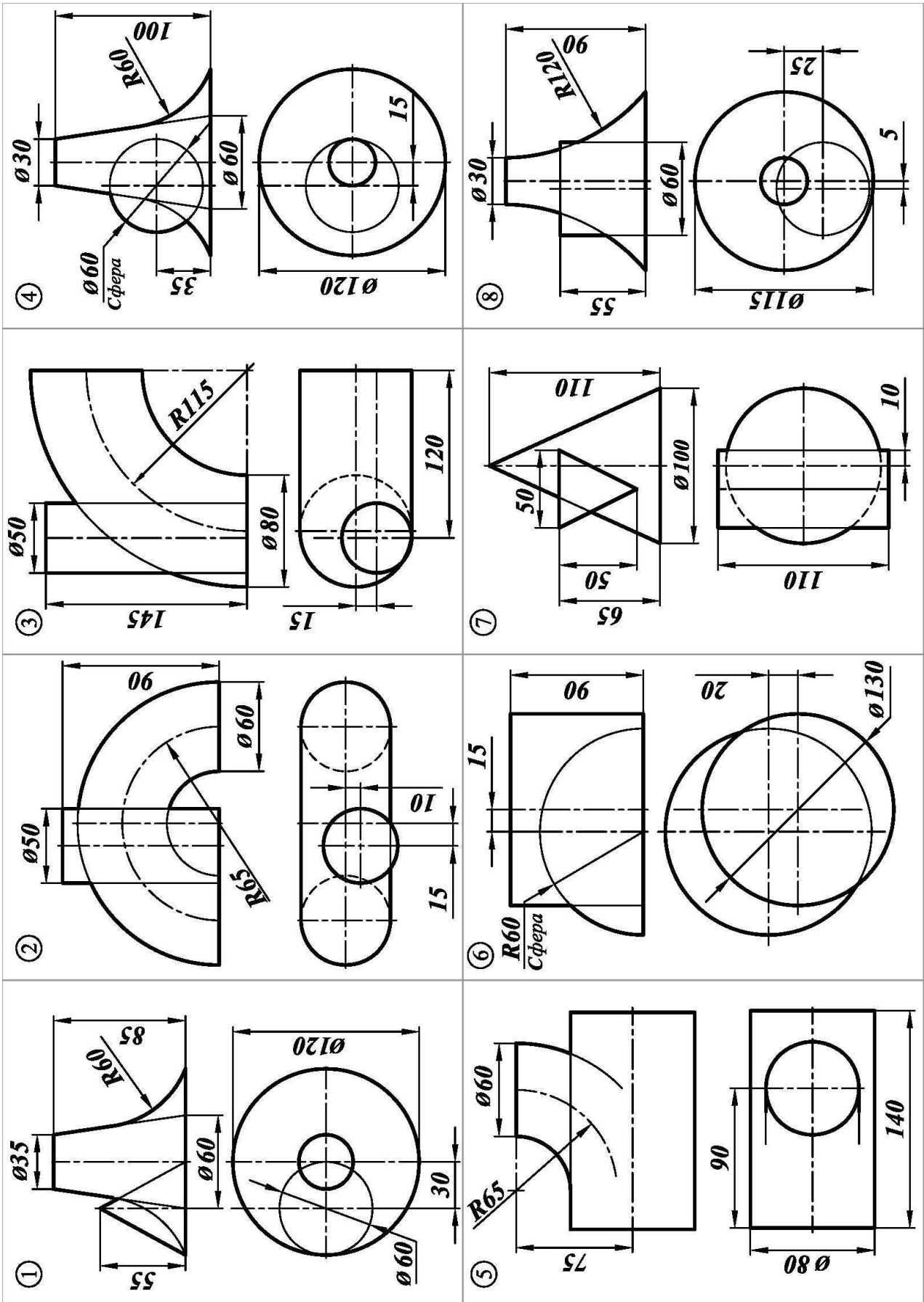
Способ эксцентрических сфер может быть использован для построения линии пересечения двух поверхностей, имеющих общую плоскость симметрии. При этом каждая поверхность должна иметь семейство круговых сечений. Плоскость симметрии должна быть параллельна одной из плоскостей проекций.

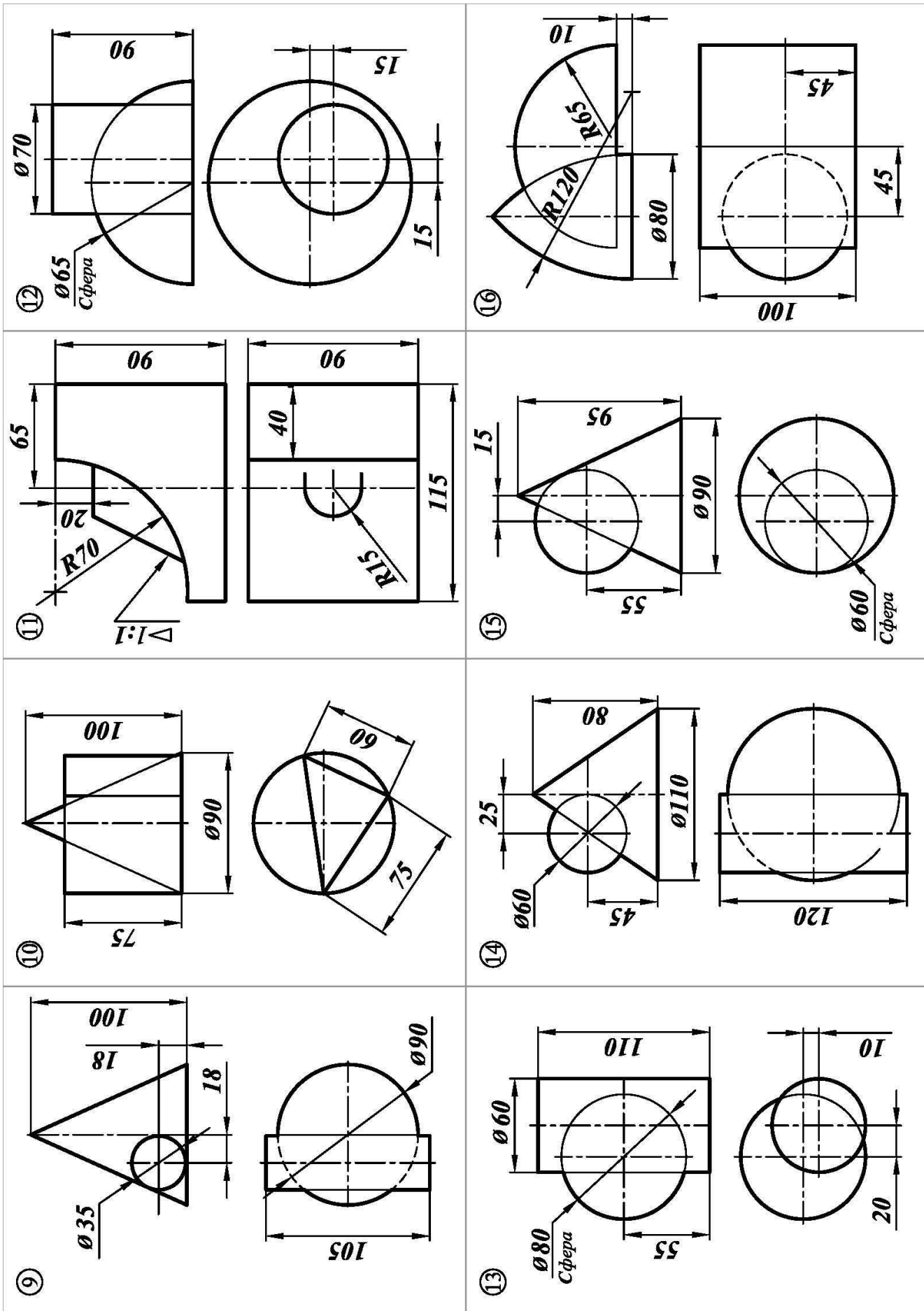
## ЛИТЕРАТУРА

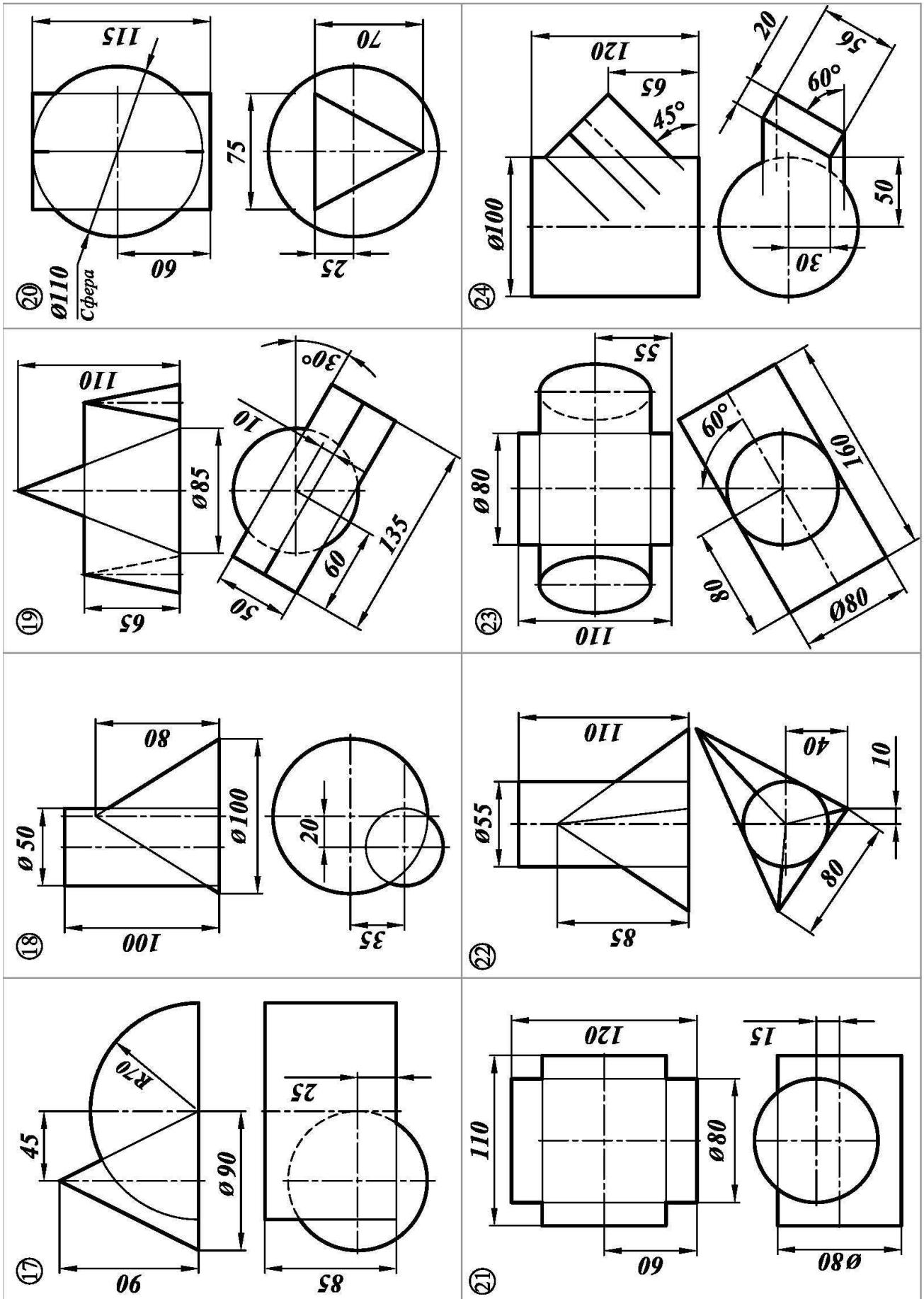
- 1 Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский. – М.: Высшая школа, 2000. – 272 с.
- 2 Гордон, В.О. Сборник задач по курсу «Начертательная геометрия» / В.О. Гордон, Ю.Б. Иванов, Т.Е. Солнцева. – М.: Высшая школа, 2000. – 272 с.
- 3 Фролов, С.А. Начертательная геометрия / С.А.Фролов. – М.: Машиностроение, 1983. – 240 с.
- 4 Арустамов, Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии / Х.А. Арустамов. – М.: Машиностроение, 1971. – 444 с.
- 5 Калашникова, Н.Г. Начертательная геометрия. Учебное пособие / Н.Г. Калашникова, Т.А. Татаренкова. – Орел: ОрелГТУ, 2010. – 144 с.

# Приложение А

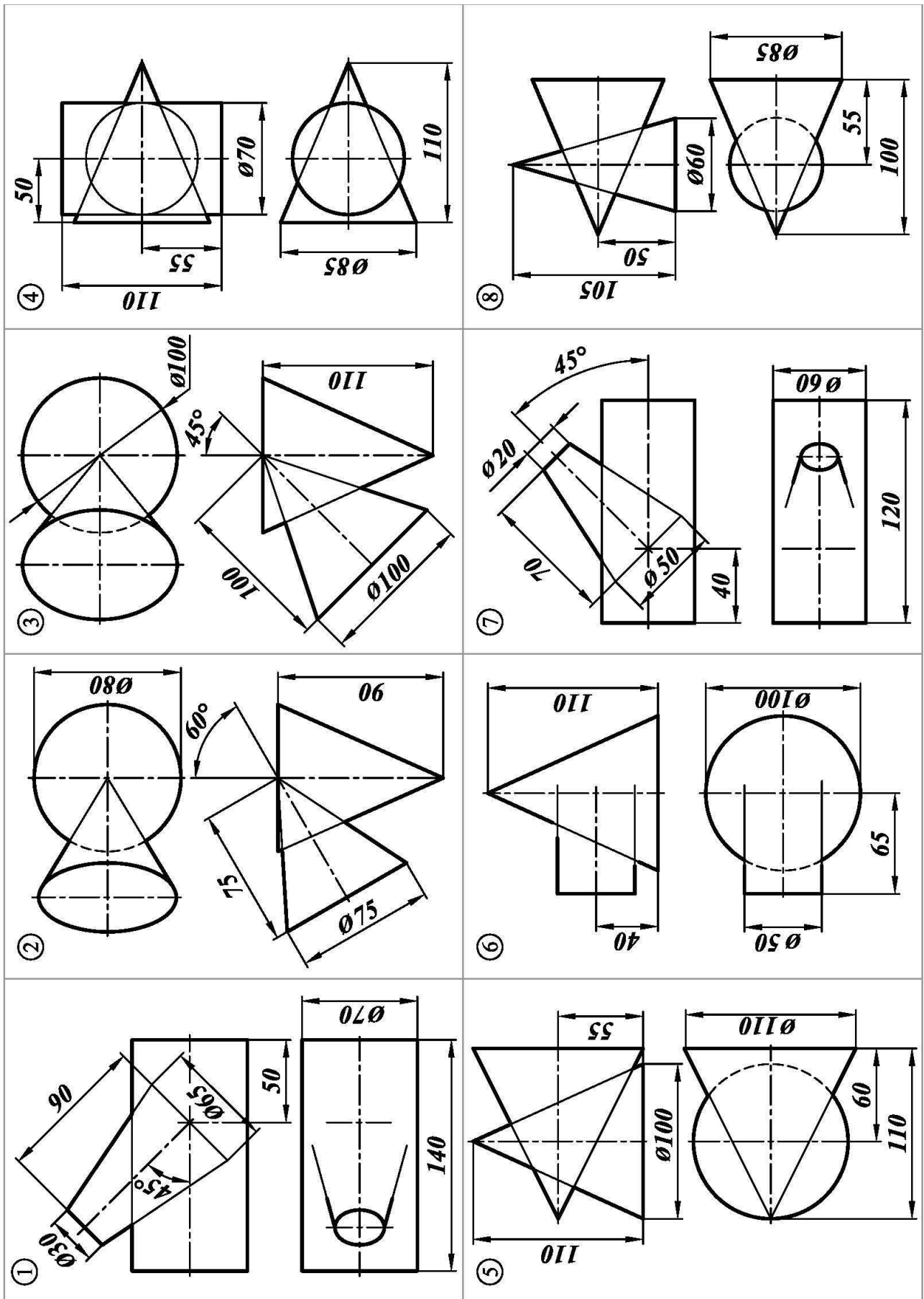
## Задача 1

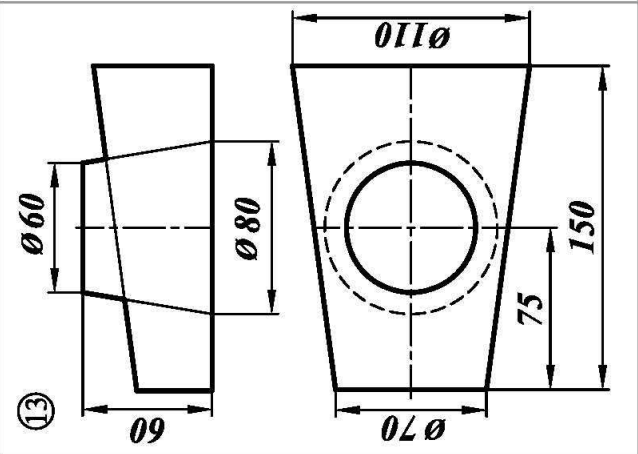
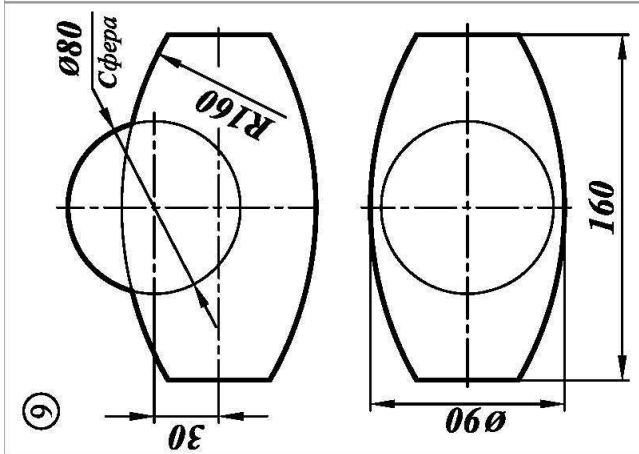
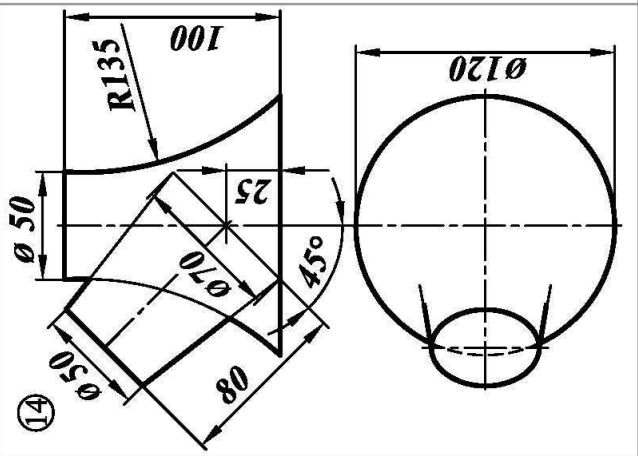
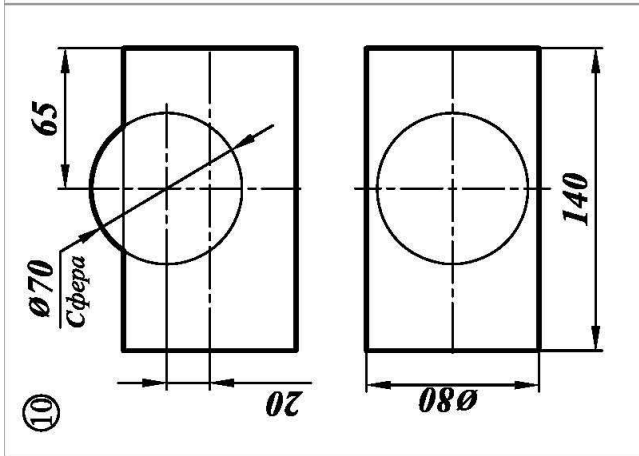
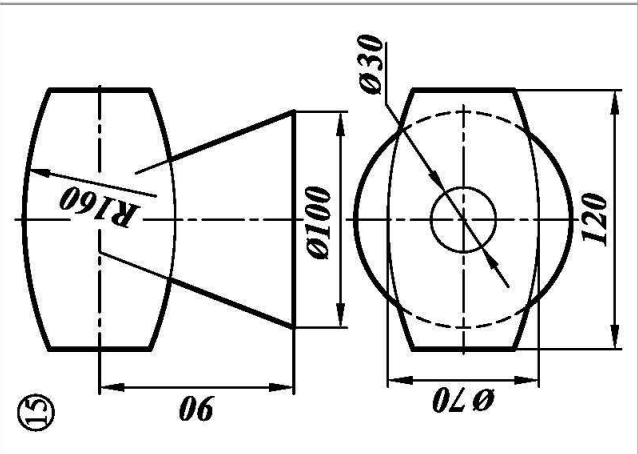
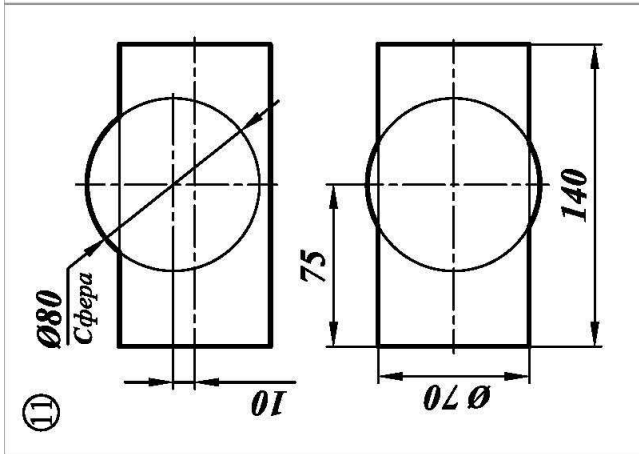
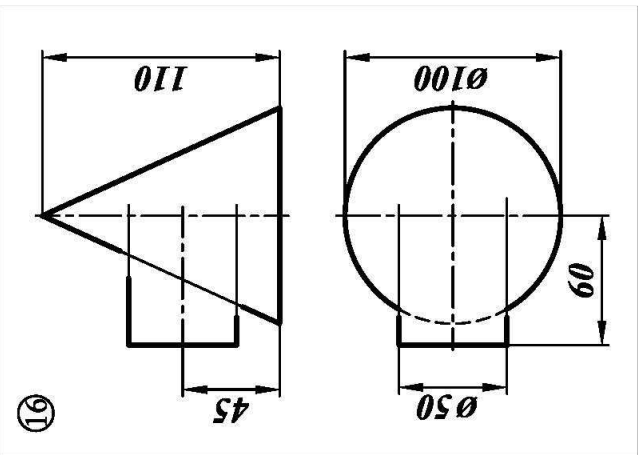
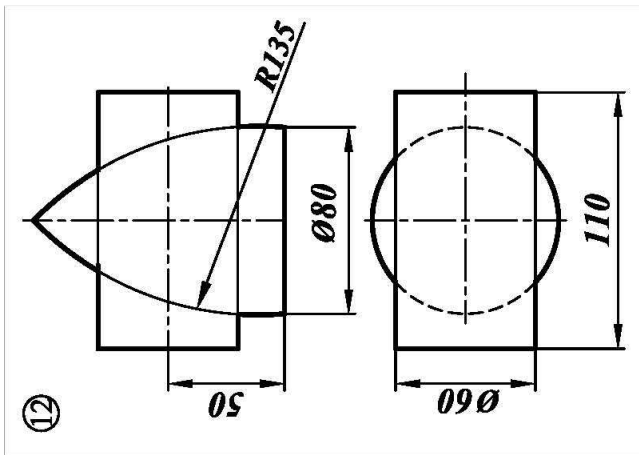


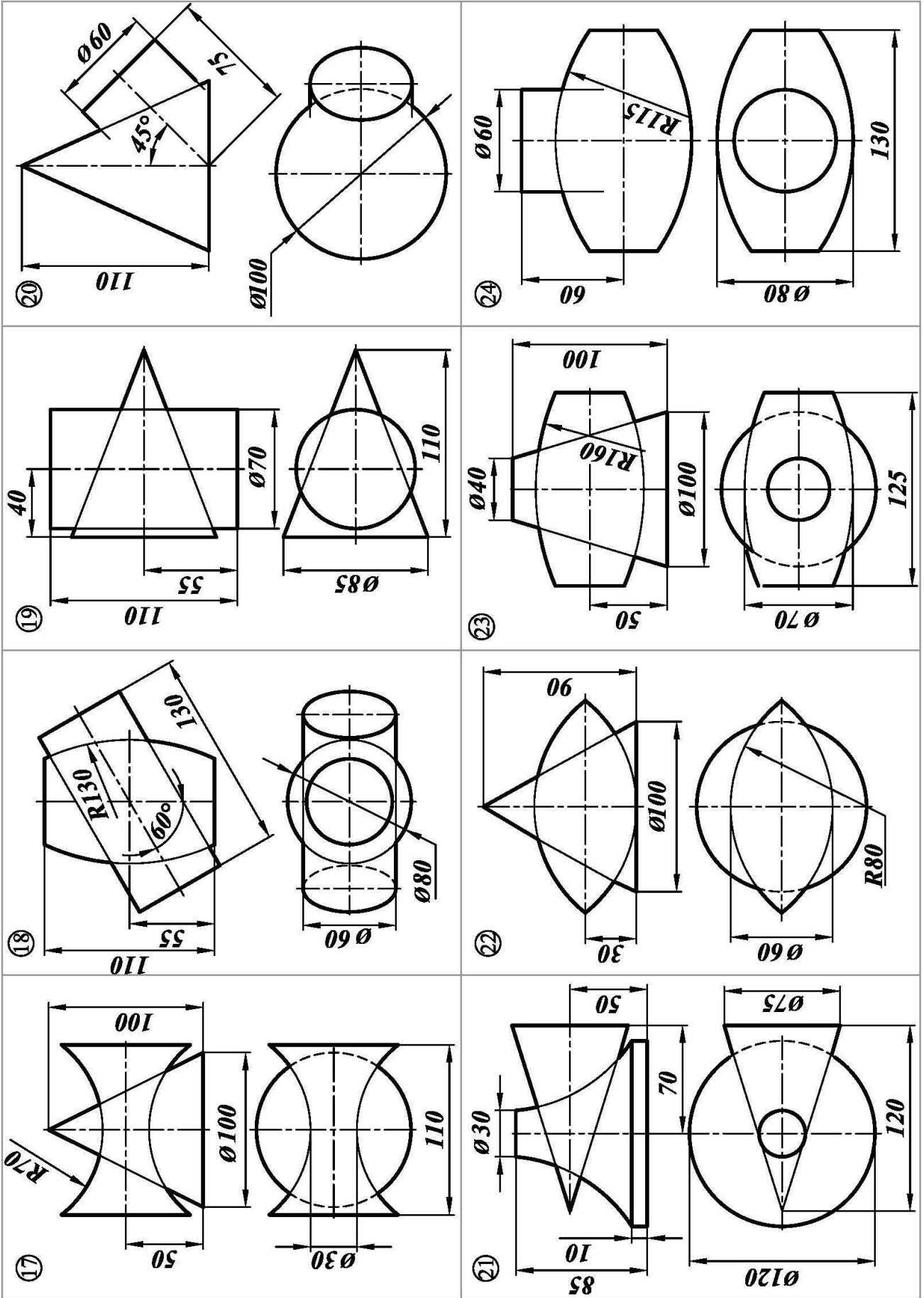




## Задача 2



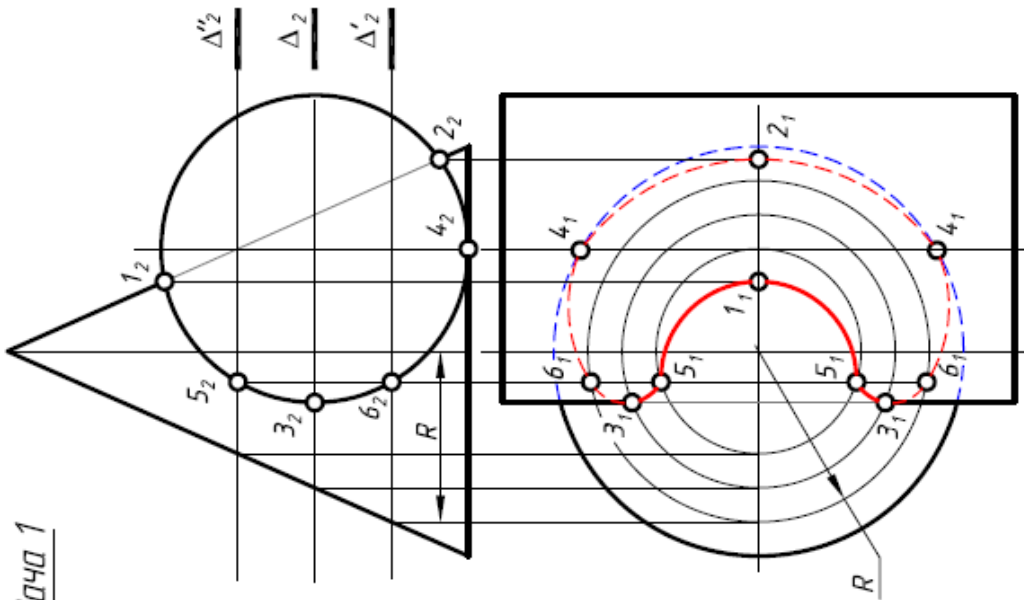




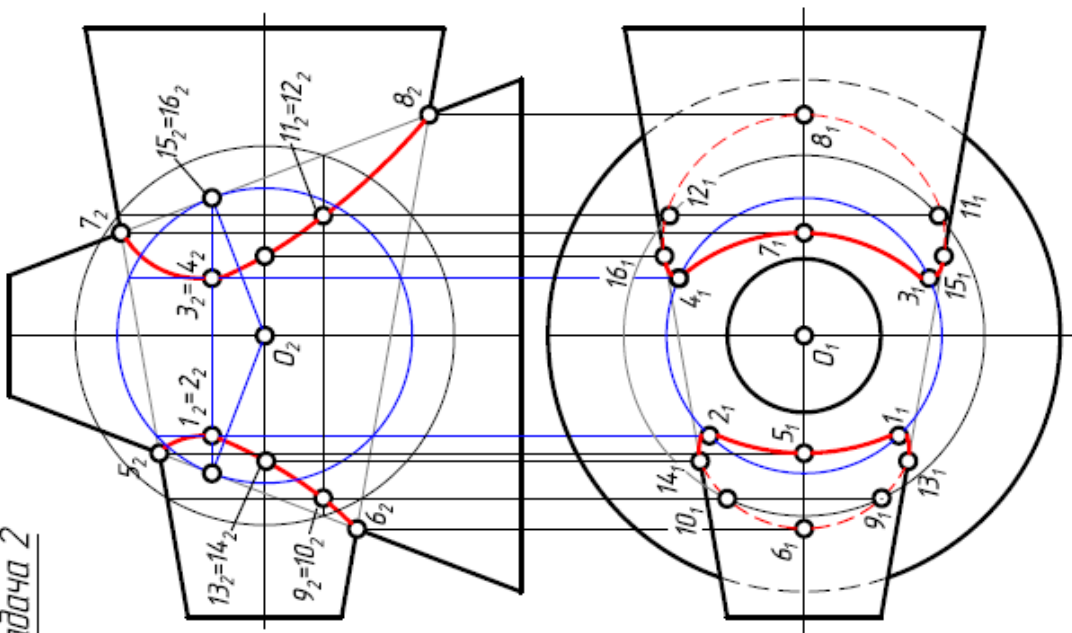
## Приложение Б

### Пример оформления расчетно-графической работы

Задача 1



Задача 2



<b>Расчетно-графическая работа</b>				Вариант	
Чертил	Фамилия	Дата	Гр	Гр	Масштаб
Гравер	Фамилия	Дата	Гр	Гр	1 : 1