

**САЛЬНИКОВ АЛЕКСЕЙ СЕРГЕЕВИЧ**

**РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
ТРЕЩИН В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ  
ПРИ КРУЧЕНИИ С ИЗГИБОМ**

**Специальность 05.23.01 – Строительные конструкции,  
здания и сооружения**

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Брянск – 2017

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Брянский государственный инженерно-технологический университет»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор,  
академик РААСН  
**Колчунов Виталий Иванович**

Официальные оппоненты: **Морозов Валерий Иванович,**  
доктор технических наук, профессор,  
член-корреспондент РААСН,  
заведующий кафедрой «Строительные  
конструкции» ФГБОУ ВО «Санкт-  
Петербургский государственный архитек-  
турно-строительный университет»

**Смоляго Геннадий Алексеевич,**  
доктор технических наук, профессор,  
профессор кафедры «Строительство и  
городское хозяйство» ФГБОУ ВО  
«Белгородский государственный техноло-  
гический университет имени В.Г. Шухова»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего  
образования «Томский государственный  
архитектурно-строительный университет»

Защита состоится “17” февраля 2018г. в 13<sup>30</sup> на заседании объединенного диссертационного совета Д 999.094.03, созданного на базе федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Юго-Западный государственный университет», федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Тульский государственный университет» по адресу: 305040, г. Курск, ул. 50-лет Октября, 94, конференц-зал

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на официальном сайте ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет»  
<https://www.swsu.ru/>

Автореферат разослан “\_\_” \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
д.т.н., доцент

Бакаева Наталья Владимировна

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Решение основных задач капитального строительства связано с дальнейшим развитием технического прогресса в области бетона и железобетона, как наиболее распространенных материалов несущих конструкций современного строительства. Одним из главных направлений в области развития технического прогресса бетона и железобетона, как отмечено целым рядом Международных конференций последних лет, является углубление и совершенствование теоретических исследований работы железобетонных конструкций при различных сочетаниях силовых воздействий. К весьма распространенному виду такого сочетания относится совместное действие на конструкцию изгибающего и крутящего моментов (балки монолитных перекрытий, бортовые элементы и опорный контур ребристых вантовых покрытий и мостов, подстропильные и подкрановые балки, контурные балки зданий с монолитным каркасом, опоры линий электропередач, железобетонные пилоны и т.д.).

Образование трещин в сечениях таких конструкций, определенное по существующей методике, в ряде случаев оказывается значительно заниженным по сравнению с опытными данными. Вследствие этого проектирование экономичных и в тоже время надежных железобетонных конструкций, работающих в условиях сложного сопротивления – кручения с изгибом, вызывает определенные трудности.

Отсутствие достаточно строгих методов расчета при составлении нормативных документов приводит к принятию расчетных положений, заведомо предполагающих необоснованный запас образования трещин в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом.

Работа железобетонных элементов на кручение с изгибом в настоящее время изучена сравнительно мало. Об этом свидетельствует и тот факт, что в СП 63.13330.2012 отсутствуют какие-либо рекомендации по проектированию конструкций при кручении с изгибом, и приведены только общие положения их расчета, которые в ряде случаев, в частности при оценке трещиностойкости при наличии кручения, не всегда согласуются с реальной работой железобетона в стадии образования и развития трещин.

Учитывая большой объём производства и возведения железобетонных конструкций в стране, можно отметить, что даже относительно малое снижение расхода материала за счет применения более совершенных методов расчета имеет важное народнохозяйственное значение.

**Степень разработанности темы.** Исследованиями железобетонных конструкций (в том числе по образованию трещин) при сложном сопротивлении и кручении с изгибом занимались как отечественные, так и зарубежные ученые: П. Андерсен, Т.Н. Азизов, С.А. Арзамасцев, Е.М. Бабич, А.Я. Барашиков, З.Я. Блихарский, В.М. Бондаренко, П.Ф. Вахненко, В.А. Вернигор, А.И. Демьянов, С.С. Дюрменова, М.С. Жорняк, А.С. Залесов, Х. Ш. Каломов, Б.В. Карабанов, Н.И. Карпенко, Д.Х. Касаев, А.Н. Клюка, Вл. И. Колчунов, Г.Дж. Коуэн, А.М. Кузьменко, Н. Н. Лессиг,

И.М. Лялин, Е. Мерш, В.И. Морозов, Г. Нилендерон, В.С. Плевков, А.А. Покусаев, В.В. Родевич, Л.К. Руллэ, Г.А. Смоляго, Л.Ф. Фалеев, Э.Г.Елагин, К. Юдин, Т.С. Hsu, E. Rausch и др.

При этом, поскольку при кручении с изгибом момент образования трещин и величины угла их наклона существенно влияют на напряженное состояние, в первую очередь возникает необходимость в исследовании вопросов трещинообразования, которые к настоящему времени исследованы недостаточно.

**Целью** настоящих исследований является изучение процесса и разработка расчетной модели образования пространственных трещин железобетонных конструкций при кручении с изгибом в широком диапазоне отношений действующих крутящих и изгибающих моментов, пролетов их совместного действия и других значимых параметров напряженно-деформируемого состояния.

**Задачи исследования:**

- провести обзор существующих исследований сложного сопротивления железобетонных конструкций, подверженных кручению с изгибом;
- разработать расчетную модель образования пространственных трещин железобетонных конструкций с целью уточнения расчетных зависимостей для определения обобщенной нагрузки образования видимых трещин, координат их образования и значений угла их наклона к продольной оси при кручении с изгибом;
- разработать программу и методику экспериментальных исследований и экспериментально проверить расчетную модель трещинообразования железобетонных конструкций различных пролетов и соотношений крутящих и изгибающих моментов в условиях сложного сопротивления;
- выполнить численный и сопоставительный анализ теоретических и опытных данных образования пространственных трещин для железобетонных конструкций при изгибе с кручением.

**Объект исследования** – железобетонные конструкции промышленных и гражданских зданий и сооружений.

**Предмет исследования** – образование пространственных трещин в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом.

**Методы исследования** – использован экспериментально-теоретический метод. В теоретических и численных исследованиях, выполненных в работе, использованы общие методы механики твердого деформируемого тела, сопротивления материалов и теории железобетона.

**Научную новизну работы составляют:**

- расчетная модель образования пространственных трещин первого, второго и третьего типов в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом, базирующаяся на рабочих предположениях и разрешающих уравнениях, с учетом физической нелинейности, депланации поперечных сечений,

предварительного напряжения в продольной и поперечной арматуре и влияния полей местных напряжений;

- разрешающие уравнения, построенные специальным образом, так чтобы их система не превращалась в распадающуюся для функций многих переменных при отыскании минимальной обобщенной нагрузки, соответствующей образованию первой пространственной трещины первого, второго и третьего типов и координат точек их образования;

- опытные данные для проверки предлагаемой расчетной модели, включающей значения обобщенной трещинообразующей нагрузки, координаты точек образования трещин, схемы трещин и углы их наклона, а также расстояния между трещинами на разных уровнях трещинообразования;

- алгоритм расчета и результаты сопоставительного анализа теоретических и экспериментальных параметров обобщенной нагрузки образования пространственных трещин при кручении с изгибом с использованием предлагаемой расчетной модели, нормативной методики расчета, методики расчета по ЕКБ-ФИП.

**Практическая значимость работы** состоит в том, что разработанная расчетная модель образования пространственных трещин при кручении с изгибом за счет приближения теоретических параметров к действительным, позволяет получить более строгие решения, и выявить резервы для эффективного использования материалов при проектировании железобетонных конструкций зданий и сооружений.

**На защиту выносятся:**

- результаты экспериментальных исследований образования пространственных трещин железобетонных конструкций при кручении с изгибом при различных пролетах и схемах загрузки;

- расчетная модель образования пространственных трещин первого, второго и третьего типов в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом, опирающаяся на разрешающие уравнения, построенные специальным образом, так чтобы их система не превращалась в распадающуюся при определении минимальной обобщенной нагрузки и координат точек их образования;

- алгоритм расчета и результаты сопоставительного анализа, свидетельствующие об эффективности предлагаемой расчетной модели, по сравнению с нормативной методикой расчета и методикой расчета по ЕКБ-ФИП в широком диапазоне изменения расчетных параметров.

**Достоверность результатов работы** обеспечивается построением расчетной модели образования пространственных трещин железобетонных конструкций при кручении с изгибом на основе закономерностей механики твердого деформируемого тела, теории железобетона и реальных условий деформирования; сравнительным анализом результатов расчета рассматриваемых конструкций с использованием разработанной модели с данными эксперимента, а также с расчетами по нормативной методике и

методике ЕКБ-ФИП, получивших наибольшее распространение в практике проектирования.

**Личный вклад диссертанта** состоит в следующем:

- предложена расчетная модель образования пространственных трещин первого, второго и третьего типов в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом, с учетом физической нелинейности, депланации поперечных сечений, предварительного напряжения в продольной и поперечной арматуре и влияния полей местных напряжений;
- построены разрешающие уравнения для определения минимальной обобщенной нагрузки, соответствующей образованию первой пространственной трещины первого, второго и третьего типов и координат точек их образования;
- получены новые опытные данные, включающие значения обобщенной трещинообразующей нагрузки, координаты точек образования трещин по осям, схемы трещин и углы их наклона;
- разработан расчетный алгоритм и проведен сопоставительный анализ теоретических и экспериментальных параметров обобщенной нагрузки образования пространственных трещин при кручении с изгибом с использованием предлагаемой расчетной модели, нормативной методики расчета и методики расчета по ЕКБ-ФИП.

**Реализация работы.** Данная работа выполнялась в рамках организации тематического направления научных исследований РААСН: 7. Развитие теоретических основ строительных наук. Номер и наименование темы по плану РААСН: 7.1.7 Расчет динамических догрузений в арматуре преднапряженных железобетонных элементов составного сечения при внезапном выключении и трещинообразовании элементов в конструктивной системе. Результаты теоретических и экспериментальных исследований внедрены при проектировании железобетонных каркасов жилых и гражданских зданий в г. Брянске, в том числе: 16-ти этажного жилого дома №8 по ГП многофункционального комплекса и использованы в виде рекомендаций ООО «ГПИСТРОЙМАШ» при расчетах зданий Мещовского комбината транспортного литья и вагонно-ремонтного предприятия «Грязи Липецкой области», а также внедрены в учебный процесс строительного факультета кафедры «Строительные конструкции» Брянского государственного инженерно-технологического университета (ФГБОУ ВО «БГИТУ») при изучении дисциплин «Строительные конструкции», «Железобетонные и каменные конструкции», «Развитие теории и методов расчета строительных конструкций» (направление подготовки 08.04.01).

**Апробация работы.** Результаты экспериментальных и теоретических исследований докладывались на научном семинаре кафедры «Строительные конструкции» Брянского государственного инженерно-технологического университета (ФГБОУ ВО «БГИТУ»), кафедры «Уникальных зданий и сооружений» Юго-Западного государственного университета (ФГБОУ ВО «ЮЗГУ»); на 42-ой Международной научно-практической конференции

«Неделя науки в Инженерно-строительном институте Санкт-Петербургского государственного политехнического университета – Гражданское строительство» (г. Санкт-Петербург, ФГБОУ ВО «СПбГПУ», 3–4 декабря 2014 г.).

**Публикации.** По материалам диссертации опубликовано 8 печатных работ, включая семь статей, опубликованных в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК, 1 научной статьи в периодическом издании входящем в наукометрическую базу данных Web of Science.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, основных выводов, списка использованной литературы из 197 наименований, 1 приложения. Полный объем работы составляет 190 страниц, в том числе 133 страницы основного текста, который иллюстрируется 48 рисунками, содержит 7 таблиц, 32 полных страницы с рисунками и таблицами, 25 страниц списка использованной литературы и 3 страницы приложений.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность исследований по рассматриваемой теме, приведены общая характеристика диссертационной работы и основные положения, выносимые автором на защиту.

В **первой главе** рассмотрены и проанализированы существующие методы расчета и результаты исследований железобетонных конструкций при кручении с изгибом, проведенные как российскими, так и зарубежными учеными.

**Вторая глава** содержит результаты теоретических исследований трещинообразования железобетонных конструкций при кручении с изгибом.

В основу построения расчетной модели трещинообразования при кручении с изгибом для пространственных трещин первого типа, положены следующие расчетные предпосылки:

- образование первой пространственной трещины первого типа (пересекающей только продольную арматуру при  $M > M_{crc}$ ,  $M_t > M_{t,crc}$  и  $Q \geq Q_{crc}$ ), второго или третьего типа (пересекающих только поперечную арматуру при  $M < M_{crc}$ ,  $M_t > M_{t,crc}$  и  $Q > Q_{crc}$  и ориентированных при дальнейшем развитии в направлении точки приложения сосредоточенной силы или с произвольной ориентацией, соответственно) происходит в произвольной точке  $A$ , расположенной на нижней грани, боковых гранях, или в произвольной точке сложной фигуры поперечного сечения (рис. 1).

- в качестве критерия образования пространственной трещины принимается условие достижения главными деформациями удлинения бетона  $\varepsilon_{bt}$  своих предельных значений  $\varepsilon_{bt,ul}$ ;

- эпюры касательных напряжений при кручении  $\tau_t$ ; положительные и отрицательные зоны депланации поперечных прямоугольных сечений и аппроксимация фигуры поперечного сечения с помощью квадратов  $ABCDEFGH$  и вписанных кругов, выполняются в соответствии со схемами рис. 2, а, б.

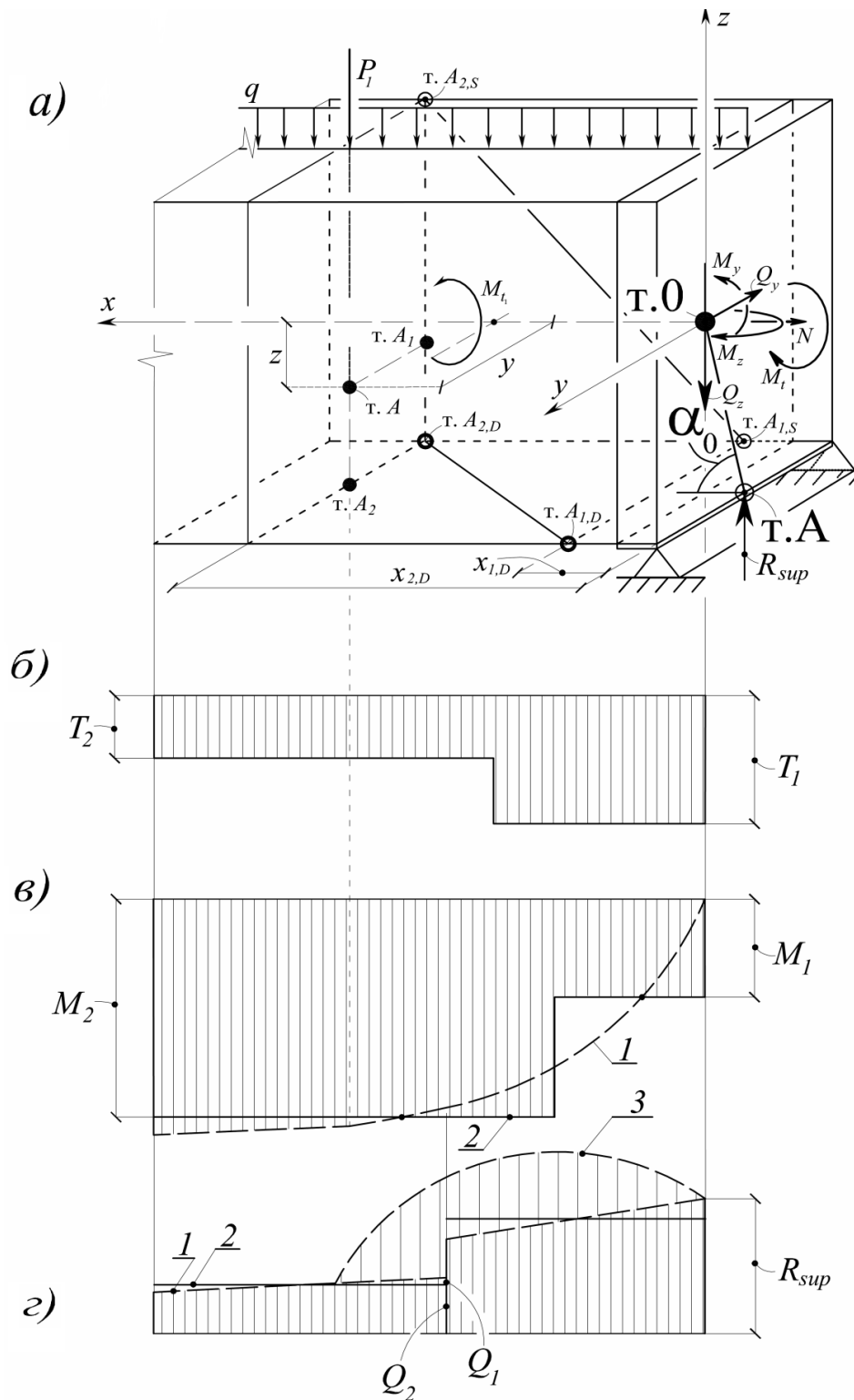


Рисунок 1. Расчетная схема к образованию пространственных трещин первого, второго и третьего типов: *а* – схема усилий и выбор системы координат к образованию первой пространственной трещины; *б*, *в*, *г* – эпюры  $M_t$ ,  $M_y$  и  $Q_z$  соответственно; 1 – действительная эпюра; 2 – принимаемая для расчета; 3 – эпюра поперечных сил от местного поля касательных напряжений

– эпюры нормальных  $\sigma_x$  и касательных напряжений  $\tau_{zx}$  в поперечном сечении, проходящем через точку  $A$ , аппроксимируются между точками 1 и 2 (рис. 2, *в*, *г*) линейными зависимостями.



Для оценки сопротивления стержневых железобетонных конструкций образованию первой пространственной трещины используются следующие уравнения:

1. Уравнение связи между нормальными напряжениями  $\sigma_x$  в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры и обобщенной внешней нагрузкой, выраженной через опорную реакцию  $R_{sup}$  в момент образования первой пространственной трещины:

$$R_{sup} = \frac{\sigma_x \cdot A_{red} \cdot 0,85 I_{red} - N \cdot 0,85 I_{red} - P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red} \cdot 0,5h}{x \cdot 0,5h \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot 0,85 I_{red}}, \quad (1)$$

где  $A_{red}, J_{red}$  - площадь и момент инерции приведенного сечения;  $P_0, e_{0,p}$  - усилие предварительных напряжений и эксцентриситет его приложения;  $\varphi_x$  - коэффициент учета местных нормальных напряжений  $\sigma_x$  в направлении оси  $x$  от опорных реакций;  $N$  - продольная сила.

2. Уравнение для определения касательных напряжений кручения  $\tau_t$  в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры записывается в соответствии со схемой рис. 2.

$$\tau_t = \tau_{t,j} = \frac{M_{t,j}}{I_{t,j}} \sqrt{(\zeta z)^2 + y^2} \leq \tau_{t,u}. \quad (2)$$

Здесь момент инерции при кручении в общем случае произвольного поперечного сечения, состоящего из прямоугольников, равен сумме моментов инерции квадратов, на которые разбиваются прямоугольники с их последующей аппроксимацией кругами, вписанными в эти квадраты:

$$I_t = I_{t,1} + I_{t,2} + \dots + I_{t,j} = \sum I_{t,j}. \quad (3)$$

При этом накладываемая часть пересекающихся участков при суммировании входит со знаком «минус», а угловые участки в виду их незначительного влияния на значения касательных напряжений не учитываются, а каждый из моментов кручения  $M_{t,j}$ , приходящихся на вписанные круги, соответственно определяются по формулам:

$$M_{t,1} = M_t \frac{I_{t,1}}{I_t}; \quad M_{t,2} = M_t \frac{I_{t,2}}{I_t}; \quad \dots M_{t,j} = M_t \frac{I_{t,j}}{I_t}. \quad (4)$$

В формулах (3) и (4)  $I_{t,j}$  - момент инерции вписанного в соответствующий квадрат круга. Нижний круг используется, как правило, для трещин первого типа, средний - для трещин второго и третьего типов (см. рис. 2, б).

$\zeta$  - коэффициент перехода к местным осям;  $\tau_{t,u}$  - предельное касательное напряжение, вызванное кручением.

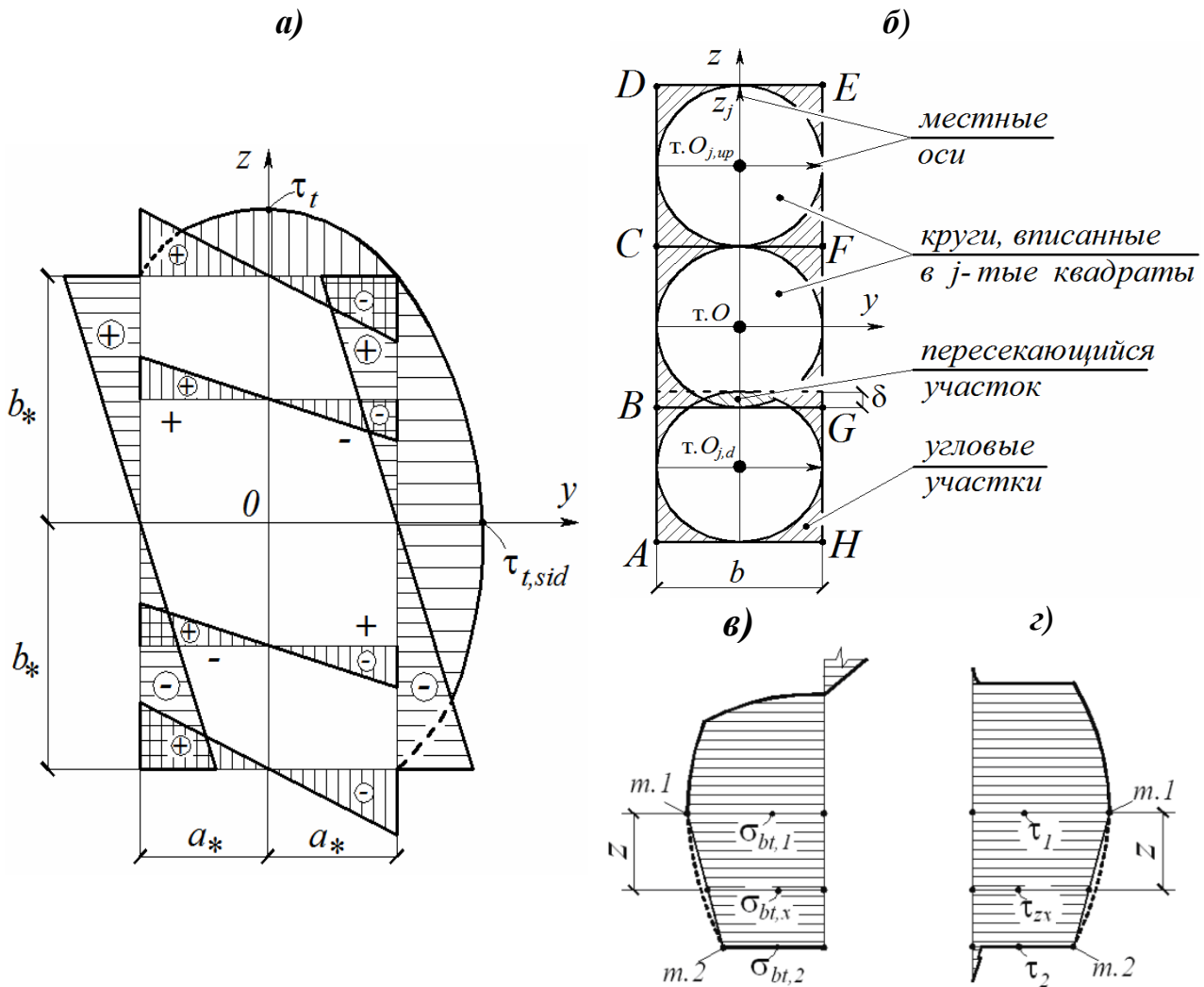


Рисунок 2. Эпюры касательных напряжений при кручении  $\tau_t$  с положительными и отрицательными зонами депланации поперечных сечений (а), схема аппроксимации фигуры  $ABCDEFGH$  поперечного сечения с помощью квадратов и вписанных кругов (б), и эпюры нормальных  $\sigma_{bt,i}$  (в) и касательных  $\tau_{zx}$  (г) напряжений в поперечном сечении, проходящем через точку  $A$

С целью учета пластических деформаций, моменты инерции сечения в стадии трещинообразования упрощенно рекомендуется принимать равными:

$$I_{t,j} = 0,85 \cdot I_{t,j,red} ; \quad I_j = 0,85 \cdot I_{j,red} . \quad (5)$$

Для расчетных зависимостей, в которые параметр  $I_{t,j}$  не входит, эту же рекомендацию применительно к стадии образования трещин, можно распространить на модуль деформаций  $E$  и модуль сдвига  $G$ .

Для трещин второго и третьего типов из уравнения (2) определяется неизвестная координата  $y$ :

$$y = \frac{\sqrt{\tau_t^2 \cdot I_{t,j}^2 - M_{t,j}^2 \cdot (\zeta \cdot z)^2}}{M_{t,j}} \leq 0,5b . \quad (6)$$

3. Уравнение для определения касательных напряжений  $\tau_{xz}$  в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры. При этом

уравнения связи между касательными напряжениями в поперечном сечении железобетонного стержня и обобщенной нагрузкой учитывают поперечную силу от опорной реакции и поперечную силу воспринимаемую отгибаемыми стержнями. Из этого уравнения определяется неизвестная координата  $z$  образования пространственных трещин второго и третьего типов:

$$z = \frac{(R_{sup} - Q_{inc})B_1 + \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_{xz} - \tau_{xz}}{(R_{sup} - Q_{inc}) \cdot B_2} \leq 0,5h, \quad (7)$$

где  $\varphi_{xz}$  – коэффициент учета местных касательных напряжений  $\tau_{xz}$  в направлении оси  $z$  от опорных реакций.

Применительно к трещинам первого типа отпадает необходимость в определении координаты  $z$ , поскольку уравнение вырождается в равенство  $z = -0,5h$ . В этом случае уравнение (7) используется для определения  $\tau_{zx}$ .

После алгебраических преобразований, применительно к трещинам первого типа, получено:

$$\tau_{zx} = (R_{sup} - Q_{inc})(-0,5h \cdot B_2 - B_1) - \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_{zx} \leq \tau_u. \quad (8)$$

В формулах (7) и (8) параметр  $B_1$  определяется по формуле:

$$B_1 = \frac{S_{n,ax}}{0,85I_{red} \cdot b}. \quad (9)$$

Параметр  $B_2$ , для таврового сечения (полка сверху), и таврового сечения (полка снизу), определяется соответственно по формулам:

$$B_2 = \frac{1}{0,85I_{red} \cdot b \cdot (h - z_d - h'_f)}; \quad (10)$$

$$B_2 = \frac{1}{0,85I_{red} \cdot b \cdot (z_d - h_f)}. \quad (11)$$

В формулах (8) – (11)  $z_d$  – расстояние от центра тяжести сечения до нижней грани, параметр  $h'_f$  для прямоугольных сечений принимается равным  $(h - z_d)/3$ , а параметр  $h_f$  принимается равным  $z_d/3$ ;  $\tau_u$  – предельное касательное напряжение, вызванное поперечными силами.

4. Уравнение связи внешней нагрузки, выраженной через опорную реакцию  $R_{sup}$  и нормальными напряжениями  $\sigma_z$ , записывается с учетом местных полей напряжений от опорной реакции и приложенной к конструкции сосредоточенной силы, а также с учетом предварительного напряжения в хомутах и отгибах. Из этого уравнения, применительно к пространственным трещинам первого, второго и третьего типов определяется неизвестное  $\sigma_z$ :

$$\sigma_z = \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}) + B_3. \quad (12)$$

Здесь

$$B_3 = \frac{\sigma_{sw,p} \cdot A_{sw,p}}{s_{sw,p} \cdot b} + \frac{\sigma_{inc,p} \cdot A_{inc,p}}{s_{inc,p} \cdot b} \cdot \sin \theta, \quad (13)$$

$\varphi_z$  – коэффициент учета местных нормальных напряжений  $\sigma_z$  в направлении оси  $z$  от опорных реакций;  $k \cdot \varphi_{2,z}$  – коэффициент учета местных нормальных напряжений  $\sigma_z$  в направлении оси  $z$  от сосредоточенных сил.

5. Используя предпосылку о достижении главными деформациями удлинения бетона своих предельных значений ( $\varepsilon_{bt,ul}$ ) при образовании пространственных трещин первого типа и используя следующие зависимости для напряжений и деформаций:

$$\varepsilon_y = -\frac{\mu}{0,85E}(\sigma_x + \sigma_z); \quad \varepsilon_x = \frac{1}{0,85E}[\sigma_x + \sigma_{x,d} - \mu\sigma_z]; \quad \varepsilon_z = \frac{1}{0,85E}[\sigma_z - \mu\sigma_x];$$

$$\varepsilon_{x,d} = \frac{w}{x} \text{ (деформации депланации поперечного сечения конструкции);}$$

$$w = \frac{M_t}{G \cdot I_t} \cdot f(x, z); \quad f(x, z) = \beta_t \cdot x \cdot z, \quad \beta_t = \frac{a_*^2 - b_*^2}{a_*^2 + b_*^2}, \quad \sigma_{x,d} = \varepsilon_{x,d} \cdot 0,85E,$$

после алгебраических преобразований, получена формула для определения осевых деформаций удлинения бетона в направлении оси  $x$ :

$$\varepsilon_x = \frac{\gamma_{xz}^2 (\varepsilon_y - \varepsilon_{bt,ul}) + 4\varepsilon_{bt,ul}^3 - 4\varepsilon_{bt,ul}^2 (\varepsilon_y + \varepsilon_z) + \varepsilon_{bt,ul} (4\varepsilon_z \varepsilon_y - \gamma_{xy}^2) + \varepsilon_z \cdot \gamma_{xy}^2}{4(\varepsilon_z \varepsilon_{bt,ul} - \varepsilon_{bt,ul}^2 + \varepsilon_y \varepsilon_{bt,ul} - \varepsilon_y \varepsilon_z)}. \quad (14)$$

Тогда, используя связь  $\sigma_x - \varepsilon_x$ , для нормальных напряжений  $\sigma_x$  можно записать:

$$\sigma_x = \varepsilon_x \cdot 0,85E - \sigma_{x,d} + \mu\sigma_z. \quad (15)$$

Применительно к трещинам второго и третьего типов, используются иные уравнения. В частности, для определения нормальных напряжений  $\sigma_x$  принимается условие достижения главными растягивающими напряжениями значений, равных  $R_{bt}$ . Тогда, из уравнения для определения главных растягивающих напряжений, принимая во внимание, что  $\sigma_y = 0$ ,  $\tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$ ,  $\tau_{yx} = \tau_t$ ,  $S_1 = \sigma_x + \sigma_z$ ,  $S_2 = \sigma_x \sigma_z - \tau_{zx}^2$ ;  $S_3 = 0$ , после алгебраических преобразований получено:

$$\sigma_x = \frac{\tau_{zx}^2 + R_{bt} \cdot \sigma_z - R_{bt}^2}{\sigma_z - R_{bt}}. \quad (16)$$

Из уравнения для определения главных деформаций удлинения бетона, принимая их равными  $\varepsilon_{bt,ul}$ , находятся угловые деформации  $\gamma_{xz}$ . В итоге, используя связь  $\tau_{xz} - \gamma_{xz}$ , для касательных напряжений  $\tau_{xz}$  в поперечном сечении получено следующее уравнение:

$$\tau_{xz} = \pm \frac{0,85E}{(1 + \mu)} \sqrt{\frac{4\varepsilon_{bt,ul} \varepsilon_x \varepsilon_z - 4\varepsilon_{bt,ul}^2 (\varepsilon_x + \varepsilon_z) + 4\varepsilon_{bt,ul} \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z \cdot (\varepsilon_z + \varepsilon_x) - \varepsilon_y (4\varepsilon_{bt,ul}^2 + 4\varepsilon_x \varepsilon_z)}{(\varepsilon_{bt,ul} - \varepsilon_y)}} \leq \tau_u. \quad (17)$$

6. Заметим, что касательные напряжения при кручении  $\tau_t$  применительно к трещинам первого типа определяются в соответствии с формулой (2), а применительно к трещинам второго и третьего типов, –  $\tau_t$  определяются из соотношения между изгибающим и крутящим моментами  $M_{bend} / M_t = \eta$ :

$$\tau_t = \tau_{t,j} = \frac{(R_{sup} \cdot x)_j \cdot \sqrt{(\zeta \cdot z)^2 + y^2}}{I_{t,j} \cdot \eta} \leq \tau_{t,u}. \quad (18)$$

7. Используя полученные уравнения и соотношения между изгибающим ( $M_{bend}$ ) и крутящим ( $M_t$ ) моментами  $M_{bend} / M_t = \eta$ , применительно к трещинам второго и третьего типов составлена функция многих переменных  $F(R_{sup}, y, z, \sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}, \tau_t, x, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7)$ , которая имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} F(R_{sup}, y, z, \sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}, \tau_t, x, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7) = \\ = \frac{\sigma_x \cdot A_{red} \cdot 0,85I_{red} - N \cdot 0,85I_{red} - P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red} \cdot z}{x \cdot z \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot 0,85I_{red}} + \left[ y - \frac{\sqrt{\tau_t^2 \cdot I_{t,j}^2 - M_{t,j}^2} (\zeta \cdot z)^2}{M_{t,j}} \right] \lambda_1 + \\ + \left[ z - \frac{\left( (R_{sup} - Q_{inc}) B_1 + \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_{xz} - \tau_{xz} \right)}{(R_{sup} - Q_{inc}) \cdot B_2} \right] \lambda_2 + \left[ \sigma_z - \frac{R_{sup} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}) + B_3}{A_{red}} \right] \lambda_3 + \\ + \left[ \sigma_x - \frac{\tau_{xz}^2 + R_{bt} \cdot \sigma_z - R_{bt}^2}{\sigma_z - R_{bt}} \right] \lambda_4 + \\ + \left[ \tau_{xz} - \frac{0,85E}{(1+\mu)} \sqrt{\frac{4\varepsilon_{bt,ul} \varepsilon_x \varepsilon_z - 4\varepsilon_{bt,ul}^2 (\varepsilon_x + \varepsilon_z) + 4\varepsilon_{bt,ul} \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z \cdot (\varepsilon_z + \varepsilon_x) - \varepsilon_y (4\varepsilon_{bt,ul}^2 + 4\varepsilon_x \varepsilon_z)}{(\varepsilon_{bt,ul} - \varepsilon_y)}} \right] \lambda_5 + \\ + \left[ \tau_t - \frac{(R_{sup} \cdot x)_j \cdot \sqrt{(\zeta \cdot z)^2 + y^2}}{I_{t,j} \cdot \eta} \right] \lambda_6 + \left[ R_{sup} - \frac{\sigma_x \cdot A_{red} \cdot 0,85I_{red} - N \cdot 0,85I_{red} - P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red} \cdot z}{x \cdot z \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot 0,85I_{red}} \right] \lambda_7. \quad (19) \end{aligned}$$

Выполняя дифференцирование функции (19) по соответствующим переменным и приравнявая производные нулю, получена дополнительная система уравнений с использованием множителей Лагранжа  $\lambda_i$ . Из решения дополнительной системы уравнений, получена формула для определения координаты  $x$  точки образования пространственной трещины:

$$x = \frac{M_{t,j} \cdot I_{t,j} \cdot \eta \sqrt{(\zeta \cdot z)^2 + y^2} \cdot \sqrt{\tau_t^2 \cdot I_{t,j}^2 - (\zeta \cdot z)^2}}{\tau_t \cdot R_{sup} \cdot y}. \quad (20)$$

Аналогичным образом составлена функция многих переменных  $F_1$ , и после ее дифференцирования по соответствующим переменным и приравнивания производных нулю, определена координата  $x$  точки образования пространственной трещины первого типа.

$$x = \frac{0,85I_{red}[\varphi_x + \varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z} - \mu \cdot \varphi_z - \mu \cdot k \cdot \varphi_{2,z}]}{0,5h \cdot A_{red}}. \quad (21)$$

Все разрешающие уравнения и определяемые из них параметры оказываются «замкнутыми» в единое решение задачи по определению минимальной обобщенной нагрузки и координат образования пространственных трещин различных типов в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом. После определения абсциссы  $x$  точки  $A$  (см. рис. 1), в которой образуется пространственная трещина первого, второго или третьего типа и вычисления обобщенной нагрузки трещинообразования, выраженной в виде функции через опорную реакцию  $R_{sup}$  определяется пространственное расположение главных площадок, в окрестности этой точки и направление развития пространственной трещины. При этом направляющие косинусы  $l$ ,  $m$ ,  $n$  находятся из уравнений связи напряженного состояния на главных и осевых площадках и условия равенства единице квадратов направляющих косинусов.

В третьей главе диссертации приведены методика, конструкция установки и результаты испытаний, выполненных для проверки предлагаемой расчетной модели.

Программа экспериментальных исследований включала лабораторные испытания трех серий железобетонных конструкций. Объем и основные параметры экспериментальных конструкций приведены в таблице 1.

Таблица 1

Серии, объем и характеристики экспериментальных конструкций

№ се- рии	Шифр конструкции	Кол- во	$h$ , мм	$b$ , мм	$l$ , мм	Плечо кручения , мм	Примечания
1	2	3	4	5	6	7	8
I	КИП –I–2,0	2	252	97,4	2002	350	Шифр конструкции включает: <b>К</b> – кручение, <b>И</b> – изгиб, <b>П</b> – прямоугольное сечение, номер серии: I, II, III: пролет конструкции 0,8; 1,2; 1,6м. Арматура хомутов Ø6A240C; продольная растянутая и сжатая арматура – 2Ø10A400C; класс бетона– B20. Схема испытания двухконсоль- ная, с опорой в середине.
	КИП –I–2,0	2	248	97,6	1996	350	
	КИП –I–2,0	2	246	98,4	1998	350	
	КИП –I–2,0	2	253	97,6	2004	350	
II	КИП –II–1,6	2	251	97,9	1598	320	
	КИП –II–1,6	2	247	98,9	1596	320	
	КИП –II–1,6	2	246	98,7	1603	320	
	КИП –II–1,6	2	253	98,1	1602	320	
III	КИП –III–1,2	2	249	99,0	1196	290	
	КИП –III–1,2	2	251	99,0	1198	290	
	КИП –III–1,2	2	248	97,2	1204	290	
	КИП –III–1,2	2	252	98,5	1202	290	

Количество испытываемых конструкций принято с учетом варьирования пролета образца, класса бетона и плеча приложения

нагрузки (от половины ширины образца до точки приложения силы траверсы). Механические характеристики арматуры опытных конструкций определялись в соответствии с действующими стандартами. При этом было испытано по пять стержней длиной 400 мм каждого диаметра ( $\varnothing 6A240C$ ,  $\varnothing 10A400C$ ).

Железобетонные образцы испытывались в горизонтальном положении (со свободным доступом к растянутой зоне), что позволило детально изучить картину образования, развития и раскрытия трещин (рис. 3 и рис. 4). Испытательная установка позволила реализовать намеченную схему нагружения с заданным пролетом и варьированием плеча приложения нагрузки.

При проведении экспериментальных исследований использовались электротензорезисторы базой 20 мм и индикаторы часового типа с ценой деления 0,001 мм, рис. 3, а–в.

Механические приборы с ценой деления 0,001 мм на базе 250 мм были установлены на бетон и арматуру с помощью специальных гаек с резиновыми трубками для исключения влияния окружающего бетона (см. рис. 3, а). В качестве прогибомеров использовались индикаторы часового типа с ценой деления 0,01 мм, установленных под опорой в середине и на консолях в точках плеча кручения, соответственно.

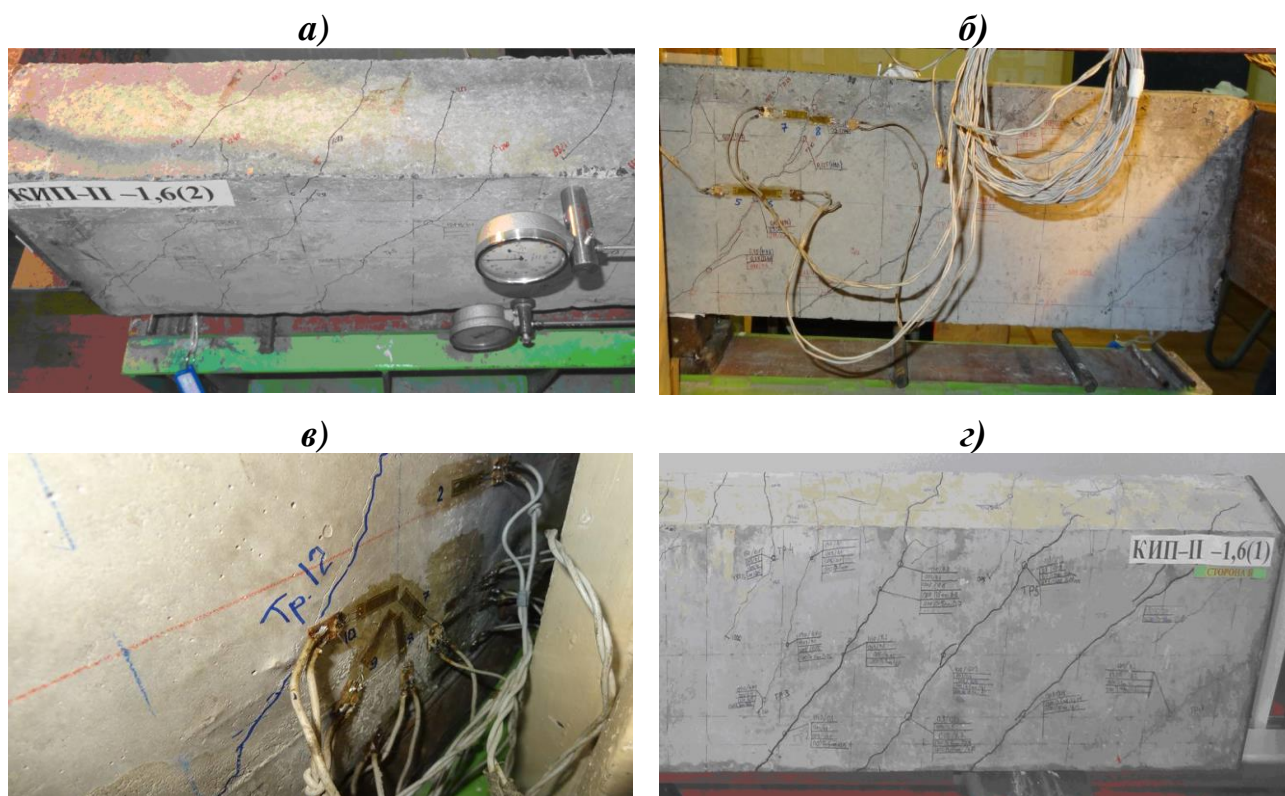


Рисунок 3. Общий вид установки механических приборов (а), отдельных электротензорезисторов (б), розеток и цепочек электротензорезисторов (в) на опытные железобетонные конструкции и картина пространственных трещин (г)

Для повышения достоверности экспериментальных данных работа электротензорезисторов дублировались (там, где это возможно) с помощью механических приборов.

С целью извлечения максимума информации каждый образец испытывался с доведением до разрушения.

Нагружение железобетонных конструкций осуществлялось ступенями, составляющими  $0,1M_{crc}$ . Отсчеты по механическим приборам и тензорезисторам снимались на каждом этапе дважды после приложения нагрузки и выдержки.

Перед ожидаемым моментом трещинообразования растянутая зона каждой балки тщательно осматривалась, появление трещин фиксировалось визуально и с помощью микроскопа МПБ-3М с 30-ти кратным увеличением.

Картина трещин, их раскрытие и развитие на каждой ступени наносилась на специальные планшеты. Ширина раскрытия трещин замерялась на уровне оси продольной рабочей арматуры и рабочих поперечных стержней, а также в нескольких местах вдоль профиля трещины, по направлению развития трещины.

Экспериментальными исследованиями выполнена проверка предложенной расчетной модели и принятых рабочих гипотез, а также получены опытные данные о расчетных параметрах при сложном напряженно-деформированном состоянии в исследуемых областях опытных конструкций при действии изгибающего, крутящего моментов и поперечной силы, основные из которых приведены на рис.4 и в таблице 2.

**Четвертая глава** диссертации посвящена численному и сопоставительному анализу проведенных теоретических и экспериментальных исследований.

Анализ и обработка накопленного опытного материала экспериментальных исследований автора позволила построить графики зависимостей трещинообразующей экспериментальной и теоретической обобщенной нагрузки  $R_{sup,crc}$  от пролета экспериментальных конструкций (рис. 5). Их анализ показывает, что с увеличением пролета образца от 1200 мм до 2000 мм, значение трещинообразующей нагрузки нелинейно уменьшается до 46 %. При этом расчет по предлагаемой методике не только качественно подтверждает такую закономерность, замеченную в опытах, но и количественно: теоретическая кривая практически совпадает с экспериментальными данными. Отклонения опытных и расчетных значений для испытанных конструкций составило не более 8%.

При проведении сопоставительного анализа отношений теоретической и опытной нагрузки образования пространственных трещин железобетонных конструкций при кручении с изгибом, была обработана достаточно представительная статистическая выборка накопленного опытного материала, включающая 184 опыта различных авторов: опыты Чиненкова Ю.В. (рис. 6), опыты Бахотского И.В., Тимофеева Н.И., Дюрменовой С.С. Сопоставление выполнялось по предлагаемой и нормативной методикам, а также по широко применявшейся при анализе опытных данных методике ЕКБ-ФИП.

Кроме этого проведено сопоставление экспериментальных данных, выполненных автором (см. табл. 2), с их теоретическими значениями, вычисленными по предлагаемой методике. Для опытных конструкций



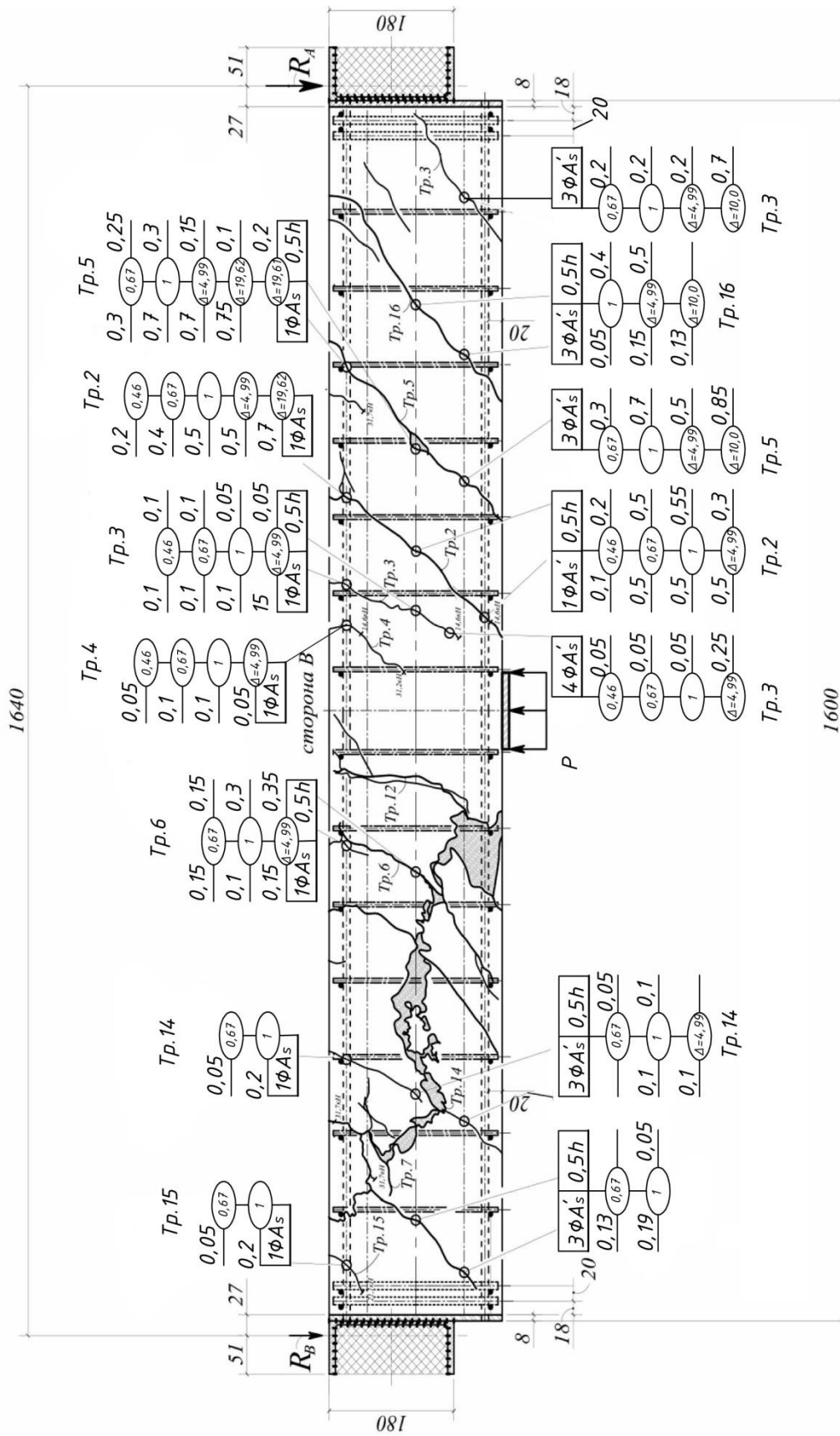


Рисунок 4. Схема образования, развития и раскрытия трещин в опытной конструкции второй серии КИП –П–1,6(1) на **стороне В** (в овалах показаны отношения между нагрузкой на ступени и разрушающей нагрузкой)

Таблица 2.

Экспериментальные параметры образования пространственных трещин при кручении с изгибом

№ <i>n/n</i>	Шифр конструкции	$R_{супи,exp}$ , кН	$\frac{R_{суп,срс,exp}}{R_{супи,exp}}$	$R_{суп,срс,exp}$ , кН	$x_{exp}$ , см	$y_{exp}$ , см	$z_{exp}$ , см
1	2	3	4	5	6	7	8
1	КИП –I–2,0(1)АЛ	12,3	0,35	4,305	36,4	4,95	-5,9
2	КИП –I–2,0(1)АП	12,8	0,31	3,97	-48,3	4,87	-5,8
3	КИП –I–2,0(2)АЛ	11,8	0,38	4,48	32,6	4,95	-6,5
4	КИП –I–2,0(2)АП	13,2	0,36	4,75	-47,6	4,97	-5,9
5	КИП –I–2,0(3)АЛ	13,4	0,36	4,82	32,9	4,92	-5,9
6	КИП –I–2,0(3)АП	12,8	0,32	4,10	-48,1	4,85	-5,7
7	КИП –I–2,0(4)АЛ	11,9	0,39	4,64	51,3	4,81	-7,0
8	КИП –I–2,0(4)АП	12,8	0,34	4,35	-39,4	4,87	-7,1
9	КИП –II–1,6(1)АЛ	15,8	0,38	6,00	31,8	4,87	-6,4
10	КИП –II–1,6(1)АП	17,2	0,34	5,85	-37,7	4,85	-6,8
11	КИП –II–1,6(2)АЛ	16,4	0,31	5,08	39,1	4,98	-5,4
12	КИП –II–1,6(2)АП	15,7	0,29	4,55	-31,1	4,93	-5,8
13	КИП –II–1,6(3)АЛ	15,5	0,32	4,96	39,1	4,95	-6,2
14	КИП –II–1,6(3)АП	16,1	0,33	5,31	-41,1	4,89	-6,4
15	КИП –II–1,6(4)АЛ	15,8	0,38	6,00	38,2	4,88	-7,9
16	КИП –II–1,6(4)АП	16,3	0,36	5,87	-42,3	4,89	-7,1
17	КИП –III–1,2(1)АЛ	19,4	0,34	6,60	31,7	4,93	-7,4
18	КИП –III–1,2(1)АП	18,8	0,33	6,20	-33,4	4,98	-7,1
19	КИП –III–1,2(2)АЛ	17,9	0,32	5,73	25,7	4,98	-5,8
20	КИП –III–1,2(2)АП	18,4	0,33	6,07	-28,3	4,94	-6,4
21	КИП –III–1,2(3)АЛ	19,7	0,33	6,50	34,1	4,86	-5,3
22	КИП –III–1,2(3)АП	18,6	0,32	5,95	-27,4	4,84	-5,8
23	КИП –III–1,2(4)АЛ	18,5	0,29	5,37	32,8	4,93	-6,4
24	КИП –III–1,2(4)АП	19,7	0,31	6,11	-29,8	4,89	-6,9

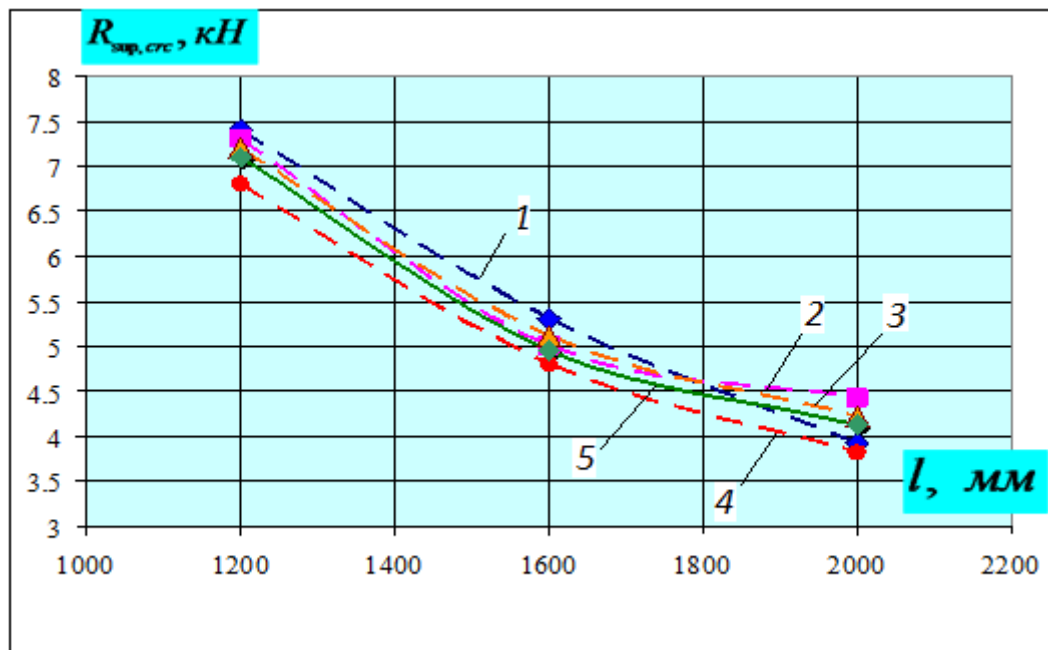


Рисунок 5. График зависимости трещинообразующей экспериментальной и теоретической обобщенной нагрузки  $R_{sup,crc}$  от пролета конструкций: 1,2,3,4 – соответственно, первая, вторая, третья и четвертая группа экспериментальных образцов; 5 – теоретическое значение

Чиненкова Ю.В. отклонение значений трещинообразующей нагрузки составило от 1 до 16 %, при варьировании отношений крутящего момента к изгибающему  $M_t/M_{bend}$  от 0,1 до 0,4 и классов бетона от В15 до В50. удовлетворительное согласование опытных и расчетных значений теоретической и опытной нагрузкок образования пространственных трещин в сложнапряженных железобетонных конструкциях при кручении с изгибом получено при сопоставительном анализе опытных данных для фибробетонных конструкций Бахотского И.В. (1..12%), для натурных железобетонных конструкций Тимофеева Н.И. (2..11%) и для опытных железобетонных конструкций Дюрменовой С.С. (2..19 %).

Результаты сопоставительного анализа теоретической и опытной трещинообразующей нагрузки приведены в табл. 3.

Таблица 3

Полученные статистики по различным расчётным методикам

Расчётная методика	Количество опытов	Статистики		
		$\bar{X}$	$\sigma$	$C_v$
Предлагаемая	184	0,989	0,115	11,63 %
Методика норм	184	0,892	0,167	18,72%
Методика ЕКБ-ФИП	184	0,793	0,142	17,95%

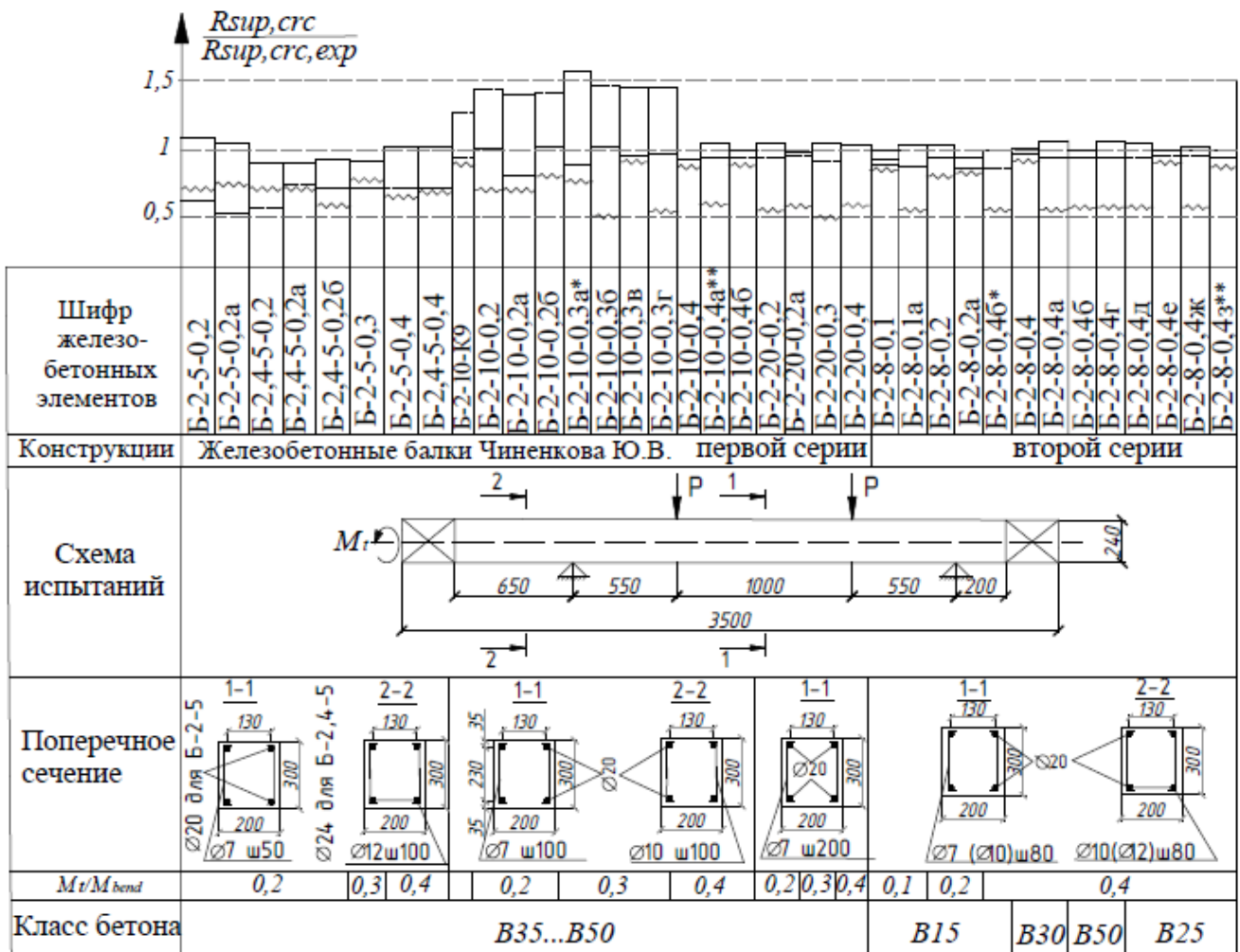


Рисунок 6. Диаграммы сравнения теоретической и опытной трещинообразующей нагрузки железобетонных конструкций Чиненкова Ю.В. при кручении с изгибом по различным методикам: — по предлагаемой методике; ----- по нормативной методике; ~~~~~ по методике ЕКБ-ФИП

Как видно из табл. 3 предлагаемый способ расчёта имеет заметные преимущества по сравнению с другими известными способами расчета.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе проведенного анализа существующих научных исследований и нормативных документов, научных разработок отечественных и зарубежных ученых, посвященных исследованию железобетонных балок в условиях сложного сопротивления – кручения с изгибом и выполненных в данной работе экспериментально-теоретических исследований можно сделать следующие выводы:

1. В настоящее время в России и за рубежом отсутствуют достаточно строгие рекомендации и соответствующие нормативные документы по определению предельных состояний первой и второй групп для железобетонных конструкций, работающих в условиях сложного напряженно-

деформированного состояния изгиба с кручением. Действующие нормативные документы опираются либо на слишком упрощенные модели и не отражают действительного сопротивления, либо не дают четкого алгоритма их расчета, и в первую очередь в исследовании вопросов трещинообразования, поскольку при кручении с изгибом момент образования трещин и величины угла их наклона существенно влияют на дальнейшее напряженно-деформированное состояние конструкции.

2. В проведенном исследовании обобщена классификация пространственных трещин в железобетонных стержневых конструкциях при кручении с изгибом; построена расчетная модель образования пространственных трещин первого, второго и третьего типов при кручении с изгибом, базирующаяся на критерии образования пространственной трещины в виде условия достижения главными деформациями удлинения бетона  $\varepsilon_{bt}$  своих предельных значений  $\varepsilon_{bt,ul}$ . В расчетных зависимостях учитывается физическая нелинейность, деформации поперечных сечений, предварительное напряжение в продольной и поперечной арматуре и влияния полей местных напряжений.

3. Проведенные экспериментальные исследования предоставили возможность проверки достоверности предложенного расчетного аппарата трещинообразования железобетонных конструкций при кручении с изгибом, подтвердили справедливость принятых рабочих гипотез, позволили проверить значения обобщенной трещинообразующей нагрузки  $R_{sup,crc}$ , координат точек образования трещин, а также получить схемы развития и раскрытия трещин на разных уровнях трещинообразования, вплоть до момента разрушения конструкций.

4. Построены экспериментальные зависимости обобщенной нагрузки трещинообразования  $R_{sup,crc}$  от пролета конструкций, из которых следует, что с увеличением пролета образца от 1200 мм до 2000 мм, значение трещинообразующей нагрузки нелинейно уменьшается до 46 %.

5. Разработан алгоритм расчета и выполнен сопоставительный анализ теоретических и экспериментальных параметров образования пространственных трещин при кручении с изгибом, который показал, что расчет по предлагаемой методике не только качественно подтверждает закономерности, полученные в опытах, но и количественно хорошо согласуется с опытными данными.

6. Выполненные сопоставительные расчеты опытных значений обобщенной нагрузки образования пространственных трещин  $R_{sup,crc}$  при кручении с изгибом с вычисленными по предлагаемой методике расчета, а также по нормативной методике и методике ЕКБ-ФИП в широком диапазоне изменения схем нагружения, классов бетонов, при различных схемах армирования и характеристиках поперечного сечения по обозначенным методикам, показали, что предлагаемая методика дает наилучшее приближение к опытным значениям: коэффициент вариации составил  $C_V = 11,63\%$ , а значение среднего  $X=0,989$ . Это является следствием учета в предлагаемой методике практически всех важнейших параметров, оказывающих влияние на образование пространственных трещин железобетонных конструкций,

подвергнутых кручению с изгибом. Численными исследованиями также установлено, что при определении координат образования первой пространственной трещины, предлагаемая расчетная модель дает следующие результаты: отклонение по оси  $x$  составляет от 2% до 26%, по оси  $y$  – от 1% до 9%, а по оси  $z$  – от 1% до 17%.

Результаты выполненных исследований могут быть использованы при совершенствовании нормативной базы строительного проектирования, в частности, при подготовке новой актуализированной редакции СП 63.13330.2012 «СНИП 52-01-2003 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения», а также в практике проектирования различных типов железобетонных конструкций, испытывающих сложное сопротивление – кручение с изгибом.

В качестве **предложений для дальнейшего развития исследований**, представленных в работе, следует отметить необходимость разработки расчетной модели и методики расчета ширины раскрытия пространственных трещин для железобетонных конструкций при сложном сопротивлении.

## СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Публикации в ведущих журналах и изданиях, рекомендованных ВАК РФ:

1. **Сальников А. С.** Расчетная модель образования пространственных трещин первого вида при кручении с изгибом / **А. С. Сальников**, В.И. Колчунов, И. А. Яковенко // Промышленное и гражданское строительство. – 2015. – №3. – С. 35–40.

2. **Сальников А.С.** Методика расчета предельной нагрузки и координат образования пространственной трещины первого вида в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом / **А.С. Сальников**, В.И. Колчунов // Строительство и реконструкция. – 2015. – №6(62). – С. 49– 56.

3. **Сальников А.С.** Метод определения минимальной нагрузки и координат образования пространственной трещины в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом / **А.С. Сальников**, Н.В. Ключева, Вл.И. Колчунов // Промышленное и гражданское строительство. – 2016. – №1. – С. 52–57.

4. Колчунов В. И. Экспериментальные исследования трещинообразования железобетонных конструкций при кручении с изгибом / В. И. Колчунов, **А. С. Сальников** // Строительство и реконструкция. – 2016. – №3(65). – С. 24– 32.

5. Колчунов Вл. И. Результаты экспериментальных исследований трещинообразования железобетонных конструкций при кручении с изгибом Вл. И. Колчунов, **А. С. Сальников** // Строительство и реконструкция. – 2016. – № 6 (68). – С. 22–28.

6. Демьянов А.И. Расчетные модели статико-динамического деформирования железобетонной конструкции при кручении с изгибом в момент образования пространственной трещины / А.И. Демьянов, В.И.

Колчунов, А.С. Сальников, М.М. Михайлов // Строительство и реконструкция. – 2017. – №3(71). – С. 13–22.

7. Демьянов А.И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом и анализ их результатов / А.И. Демьянов, А.С. Сальников, Вл. И. Колчунов // Строительство и реконструкция. – 2017. – №4(72). – С. 17– 26.

#### **Публикации в изданиях, индексируемых Web of Science:**

8. **Salnikov A.**, Kolchunov Vl., Yakovenko I. The computational model of spatial formation of cracks in reinforced concrete constructions in torsion with bending (2015), Applied Mechanics and Materials Vols. 725-726 (2015) pp. 784–789.

---

Подписано в печать 15.12.2017. Тираж 100 экз.

Усл. печ. л. 1,0 Формат 60×84/16. Заказ №

---

Отпечатано с готового оригинал-макета  
в типографии «Деловая Типография» ИП Бескровный Александр Васильевич  
г. Курск, ул. К. Маркса, 61Б.  
E-mail: zakaz-zachetka@mail.ru