

*На правах рукописи*



**Яремко Наталия Николаевна**

**ТЕОРЕТИКО - МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ  
КРИТЕРИАЛЬНО-КОРРЕКТНОСТНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ  
ПОДГОТОВКИ БАКАЛАВРОВ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ  
НАПРАВЛЕНИЙ**

13.00.02 – Теория и методика обучения и воспитания (математика)

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
доктора педагогических наук

Орел - 2016

Работа выполнена на кафедре алгебры и математических методов в экономике  
ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И. С. Тургенева»

Научный консультант	доктор педагогических наук, профессор <b>Селютин Владимир Дмитриевич</b>
Официальные оппоненты:	<b>Ягола Анатолий Григорьевич</b> доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», профессор кафедры математики физического факультета <b>Нижников Александр Иванович</b> доктор педагогических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», заведующий кафедрой прикладной математики, информатики и информационных технологий <b>Тестов Владимир Афанасьевич</b> доктор педагогических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет», профессор кафедры математики и методики преподавания математики
Ведущая организация	ФГБОУ ВО «Астраханский государственный университет»

Защита диссертации состоится 24 января 2017 года в 12.00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.183.04, созданного на базе ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», адрес: 302020, г. Орёл, Наугорское шоссе, 29, ауд.212.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева» и на сайте <http://www.oreluniver.ru/>.

Автореферат разослан \_\_\_\_ декабря 2016 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Селютин Владимир Дмитриевич

**Актуальность исследования.** Современный этап развития высшего образования характеризуется выходом на личностный, метапредметный уровень усвоения содержания образования. Компетентностная парадигма высшего образования, ориентированная на достижение образовательных целей, поставленных обществом и сформулированных в ФГОС ВО, выводит на первый план формирование общекультурных, профессиональных и специальных компетенций, которые в процессе обучения наполняются конкретным предметным содержанием. Предметное математическое знание сегодня должно стать средством получения универсального корректностного критерия любого предметного и межпредметного знаний.

В этих условиях остро встает проблема выделения наиболее общих, метапредметных понятий, которые могли бы служить основой интеграции, выступать в качестве методологии для достижения личностных и метапредметных результатов освоения основных образовательных программ, давать единый ориентир для формирования компетенций, как специальных предметных, так и профессиональных, общекультурных.

В качестве одного из таких метапредметных понятий, дающих возможность разрешения названных проблем, выступает понятие корректности в математической области знаний и смежных с ней областях: информатике, физике, методике обучения и воспитания.

Поэтому назрела потребность в новом научном направлении, охватывающем построение методических систем обучения математике, которые были бы основаны на понятии «корректность» как на ведущей идее. В частности, это вызвано необходимостью осуществления математической подготовки бакалавров физико-математических направлений на основе корректности.

**Степень разработанности проблемы исследования.** Вопросы, связанные с понятием корректности, достаточно часто возникают и получают свое решение в научной, практической, общественной сферах нашей жизни, в реальной действительности и в познании.

В математике и связанных с ней областях привычно употребляются понятия: корректность задачи, корректная постановка задачи, корректная формулировка задачи; корректность доказательства, корректность вопроса и ответа, корректность определения понятия, корректность метода, корректность изложения материала, корректность программного обеспечения, корректность алгоритма, корректность математической модели, корректность задания системы и т.п. В работе Б. В. Гнеденко «Математика и математическое образование в современном мире» говорится о важном критерии оценки изложения учебного материала в школьном учебнике по математике – о его корректности. В различных областях знаний требуется оценка проведения экспериментального исследования, математической обработки результатов, сформулированных выводов с точки зрения общего критерия – с точки зрения их корректности.

В научных областях, традиционно считающихся далекими от математики, также нередко вопросы, связанные с корректностью. В общественной жизни широкую известность приобрели вопросы политкорректности; обсуждается корректность определения понятий «общество» – в исторических науках, «не-

движимость» – в экономической сфере, «доказательная база» – в юриспруденции; корректность рекламы – одно из наиболее важных требований общественности; корректность программного обеспечения в теоретической информатике – давно принятый и утвердившийся термин. Корректность вопросов и ответов – непреложное требование при создании вопросно-ответных комплексов, проведении научных споров, дискуссий, формировании особого типа мышления, так называемого, интеррогативного, т.е. вопросно-ответного. Эти примеры убеждают в том, что «корректность» является признаком, мерилom, универсальным критерием, с помощью которого могут быть оценены разнообразные объекты как математической, так и нематематической природы.

Имеются смысловые различия в значении научных терминов и в общеупотребительной лексике, связанные с применением понятия «корректность» в качестве критерия. Смысл универсального критерия «корректность», примененного к математической задаче, различается в гуманитарных науках, например в педагогике и психологии, и естественно-научных областях знаний, в частности в математике: понятие «корректная и некорректная математическая задача» трактуется по-разному, имеет место ряд разночтений, несогласованностей в семантике и употреблении этого термина. Но, несмотря на это, в каждой из научных областей термин активно работает. Действительно, в естественно-научных и математических областях знаний особенно в последние десятилетия теория обратных и некорректных задач ввиду множественных приложений «завоевала право называться перспективной областью современной науки» – подчеркивает С. И. Кабанихин, развивающий идеи А. Н. Тихонова, М. М. Лаврентьева, В. К. Иванова. Большой вклад в развитие теории обратных и некорректных задач вносят сегодня ученые-математики МГУ А. Г. Ягола, Ф. П. Васильев, А. М. Денисов, В. В. Морозов, М. М. Потапов, В. А. Садовничий, А. А. Самарский. В педагогике и психологии В. А. Крутецким показано, что некорректные математические задачи служат средством развития математических способностей; И. П. Калошина обращает внимание на важную роль некорректных математических задач в связи с развитием творческой деятельности обучающихся и их дивергентного мышления; Ю.М. Колягин, Л. М. Фридман используют некорректные задачи при обучении поиску решения задачи; Д. Пойа говорит о «unreasonable – лишенных смысла» задачах и «правильно поставленных или имеющих смысл – perfectly stated or reasonable». В педагогических статьях Н. Х. Розова и А. В. Боровских указывается на мировоззренческое значение таких важных математических понятий, как понятия хаоса, теории катастроф, точек бифуркации, некорректных задач; в научно-популярных публикациях В. И. Арнольда говорится об умении, «задавая разные вопросы и обращая внимание на детали, путем нестандартных размышлений прийти к истине», т.е. об умении рассуждать и делать правильные выводы при некорректном условии задач. Ученые-методисты обращают внимание на некорректные задачи, изучают их дидактические возможности: Т. И. Бузулина рассматривает роль и место неопределенных задач, которые являются некорректными, на занятиях по аналитической геометрии; Н. И. Мерлина предлагает открытые задачи; М. А. Родионов – незавершенные задачи; Н. В. Аммосова – открытые, с

неполным, избыточным, противоречивым, неоднозначным составом условия; Т. Е. Демидова, А. П. Тонких вводят типы некорректных задач с неполными, противоречивыми данными, переопределенные; Л. Л. Гурова в типологию задач вводит «задачи, хорошо или плохо определенные»; А. Ф. Эсаулов называет некорректные задачи средством активизации учебно-познавательной деятельности студентов. О психологических особенностях некорректных задач говорит М. А. Холодная. Обсуждая философские проблемы математики, С. А. Лебедев указывает на мировоззренческий потенциал обратных и некорректных математических задач, а В. Я. Перминов анализирует строгость математического доказательства, связывая его с корректностью.

В докторских и кандидатских исследованиях по теории и методике обучения математике используется критерий корректности для оценки элементов математического содержания: В. С. Корнилов изучает дидактические возможности обратных и некорректных задач; М. В. Егунова применяет критерий корректности к образовательному продукту; Г. И. Ковалева указывает на важную роль некорректных задач при конструировании систем задач; Т. А. Безусова провела исследование о роли некорректных задач в развитии культуры математического мышления.

В высшей школе в соответствии с насущными потребностями практики изменяется содержание математической подготовки бакалавров, и теория некорректных задач включается в программы учебных курсов, а сами некорректные и обратные задачи становятся объектом профессиональной деятельности бакалавров, т.к. являются аппаратом исследования и решения профессиональных задач математиков, физиков, программистов – бакалавров и магистров физико-математических направлений подготовки. В ответ на запросы общества методы теории некорректных задач, ее терминология, понятия используются все активнее в практике работы не только высшей, но и средней, и даже начальной школы.

Компетентностный подход, принятый в современной высшей школе акцентирует внимание на результатах образования, рассматриваемых как совокупность компетенций, освоенных выпускником. Их основной смысл сводится не к сумме усвоенных знаний (информации), а к способности выпускника действовать в различных, в том числе и некорректных условиях, к готовности работать как с корректными, так и с некорректными объектами, владеть техникой распознавания корректности и некорректности объектов, механизмами преобразования некорректности в корректность при недостатке, переизбытке или противоречивости данных. Методология действий в подобных ситуациях разрабатывается теорией обратных и некорректных задач.

Практические потребности широкого использования понятия «корректность» закреплены в различных версиях Федеральных государственных образовательных стандартов Высшего образования. Во ФГОС ВПО 2010 г. метапредметные образовательные результаты освоения основных образовательных программ и характеристика профессиональной деятельности бакалавров физико-математических направлений: 010100 «Математика», 010200 «Математика и компьютерные науки», 010400 «Прикладная математика и информатика» и

010800 «Механика и математическое моделирование», - содержат формулировки, связанные с понятием «корректность». Например: «Знание корректных постановок классических задач, понимание корректности постановок задач, умение корректно сформулировать полученный результат». Во ФГОС ВО 2014 г. сформулирован объединенный список компетенций для направлений 010301 «Математика», 010303 «Механика и математическое моделирование», 020301 «Математика и компьютерные науки», в котором присутствуют: «Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики (ПК-2); способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3)». Для направления подготовки 010302 «Прикладная математика и информатика» обратные и некорректные задачи названы предметами профессиональной деятельности, наряду с моделями, методами, алгоритмами, к которым критерий корректности может быть применен.

Таким образом, в настоящее время нашли свое выражение на уровне практических педагогических потребностей положения о целесообразности использования универсального критерия «корректность» в практике работы высшей школы; о необходимости выделения специфического вида межпредметной математической подготовки, названной в работе критериально-корректностной математической подготовкой бакалавров физико-математических направлений; о насущной потребности разработки теории и методики такого вида подготовки в качестве отдельной научно-методической проблемы, находящейся в рамках общей проблемы математической подготовки студентов университета.

Общие теоретические основы математической подготовки студентов вуза в разное время разрабатывались такими учеными, как Н. Я. Виленкин, Г. Л. Луканкин, А. Г. Мордкович, А. А. Столяр, В. А. Тестов, М. И. Шабунин, и др. В диссертационных исследованиях рассматривались различные более частные проблемы организации математической подготовки в вузе: теоретико-методологические и методические основы профессиональной направленности образования (А. Г. Мордкович, О. Г. Ларионова); построение дидактических систем математической подготовки (Л. Н. Журбенко, Е. И. Смирнов); гуманитаризации и гуманизации математического образования (Н. В. Набатникова, Г. И. Саранцев); теоретико-методологические основы профессиональной подготовки в вузе (Г. Л. Луканкин, Н. А. Сеногоева, А. В. Ястребов). Многоуровневая историко-математическая подготовка будущего учителя математики рассматривалась Ю. А. Дробышевым, мониторинг математической подготовки студентов вуза – Т. А. Табищевым. Научно-педагогические основы интенсификации обучения математическим дисциплинам и принцип разумной логической строгости рассмотрены в докторской диссертации В. Т. Петровой; о воплощении принципа неформальной строгости говорится в докторском исследовании С. А. Розановой.

Однако можно констатировать, что в настоящее время отсутствует целостная система, обеспечивающая межпредметную математическую подготовку бакалавров, которая реализует идею корректности при обучении математике, основана на приемах обоснования корректности, распознавания некорректности объектов и преобразования ее в корректность, вооружает механизмами дей-

ствий в условиях некорректности. Понятие математической корректности ранее не изучалось с методологической и методической точек зрения, не разрабатывались возможности его использования в качестве теоретической основы, в качестве ведущей идеи, универсального критерия в математической подготовке бакалавров. Межпредметную математическую подготовку, нацеленную на освоение студентами критерия корректности элементов математического образования и его дальнейшего переноса в профессиональную и личностную сферы, мы назвали критериально-корректностной. В процессе этого нового вида подготовки должна быть сформирована критериально-корректностная компетентность бакалавров.

**Актуальность** данного исследования обусловлена необходимостью устранения объективно существующих **противоречий** между:

- современными задачами, связанными с реализацией компетентностной парадигмы в высшем образовании, и имеющими место объективными недостатками в реальной системе образования, недостаточно реализующей идею корректности в основных компонентах математического содержания;

- объективной необходимостью широкой интеграции в образовательном процессе на основе метапредметных понятий, к которым относится понятие «корректность», и существующей предметной разрозненностью математической подготовки, разночтениями в трактовках корректности элементов математического содержания, в частности, математической задачи;

- интегративным характером общекультурных, профессиональных, специальных компетенций и существующим опытом предметной математической подготовки, не имеющей общей интегрирующей основы; необходимостью формирования компетенций на межпредметном содержании и недостаточной разработанностью такого математического «мета-содержания», к которому можно отнести универсальный критерий – понятие «корректность»;

- потребностью профессионала в его ежедневной практической деятельности наряду с корректными, решать некорректные задачи, работать с некорректными объектами, объективной необходимостью формирования активной, творческой личности, умеющей действовать в многообразии неоднозначных условий – недостатка, переизбытка и даже противоречивости данных, – и существующей образовательной практикой, в которой отсутствует такой специальный вид подготовки, вооружающей профессионалов универсальным критерием «корректность» и методологией действий в условиях некорректности, действий по обоснованию корректности, распознаванию некорректности и преобразованию ее в корректность.

С учетом противоречий, определивших актуальность исследования, был сделан выбор **темы исследования**: «Теоретико-методические основания критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений».

**Проблема исследования**: каковы сущность, теоретическое обоснование, конструирование и реализация методики критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений.

В целях решения этой проблемы проведено данное исследование.

**Объект исследования:** математическая подготовка бакалавров физико-математических направлений.

**Предмет исследования:** теоретические и методические основания критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений: 010301 «Математика», 010302 «Прикладная математика и информатика», 010303 «Механика и математическое моделирование», 020301 «Математика и компьютерные науки» и 010304 «Прикладная математика».

**Целью исследования** является разработка теоретических оснований и создание методики критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений, а также обоснование ее эффективности.

**Гипотеза исследования** основана на предложении автора использовать понятие «корректность» в качестве стержневой системообразующей идеи в процессе математической подготовки бакалавров физико-математических направлений и состоит в предположении, что рассматриваемая в качестве ее обязательного компонента критериально-корректностная математическая подготовка будет эффективной, если этот вид подготовки

- в ответ на социальный заказ общества обеспечивает с единых позиций формирование профессионала для работы в условиях корректности/ некорректности, умеющего оперировать корректными и некорректными объектами произвольной природы;

- реализует целенаправленный, целостный шестиэтапный процесс формирования критериально-корректностной компетентности, обеспечивающий усвоение содержания соответствующих учебных дисциплин, курсов, спецкурсов, интегрированных межпредметных модулей, видов учебной деятельности;

- основан на сложной, открытой, управляемой методической системе, базирующейся на методологии теории обратных и некорректных задач и дающей возможность преподавателям вузов обеспечивать реализацию государственных образовательных стандартов в условиях обучения бакалавров физико-математических направлений;

- в содержательном плане построен на теории математической корректности, в процессе освоения которой формируются личностные качества (критичность, креативность, чувствительность к деталям, открытость новому), осваиваются приемы деятельности в условиях определенности, неопределенности, переопределенности, противоречивости исходных данных, приемы деятельности с корректными и некорректными объектами, приемы преодоления некорректности;

- осуществляется через интегративные циклы математических профессиональных дисциплин и дисциплин предметной подготовки, имеющих блочно-модульную структуру, реализующих идею корректности и обогащающих состав универсальной деятельности обучающихся действиями по обоснованию корректности/некорректности, распознаванию некорректности и ее преобразованию в корректность;



– гарантирует достижение обучающимися однозначного понимания (без разночтений) и усвоения учебной информации при построении обучения от описания идеи корректности и некорректности с дальнейшим выходом на строгие математические формулировки с детализацией и учетом всех существующих вариантов;

– предполагает постоянный мониторинг уровня сформированности критериально-корректностной компетентности бакалавров физико-математических направлений в условиях университетского образования.

Такая подготовка обеспечит формирование критериально-корректностных компетенций, необходимых для обучения математике в системе высшего образования, и будет способствовать полноценному формированию системы общекультурных, профессиональных и специальных компетенций.

В соответствии с поставленной целью и выдвинутой гипотезой определены следующие **задачи** исследования:

**1.** Разработать теоретические основы математической корректности. С этой целью провести семантический и логико-дидактический анализ понятия «корректность»: выявить содержание, объем, свойства, сущностные характеристики, функции, инварианты и механизмы деятельности, закономерности и основные направления его использования в образовательном процессе; определить, к какому классу понятий оно относится.

**2.** Уточнить определения корректности основных элементов математического содержания: задачи, модели, определения понятия, доказательства, формулировки задачи, вопроса и ответа.

**3.** Охарактеризовать особенности современного состояния математической подготовки бакалавров физико-математических направлений и обосновать необходимость выделения специфического вида межпредметной математической подготовки – критериально-корректностной математической подготовки.

**4.** Разработать концепцию критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений: обосновать выбор методологической основы, сформулировать основную идею, построить понятийный аппарат, выделить специальные принципы критериально-корректностной математической подготовки, предложить систему критериально-корректностных компетенций, этапы, уровни, критерии сформированности критериально-корректностной математической подготовки.

**5.** На основе анализа ФГОС ВПО, ФГОС ВО и разработанных положений концепции сконструировать методическую систему критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений, построить ее модель в составе целевого, содержательного и процессуального компонентов, выявить педагогические условия эффективности ее реализации.

**6.** Разработать методические рекомендации и дидактические материалы по внедрению построенной модели в практику обучения математическим дисциплинам в университете.

7. Экспериментально проверить эффективность разработанной методической системы критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений.

**Теоретико-методологическую базу исследования составляют:**

- философия и методология науки (А. Г. Асмолов, М. Е. Бершадский, А. М. Новиков и др.);

- исследования по философии высшего образования и методологии педагогики (В. В. Афанасьев, А. А. Вербицкий, В. И. Загвязинский, И. А. Зимняя, В. В. Краевский, Л. Д. Кудрявцев, И. Я. Лернер, А. М. Новиков, П. И. Пидкасистый, С. Л. Рубинштейн, А. В. Хуторской и др.);

- исследования в области философии математики и естественных наук (В. С. Владимиров, Л. Д. Кудрявцев, С. А. Лебедев, В. Я. Перминов, Н. Х. Розов, А. Н. Тихонов, Д. Пойа, А. А. Столяр и др.);

- положения системного подхода к обучению и воспитанию (Ю. К. Бабанский, В. П. Беспалько, В. И. Загвязинский, В. В. Краевский, Н. В. Кузьмина, В. А. Сластенин, Г. И. Щукина и др.);

- теоретико-методологические и психолого-педагогические основы компетентностного подхода в образовании (В. И. Байденко, Ю. В. Варданын, И. А. Зимняя, Дж. Равен, Г. К. Селевко, А. В. Хуторской, В. Д. Шадриков и др.);

- положения модульного подхода в обучении (Н. В. Аммосова, Е. О. Иванова, И. М. Осмоловская, Н. С. Подходова, Н. Л. Стефанова, П. А. Юцавичене и др.);

- идеи системного, деятельностного, модульного, компетентностного, контекстного подходов в высшем образовании (А. Г. Асмолов, А. А. Вербицкий, П. Я. Гальперин, И. А. Зимняя, А. Н. Леонтьев, С. Л. Рубинштейн, В. А. Тестов, Н. Ф. Талызина, А. В. Хуторской, Д. Б. Эльконин и др.);

- разработанные автором теоретические положения, основанные на формальной логике, системогенезе, связанные с образованием понятия «корректность».

Решение поставленных задач осуществлялось применением следующих **методов**.

**Теоретические:** изучение и анализ философской, психолого-педагогической, методико-математической литературы по проблеме исследования; анализ и обзор научно-методической литературы и нормативных образовательных документов по проблемам корректности в обучении математике в вузе; общенаучные методы теоретического уровня (анализ, синтез, обобщение, систематизация, моделирование, выявление противоречий, выдвижение и теоретическое обоснование гипотезы и т.п.) по проблеме корректности; семантический и логико-дидактический анализ понятия «корректность».

**Эмпирические:** наблюдение, опрос, беседы, тестирование и анкетирование по вопросам корректности, метод экспертной оценки, педагогический эксперимент по проверке эффективности предлагаемой методики критериально-корректностной математической подготовки бакалавров, методы статистической обработки опытных данных.

**Научная новизна результатов исследования** состоит в том, что выдвинута и разработана идея математической корректности при обучении бакалавров; впервые автором проведен комплексный семантический и логико-дидактический анализ понятия «корректность», в результате которого разработаны теоретические основы математической корректности; с учетом требований ФГОС ВО и разработанных теоретических основ математической корректности установлена необходимость выделения нового вида межпредметной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений – критериально-корректностной; разработана концепция такого вида подготовки. При этом автором впервые получены следующие новые научные результаты:

- обоснована необходимость выделения нового вида межпредметной подготовки – критериально-корректностной математической подготовки – в системе профессиональной подготовки бакалавров; основой этому утверждению являются: а) социальный заказ общества на подготовку профессионала, умеющего оперировать как с корректными, так и с некорректными объектами, а также владеющего методологией действий в некорректных условиях недостатка, переизбытка, противоречивости исходных данных; б) необходимость осуществления широкой интеграции внутри образовательного процесса, основу которой составляет универсальный критерий – понятие «корректность»; в) авторитетное мнение ученых-математиков и ученых-методистов о введении в содержание математического образования таких важных понятий, как некорректная задача, корректные методы решения некорректных задач; г) авторское утверждение о том, что математическое образование, построенное на подготовке такого вида, способствует формированию системы общекультурных, профессиональных, специальных компетенций;

- выдвинута и разработана идея математической корректности при обучении бакалавров; впервые комплексно и всесторонне проанализировано понятие «корректность»: показано, что с позиций теории и методики обучения и воспитания понятие «корректность» является новым метапонятием, а с позиций формальной логики – новой межпредметной категорией в математике, методике обучения математике, смежных с ними областях знаний; выявлена его многоаспектность (содержательный, деятельностный, дидактический, общекультурный аспекты); результатом такого анализа явилось построение теории математической корректности;

- предложена авторская концепция и модель шестиуровневого процесса критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений, ориентированная на формирование критериально-корректностной компетентности; построен диагностический аппарат и выявлены структура, уровни сформированности, этапы становления критериально-корректностной компетентности; сформулирована система новых специальных принципов критериально-корректностной математической подготовки: принципы математической корректности, незавершенности знания, спиралеобразного развития корректного знания;

- теоретически обоснована, разработана и апробирована новая методическая система критериально-корректностной математической подготовки бака-

лавров физико-математических направлений и построена ее модель в составе целевого, содержательного, процессуального компонентов. Целевой компонент представлен в виде шести групп целей иерархической структуры: главная (глобальная), этапные, уровневые, фазовые, интегративные, оперативные; содержательный компонент разработан в соответствии с компетентностной концепцией в виде интегрированного межпредметного содержания дисциплин базовой и вариативной части, системы инвариантов деятельности по обоснованию корректности, личностных ориентаций и ценностей на основе понятия «корректность»; процессуальный компонент представлен организационными формами, методами, средствами, в которых в качестве основных средств разработаны система межпредметно-корректностных модулей, авторские межпредметные спецкурсы «Корректные и некорректные задачи математической физики», «Корректность определений и регулярное обобщение математических понятий». Выявлены педагогические условия реализации построенной методической системы.

**Теоретическая значимость** исследования состоит в следующем:

- в разделах, касающихся корректности основных элементов математического содержания, расширен понятийный аппарат математики, теории и методики обучения математике, а также ряда смежных дисциплин введением нового метапредметного понятия, новой межпредметной категории «корректность»;

- предложена авторская трактовка корректности основных элементов математического содержания, дано обоснование целесообразности использования определения Ж. Адамара корректной и некорректной математической задачи в качестве основного, выявлены и обоснованы инварианты деятельности с корректными и некорректными объектами, разработаны приемы «устранения некорректности», что вносит вклад в развитие таких разделов частной методики обучения математике, как «Задачи в обучении математике», «Формирование математических понятий», «Методика изучения теорем», «Эвристики»;

- совокупность теоретических положений концепции критериально-корректностной математической подготовки и выдвинутые специальные принципы критериально-корректностной математической подготовки: математической корректности, незавершенности знаний, спиралеобразного развития корректного знания, - вносят вклад в дисциплину «Теория и методика обучения математике»; обогащение состава универсальной деятельности обучающихся в условиях некорректности, универсальными действиями по обоснованию корректности, распознаванию некорректности и ее преобразованию в корректность вносят вклад в дисциплину «Теория учебной деятельности»;

- сконструированный на основании теории педагогических взаимодействий и авторских методик шестиуровневый процесс критериально-корректностной математической подготовки конкретизирует сложившиеся научные взгляды о компетентностной образовательной парадигме;

- построенная методическая система критериально-корректностной математической подготовки конкретизирует и дополняет теорию и методику обучения математике в вузе.

**Практическая значимость** исследования состоит в том, что:

- созданная модель шестиуровневого процесса критериально-корректностной математической подготовки бакалавров обеспечивает эффективное усвоение содержания соответствующих курсов, спецкурсов, интегрированных межпредметных модулей, видов учебной деятельности;

- разработанное содержание спецкурсов, интегрированных межпредметных модулей, видов учебной работы дает возможность преподавателям вузов обеспечивать в условиях реализации государственных образовательных стандартов поэтапный характер формирования критериально-корректностной компетентности бакалавров;

- разработанные спецкурсы «Корректные и некорректные задачи математической физики», «Корректность определений и регулярное обобщение математических понятий» и опубликованное учебное пособие «Математическая корректность» могут рассматриваться в качестве универсальной междисциплинарной базы для создания преподавателями критериально-корректностных учебно-методических комплексов по преподаваемым ими различным учебным предметам и дисциплинам при организации и проведении математической подготовки бакалавров в различных российских вузах.

**Достоверность и обоснованность** результатов исследования обеспечивается применением научно обоснованных методологических подходов; использованием методов, адекватных целям, предмету и задачам исследования; соответствием полученных в работе результатов как психолого-педагогическим положениям обучения математике в вузе, так и теоретическим положениям ряда математических дисциплин, среди которых: теория обратных и некорректных задач, математическая физика, теория дифференциальных уравнений, алгебра, геометрия; фактом положительной оценки разработанных спецкурсов «Корректные и некорректные задачи математической физики», «Корректность определений и регулярное обобщение математических понятий», системы межпредметно-корректностных модулей, учебного пособия «Математическая корректность» вузовскими преподавателями математики; принятием полученных в исследовании результатов психолого-педагогическим, методическим и математическим научным сообществами.

### **На защиту выносятся следующие положения**

**1.** Критериально-корректностная математическая подготовка бакалавров физико-математических направлений – это особый вид межпредметной математической подготовки, которая в качестве ведущей идеи использует универсальный критерий – понятие «корректность», основана на специальных принципах математической корректности, незавершенности знаний, спиралеобразного развития корректного знания; реализует организационно-деятельностную, содержательную межпредметную и внутрипредметную интеграцию, направлена на:

- формирование универсального критерия «корректность» оценки основных компонентов математического содержания, а также широкого класса объектов профессиональной, личностной и ценностной сферы человека;

- освоение деятельности по обоснованию корректности, распознаванию некорректности и ее преодолению, на овладение деятельности в условиях пере-

избытка, недостатка и противоречивости данных, т.е. в условиях некорректности.

**2.** Целесообразность выделения критериально-корректностной математической подготовки в системе профессиональной подготовки бакалавров физико-математических направлений основана на том, что математическое образование, построенное на такого вида подготовке, способствует формированию системы общекультурных, профессиональных, специальных компетенций, а также на:

- социальном заказе общества на подготовку профессионала, владеющего методологией действий в условиях некорректности;

- необходимости широкой интеграции внутри образовательного процесса, основу которой составляет универсальный критерий – понятие «корректность»;

- необходимости осуществления эффективного целостного учебного процесса, направленного на развитие личности обучающихся, подкрепленное авторитетным мнением ученых-математиков, ученых-методистов, неоднократно указывавших на необходимость введения в содержание образования таких общих и в то же время актуальных понятий, как математическая корректность: корректность математической задачи, модели, определения понятия, доказательства, вопроса, применения метода и т.д.

**3.** Содержание критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений представляется системой критериально-корректностных компетенций (А) – (D):

- **(А)** способность работать с математической задачей на основе понятия «корректность»;

- **(В)** способность выявлять некорректность математических объектов: математической модели, формулировки задачи, определения понятия, вопроса и ответа, доказательства, применения метода, результата наблюдений, - и владение способами ее преобразования в корректность;

- **(С)** способность строить устную и письменную речь, вести научную дискуссию, осуществлять мыслительный процесс в форме диалоговой последовательности корректных вопросов и ответов в корректной вопросно-ответной форме;

- **(D)** способность осуществлять анализ философских, мировоззренческих, естественно-научных и личностно значимых проблем с точки зрения понятия «корректность».

*Знаниевая* составляющая критериально-корректностных компетенций сводится к владению понятием «корректность» в терминологическом и общеупотребительном смыслах; *деятельностная* – к способности применять его в качестве универсального критерия, к владению универсальной деятельностью по обоснованию корректности, выявлению некорректности математических объектов и преобразованию ее в корректность, владению системой универсальных учебных действий (УУД) по обоснованию однозначной определенности, варьированию, корректировке; *личностная* – к умению реализовывать мировоззренческий, общекультурный потенциал понятия «корректность» в учебно-

познавательной, исследовательской, профессиональной деятельности, в формировании мировоззрения, системы ценностей и личностных качеств бакалавров.

В результате критериально-корректностной подготовки формируется критериально-корректностная компетентность, т.е. критериально-корректностная компетентность бакалавров физико-математических направлений – это интегративное свойство личности, показывающее степень овладения студентом критериально-корректностными компетенциями А–D и проявляющееся в профессиональной деятельности, в ценностном отношении к самому себе и к окружающему миру.

4. Концепция критериально-корректностной математической подготовки бакалавров указанных направлений обеспечивает целенаправленный, шести-этапный процесс формирования критериально-корректностной компетентности бакалавра. Методологической основой концепции являются положения системного, деятельностного, компетентностного подходов; теоретические основы – это положения математической корректности; основную идею концепции составляют универсальный критерий корректности; наряду с дидактическими, приняты специальные принципы этого вида подготовки: математической корректности, незавершенности знания, спиралеобразного развития корректного знания.

5. Понятие «корректность» – это оценочное понятие, универсальный критерий. С точки зрения теории и методики обучения это – метапонятие, с точки зрения формальной логики – межпредметная категория. Системный анализ понятия «корректность» дает основания заключить, что корректность какого-либо объекта может быть зафиксирована на основании рассмотрения свойств как самого объекта, так и свойств той внешней среды, где объект рассматривается. Понятие «корректность» многоаспектно: *содержательный аспект* имеет две составляющие: терминологическую (задача, математическая модель, программное обеспечение и т.д. – с однозначной трактовкой термина в соответствующей предметной области) и общеупотребительную (формулировка задачи, теоремы, доказательство, определение понятия и т.д. – понимаемые как правильность в данных условиях); *деятельностный аспект* представлен системой универсальных учебных действий: обоснование однозначной определенности, варьирование, корректировка, и приемами деятельности в условиях некорректности; *дидактический аспект* обеспечивает отбор содержания и построение процесса обучения в соответствии с принципами математической корректности, незавершенности знаний, спиралеобразного развития корректного знания; *общекультурный аспект* связан с тем, что понятие «корректность», использованное в качестве универсального критерия, позволяет формировать систему ценностей, личностных качеств, систему философских взглядов и мировоззрение обучающихся.

6. Методическая система критериально-корректностной математической подготовки бакалавров (МС ККМПБ) физико-математических направлений – это сложная, открытая, управляемая система, включающая в качестве компонентов цели, содержание, методы, средства и организационные формы, ориентированная на развитие личности обучающихся, выделенная из образователь-

ной среды вуза на основе интегрирующего свойства – понятия «корректность», и построенная в соответствии с системой специальных принципов – принципов математической корректности, незавершенности знаний, спиралеобразного развития корректного знания. Запланированный результат достигается обеспечением научно-методических и организационных условий.

7. Эффективными средствами формирования критериально-корректностной компетентности бакалавров физико-математических направлений являются: система межпредметно-корректностных модулей и межпредметные спецкурсы «Корректные и некорректные задачи математической физики», «Корректность определений и регулярное обобщение математических понятий». Межпредметно-корректностный модуль (МКМ) – это структурно-содержательная часть методической системы формирования критериально-корректностной компетентности, представляющая собой сочетание логически завершённого межпредметного теоретического материала и обобщенных практических действий пользования данным материалом в математической и смежных с ней видах деятельности, а также в профессиональной деятельности и реальной жизни. Система межпредметно-корректностных модулей (СМКМ) – это совокупность межпредметно-корректностных модулей, обогащенная внутрипредметными и межпредметными содержанием и связями, как по горизонтали, так и по вертикали, и ориентированная на конечную цель – формирование критериально-корректностной компетентности, и играющая роль одного из ее основных средств формирования.

**Личное участие автора** выражается в разработке теоретических основ математической корректности, в разработке концепции, специальных принципов, шестиуровневой структурно-функциональной модели критериально-корректностной математической подготовки и модели ее методической системы, в осуществлении педагогического эксперимента и его руководстве, анализе основных этапов исследования.

**База и организация исследования.** Базой исследования явились вузы г.г. Пензы, Орла, Москвы, Уфы, Тамбова.

Исследования проводились с 2004 по 2016 г. и осуществлялись в несколько этапов:

*I этап (2004–2008).* Анализ психолого - педагогической теории и практики, анализ учебников и учебных пособий по вузовским курсам математических дисциплин, выявление и формулирование проблемы исследования.

*II этап (2008–2010).* Анализ понятия «корректность», выявление его свойств, функций, основных направлений применения в учебном процессе, обоснование метапредметности и дидактической направленности. Формулирование гипотезы и ведущей идеи исследования, проведение констатирующего этапа педагогического эксперимента.

*III этап (2010–2012).* Построение модели критериально-корректностной математической подготовки и модели ее методической системы, уточнение и корректировка их элементов. Формулирование критериев диагностических уровней формирования критериально-корректностной компетентности. Проведение поискового этапа педагогического эксперимента.



*IV этап (2012–2016).* Проверка эффективности реализации методической системы, проведение формирующего этапа педагогического эксперимента и анализ его результатов. Оформление диссертационной работы.

**Апробация и внедрение результатов исследования.** Результаты исследования были доложены и одобрены на следующих конференциях: на Международных конференциях «Проблемы теории и практики обучения математике – Герценовские чтения» (Санкт-Петербург, РГПУ им. А. И. Герцена, 2009–2016), на Международной научной конференции под эгидой премьер-министра РА Овика Абраамяна «Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство» (г. Горис, Армения, 28 сентября – 2 октября 2015 г.), на XXXIV Международном научном семинаре преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов под руководством А. Г. Мордковича, (г. Калуга, Калужский филиал ФГБОУ ВПО «Финансовый университет при правительстве РФ, 25–27 сентября 2015); на XXIII Международной конференции МКО 25–30 января 2016 г. в г. Дубна; на II Международной научно-методической конференции «Физико-математическое и технологическое образование: проблемы и перспективы развития» в ФГБОУ ВО МПГУ 1–4 марта 2016 г.; на Всероссийских научно-практических конференциях с международным участием «Артемовские чтения» (Пенза, ПГПУ им. В. Г. Белинского, 2007–2015), на XXI Всероссийском семинаре преподавателей математики университетов и пед. вузов (Санкт-Петербург, РГПУ им. Герцена, 2002), на Федеральной научно-практической конференции «Традиции и современность» (Нижний Новгород, 1997), на Всероссийской конференции «Гуманизация и гуманитаризация математического образования в школе и вузе» (Саранск, 1998), на Всероссийской научно-практической конференции «Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике» (Пенза, 2001, 2007–2014), на Всероссийской научной конференции «Гуманитаризация среднего и высшего математического образования: методология, теория и практика» (Саранск, 2002), на 8-й Международной научно-методической конференции «Проблемы повышения качества подготовки специалистов» (Москва, МГТА, 2002), на IV Международной конференции «Математическое образование: концепции, методики и технологии» (Тольятти, ТГУ, 2009, 2011), на Всероссийской заочной научно-практической конференции «Современная математика и проблемы математического образования» (Орел, ОГУ, 2009), на VII Международной конференции «Математика. Образование» (Чебоксары, ЧПУ, ЧГУ, 2008, 2009), на Международной научно-технической конференции, посвященной 70-летию Пензенского педагогического университета им. В. Г. Белинского «Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике» (Пенза, 2009), на XXVII Пленуме Учебно-методического Совета по математике и механике и на Всероссийской научно-методической конференции Адыгейского университета «Актуальные проблемы углубленного математического образования» (Майкоп, АГУ, 2010), на Международной научно-практической конференции «Математика и ее приложения. Экономическое прогнозирование: модели и методы» (Орел, 2011), на Международной научно-практической конференции «Проблемы математического образования: история

и современность», посвященной 100-летию со дня рождения педагога-математика В. Л. Минковского (Орел, 2011) на региональных научно-практических конференциях учителей (Пенза, 2009–2013), на научно-методических конференциях преподавателей и сотрудников ПВАИУ и ПГПУ (Пенза, 1989–2013).

Основные результаты исследования опубликованы в 73 трудах, (общее количество публикаций – более 100), в том числе: в двух монографиях, 4 учебных и учебно-методических пособиях, одно из которых имеет гриф УМО, 22 публикациях в журналах Перечня ВАК РФ, 1 публикации в журнале, рецензируемом в базе «SCOPUS», 5 публикациях на английском языке.

Внедрение осуществлялось в ряде российских вузов посредством распространения методических разработок.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, приложений.

### **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ**

Во **Введении** обоснована актуальность темы исследования, раскрыта степень ее разработанности, определены цель, объект, предмет, гипотеза и задачи исследования, описаны методы и методология исследования, освещена его апробация, сформулированы новизна, теоретическая и практическая значимость, выносимые на защиту положения.

**В первой главе «Теоретические основы математической корректности»** построен частный теоретический аппарат проводимого исследования. С этой целью проведен всесторонний анализ понятия «корректность», который послужил основой для построения теории математической корректности.

В разделе 1.1 «Понятие корректной и некорректной математической задачи» анализируются вопросы, связанные с определением корректной и некорректной задачи в математике, в естественно-научных областях знаний, в теории и методике обучения математике (подраздел 1.1.1); проводится психолого-педагогический анализ содержательного и процессуального компонентов математической задачи (подраздел 1.1.2); выявляются место, роль, функции, назначение некорректных задач в обучении математике (подраздел 1.1.3).

В начале XX века определение корректной и некорректной задач математической физики сформулировал Ж. Адамар. Далее это определение распространилось на математический анализ, алгебру, геометрию, математическое моделирование, численные методы, физику, информатику, теорию систем и т.п. В соответствии с определением Ж. Адамара, математическая задача называется *корректной* или *корректно поставленной*, если выполнены условия: решение задачи

1) существует; 2) единственно; 3) устойчиво.

Задачи, решение которых не удовлетворяет хотя бы одному из перечисленных трех условий, называются *некорректными* или *некорректно поставленными*. Условия 1) -3) называются *условиями корректности*.

Смысл первого условия заключается в том, что среди исходных данных нет противоречащих друг другу условий, что исключало бы возможность решения задачи. Второе условие означает, что исходных данных достаточно для

однозначной разрешимости задачи. Эти два условия обычно называют условиями *математической определенности задачи*. В противном случае – задача математически не определенная.

Третье условие корректности задачи означает, что «малым» изменениям исходных данных соответствуют «малые» изменения решения.

Анализ определения Ж. Адамара позволил сделать выводы:

- понятия «корректная задача» и «корректно поставленная задача» отождествляются, с точки зрения формальной логики это равнозначные или тождественные понятия;
- классификация задач на «корректные» и «некорректные» проводится на основании *свойств решений задачи*. В теории и методике обучения математике за основу классификации приняты *свойства данных задачи*;
- математические задачи в соответствии с приведенным определением делятся на три класса: корректные, некорректные и те, к которым данное определение не может быть применено. Тогда некорректным задачам противопоставляются не «стандартные» и «традиционные», как это делается в большинстве случаев в методике обучения математике, а «те задачи, которые не являются некорректными»;
- определение корректной задачи – явное, номинальное. Оно дается через ближайший род (задача) плюс видовое отличие (три условия корректности).

В психолого-педагогической и научно-методической литературе понятия «корректная задача», «корректно поставленная задача», «некорректная задача», «некорректно поставленная задача» трактуются неоднозначно и не всегда совпадают с определением Ж. Адамара. В большинстве случаев к некорректным относят задачи в соответствии с характером данных. Задачи с неполными, избыточными или противоречивыми данными в методической литературе называются некорректными. Такие задачи рассматривали В. А. Крутецкий, М. П. Буловацкий, Э. Г. Гельфман, Л. Л. Гурова, Ю. М. Колягин, Н. В. Метельский, Л. М. Фридман, А. Ф. Эсаулов, Д. Пойаи др.

Различия в подходах к определению корректной и некорректной математической задачи сводятся к тому, какой признак принят за основу классификации: свойства решений задачи (Ж. Адамар и вслед за ним – математическое и естественно-научное сообщество) или свойства данных задачи (подавляющее большинство авторов, работающих в психолого-педагогической и методической областях). Эти основания для классификации задач тесно связаны, но не равнозначны. При этом, взяв за основу классификации свойства данных задачи, авторы в дальнейшем, так или иначе, обращаются к свойствам решений задачи; кроме того, понятие корректной математической задачи не дается. Задачи, которые в психолого-педагогических и методической науках называются некорректными, будут некорректны и в смысле определения Ж. Адамара, т.е. определение Ж. Адамара является более общим. В пользу определения Ж. Адамара говорит ряд факторов: оно признано в большинстве математических и естественно-научных областях знаний, исторически более раннее, активно работает в прикладных областях, дает ключ к проведению психолого-педагогического анализа компонентов задачи, выделению универсальных действий. В исследо-

вании творческой деятельности И. П. Калошина использует определение Ж. Адамара, которое легко доступно для понимания.

Таким образом, в разделе 1.1 приходим к заключению, что определение Ж. Адамара корректной и некорректной математической задачи, ввиду его исторического приоритета, общности, простоты, доступности, естественности и общепризнанности в математике и смежных научных областях, может быть приемлемым и в методике обучения математике.

С целью разграничения понятий «некорректная задача» и задача, плохо сформулированная, плохо поставленная, некорректно сформулированная, когда в условиях задачи встречаются разночтения, нет однозначного понимания текста задачи, мы считаем целесообразным ввести в рассмотрение понятие «корректная формулировка задачи». Так, «корректная задача» или «корректно поставленная задача» - это эквивалентные термины, закрепленные определением Ж. Адамара. В то же время выражение «корректная формулировка задачи» может быть принято как общеупотребительное, и его смысл закрепляется соглашением, например, следующего характера: «Корректной называется такая формулировка математической задачи, которая допускает однозначное ее понимание всеми членами математического научного сообщества. В противном случае – формулировка задачи некорректна».

Примеры некорректных формулировок задач известны в математике и носят название парадоксов или знаменитых ошибок. Некорректные формулировки задач в математике неоднократно приводили к тому, что для одной и той же задачи допускались «различные правильные решения, в которых получены разные ответы». Это выражение стоит в кавычках, потому что за «правильные решения» принимаются, в действительности, решения не одной, а различных – по числу «правильных решений» - задач. В парадоксах может допускаться неоднозначное понимание условий, и поэтому такие парадоксы можно отнести к задачам с неполными данными, дополняя которые переходят к корректной формулировке.

Например, парадокс Бертрана, по мнению некоторых авторов, связан с тем, что в условии задачи не определено понятие «проведения хорды наудачу», в чем и состоит некорректность формулировки задачи. Поэтому такие парадоксы можно отнести к задачам с неполными данными, дополнением которых необходимо перейти к корректной формулировке. В истории математики известен и другой пример; так называемая «Ошибка Даламбера» разрешается переформулировкой задачи и построением модели, в которой монеты одинакового достоинства ведут себя как различимые.

Анализ содержательного компонента некорректной математической задачи (подраздел 1.1.2) показал проявление системных свойств задачи. Варьирование компонентов задачи: условий, требования, базиса и алгоритма решения, - ведет к изменению связей как внутри задачи, так и к изменению связей задачи с внешней средой и к изменению ее корректности. Анализ содержательного компонента некорректной задачи позволил заключить, что сужение или расширение предметной области, изменение теоретического базиса задачи, переход к другой предметной области или к другой математической модели, к обобще-

нию существующих понятий- это приемы преодоления некорректности. Так, например, разрешимость условно-корректной задачи гравиразведки, исследованной А. Н. Тихоновым, достигается сужением множества допустимых решений до множества монотонных функций, а решение несовместной системы линейных уравнений становится возможным благодаря введению нового понятия – понятия квазирешения.

Анализ процессуального компонента некорректной математической задачи, проведенный в подразделе 1.1.2, позволил заключить, что эта деятельность

1) развернута, т.к. осуществляются все ее этапы: от анализа данных к поиску решения, осуществлению решения и к «взгляду назад»;

2) циклична;

3) ее инвариантами являются: обоснование однозначной определенности, варьирование, корректировка.

Весь состав деятельности, адекватной понятию «корректность», иллюстрируется при решении некорректной задачи теплопроводности стержня с обратным временем, когда при обнаружении неустойчивости решения выбирается подходящий оператор регуляризации и устанавливается сходимость решения.

В подразделе 1.1.3 о роли и месте, функциях, назначении некорректных задач в обучении математике обоснован вывод, что некорректные задачи существенно дополняют возможности корректных задач в многообразном назначении задач в обучении математике.

Мировоззренческая роль некорректных задач неоднократно подчеркивалась в работах отечественных философов. С. А. Лебедев в работе «Философия естественных наук» указывает: решение обратных некорректных задач

а) подтверждает, что «свойственное многим ученым-естественникам убеждение в том, что в конечном счете только один вывод, только одно мнение есть истина, не является правильным»;

б) допускает «заметный элемент субъективизма, что приводит к появлению различных взглядов. Однако эти взгляды надо рассматривать не как противоречащие друг другу, а как взаимодополняющие».

Благодаря дидактическим возможностям некорректных задач целесообразность их включения в содержание образования не вызывает сомнений. Но, тем не менее, количество некорректных задач в учебниках и учебных пособиях, как в российских, так и зарубежных, чрезвычайно мало. Так, в задаче, привлеченной в свое время внимание выдающегося математика В. И. Арнольда, требуется найти площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого - 10 дюймов, а опущенная на нее высота - 6 дюймов. Эту задачу в качестве тестового задания успешно «решали» американские школьники много лет, пока не выяснилось, что задача некорректна, содержит противоречия в условиях, т.к. высота, опущенная на гипотенузу, не может быть больше половины гипотенузы.

В разделе 1.2. «Корректность основных элементов математического содержания и их дидактический анализ» исследуется корректность математической модели (подраздел 1.2.1), правил вывода (подраздел 1.2.2), определения понятий (подраздел 1.2.3), вопроса и ответа (подраздел 1.2.4), математического доказательства (подраздел 1.2.5).

Корректность определения равнозначных или эквивалентных понятий (подраздел 1.2.3) требует доказательства совпадения объемов введенных понятий. Так, в школьном курсе математики тригонометрические функции синус и косинус вводятся через проекции точки тригонометрической окружности на координатные оси. В вузовском курсе математического анализа такие «школьные» определения, опирающиеся на геометрические построения, уже не могут считаться корректными. Поэтому даются аналитические определения синуса и косинуса средствами математического анализа: через степенной ряд, с помощью интегральных, дифференциальных или функциональных соотношений, и обосновывается их совпадение с геометрическим «школьным» определением. Для обоснования корректности определения понятия предела функции в точке доказывается эквивалентность определений «по Коши», «по Гейне», «на языке односторонних пределов». В вузовском курсе обосновывается корректность определения вычета аналитической функции в изолированной особой точке, корректность операций для элементов фактор-пространства, корректность определения декартовой системы координат в математическом анализе и геометрии.

Логически некорректный вопрос (подраздел 1.2.4) имеет среди своих посылок (явных или неявных) ложное или неполное знание. Если Вам задан некорректный вопрос, то рекомендуется не давать однозначного ответа, а, указав на логическую некорректность вопроса, аргументировано ее обосновать, и, далее, либо затребовать дополнительную информацию, либо описать все возможные варианты, либо использовать приближения, либо попросить переформулировать вопрос и т.д. Но в любом случае на некорректно поставленный вопрос нельзя пытаться дать однозначный ответ.

На рисунке 1 приведены основные сведения, касающиеся понятия «корректность».

*Корректность* - это абстрактное понятие, взаимодействующее со своей противоположностью – *некорректностью*; понятие «*корректность*» является свойством предметов, в чистом виде отдельно от предметов не встречается; «*корректность*» является признаком, характеризующим меру выраженности свойств предметов окружающего мира и внешней среды. *Корректность* объекта складывается из свойств как самого объекта, так и соответствующих свойств внешней среды. Таким образом, понятие «*корректность*» - это критерий, относительное оценочное понятие.

Как любое понятие, «*корректность*» характеризуется своими объемом и содержанием. Объем этого понятия – не ограничен, в содержании выделяются две составляющие:

- номинальная или терминологическая, когда содержание строго закреплено определением в соответствующей предметной области в виде термина и
- общеупотребительная, с более свободной трактовкой. Мы предлагаем трактовать корректность как правильность, однозначную определенность в рассматриваемых условиях.

С точки зрения теории и методики обучения «*корректность*» является метапонятием.

С точки зрения формальной логики «*корректность*» – это межпредметная категория.

Понятие «*корректность*» многоаспектно,

- *содержательный аспект* выражается в выделении номинального (терминологического) и общеупотребительного содержания данного понятия;

- *деятельностный аспект* состоит в том, что выделяется система УУД, адекватные понятию «*корректность*»: обоснование однозначной определенности, варьирование, корректировка; формируются приемы деятельности по распознаванию корректности и некорректности, преодолению некорректности;

- *дидактический аспект* означает, что на основе понятия «*корректность*» выводятся закономерности учебного процесса и формулируются специальные принципы критериально-корректностной математической подготовки;

- *общекультурный (философский и личностно-мировоззренческий) аспект* сводится к тому, что представляется возможным формирование грамотной устной и письменной речи в виде последовательности корректных вопросов и ответов, общекультурных и моральных ценностей, личностных качеств, философское осмысление математических фактов с использованием критерия корректности.

На основе методов теории обратных и некорректных задач в первой главе сформулированы приемы «преодоления некорректности»:

- изменение свойств, как самого объекта, так и внешней среды;
- обобщение/ограничение/ уточнение понятий;
- рассмотрение объекта в новой внешней среде или в новой предметной области;
- декомпозиция некорректного объекта на корректные составляющие;
- рассмотрение приближенных моделей, аппроксимирующих точные;
- использование дополнительной информации об объекте.



Рисунок 1 – Понятие «Корректность»

**Во второй главе «Концепция критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений»** на основе анализа различных версий Стандартов высшего образования и выявленных аспектов понятия «корректность» сформирован список критериально-корректностных компетенций (А)-(Д); определена критериально-корректностная компетентность бакалавров физико-математических направлений; сформулирована концепция исследования, предложена шестиуровневая модель критериально-корректностной математической подготовки, разработан ее диагностический аппарат.

В разделе 2.1 «Критериально-корректностная компетентность бакалавров физико-математических направлений подготовки» выделены критериально-корректностные компетенции А-Д и указан их компонентный состав:

- (А) способность работать с математической задачей на основе понятия «корректность»;

- (В) способность выявлять некорректность математических объектов: математической модели, формулировки задачи, доказательства, определения по-



нятия, применения метода, интерпретации результатов наблюдений и т.п. - и владеть способами ее преобразования в корректность;

- **(С)** способность строить устную и письменную речь, вести научную дискуссию, осуществлять мыслительный процесс в форме диалоговой последовательности корректных вопросов и ответов (в корректной вопросно-ответной форме);

- **(D)** способность осуществлять анализ философских, мировоззренческих, естественно-научных и личностно значимых проблем с точки зрения понятия «корректность».

Далее в работе определен термин «критериально-корректностная компетентность бакалавра» как владение критериально-корректностными компетенциями (A)-(D) в математической, профессиональной деятельности и личностной сфере, включающее личное отношение.

В разделе 2.2 «Основные положения концепции критериально-корректностной математической подготовки» определено понятие критериально-корректностной математической подготовки бакалавров и описаны основные составляющие концепции исследования: ведущие идеи, методологические и теоретические основы, понятийный аппарат, цель, принципы.

В основу концепции положены системный, деятельностный, компетентностный подходы, теория математической корректности, дидактические и специальные принципы критериально-корректностной математической подготовки: математической корректности, незавершенности знаний, спиралеобразного развития корректного знания.

Критериально-корректностную математическую подготовку бакалавров мы определяем как особый вид межпредметной математической подготовки, которая в качестве ведущей идеи использует понятие «корректность», реализует организационно-деятельностную, содержательную межпредметную и внутрипредметную интеграцию, направлена на

- формирование универсального критерия «корректность» оценки основных компонентов математического содержания, а также широкого класса объектов профессиональной, личностной и ценностной сферы человека;

- освоение приемов деятельности как с корректными, так и некорректными объектами.

Содержание критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений представляется системой критериально-корректностных компетенций A-D. Поэтому, критериально-корректностная подготовка направлена на формирование критериально-корректностных компетенций на математическом содержании, т.е. на обретение студентами критериально-корректностной компетентности.

Целью критериально-корректностной математической подготовки является формирование критериально-корректностной компетентности бакалавров.

В разделе 2.3 «Критериально-корректностная математическая подготовка бакалавров как динамический шестиуровневый процесс педагогического взаимодействия» отражены уровни, этапы развития критериально-корректностной компетентности, сформулированы критерии диагностики.

Для описания *этапов и уровней формирования* критериально-корректностной компетентности была использована модель функционирования системы педагогических взаимодействий О.В.Красновой, выделены

шесть качественно различных *уровней*: I -неопределенный, II- дезорганизованный, III - манипулятивный, IV –прагматический, V -оптимальный, VI - автономный;

и пять *этапов*: I→II ориентационный, II→III адаптационный, III→IV функционализации, IV→V оптимизации, V→VI автономизации.

Для определения уровня сформированности критериально-корректностной компетентности использованы три критерия: знаниевый, деятельностный и личностный.

**В третьей главе «Методическая система критериально-корректностной математической подготовки бакалавров»** продолжено развитие концепции критериально-корректностной математической подготовки – построена модель ее методической системы (рисунок 2): раскрыты целевой, содержательный, процессуальный компоненты.

Методическая система управляема; в качестве *цели* управления системой выступает формирование критериально-корректностной компетентности бакалавров, играющее ведущую, подчиняющую роль по отношению ко всем остальным компонентам системы: содержательному и процессуальному.

*Содержание* критериально-корректностной математической подготовки рассмотрено в разделе 3.2.

В разделе 3.3 *определен процессуальный компонент*. Критериально-корректностная математическая подготовка осуществляется в рамках лекционно-семинарских организационных *форм обучения*. Используются продуктивные *методы* обучения: проблемный, исследовательский, метод проектов, case-study, работа в малых группах, IT- технологии. Центральное место в разработке процессуального компонента в качестве *средств* обучения занимают система межпредметно-корректностных модулей (СМКМ) и интегрированные спецкурсы.

Система межпредметно-корректностных модулей (СМКМ) содержит 8 модулей:

1. Понятие математической корректности, его многоаспектность;
2. Корректность математической задачи;
3. Корректность формулировки математической задачи;
4. Корректность определения понятия;
5. Корректность вопроса и ответа;
- 6.Корректность доказательства, изложения материала, интерпретации результатов эксперимента, результатов наблюдений;
7. Корректность метода, вычислительного алгоритма, устойчивость;
8. Корректность задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие о краевых и обратных задачах для обыкновенных дифференциальных уравнений. Корректность математической модели.



Рисунок 2 - Модель методической системы критериально-корректностной математической подготовки бакалавров

В четвертой главе «Осуществление критериально-корректностной математической подготовки бакалавров и ее диагностика» раскрыто содержание системы межпредметно-корректностных модулей (СМКМ) (раздел 4.1) и межпредметных спецкурсов «Корректные и некорректные задачи математической физики», «Корректность определений и регулярное обобщение математических понятий» (раздел 4.2). В разделе 4.3 описан педагогический эксперимент по проверке гипотезы исследования.

Освоение системы критериально-корректностных модулей обеспечивает манипулятивный уровень сформированности критериально-корректностной компетентности бакалавров, который характеризуется знаниями терминологи-

ческой и представлениями об общеупотребительной корректности, знанием модельных корректных и некорректных задач, владением требованием «корректность» к диалоговой устной и письменной речи, методам, доказательствам, формулировкам задач.

Приведем отдельные задания из модулей 2 и 8.

### **Модуль 2. Корректность математической задачи.**

Задания 2.1- 2.6 ориентированы на формирование у студентов навыка правильного определения числа решений задачи и отдельных приемов устранения некорректности.

#### **2.1. Сколько решений имеет каждое из уравнений?**

- |                             |                             |                              |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| 1) $\sin x = \frac{\pi}{2}$ | 2) $\cos x = \frac{\pi}{6}$ | 3) $\arccos x = \frac{1}{2}$ |
| 4) $\sqrt{-x} = 2$          | 5) $-\sqrt{-x} = 2$         | 6) $\sqrt{-x} = -2$          |
| 7) $(\sqrt{x})^2 = 4$       | 8) $(\sqrt{-x})^2 = 4$      | 9) $(-\sqrt{x})^2 = 4$       |

#### **2.2. Докажите, что уравнение не имеет решения.**

- |                           |                                      |  |
|---------------------------|--------------------------------------|--|
| 1) $\sqrt{5-x} + 2 = 0$ ; | 2) $\sqrt{x-4} + \sqrt{x^2-3} = 0$ ; | 3) $\frac{\sqrt[4]{x^4-16} + \sqrt[6]{x^3-8}}{3x-x^2-2} = 0$ |
|---------------------------|--------------------------------------|--|

#### **2.3. Докажите, что уравнение имеет единственное решение. Найдите его.**

- |                               |  |                        |
|-------------------------------|--|------------------------|
| 1) $x^{\log_2 3} + x^2 = 7$ ; | 2) $x + \frac{1}{x} = 2\cos^2 \frac{\pi x}{2}$ ; | 3) $2\sqrt{3-x} = x$ ; |
|-------------------------------|--|------------------------|

**2.4.** Можно ли утверждать, что  $x = 5$  - единственное решение уравнения  $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt{5-x} = 2$ ?

**2.5.** Найдите все решения задачи и обоснуйте, что других решений нет. Вершины  $B, C$  равнобедренного треугольника  $\Delta ABC$ ,  $AB = AC$  лежат на параболы  $y = x^2$ . Точка  $A$  имеет координаты  $(0, 2)$ . Угол  $A$  в треугольнике равен  $120^\circ$ , сторона  $BC$  параллельна оси  $OX$ . Найдите площадь треугольника  $\Delta ABC$ .

**2.6.** Восстановите записи. Можно ли это сделать однозначно? Какие дополнительные условия обеспечат однозначность восстановления записей?

- |  |
|--|
| 1) $(\dots e^{\sin x})' = 2xe^{\sin x} + x^2 \dots$  |
| 2) $\lim_{x \rightarrow \dots} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - \dots} = \lim_{x \rightarrow \dots} \frac{(x-1)^2}{(x+1)(\dots)} = 0$ |

**Модуль 8. Корректность задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие о краевых и обратных задачах для обыкновенных дифференциальных уравнений. Корректность математической модели.**

Задания 8.1 – 8.3 для обыкновенных дифференциальных уравнений ориентированы на формирование у студентов понятий терминологической корректности, вычислительной неустойчивости решения, представлений об обратных задачах.

**8.1.** Исследуйте на корректность задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Сколько решений имеет задача? В случае некорректности, измените начальные условия так, чтобы получить корректную задачу Коши.

$$1) \begin{cases} (2y - x^2)dx = 2xdy, \\ y(2) = 1. \end{cases} \quad 4) \begin{cases} xy' + y = 3, \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (2y - x^2)dx = 2xdy, \\ y(0) = 1. \end{cases} \quad 5) \begin{cases} xy' + y = 3, \\ y(2) = 2. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} (2y - x^2)dx = 2xdy, \\ y(0) = 0. \end{cases} \quad 6) \begin{cases} xy' + y = 3, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

**8.2.** Рассмотрите и сравните две задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений: краевую задачу и задачу Коши; выясните причину вычислительной неустойчивости задачи Коши.

Краевая задача:

$$\begin{aligned} y'' - p^2 y &= 0, \quad 0 < x < 1, \\ y(0) &= y_0, \quad y(1) = y_1, p - \text{const.} \end{aligned}$$

Задача Коши:

$$\begin{aligned} y'' - p^2 y &= 0, \quad 0 < x < 1, \\ y(0) &= y_0, y'(0) = y'_0 \end{aligned}$$

**8.3.** Найдите коэффициенты уравнения  $y'' + \alpha y' + \beta y = 0$ , если известно, что функция

$$a) y = e^{-x}$$

$$б) y = e^{-x} + 2xe^{-x}$$

является решением этого уравнения. Сколько решений имеет задача в каждом из случаев?

Спецкурсы «Корректность определений и регулярное обобщение математических понятий», «Корректные и некорректные задачи математической физики» выводят формирование критериально-корректностной компетентности бакалавров на прагматический, оптимальный уровни, которые характеризуются следующими чертами. Обучающиеся приобретают «знания-умения» плюс опыт исследовательской деятельности, ими стабильно усвоены умения по корректному обобщению понятий, по обоснованию корректности классических задач

математической физики и их обобщений для кусочно-однородных сред, по применению корректных методов решения некорректных задач. Студенты знакомы с прикладными некорректными и обратными задачами и владеют их методами решения. Некорректные и обратные задачи становятся предметом профессиональной деятельности бакалавров.

При обучении на спецкурсах студенты продолжают осваивать приемы «преодоления некорректности», которые рекомендованы авторами, работающими в теории обратных и некорректных задач: перейти от классического понятия решения к понятию, например, квазирешения; сузить или расширить множество поиска решений задачи; доопределить условия задачи и найти все ее решения; перейти в новую предметную область; провести регуляризацию; перейти к обобщенным функциям; построить новый устойчивый вычислительный алгоритм, ввести определение несобственного интеграла «в смысле главного значения, (P.V.)»; ввести и использовать интеграл Лебега; обобщить классическое понятие суммы ряда.

В следующих заданиях необходимо выяснить, какой из приемов «преодоления некорректности» используется.

1. Убедитесь, что система линейных уравнений несовместна, и найдите ее квазирешение

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 0, \\ x_2 = 2, \\ x_1 + x_2 = 0. \end{cases}$$

2. Найдите обобщенную производную функции Хевисайда

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

3. Покажите, что регулярным обобщением несобственных интегралов 1-го и 2-го рода является их определение в смысле «главного значения», соответственно

$$(\text{v.p.}) \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \lim_{c \rightarrow +\infty} \int_{-c}^c f(x) dx,$$

$$(\text{v.p.}) \int_a^b f(x) dx = \lim_{\gamma \rightarrow 0+} \left( \int_a^{\tilde{n}-\gamma} f(x) dx + \int_{\tilde{n}+\gamma}^b f(x) dx \right),$$

4. В современном анализе классическое понятие суммы ряда обобщается и в основу кладется некоторое обобщение понятия суммы ряда, удовлетворяющее двум требованиям:

1) сохраняется свойство линейности суммы ряда,

2) объем вновь вводимого обобщенного понятия должен быть шире объема классически определенного понятия и содержать в себе, как частный случай, объем классического понятия, т.е. ряд, сходящийся в классическом смысле к сумме  $S$ , должен и в обобщенном смысле сходиться и иметь суммой то же самое число  $S$ .

**4. 1.** Найдите обобщенную (в смысле Пуассона) сумму ряда

$$1 - 2 + 3 - \dots + (-1)^{n-1} n + \dots$$

Студенты убеждаются, что в рамках классического определения суммы ряда задача некорректна, ряд расходится. Однако, можно найти обобщенную в смысле Пуассона сумму ряда:

$$\begin{aligned} & 1 - 2 + 3 - \dots + (-1)^{n-1} n + \dots = \\ & = \lim_{r \rightarrow 1-0} \left( 1 - 2r + 3r^2 - \dots + (-1)^{n-1} nr^n + \dots \right) = \lim_{r \rightarrow 1-0} \frac{1}{(1+r)^2} = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

**4. 2.** Покажите, что в классическом смысле числовой ряд  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$  расходится. Приведите обоснование Лейбница, когда в качестве «суммы» приписывалось число 0,5. Какие еще существуют корректные обобщения классического понятия суммы ряда?

**5.** Прямая и обратная задачи теплопроводности для действительной оси с точкой сопряжения.

*1-ый этап (прямая задача):* студенты доказывают теоремы существования, единственности и непрерывной зависимости решения от исходных данных.

Студентам необходимо найти в области

$$0 < t \leq T, x \in R_1, R_1 = \{x \mid x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)\}$$

решение  $u(t, x)$  уравнения теплопроводности:

$$\begin{aligned} u'_t &= a^2(x) u''_{xx}, t > 0, x \in R_1, \\ a^2(x) &= \begin{cases} a_-^2, & x < 0, \\ a_+^2, & x > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

с начальным условием:  $u(0, x) = f(x)$  (2)

и условиями сопряжения:  $u_-(t, 0) = u_+(t, 0)$ , (3)

$$\lambda_1 \frac{\partial u_-}{\partial x}(t, 0) = \lambda_2 \frac{\partial u_+}{\partial x}(t, 0), \quad \lambda_1 > \lambda_2, k = \lambda_1 / \lambda_2$$

где  $u_-(t, 0), u_+(t, 0), \frac{\partial u_-}{\partial x}(t, 0), \frac{\partial u_+}{\partial x}(t, 0)$  – предельные значения функции  $u = u(t, x)$  и ее производных в точке  $x = 0$  слева и справа соответственно.

Студенты совместно с преподавателем по классической схеме доказывают аналог формулы Пуассона и устанавливают корректность задачи.

*2-ой этап (обратная задача Коши (ретроспективная)):* восстановить начальное распределение теплового поля, т.е. функцию  $f(x) = u(0, x)$  по заданному распределению температурного поля в момент времени  $t = \tau$ .

Методом интегральных преобразований Фурье с точкой деления студенты доказывают, что решение ретроспективной задачи существует и единственно. Действуя по аналогии с классическим примером Адамара, студенты заключают, что решение неустойчиво. Действительно, если:

$$u_1(\tau, x) = \begin{cases} \frac{\sin bx}{b}, & x < 0, \\ k \frac{\sin bx}{b}, & x > 0. \end{cases},$$

тогда решением обратной задачи Коши будет функция:

$$u_1(0, x) = \begin{cases} e^{b^2\tau} \frac{\sin bx}{b}, & x < 0, \\ ke^{b^2\tau} \frac{\sin bx}{b}, & x > 0, \end{cases}$$

*3-ий этап (поиск устойчивого решения ретроспективной задачи с помощью регуляризующего алгоритма).* Студенты находят начальное условие по заданному нелокальному возмущенному условию и убеждаются, что регуляризованное решение имеет вид

$$u_1(0, x) = \begin{cases} \frac{1}{b} \cdot \frac{\sin bx}{\varepsilon + e^{-b^2\tau}}, & x < 0, \\ \frac{k}{b} \cdot \frac{\sin bx}{\varepsilon + e^{-b^2\tau}}, & x > 0, \end{cases}$$

где  $\varepsilon$  - параметр регуляризации.

*4-ый этап (исследование полученного результата).* Студенты должны обратить внимание, что если  $\varepsilon$  выбирать согласованно с точностью вычислений  $\delta$  так, что  $\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\delta}{\varepsilon} = 0$ , то регуляризованное решение будет стремиться к точному.

*5-ый этап (проверка полученных результатов для  $\lambda_1 = \lambda_2$ ).* Студенты сравнивают полученные результаты с однородным случаем.

Педагогический эксперимент, описанный в разделе 4.3, проводился в три этапа:

- констатирующий этап (2004–2010 г.г.);
- поисковый этап (2010–2012 г.г.);
- формирующий этап (2012–2016 г.г.).



На первом, констатирующем, этапе педагогического эксперимента осуществлялось выявление состояния изученности проблемы исследования и обоснование необходимости выделения в математической подготовке бакалавров особого вида межпредметной математической подготовки – критериально-корректностной.

На втором, поисковом, этапе педагогического эксперимента параллельно с экспериментальными действиями осуществлялось построение концепции исследования, на ее основе определялись структура и функционирование критериально-корректностной математической подготовки бакалавров, ее методической системы, выполнялось конструирование моделей, осуществлялось их частичное апробирование и корректировка, осуществлялся поиск эффективных путей реализации.

На третьем, формирующем, этапе педагогического эксперимента осуществлялась проверка эффективности реализации построенной методической системы. Уровень сформированности критериально-корректностной компетентности измерялся у 154 студентов (экспериментальная группа), 148 студентов (контрольная группа) 2-3 курсов.

В ходе проведения контрольных мероприятий уровень сформированности критериально-корректностной компетентности определялся методом экспертной оценки в соответствии с разработанными критериями (знаниевым, деятельностным, личностным) и методическими материалами, приведенными в Приложении 2.

Таблица 1 – Уровни сформированности критериально-корректностной компетентности бакалавров в контрольной группе (КГ) и экспериментальной группе (ЭГ)

Уровень сформированности	КГ (кол-во студентов)	ЭГ (кол-во студентов)	КГ (кол-во студентов)	ЭГ (кол-во студентов)
	до начала проведения формирующего этапа эксперимента		после проведения формирующего этапа эксперимента	
I	115	108	16	5
II	23	35	26	9
III	10	11	52	30
IV	0	0	28	54
V	0	0	26	56
	148	154	148	154

Значения критерия Пирсона:

до начала проведения формирующего этапа эксперимента:

$$\chi^2_{\text{экс}} = 2,63 \leq \chi^2_{0,05} = 9,49.$$

(т.е. на уровне значимости 5% различия в контрольной и экспериментальной группах в начале проведения формирующего этапа эксперимента незначительны);

после проведения формирующего этапа эксперимента:

$$\chi^2_{\text{экс}} = 39,04 \geq \chi^2_{0,05} = 9,49.$$

(т.е. на уровне значимости 5% различия в контрольной и экспериментальной группах после проведения формирующего этапа эксперимента существенны).

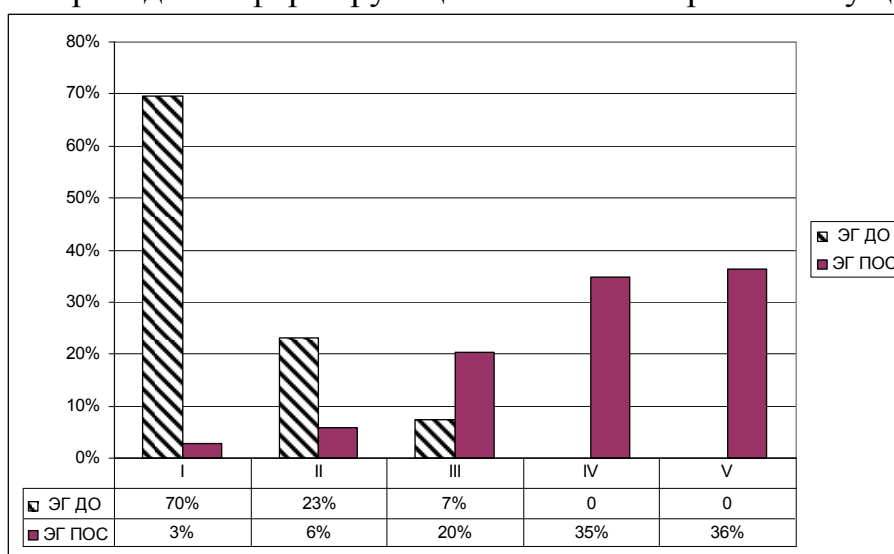


Рисунок 3 - Уровни сформированности критериально-корректностной компетентности в экспериментальной группе до (ЭГ ДО) и в экспериментальной группе после (ЭГ ПОС) проведения формирующего этапа эксперимента

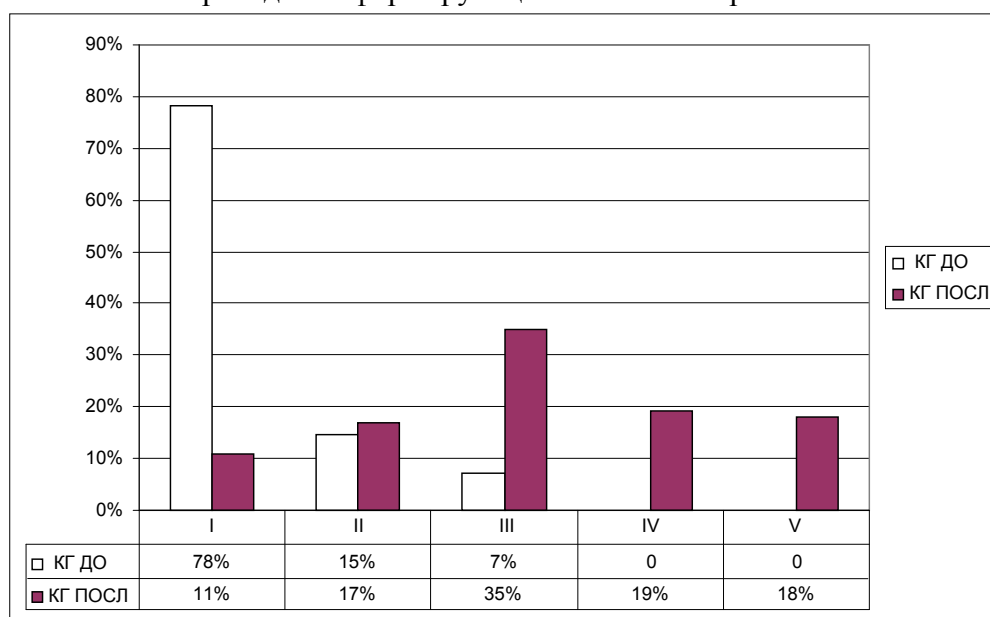


Рисунок 4 - Уровни сформированности критериально-корректностной компетентности в контрольной группе до (КГ ДО) и в контрольной после (КГ ПОС) проведения формирующего этапа эксперимента

Таким образом, результаты формирующего этапа педагогического эксперимента свидетельствуют об эффективности разработанных методических рекомендаций и дидактических материалов.

В целом, проведение педагогического эксперимента подтвердило гипотезу педагогического исследования.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В результате проведенного исследования была достигнута его цель, получено подтверждение гипотезы и определены дальнейшие перспективы разработки данного направления.

1. На основе анализа философских, математических, психолого-педагогических, методико-математических источников установлено, что понятие «корректность» обладает свойствами общности, абстрактности, универсальности, относительности, фундаментальности, системности, положительности и ему присущи дидактическая, развивающая, воспитательная функции.

Установлено, что, являясь оценочным понятием, универсальным критерием, понятие «корректность» в то же время представляет собой, с точки зрения теории и методики обучения математике, метапонятие, а с другой стороны, с точки зрения формальной логики, – межпредметную категорию.

На основе анализа философских, математических, психолого-педагогических, методико-математических источников установлено, что понятие «корректность» многоаспектно:

- обладает номинальным (терминологическим) и общеупотребительным смыслом;
- позволяет выделить систему УУД, адекватных данному понятию, и приемы деятельности в условиях некорректности;
- на основе понятия «корректность» устанавливаются закономерности учебного процесса и формулируются специальные принципы критериально-корректностной математической подготовки: математической корректности, незавершенности знания, спиралеобразного развития корректного знания, выдвинутые и обоснованные автором;
- понятие «корректность» дает возможность формировать ценностное отношение к окружающему миру, личностные качества, осваивать общекультурные и моральные ценности, с философских позиций оценивать и осмысливать математические факты, события окружающего мира, формировать грамотную устную и письменную речь в виде корректных вопросов и ответов.

2. На основе разноаспектных представлений о понятии «корректность» осуществлен анализ учебно-методической литературы, учебников, учебных пособий, теории и практики профессиональной подготовки бакалавров в системе высшего образования с точки зрения его использования в учебном процессе. Проведенный анализ показал разрозненность, отсутствие системности в осуществлении идеи корректности в образовательном процессе, несмотря на соци-

альные потребности в профессиональной подготовке такого вида, закрепленные в положениях ФГОС ВО и ФГОС ВПО. На этом основании мы пришли к выводу о необходимости выделения нового вида межпредметной математической подготовки – критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений.

3. На основе понимания компетентности, как владении рядом компетенций, определенные в работе критериально-корректностные компетенции и компетентность бакалавров выступили в качестве основного конструкта проведенного педагогического исследования.

4. Разработанная концепция критериально-корректностной математической подготовки бакалавров, основанная на понятии «корректность», как на ведущей идее, обеспечивает целенаправленный непрерывный шестиэтапный процесс осуществления критериально-корректностной математической подготовки. Методологическую базу концепции составляют положения системного, деятельностного и компетентностного подходов, а также система принципов, которая кроме общедидактических включает специальные принципы этого вида подготовки: принципы математической корректности, незавершенности знания, спиралеобразного развития корректного знания.

5. Созданная модель методической системы критериально-корректностной математической подготовки бакалавров является сложной, открытой, управляемой. Сформулированы и разделены на шесть групп цели: развивающие, общекультурные, воспитательные, общеобразовательные, научные, прикладные. Разработаны содержательный и процессуальный компоненты.

В содержание критериально-корректностной математической подготовки включены критериально-корректностные компетенции; содержание отражено в совокупности учебных дисциплин, учебных предметов, учебных тем, всего массива учебных материалов с межпредметной и внутрипредметной интеграцией, метапредметностью; включаются знания требований корректности к основным математическим объектам и опыт осуществления творческой деятельности, универсальные механизмы и приемы деятельности при работе с корректными и некорректными объектами, осуществление эмоционально-нравственных отношений на основе различных аспектов критерия «корректность».

Основными средствами формирования критериально-корректностной компетентности в разработанной методической системе стали система межпредметно-корректностных модулей и интегрированные спецкурсы.

6. Проведенный педагогический эксперимент подтвердил эффективность разработанной методической системы, т.е. гипотеза исследования была обоснована теоретически и подтверждена экспериментально. Педагогический эксперимент показал стабильную тенденцию к росту уровня сформированности критериально-корректностной компетентности в условиях применения разработанной методической системы.

За рамками диссертационного исследования остались вопросы формирования критериально-корректностной компетентности школьников и студентов колледжей, а также студентов гуманитарных факультетов вуза, для которых

понятие «корректность» играет заметную роль в профессиональной деятельности. Кроме того, возможно проведение исследований в психологическом направлении о выявлении связи формирования критериально-корректностной компетентности со свойствами психических познавательных процессов, в частности, с критическим или с интеррогативным мышлением.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ИЗЛОЖЕНЫ В СЛЕДУЮЩИХ ПУБЛИКАЦИЯХ**

### **I. Статьи в журналах, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций**

1. Яремко, Н. Н. Некорректные задачи при обучении математике в школе и вузе / Н. Н. Яремко // Известия РГПУ им. Герцена. Докторские тетради. – 2008. – № 11(62). – С. 339–346.
2. Яремко, Н. Н. Корректные и некорректные задачи / И. И. Баврин, Н. Н. Яремко // Профессиональное образование. Столица. – 2008. – № 9. – С. 37–38.
3. Яремко, Н. Н. Проблема потери решений уравнения / Н. Н. Яремко // Математика в школе. – 2009. – № 8. – С. 21–26.
4. Яремко, Н. Н. Обратная некорректная задача для уравнения теплопроводности с разрывными коэффициентами / Н. Н. Яремко // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. Физико-математические науки. – 2009. – № 13 (17). – С. 38–42.
5. Яремко, Н. Н. Решение задачи о структуре температурного поля бесконечного кусочно-однородного стержня с использованием пакета Matlab. Matlab / Н. Н. Яремко, А. В. Везденева // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. Физико-математические науки. – 2009. – № 13 (17). – С. 46–50.
6. Яремко, Н. Н. Некорректные по Адамару-Тихонову задачи в школьном курсе математики / И. И. Баврин, Н. Н. Яремко // Наука и школа. – 2009. – № 2. – С. 29–32.
7. Яремко, Н. Н. Дидактический анализ некорректной задачи / Н. Н. Яремко // Известия вузов Поволжья. Гуманитарные науки. – 2009. – № 1 (9). – С. 110–118.
8. Яремко, Н. Н. Дидактические принципы обучения решению некорректных задач / Н. Н. Яремко // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. Общественные науки. – 2010. – № 16 (20). – С. 175–178.
9. Яремко, Н. Н. Педагогические компоненты формирования математической деятельности студентов в процессе решения некорректных задач / Н. Н. Яремко // Известия вузов Поволжья. Гуманитарные науки. – 2010. – № 3 (15). – С. 150–157.
10. Яремко, Н. Н. Параллельные вычисления для преобразований Фурье с разрывными коэффициентами / О. Э. Яремко, Н. Н. Яремко // Вестник Тамбов-

ского университета. Сер. Естественные и технические науки. – 2010. – Т. 15, вып. 4. – С. 1436–1441.

11. Yaremko, N. N. Parallel computing for Fourier transform with discontinuous coefficients / O. E. Yaremko, N. N. Yaremko // Journal of Tambov State University. Series: Natural and Technical Sciences. – 2010. – Vol. 15, Issue 4. – P. 1436–1441.

12. Яремко, Н. Н. Понятие корректности в математике и его реализация в процессе формирования математической деятельности обучающихся / Н. Н. Яремко // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. – 2010. – № 18 (22). – С. 244–250.

13. Яремко, Н. Н. Метод операторов преобразования для восстановления зависимостей по эмпирическим данным / Н. Н. Яремко // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. Физико-математические науки. – 2010. – № 18 (22). – С. 30–34.

14. Яремко, Н. Н. Модель формирования профессиональных компетенций специалиста на основе понятия «корректность» / Н. Н. Яремко // Вестник МГОУ. Сер. Педагогика. – 2011. – № 2. – С. 101–106.

15. Яремко, Н. Н. Формирование профессиональных компетенций специалиста на основе понятия «корректность» / Н. Н. Яремко // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. Общественные науки. – 2011. – № 24. – С. 891–896.

16. Яремко, Н. Н. Формирование исследовательских умений программистов в процессе обучения математическому анализу на основе понятия «корректность» / Н. Н. Яремко, А. В. Колесникова // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. Общественные науки. – 2011. – № 24. – С. 896–900.

17. Яремко, Н. Н. Функции Эрмита с разрывными коэффициентами и их применения для решения обратных задач теплопроводности / Н. Н. Яремко // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. Физико-математические и технические науки. – 2011. – № 26. – С. 326–331.

18. Яремко, Н. Н. Критериально-корректностная математическая подготовка студентов университета и ее реализация / Н. Н. Яремко, О. В. Краснова // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. – 2012. – № 28. – С. 1143–1147.

19. Яремко, Н. Н. Оператор Римана–Лиувилля в классе плюригармонических функций / Н. Н. Яремко // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. Физико-математические науки. – 2012. – № 30. – С. 248–258.

20. Яремко, Н. Н. Критериально-корректностная подготовка в формировании компетентного профиля математиков: констатирующее исследование и экспериментальная модель / Н. Н. Яремко // Педагогическое образование в России. – 2013. – № 2. – С. 179–187.

21. Яремко, Н. Н. Система формирования критериально-корректностной компетентности математиков: качественное структурирование процесса и межпредметная интеграция / Н. Н. Яремко, О. В. Краснова // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Гуманитарные науки. – 2013. – № 1. – С. 191–203.

22. Яремко, Н. Н. Решение некорректных задач для уравнения теплопроводности с помощью рядов по полиномам Эрмита / В. Д. Селютин, Н. Н. Яремко // Ученые записки Орловского государственного университета. Сер. «Естественные, технические и медицинские науки». – 2015. – № 4 (67). – С. 82–86.

## II. Монографии, учебные и учебно-методические пособия

23. Яремко, Н. Н. Теоретико-методические основания критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений : моногр. / Н. Н. Яремко. – Орел: Изд-во ГОУ ВПО «ОГУ», 2015. – 148 с.
24. Яремко, Н. Н. Критериально-корректностная математическая подготовка студентов университета : моногр. / Н. Н. Яремко. – Пенза : Изд-во ПГПУ им. В. Г. Белинского, 2012. – 102 с.
25. Яремко, Н. Н. Математическая корректность : учеб. пособие / Н. Н. Яремко, О. Э. Яремко. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2014. – 192 с.
26. Яремко, Н. Н. Корректные и некорректные задачи математической физики : учеб.-метод. пособие / Н. Н. Яремко, Ю. А. Парфенова. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2013. – 80 с.
27. Линьков, В. М. Высшая математика в примерах и задачах : учеб. пособие / В. М. Линьков, Н. Н. Яремко ; под ред. проф. А. А. Емельянова [Рекомендовано УМО по образованию в области прикладной информатики]. – М. : ФиС, 2006. – 317 с.
28. Яремко, Н. Н. Дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных : учеб. пособие / М. А. Родионов, Н. Н. Яремко, А. В. Везденева. – Пенза: Изд-во ПГПУ, 2008. – 144 с.
29. Яремко, Н. Н. Комбинаторика, теория вероятностей, математическая статистика / М. А. Родионов, Н. Н. Яремко. – Пенза : Приволжский дом знаний, 2007. – 124 с.

## III. Статьи в журналах, индексируемых в базе SCOPUS, и на английском языке

30. Yaremko, O. The Fourier Transform with piecewise trigonometric kernels and its Applications / O. Yaremko, V. Selutin, N. Yaremko // Wseas Transactions on Mathematics. – 2014. – Vol. 13. – P. 615–625. (SCOPUS).
31. Yaremko, N. N. On a New Formulas for a Direct and Inverse Cauchy Problems of Heat Equation / N. N. Yaremko, O. E. Yaremko // International Journal of Partial Differential Equations and Applications. – 2014. – Vol. 2, № 1. – P. 1–6. Science and Education Publishing. DOI:10.12691/ijpdea-2-1-1.
32. Yaremko, N. N. The Criterion-correctness mathematician competence formation on the base of theory of pedagogical interaction systems functioning and development Science and Education / N. N. Yaremko, O. V. Krasnova, S. A. Vlazneva // Materials of the V International Research and Practice Conference. Vol. II. Munich, Germany, 2014. – P. 153–157.
33. Yaremko, O. Integral Fourier transforms with discontinuous Coefficients / O. Yaremko, N. Yaremko // NAUN. International Journal of Pure Mathematics. Europe. – 2014. – Vol. 1. – P. 43–46.
34. Yaremko, O. E. Transformation operators and their applications for modeling in two-layer media / O. E. Yaremko, N. N. Yaremko // Global Journal of Mathe-

mathematical Analysis. – 2014. – № 2 (4). – P. 227–234. Science Publishing Corporation. – URL: [www.sciencepubco.com/index.php/GJMA](http://www.sciencepubco.com/index.php/GJMA). DOI:10.14419/gjma.v2i3289.

35. Gavrilova, M. A. Formation of criteria-correctness mathematical competence /M. A. Gavrilova, N. N. Yaremko, D. V. Dmitriyev // European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences. –2015. – Vol. 3, № 1.– P. 61. –URL: [www.idpublications.org](http://www.idpublications.org)

#### **IV. Статьи в журналах, научных, научно-методических сборниках, трудах и материалах международных конференций**

36. Яремко, Н. Н. Методическая система критериально-корректностной математической подготовки бакалавров / Н. Н. Яремко // 69-е Герценовские чтения: сб. науч. работ, представл. на Междунар. науч. конф. «Проблемы теории и практики обучения математике /под ред. В. В. Орлова. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2016. – С. 101–105.

37. Яремко, Н. Н. Критериально-корректностная компетентность бакалавров и ее формирование при обучении математике в вузе» / Н. Н. Яремко, М. А. Гаврилова // Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство : тр. Междунар. науч. конф., г. Горис, Армения, 28 сентября – 2 октября 2015 г. – Москва : РУДН, 2015. – Т. 1. – С. 324–329.

38. Яремко, Н. Н. Развитие дивергентного мышления на основе реализации идеи корректности при обучении математике / Н. Н. Яремко, М.А. Гаврилова //Математическое образование в школе и вузе: теория и практика. MATHEDU–2015 : материалы V Междунар.науч.-практ.конф.(Казань, 27–28 ноября 2015. – Казань: Изд-во Казан.ун-та, 2015. – С. 141–144.

39. Яремко, Н. Н. Методическая система критериально-корректностной математической подготовки бакалавров / Н. Н. Яремко // Материалы XXXIV Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов под руководством А. Г. Мордковича (Калуга, 25–27 сентября 2015) / Калужский филиал Финансового университета при правительстве РФ. – М. : Изд-во ООО «ТРП», 2015. –С. 486–490.

40. Яремко, Н. Н. Математическая корректность как ведущая идея обучения математике в вузе / Н. Н. Яремко, М. А. Гаврилова // Тезисы XXIII Международной конференции МКО (Дубна, 25–30 января 2016 г.) / под ред. Г. Ю. Ризниченко и А. Б. Рубина. – М. ; Ижевск, 2016. – С. 345.

41. Яремко, Н. Н. Система межпредметных интегрированных модулей как средство реализации критериально-корректностной математической подготовки студентов вуза/ Н. Н. Яремко // Проблемы теории и практики обучения математике: сб. науч.тр., представл. на Междунар. науч. конф. «66-е Герценовские чтения»/ под ред. В. В. Орлова. – СПб. : РГПУ им. А. И. Герцена, 2013. – С. 90–96.

42. Яремко, Н. Н. Концепция критериально-корректностной математической подготовки / Н. Н. Яремко // Современное образование: научные подходы, опыт, проблемы, перспективы : сб. ст. IX Всерос. науч.-практ. конф. с междунар.



участием «Артемовские чтения» (Пенза, 16–17 мая 2013 г.) / под общ. ред. д.п.н., проф. М. А. Родионова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2013. – С. 19–23.

43. Яремко, Н. Н. Проблемный подход в обучении – эффективный путь формирования творческой личности/ Н. Н. Яремко, Л. Е. Золотова // Методический сборник № 16 ПВАИУ. – Пенза :ПВАИУ, 1990. – С. 117–122.

44.Яремко, Н. Н. Деятельностный подход в обучении математике. Передовой опыт ПВАИУ: метод. рекомендации / Н. Н. Яремко, Л. Е. Золотова. – Пенза : ПВАИУ, 1990. – 17 с.

45.Яремко, Н. Н. Уравнения математической физики: учеб. пособие / Н. Н. Яремко, Л. Е. Золотова, Т. Г. Фунина. – Пенза : ПВАИУ, 1990. – 70 с.

46.Яремко, Н. Н. Теория функций комплексного переменного: учеб. пособие / Н. Н. Яремко, Л. Е. Золотова и др. – Пенза : ПВАИИ, 1999. – 85 с.

47.Яремко, Н. Н. Тестирование как проблема теоретического и прикладного исследования :учеб. пособие/ М. А. Гаврилова, Н. Н. Яремко. – Пенза :Изд-во ПГПУ, 2001. – 65 с.

48.Яремко, Н. Н. Интеллектуальная активность – структурообразующий компонент методической системы обучения высшей математике / Н. Н. Яремко // Проблемы повышения качества подготовки специалистов : материалы 8-й Междунар. науч.-метод. конф. (27 марта 2002 г.). – Вып. 6. – М. : МГТА, 2002. – С. 192–194.

49.Яремко, Н. Н. Обратная коэффициентная задача гравиразведки для кусочно-однородной среды/ Н. Н. Яремко // Дифференциальные уравнения и их приложения : тез. докладов Междунар. конф. (11–14 октября 2006 г.). – Черновцы : ЧГУ, 2006. – С. 186–187.

50.Яремко, Н. Н. Обучение решению корректных и некорректных задач с использованием информационных технологий/ Н. Н. Яремко // Материалы VII Всероссийской научно-практической конференции (28–29 ноября 2007 г.). – Пенза : Приволжский дом знаний, 2007. – С. 94–98.

51.Яремко, Н. Н.Особенности обучения решению корректных и некорректных задач в школе и вузе/ Н. Н. Яремко // Проблемы теории и практики подготовки современного специалиста : межвуз. сб. науч. тр. – Вып. 6. – Нижний Новгород, 2007. – С. 399–403.

52.Яремко, Н. Н. Метод кусочно-однородных сплайнов для решения некорректных задач слоистых структур / Н. Н. Яремко // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. Физико-математические науки. – 2008. – № 8 (12). – С. 54–58.

53. Яремко, Н. Н. Формирование интеллектуальной активности студентов при обучении математическому анализу/ Н. Н. Яремко, М. А. Родионов // Вестник Костромского государственного университета им. Н. А. Некрасова. Основной выпуск. Специальный выпуск. – 2008. – Т. 14. – С. 276–279.

54.Яремко, Н. Н. Корректные алгоритмы решения некорректных задач в школьном курсе математики/ Н. Н. Яремко // Артемовские чтения: материалы IV Всерос. науч.-практической конференции( 15-17 мая 2008г.).– Пенза :Изд-во ПГПУ, 2008. – Т. I. – С. 163–167.

55.Яремко, Н. Н. Информационные технологии как инструментальный решения некорректных математических задач/ Н. Н. Яремко // Проблемы инфор-

матики в образовании, управлении, экономике и технике : материалы VIII Всерос. науч.-практ. конф. (19–20 ноября 2008 г.). – Пенза : Приволжский дом знаний, 2008. – С. 147–150.

56. Яремко, Н.Н. Функции некорректных задач в обучении математике/ Н. Н. Яремко // Математическое образование: концепции, методики и технологии : сб. тр. IV Междунар. конф. (21–24 апреля 2009 г.). – Тольятти :Изд-во ТГУ, 2009. – С. 74–79.

57. Яремко, Н. Н. Роль и место некорректных задач в обучении математике / Н. Н. Яремко // Современная математика и проблемы математического образования : материалы Всерос. заоч. науч.-практ. конф. – Орел : ОГУ, 2009. – С. 271–276.

58. Яремко, Н. Н. Некорректные задачи как средство реализации деятельностного подхода в обучении математике/ Н. Н. Яремко // Математика. Образование : материалы XVII Междунар. конф. (24–31 мая 2009 г.). – Чебоксары : ЧПУ, ЧГУ, 2009. – С. 142.

59. Яремко, Н. Н. Некорректные математические задачи как фактор актуализации исследовательского компонента познавательной деятельности/ Н. Н. Яремко //Артемовские чтения: материалы V Всерос. науч.-практ.конф. с Междунар.участием (14–15 мая 2009 г.). – Пенза : Изд-во ПГПУ, 2009. – Т. 1. – С. 48–55.

60. Яремко, Н. Н. Целесообразность использования некорректных задач в обучении математике/ Н. Н. Яремко//Проблемы теории и практики обучения математике: сб. науч.работ Междунар.конф.«62-е Герценовские чтения»/ под ред. В. В. Орлова. – СПб.: РГПУ им. А. И. Герцена, 2009. – С. 171–176.

61. Яремко, Н. Н. Структура деятельности школьников и студентов в процессе решения некорректных математических задач/ Н. Н. Яремко // Проблемы теории и практики обучения математике : сб. науч. тр. Междунар. науч. конф. «63-и Герценовские чтения» / под ред. В. В. Орлова. – СПб. : Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2010. – С. 306–310.

62. Яремко, Н. Н. О целесообразности включения некорректных математических задач в содержание образования при углубленном изучении математики / Н. Н. Яремко // Актуальные проблемы углубленного математического образования : материалы XXVII Пленума Учебно-методического совета по математике и механике и материалы Всероссийской научно-методической конференции Адыгейского университета (Майкоп, 20–22 мая 2010 г.). – Майкоп : АГУ, 2010. – С. 228–233.

63. Яремко, Н. Н. Дидактические аспекты введения понятия «некорректная задача» в школьный курс математики/ Н. Н. Яремко // Артемовские чтения : материалы VI Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием (13–14 мая 2010 г.). – Пенза :Изд-во ПГПУ, 2010. – С. 202–209.

64. Яремко, Н. Н. Метод операторов преобразования для решения обратных задач теплопроводности/ Н. Н. Яремко // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике : сб. ст. X Междунар. науч.-техн. конф. (21–22 октября 2010 г.). – Пенза : Приволжский дом знаний, 2010. – С. 54–58.

65. Яремко, Н. Н. Общепрофессиональная компетенция решения задач на основе понятия «корректность»/ Н. Н. Яремко // Проблемы теории и практики обучения математике : сб. науч. ст. Междунар. науч. конф. «64-е Герценовские чтения» / под ред. В. В. Орлова. – СПб. : Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2011. – С. 113–116.

66. Яремко, Н. Н. Понятие корректности в математике и формирование на его основе профессиональных компетенций/ Н. Н. Яремко // Актуальные проблемы обучения математике, физике, информатике в школе и вузе : материалы II межрег. науч.-практ. конф. учителей (4–5 января 2011 г.). – Пенза : Изд-во ПГПУ, 2011. – С. 228–231.

67. Яремко, Н. Н. Метапредметное понятие «корректность»/ Н. Н. Яремко // Математика. Образование. Культура : сб. тр. V Междунар. науч. конф. (26–28 апреля 2011 г.). – Тольятти : ТГУ, 2011. – Т. 2. – С. 113–117.

68. Яремко, Н. Н. Основные свойства метапредметного понятия «корректность» / Н. Н. Яремко // Артемовские чтения : материалы VII Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием (12–13 мая 2011 г.). – Пенза : Изд-во ПГПУ, 2011. – Т. 1. – С. 77–80.

69. Яремко, Н. Н. Метаметодический подход к математической подготовке студентов вуза на основе понятия «корректность» / Н. Н. Яремко // Проблемы математического образования: история и современность : материалы Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 100-летию со дня рождения педагога-математика В. Л. Минковского (23–24 сентября 2011 г.). – Орел : ФГБОУ «Орловский гос. университет», 2011. – С. 210–217.

70. Яремко, Н. Н. Критериально-корректностная математическая подготовка студентов вуза / Н. Н. Яремко // Проблемы теории и практики обучения математике: сб. науч. тр., представл. на Междунар. науч. конф. «65-е Герценовские чтения»/под ред. В. В. Орлова. – СПб. : РГПУ им. А. И. Герцена, 2012. – С. 116–119.

71. Яремко, Н. Н. Математическая корректность как метапонятие и как дидактический принцип/ Н. Н. Яремко // Артемовские чтения : материалы VIII Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием (17–18 мая 2012 г.). – Пенза : Изд-во ПГПУ, 2012. – Т. 1. – С. 75–78.

72. Яремко, Н. Н. Концепция критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений / Н. Н. Яремко // Проблемы теории и практики обучения математике: сб. науч. работ, представл. на Междунар. науч. конф. «68-е Герценовские чтения»/под ред. В. В. Орлова. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2015. – С. 14–19.

73. Яремко, Н. Н. Концепция критериально-корректностной математической подготовки школьников/ Н. Н. Яремко // Современное образование: научные подходы, опыт, проблемы, перспективы : сб. ст. IX Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием «Артемовские чтения» (Пенза, 16–17 мая 2013 г.) / под общ. ред. д.п.н., проф. М. А. Родионова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2013. – С. 19–23.

Яремко Н.Н.

Теоретико-методические основания критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений: автореф. дис. ...докт. пед. наук. – Орел, 2016. – 44 с.

Подписано в печать 21.10.2016 г. Формат 60x80 1/16

Печатается на ризографе. Бумага офисная.

Гарнитура Times. Объем 2,5 усл. п.л. Тираж 100 экз.

Заказ № 150

Отпечатано с готового оригинал-макета  
на полиграфической базе редакционно-издательского отдела

ФГБОУ ВО «ОГУ имени И.С. Тургенева»

302026, г. Орел, ул. Комсомольская, 95

Тел. (4862) 74-09-30