

На правах рукописи



МАРФИН КИРИЛЛ ВАСИЛЬЕВИЧ

**ВЗАИМОСВЯЗЬ МАКСИМАЛЬНЫХ ПРОГИБОВ
И СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ПОПЕРЕЧНЫХ
КОЛЕБАНИЙ СОСТАВНЫХ ПЛАСТИН НА
ПОДАТЛИВЫХ СВЯЗЯХ**

05.23.17 – Строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Курск – 2015

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Приокский государственный университет».

Научный
руководитель:

доктор технических наук, доцент
Турков Андрей Викторович

Официальные
оппоненты:

Косицын Сергей Борисович
доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВПО
«Московский государственный университет путей
связи» (г. Москва), заведующий кафедрой
«Теоретическая механика»

Морозов Станислав Александрович
кандидат технических наук, ЗАО «Стройкомплект-
2000» (г. Орел), начальник отделения подготовки
проектно-сметной документации по общестроительным и специальным работам

Ведущая
организация:

**ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный архитектурно-строительный университет»
(г. Тюмень)**

Защита состоится «22» декабря 2015 г. в 15-00 на заседании объединенного диссертационного совета ДМ 212.105.11, созданного на базе ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», ФГБОУ ВО «Приокский государственный университет», ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет» по адресу: 305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на официальном сайте ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» <http://www.swsu.ru>.

Отзывы на автореферат направлять в диссертационный совет по адресу: 305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет»

Автореферат разослан «__» _____ 2015 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета,
д.т.н., доцент



Н.В. Бакаева

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Пластинки, как конструктивные элементы зданий и сооружений, машин и механизмов, воспринимающие различные комбинации статических и динамических нагрузок, широко используются в строительстве и машиностроении. В последние десятилетия в нашей стране существенно возросли объемы работ по реконструкции существующих зданий и сооружений под новые технологические нужды. При этом часто возникает необходимость усиления несущих конструкций, которое для пластин выполняется методом наращивания или подращивания, в результате чего они превращаются в составные конструкции. Методы расчета составных пластин существенно отличаются от методов расчета пластин сплошного сечения за счет учета податливости механических связей, соединяющих слои составной конструкции.

В современной проектной практике задачи расчета несущих конструкций на статические и динамические нагрузки осуществляются раздельно без учета существующих взаимосвязей между физико-механическими параметрами конструкций, характерных для каждого вида воздействия внешних нагрузок.

Новый подход к исследованию однослойных пластин был предложен профессором В.И. Коробко, который выявил фундаментальную закономерность в строительной механике для упругих изотропных сплошных пластин, основу которой представляет функциональная взаимосвязь между максимальным прогибом нагруженных конструкций и их основной частотой колебаний в ненагруженном состоянии. Однако, учитывая, что в этой закономерности взаимосвязь произведения максимального прогиба на квадрат основной частоты колебаний не зависит от жесткостных характеристик пластин, можно предположить, что эта закономерность будет справедлива и для составных пластин на податливых связях. Не вызывает сомнения наличие функциональной связи как максимального прогиба составной пластинки от коэффициента жесткости соединительного шва, так и основной частоты колебаний. Для подтверждения этих предположений требуется проведение комплекса дополнительных теоретических и экспериментальных исследований.

Следует отметить, что математическая модель указанной закономерности легла в основу нового научного направления, связанного с развитием динамических (вибрационных) методов диагностики и контроля качества строительных конструкций, в том числе и находящихся в условиях эксплуатации, при использовании которых существенно уменьшается трудоемкость эксперимента как за счёт значительного сокращения подготовительного периода по сравнению со статическими испытаниями, так и за счёт проведения самих испытаний. При использовании фундаментальной закономерности В.И. Коробко для составных изотропных пластин во многих случаях достаточно проводить только динамические испытания при определении критериев жесткости.

Еще одной задачей, которую возможно решить вибрационными методами, является уточнение расчетных схем конструкций, находящихся в эксплуатации. Так, при расчете и проектировании конструкций используют идеализированные расчетные схемы, однако, при эксплуатации они не отражают дей-

ствительных условий опирания, а само понятие «жесткое сопряжение» не всегда приемлемо.

Для изотропных пластин различного очертания использование взаимосвязи максимального прогиба и частот собственных колебаний позволяет упростить решения многих инженерных задач. Однако для расчета составных пластин. Указанная фундаментальная закономерность еще не применялась. Поэтому выбранная тема для диссертационного исследования представляется актуальной.

Объект и предмет исследования. Объектами исследования являются составные пластины на упругоподатливых связях квадратного и круглого очертания в плане с шарнирным опиранием и защемлением по контуру. Предметом исследования являются методы определения жесткостных параметров таких пластин при их нагружении равномерно распределенной нагрузкой и по основной частоте колебаний в ненагруженном состоянии.

Целью диссертационной работы является теоретическое и экспериментальное доказательства наличия функциональной связи между жесткостными параметрами составных пластин (максимальным прогибом и коэффициентом жёсткости соединительного шва) с их динамическими параметрами.

Для достижения поставленной цели определены следующие основные задачи:

- теоретические и экспериментальные исследования взаимосвязи между максимальным прогибом и основной частотой колебаний составных пластин на податливых связях;
- определение влияния жесткости и количества регулярно и симметрично установленных связей сдвига на максимальный прогиб и основные частоты колебаний составных пластин;
- определение зависимости коэффициента жесткости шва составных пластин на податливых связях от частоты собственных колебаний составной пластины;
- разработка методики оценки податливости заделки пластин по контуру по прогибам и частотам собственных колебаний пластин;
- разработка и изготовление стенда для проведения экспериментальных исследований составных пластин различного очертания;
- проведение серии экспериментальных исследований составных пластин с изменяющимся числом податливых связей (нагелей) и различными условиями закрепления по контуру;
- разработка способа определения максимального прогиба двухслойных пластин по их основной (или первой резонансной), частоте колебаний с использованием аналитической зависимости $w_0 - \omega$, построенной для упругих однослойных пластин.

Методология и методы исследования. При проведении теоретических исследований использовались классические (аналитические и численные) методы строительной механики и теории сооружений. При использовании численных методов расчета применялся программный комплекс «SCAD», реализующий метод конечных элементов. При проведении экспериментальных исследований и обработке полученных результатов использовались методы математической статистики.

Достоверность научных положений и полученных результатов подтверждается их сравнением с известными результатами, полученными другими исследователями с помощью фундаментальных методов строительной механики, а также результатами экспериментальных исследований.

Научная новизна. При проведении теоретических и экспериментальных исследований получены следующие новые научные результаты:

- теоретически доказано и экспериментально подтверждено, что составные изотропные пластины на податливых связях независимо от жесткости поперечных связей и связей сдвига между слоями, очертания в плане, а также условий опирания по контуру подчиняются известной фундаментальной закономерности, справедливой для упругих изотропных пластинок сплошного сечения;

- выявлена зависимость частоты собственных колебаний и максимально-го прогиба составных пластин от жесткости связей сдвига, их количества при регулярной и симметричной постановке;

- получена функциональная зависимость коэффициента жесткости шва от частот собственных поперечных колебаний составной пластинки;

- разработана методика оценки степени податливости заделки составных пластин по контуру;

- разработана методика проведения статических и динамических испытаний составных пластин на податливых связях;

- предложен способ определения жесткости составных пластин по их основной частоте колебаний с использованием аналитических зависимостей, полученных для пластин сплошного сечения.

На защиту выносятся следующие положения:

- доказательство закономерности о функциональной связи максимально-го прогиба составных пластин различного очертания на упругоподатливых связях от основной частоты колебаний независимо от жесткости поперечных связей и связей сдвига, регулярно и симметрично расположенных по пластине, их количества и условий опирания пластин;

- зависимость коэффициента жесткости шва от основной частоты собственных поперечных колебаний составной пластинки;

- методика оценки степени податливости заделки составных пластин по контуру;

- результаты теоретических и экспериментальных исследований составных пластин на упруго-податливых связях;

- способ определения максимального прогиба составной пластины произвольного очертания по ее основной частоте колебаний в ненагруженном состоянии с использованием аналитических зависимостей, полученных для пластин сплошного сечения.

Практическая ценность и реализация работы. Разработанные в диссертации динамические методы исследования составных пластин на податливых связях могут найти широкое применение при проектировании, усилении и обследовании подобных конструкций.

Кроме того, результаты работы рекомендуется использовать в учебном

процессе строительных вузов при изучении дисциплины «Строительная механика», «Конструкции из дерева и пластмасс» и «Обследование и испытание сооружений».

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы обсуждались и докладывались на ежегодных научно-практических конференциях «Госунiversитета – УНПК» (2012–2015 гг.), IV Международном симпозиуме «Актуальные проблемы компьютерного моделирования» (Челябинск, 2012 г.); на XVI Международной научно-практической конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых «Строительство – формирование среды жизнедеятельности» (Москва, 2013); на Международном семинаре «Теория расчета конструктивных систем зданий и сооружений» (Курск, 2014); на Международной научно-технической конференции «Строительная наука – XXI век: теория, образование, практика, инновации Северо-Арктическому региону» (Архангельск, 2015), на Международном семинаре «Перспективы развития программных комплексов для расчета несущих систем зданий и сооружений» (Курск, 2015).

Публикации. По теме исследования опубликовано 14 научных работ, в том числе 11 статей в рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК Минобрнауки России для публикации основных научных результатов диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы включающего 87 наименований и приложения. Работа изложена на 145 страницах, включая 84 рисунка и 38 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приводится обоснование актуальности темы диссертационного исследования, обозначен объект для изучения и методы его исследования, приводятся основные характеристики работы и положения, выносимые автором на защиту.

В первой главе содержится обзор методов расчета как изотропных сплошных, так и составных пластин на статические и динамические нагрузки. Приводятся существующие численные и аналитические методы строительной механики, используемые для расчёта пластинок.

К настоящему времени теоретические основы расчета сплошных пластинок в значительной степени сформированы и изложены в работах А. Лява, В. Ритца, С.П. Тимошенко, Б.Г. Галеркина, И.Г. Бубнова и других авторов. Сложность решения задач деформирования пластинок привело к появлению и развитию приближённых методов, в том числе комбинированных (метод Релея-Ритца, Бубнова-Галёркина и т.д.). В последние десятилетия интенсивно развиваются численные (МКЭ) и геометрические методы, такие, как изопериметрический метод и метод интерполяции по коэффициенту формы (МИКФ). Изопериметрический метод нашёл применение в работах Сен-Венана и Релея, а уже В.И. Коробко впервые применил его к решению задач технической теории пластинок.

Исследованием составных пластин занимались В.В. Болотин и Ю.Н. Новичков, С.В. Андреев, Э.И. Григолюк и П.П. Чулков, Л.П. Хорошун. Расчет составных пластин приводит к ряду особенностей, связанных работой швов между слоями, учетом сдвига слоёв относительно друг друга. Наиболее полно расчёт составных стержней и пластинок изложен в трудах А.Р. Ржаницына.

В дальнейшем эта теория получила развитие в трудах В.И. Кучерюк, А.Д. Дорогин, В.П. Бочагов, Д.М. Подольский, Ю.Е. Якубовский и др.

Новый подход к оценке жёсткости пластинок открывается при использовании функциональной взаимосвязи между максимальным прогибом нагруженных конструкций и их основной частотой колебаний в ненагруженном состоянии. Данная закономерность относится к изотропным сплошным пластинам. Однако, учитывая, что в этой закономерности взаимосвязь прогибов и частот колебаний не зависит от жесткостных характеристик пластины, можно предположить, что эта закономерность будет справедлива и для составных пластин на податливых связях.

Во второй главе приводятся доказательства функциональной взаимосвязи максимального прогиба упругих изотропных пластинок с их основной частотой колебаний.

Дифференциальные уравнения поперечного изгиба и свободных колебаний составных пластинок:

$$\begin{cases} D_C \left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right) - q(x, y) = 0; \\ D_C \left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right) + m \frac{\partial^4 W}{\partial t^4} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

где цилиндрическая жесткость составной пластинки D_C по А.Р. Ржаницыну определяется в зависимости от цилиндрической жёсткости монолитной пластинки:

$$D_C = \psi \cdot D_M = \psi \cdot \frac{E \cdot (2h)^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}. \quad (2)$$

Коэффициент ψ напрямую зависит от коэффициента жесткости шва ξ , и очевидно:

$$\psi = \frac{\sigma_C}{\sigma_M} < 1. \quad (3)$$

В системе уравнений (1) выразим функцию прогибов в виде произведения максимального прогиба W_0 на единичную функцию $f(x, y)$. Затем подставим это выражение в дифференциальные уравнения поперечного изгиба и свободных колебаний пластинок:

$$W(x, y) = W_0 f(x, y), \quad (4)$$

$$\begin{cases} D_C W_0 \Delta^2 \Delta^2 f - q(x, y) = 0; \\ D_C \Delta^2 \Delta^2 f + \omega^2 m f = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Если пластинка воспринимает равномерно распределенную нагрузку q , то проинтегрировав уравнения (4) и (5) по всей площади пластины, после не-

обходимых преобразований получим:

$$W_0 = \frac{q}{D_C} \frac{A}{\iint_A \Delta^2 \Delta^2 f dA}, \quad \omega^2 = \frac{D_C}{m} \frac{\iint_A \Delta^2 \Delta^2 f dA}{\iint_A f dA}. \quad (6)$$

Выполнив преобразования интеграла и подставив их в выражение (5), получим:

$$\begin{cases} W_0 \approx \frac{qA^2}{D_C} \frac{1}{K_f^2 \Phi_{g1} + K_f \Phi_{g2}}; \\ \omega^2 \approx \frac{D_C}{2A^2 m} \frac{K_f^2 \Phi_{g1} + K_f \Phi_{g2}}{\int_0^1 g \rho d\rho}. \end{cases} \quad (7)$$

где K_f – коэффициент формы;

$$\Phi_{g1} = \frac{1}{2} \int_0^1 (g^{IV} \rho - 12g''' - 21g'' \rho^{-1} - 3g' \rho^{-2}) d\rho,$$

$$\Phi_{g2} = \frac{1\pi}{2} \int_0^1 (2g^{IV} \rho - 14g''' + 22g'' \rho^{-1} + 3g' \rho^{-2}) d\rho.$$

Ввиду того, что значения интегралов выражения (7) являются числами, зависящими от точности выбора функции $g(\rho)$, то представим их в качестве коэффициентов пропорциональности K_w , K_ω и B :

$$W_0 = K_w \frac{q}{D_C} \frac{A^2}{K_f^2 + BK_f}, \quad \omega^2 = K_\omega \frac{D_C}{m} \frac{K_f^2 + BK_f}{A^2}, \quad (8)$$

$$\text{где } K_w = \frac{1}{\Phi_{g1}}; \quad K_\omega = \frac{1}{\int_0^1 g \rho d\rho}; \quad B = \frac{\Phi_{g2}}{\Phi_{g1}}$$

Умножим выражения (8) друг на друга:

$$W_0 \omega^2 = K_w K_\omega \frac{q}{m} = K \frac{q}{m}. \quad (9)$$

где W_0 – максимальный прогиб пластины, ω – частота собственных колебаний, K , K_w и K_ω – коэффициент пропорциональности, зависящие от формы пластинок и вида граничных условий, q – равномерно распределенная нагрузка, m – масса единицы площади пластинки.

Поскольку коэффициент K зависит от граничных условий и очертаний пластины, то из выражения (9) следует важная закономерность: для упругих изотропных пластинок одинаковых форм с однородными граничными условиями произведение максимального прогиба от действия равномерно распределенной нагрузки на квадрат их основной частоты колебаний в ненагруженном состоянии с точностью до размерного множителя q/m есть величина постоянная. Так, для квадратной изотропной шарнирно опертой пластины коэффициент $K=1,582$, при жёстком защемлении той же пластинки $K=1,610$. Для

круглой изотропной пластинки коэффициент K равен при шарнирном опирании $K=1,579$, при жестком защемлении $K=1,629$.

Закономерность (9) положена в основу численных исследований двух-слойных пластин на податливых связях. В качестве материала таких пластин была выбрана древесно-стружечная плита толщиной 8 мм. Длина стороны квадратной пластины составляла 1 м, диаметр круглой составлял 1 м. Исследование проводилось при помощи программного комплекса «SCAD» методом конечных элементов (МКЭ). Опоры по контуру располагались в узлах конечных элементов конструкции, при этом граничные условия слоев были однородными. В работе рассмотрено шарнирное и жесткое защемление пластин по контуру.

Элементы пластины моделировались пластинчатыми конечными элементами, связи сдвига – стержнями жёсткостью $EA_{сс}$, а поперечные связи – стержнями жёсткостью $EA_{пс}$ (рисунок 1).

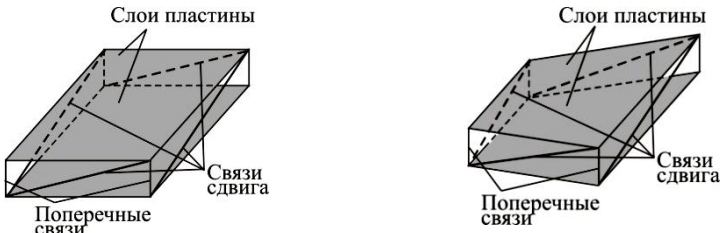


Рисунок 1 – Конечные элементы квадратной и круглой составных пластинок с поперечными связями и связями сдвига

В ходе исследования определялись максимальный прогиб составной пластины и частота собственных поперечных колебаний. Для определения прогиба конструкция загружалась равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью $q = 1 \text{ кН/м}^2$, которая прикладывалась к верхнему слою составной пластины. Для нахождения частот собственных колебаний в узлы конечных пластинчатых элементов прикладывались сосредоточенные массы от собственного веса слоёв в зависимости от грузовой площади узла. Критерием точности расчёта служил коэффициент K , определяющийся из выражения (9):

$$K = \frac{W_0 \omega^2}{q/m}. \quad (10)$$

На первом этапе исследований определялось влияние количества конечных элементов, на которое разбивается составная пластина. Было рассмотрено три варианта количества КЭ для квадратной пластины (400, 1600, 6400 КЭ) и два для круглой (240 и 960 КЭ). По данным, полученным в результате численных исследований, были построены графики зависимости частот собственных колебаний, максимальных прогибов и коэффициента K от жесткости связей сдвига для всех случаев разбиения пластин на конечные элементы (рисунок 2).

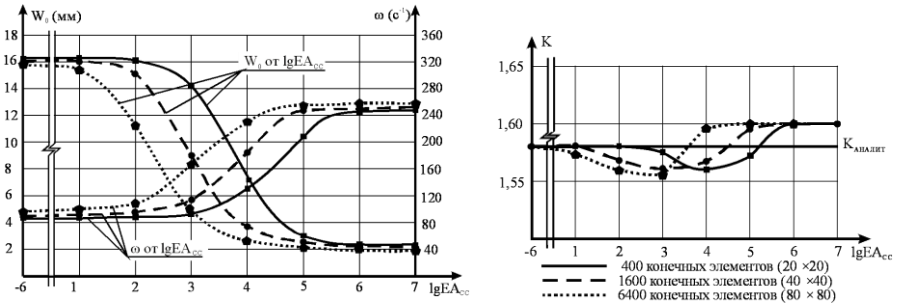


Рисунок 2 – Изменение частот собственных колебаний, прогибов и коэффициента K в зависимости от жесткости связей сдвига и количества конечных элементов при шарнирном опирании квадратной составной пластины по контуру

Аналогичные графики были построены для жестко защемленной квадратной пластины, а также шарнирно опертой и жестко защемленной круглой, которые практически повторяют характер изменения прогибов и частот колебаний квадратной шарнирно опертой пластины.

Смещение кривых относительно друг друга при разном разбиении составной пластины обоснованно, на наш взгляд, разной погонной жесткостью элементов связей сдвига. Анализ полученных данных показал, что сетка разбиения слоёв незначительно влияет на точность расчета. В дальнейшем сетка разбиения составной пластины принималась исходя из удобства симметричной регулярной расстановки связей сдвига.

На следующем этапе исследований определялось влияние жесткости связей сдвига на частоты собственных колебаний и прогибы составных пластин. Связи сдвига располагались с шагом 40 мм, что соответствует сетке разбивки конечных элементов 25×25 , а их жесткость изменялась от 10^{-6} до 10^9 кН. Изменение максимальных прогибов и частот собственных колебаний, а также коэффициента K в зависимости от жесткости связей сдвига для шарнирно опертой квадратной пластины приведены на рисунке 3.

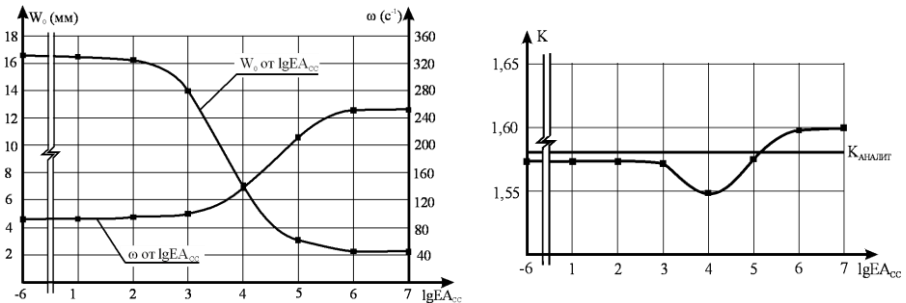


Рисунок 3 – Изменение максимальных прогибов и частот собственных колебаний, а также коэффициента K в зависимости от жесткости связей сдвига для шарнирно опертой квадратной пластины

Разность аналитического и полученных численным расчётом коэффициентов K составляет не более 5,63 %, что говорит о достаточно хорошей сходимости результатов. Аналогичные исследования жёстко защемлённой квадратной пластины дают ошибку в определении коэффициента K не более 3,59%, для круглой шарнирно опертой пластины не более 5,43%, для защемлённой круглой пластины не более 5,67%.

Была проведена оценка влияния симметрично регулярно расположенных связей сдвига на частоты собственных колебаний и прогибы составных пластин. Для квадратной пластины количество симметрично регулярно установленных конечных элементов со связями сдвига составило 9, 16, 25, 49, 81 (рисунок 4а-4е), 169, 625, а для круглой 8, 18, 24, 32, 48, 72, 288 (рисунок 4ж-4н). Для удобства построения графиков количество КЭ со связями сдвига выражалось в отношении к общему количеству КЭ ($n_{cc}/n_{кэ}$).

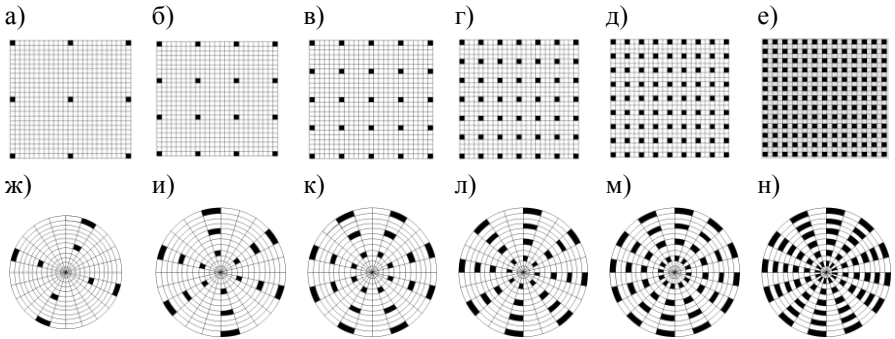


Рисунок 4 – Схемы расстановки связей сдвига в составных пластинах

На основе данных, полученных в результате исследования, были построены графики изменения максимальных прогибов, собственных частот колебания и коэффициента K в зависимости от количества связей сдвига ($n_{cc}/n_{кэ}$). Характерный график для составной квадратной пластины, шарнирно опертой по контуру, представлен на рисунке 5.

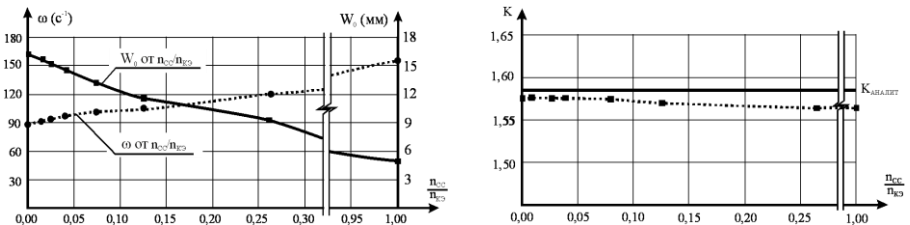


Рисунок 5 – Изменение частот собственных колебаний и максимальных прогибов в зависимости от количества связей сдвига (n_{cc}) при шарнирном опирании квадратной составной пластины по контуру

Анализ данных показывает, что независимо от количества симметрично регулярно установленных связей сдвига фундаментальная зависимость (9) выполняется с точностью до 5,86 %.

В третьей главе рассматривается функциональная взаимосвязь коэффициента жесткости шва составной пластины с её основной частотой колебаний. Предлагается способ определения коэффициента жесткости шва по основной частоте колебаний составных пластин при динамических испытаниях. Данный подход основан на теории составных пластин А.Р. Ржаницына. Для каждого слоя будет справедлива гипотеза прямых нормалей. Число швов (промежутков между пластинами) принимаем n , а общее число слоев равно $n+1$ (рисунок 6).

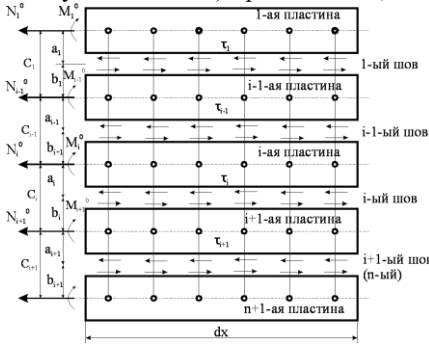


Рисунок 6 – Принятые обозначения для составной пластины

Между разностями продольных перемещений и касательными напряжениями в связях сдвига i -го шва существует линейная зависимость:

$$\tau_x^i = \xi_i \Delta u_i; \quad \tau_y^i = \xi_i \Delta v_i, \quad (11)$$

где

$$\Delta u_i = \frac{dw}{dx} c_i + u_{i+1} - u_i;$$

$$\Delta v_i = \frac{dw}{dy} c_i + v_{i+1} - v_i,$$

c_i – расстояние между срединными плоскостями слоев, лежащих по обе стороны i -го шва; ξ_i – коэффициент жесткости связей сдвига i -го шва.

Так, при любом ξ мы имеем:

$$\frac{q}{D_{усл}} + \xi \delta \frac{M}{D_{усл}} = \frac{q}{D_0} + \xi \delta M \frac{\delta D_0 - c^2}{\delta D_0^2}. \quad (12)$$

Для пластинки, состоящей из двух слоев:

$$D_M = \frac{\delta D_0^2}{(\delta D_0 - c^2)}, \quad (13)$$

где D_M – цилиндрическая жесткость пластинки с продольным модулем упругости в зоне шва, равным нулю.

После преобразований получаем выражение для коэффициента жесткости шва:

$$\xi = \frac{q \left(\frac{1}{D_0} - \frac{1}{D_{усл}} \right)}{\delta M \left(\frac{1}{D_{усл}} - \frac{1}{D_M} \right)}, \quad (14)$$

где

$$\delta = \frac{c^2}{D} + \frac{1}{E_1^* h_1} + \frac{1}{E_1^* h_1}, \quad (15) E_i^* = \frac{E_i}{1 - \mu_1^2} \quad (i = 1, 2) \quad (16)$$

$$D_0 = \sum_{i=1}^n D_i; D_i = \frac{E_i h_i^3}{12(1 - \mu^2)} \quad (i = 1, 2), \quad (17) \quad M = \frac{M_x + M_y}{1 + \mu_{\text{ссл}}}, \quad (18)$$

где $D_{\text{ссл}}$ – цилиндрическая жесткость некоторой условной сплошной пластинки, не обладающей швом; D_0 – фактическая цилиндрическая жесткость; δ – коэффициент; E_i – модуль упругости слоёв в составе составной пластины, при этом индексы швов опускаем, так как шов один.

На примере двухслойных составных пластин квадратного и круглого очертания проведены теоретические исследования. Определялось влияние жесткости и регулярно симметрично установленных связей сдвига на коэффициент жесткости шва. Численное исследование проводилось на двухслойных пластинах квадратного и круглого очертания, аналогичных приведённым во второй главе. При помощи программного комплекса «SCAD» определялись максимальные изгибающие моменты M_x и M_y , используя которые по формуле (14) вычислялся коэффициент жесткости шва. В ходе численного исследования были построены графики зависимости жесткости шва от жесткости связей сдвига и частот собственных колебаний пластины, а также зависимость частот собственных колебаний от коэффициента жесткости шва (рисунок 7).

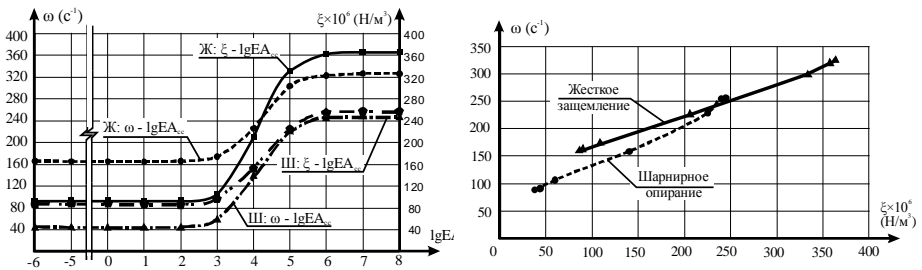


Рисунок 7 – Изменение частот собственных колебаний (ω) и коэффициента жесткости шва (ξ) в зависимости от жесткости связей сдвига $\lg EA_{\text{ссл}}$ квадратной составной пластины (Ж – однородное жесткое защемление пластины по контуру; Ш – шарнирное опирание) и изменение частот собственных колебаний (ω) от коэффициента жесткости шва (ξ)

Аналогичные зависимости были построены для составных пластин круглого очертания. Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что коэффициент жесткости шва практически прямо пропорционален частотам колебаний составной пластины независимо от её очертания и граничных условий.

При оценке влияния симметрично регулярно установленных связей сдвига на коэффициент жесткости шва были приняты схемы расстановки связей в КЭ по рисунку 4. По результатам численных исследований выявлено, что с увеличением коэффициента жесткости шва в двухслойной составной пластине квадратного и круглого очертания при изменении количества симметрично расположенных связей сдвига, увеличивается и частота ее собственных колебаний.

В четвертой главе представлены результаты экспериментальных исследований составных пластин на податливых связях при действии динамических и статических нагрузок. Для исследования пластинок был изготовлен испытательный стенд (рисунок 8). Он состоит из вертикальных стоек из стальных горячекатаных равнополочных уголков 40×4 мм с закрепленной на них несъёмной горизонтальной квадратной рамой, выполненной также из стальных горячекатаных равнополочных уголков 40×4 мм. К торцам стоек приварены стальные пластины размерами 200×200 мм толщиной 6 мм, через которые посредством болтов вся установка закреплена на стальной горизонтальной плите толщиной 10 мм. Для уменьшения деформативности опорного контура пластины по четырём сторонам выполнены стальные подкосы, что уменьшило пролёт опорной рамы до 320 мм. Для укрепления контура испытательного стенда и повышения жёсткости установки в горизонтальной плоскости установлена горизонтальная крестовая связь. Экспериментальные исследования проводились как для пластин квадратного, так и для круглого очертания в плане. Для трансформации стенда переставлялись стойки, а квадратные неподвижная и съёмная рамы заменялись на круглые.



Рисунок 8– Испытательный стенд для экспериментальных исследований составных пластин

Для закрепления пластинок и моделирования условий защемления по контуру верхняя рама стенда является съёмной, нижняя – неподвижной. Пластины закрепляли между горизонтальными рамами по одному из двух вариантов: при шарнирном закреплении верхняя рама прикручивалась болтами к нижней без натяга, только с целью предотвращения отрыва конструкции от опоры при динамическом нагружении.

Статическая равномерно распределенная нагрузка создавалась при помощи запаянных пакетов с кварцевым песком. Загружение производилось в четыре ступени, общий вес каждой ступени составил 250 Н для квадратных пластин и 200 Н для круглых. Максимальная распределенная нагрузка для обеих пластин составила $q = 1 \text{ кН/м}^2$. Измерение прогибов производилось в

центре пластины индикатором часового типа ИЧ-25 с ценой деления 0,01 мм, укрепленного на штативе. В ходе проведения динамических испытаний определялись основные частоты собственных колебаний двухслойной пластины. Измерения основных частот колебаний выполнялись при помощи вибронализатора «ВИБРАН – 2.0».

В качестве материала экспериментальной пластины была выбрана древесноволокнистая плита толщиной 5,5 мм. Этот выбор обусловлен возможностью смоделировать податливость связей сдвига, а также физико-механическими свойствами испытываемого материала. Плотность плиты была определена экспериментальным путем. Для определения кратковременного действительного модуля упругости древесноволокнистой плиты был изготовлена испытательная установка в соответствии с ГОСТ 10635-88 «Плиты древесностружечные. Методы определения предела прочности и модуля упругости при изгибе», фактический кратковременный модуль упругости по результатам испытаний составил $E=4020$ МПа.

Для оценки податливости заделки плиты по контуру в программном комплексе «SCAD» были смоделированы упругие опоры. В первом варианте путем введения дополнительных стержней (рисунок 9), а во втором варианте – путём введения связей конечной жесткости (рисунок 10).

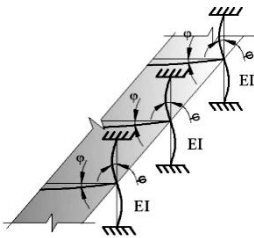


Рисунок 9 – Моделирование податливой заделки путем введения дополнительных стержней

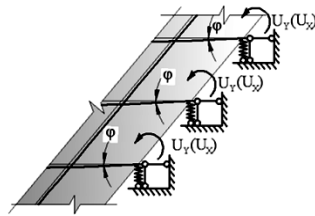


Рисунок 10 – Моделирование жесткого защемления путем введения связей конечной жесткости

Изменяя последовательно и одновременно изгибную жесткость EI_y и EI_x вертикальных стержней, подбираем значение EI , при котором численные прогиб и частота собственных поперечных колебаний пластинки совпадут с экспериментальными. Суть второго способа в следующем: заменяя жесткое защемление шарнирным и вводя связи конечной жесткости, ограничивающих поворот U_x и U_y в узлах заделки, последовательно изменяя параметры U_x и U_y , подбираем значение жесткости связей, при котором численный прогиб пластинки совпадет с экспериментальным.

По результатам экспериментально-теоретических исследований выявлено, что неучёт податливости завышает частоты собственных колебаний примерно на 7 и 11% для квадратных и круглых пластин соответственно, и занижает максимальный прогиб на 15 и 19% для соответствующих пластин.

Экспериментальные исследования как на статические, так и на динамические нагрузки проводились на двухслойных пластинах, слои которых связывали между собой симметрично расположенные нагели, которые представляли собой стальной болт диаметром 2 мм. Для квадратных пластин были рассмотрены схемы с 1, 25, 61 и 121 нагелем. Для круглых пластин количество нагелей составило 1, 12, 30 и 54 шт. Варианты расстановки нагелей и сетка разбиения квадратных и круглых пластин представлена на рисунках 11 и 12 соответственно.

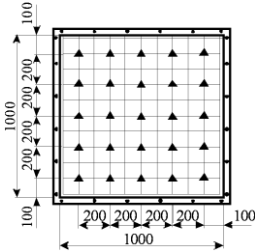


Рисунок 11 – Схема симметричной регулярной расстановки нагелей в составной квадратной пластине (25 нагелей)

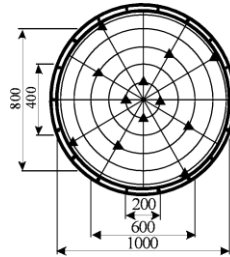


Рисунок 12– Схема симметричной регулярной расстановки нагелей в составной круглой пластине (12 нагелей)

Характерный график для шарнирной двухслойной квадратной пластины представлен на рисунке 13.

Аналогичные графики построены для квадратной пластины с податливой заделкой по контуру, а также для шарнирно опертой и податливо заделанной по контуру круглой пластины. Анализ графиков показывает, что деформирование составных пластин происходит в упругой стадии.

Для определения частот собственных колебаний составная пластина подвергалась динамическим испытаниям. Возбуждение колебаний производилось ударным методом. Период считывания затухающих колебаний составлял 3 секунды, переходной процесс стабилизации колебаний при вычислении частот исключался. Характерные виброграммы для квадратной шарнирно опертой пластины при 1 и 121 нагеле представлены на рисунках 14 и 15 соответственно.

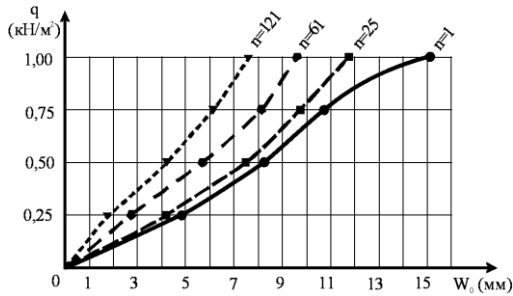


Рисунок 13– Зависимость прогибов W_0 от нагрузки q для двухслойной шарнирно опертой квадратной пластины при различном количестве нагелей

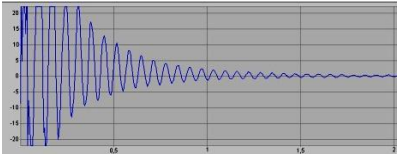


Рисунок 14 – Характерная виброграмма собственных колебаний составной пластинки с 1 нагелем (шарнирное опирание по контуру)

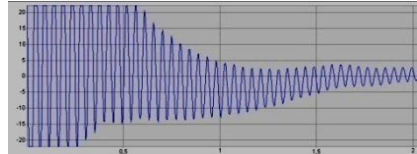


Рисунок 15 – Характерная виброграмма собственных колебаний составной пластинки со 121 симметрично регулярно установленным нагелем (шарнирное опирание по контуру)

Также виброграммы колебаний получены для квадратной пластины с податливой заделкой по контуру, а также для шарнирно опертой и податливо заделанной по контуру круглой пластины. В таблице 1 представлены результаты сопоставления экспериментальных и теоретических данных для составной квадратной пластины, шарнирно опертой по контуру.

Таблица 1– Сопоставление экспериментальных и теоретических значений максимальных прогибов и основных частот собственных колебаний составной квадратной пластины шарнирно опертой по контуру

Параметр	Количество конечных элементов со связями сдвига							
	1		25		61		121	
	Численно	Эксперим.	Численно	Эксперим.	Численно	Эксперим.	Численно	Эксперим.
Круговая частота основного тона, ω (c^{-1})	100,9	99,9	110,4	116,2	120,2	128,7	137,7	135,7
Максимальный прогиб, W_0 (мм)	15,13	15,1	12,68	11,8	10,71	9,58	8,11	7,74
К по ф-ле (10)	1,554	1,519	1,560	1,610	1,560	1,600	1,55	1,437
$K_{\text{АНАЛИТ}}$,	1,582							
Отклонение K от $K_{\text{АНАЛИТ}}$, %	-2,72	-6,27	-2,18	2,54	-2,13	2,04	-3,14	-14,5

Аналогичные исследования были проведены для круглых пластин.

При сопоставлении теоретических и экспериментальных результатов исследований квадратных пластин, расхождение частот собственных колебаний не превышает 7,1%, а прогибов 10,5%. Для круглых пластин разница между численными и экспериментальными значениями прогибов не превышает 16,4%, а для частот собственных колебаний 14,4%. Такое расхождение экспериментальных и численных значений может быть обосновано тем, что в численных расчётах не учтены силы трения между слоями двухслойной составной пластины. Если при статическом нагружении слоям хватало времени для преодоления сил трения, что выразилось в увеличении прогибов в течение 10...15 секунд после приложения очередной ступени нагрузки, то при колебаниях конструкции силы трения действовали на всём протяжении затухания колебаний.

В приложении 1 приводятся сведения о внедрении результатов работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обобщая результаты проведенных исследований, можно сформулировать следующие выводы:

1. Теоретически доказано и экспериментально подтверждено, что для квадратных и круглых составных пластинок вне зависимости от граничных условий, жесткости и количества симметрично и регулярно расположенных связей сдвига произведение максимального прогиба W_0 от действия равномерно распределенной нагрузки q на квадрат основной частоты колебаний составной пластинки в ненагруженном состоянии ω с точностью до размерного множителя q/m есть величина постоянная и описывается закономерностью:

$$W_0 \omega^2 = K \frac{q}{m}$$

2. Получены аналитические зависимости коэффициента жёсткости шва составной пластины от жёсткости и усилий в слоях. В результате численных исследований выявлены зависимости коэффициента жесткости шва составной пластины от жёсткости и от количества симметрично установленных связей сдвига.

3. Установлена зависимость коэффициента жёсткости шва от частот собственных колебаний составных пластин. Зависимость носит практически линейный характер независимо от граничных условий и количества связей сдвига.

4. Разработана методика оценки степени податливости заделки составных пластин по контуру по результатам статического и динамического испытания. Неучёт податливости заделки приводит к завышению частот собственных колебаний на 7 и 11% для квадратных и круглых пластин соответственно, и занижает максимальный прогиб на 15 и 19% для соответствующих пластин.

5. Разработана и реализована программа проведения экспериментальных исследований составных пластин на статические и динамические нагрузки. Данные, полученные в ходе эксперимента, подтвердили результаты численных исследований.

Список работ, опубликованных автором по теме диссертации:

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки России:

1 Турков, А.В. Прогибы и частоты собственных колебаний составных квадратных изотропных пластин с различными граничными условиями при изменении жесткости связей сдвига [Текст] / А.В. Турков, **К.В. Марфин** // Строительство и реконструкция. – 2011. – №4. – С. 38-42 (0,2 / 0,15 п.л. автора).

2 Турков, А.В. Прогибы и частоты собственных колебаний составных круглых изотропных пластин с различными граничными условиями при изменении жесткость связей сдвига [Текст] / А.В. Турков, **К.В. Марфин** // Строительство и реконструкция. – 2011. – №5. – С. 51-55 (0,2 / 0,17 п.л. автора).

3 Турков, А.В. Точность результатов численных исследований квадратных составных изотропных пластин на податливых связях при различном количестве конечных элементов [Текст] / А.В. Турков, **К.В. Марфин** // Строительство и реконструкция. – 2011. – №6. – С. 43-49 (0,3 / 0,23 п.л. автора).

4 Турков, А.В. Точность результатов численных исследований круглых составных изотропных пластин на податливых связях при различном количестве конечных элементов [Текст] / А.В. Турков, **К.В. Марфин** // Строительство и реконструкция. – 2012. – №1. – С. 40-45 (0,22 / 0,17 п.л. автора).

5 Турков, А.В. Взаимосвязь максимальных прогибов и частот собственных колебаний составных квадратных изотропных пластин в зависимости от количества симметрично расположенных связей сдвига [Текст] / А.В. Турков, **К.В. Марфин** // Строительство и реконструкция. – 2012. – №2. – С. 44-49 (0,26 / 0,2 п.л. автора).

6 Турков, А.В. Определение коэффициента жесткости шва квадратной составной изотропной пластины по ее основной частоте колебаний [Текст] / А.В. Турков, **К.В. Марфин** // Строительная механика и расчет сооружений. – 2012. – №5. – С. 38-45 (0,32 / 0,27 п.л. автора).

7 Турков, А.В. Исследование прогибов и частот собственных колебаний составных круглых трансропных пластин [Текст] / А.В. Турков, **К.В. Марфин** // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. – 2013. – №4. – С. 66-71 (0,3 / 0,24 п.л. автора).

8 Турков, А.В. Определение коэффициента жесткости шва круглой составной изотропной пластины по ее основной частоте колебаний [Текст] / А.В. Турков, **К.В. Марфин** // Строительная механика и расчет сооружений. – 2013. – №4. – С. 58-63 (0,32 / 0,27 п.л. автора).

9 Турков, А.В. Методика проведения эксперимента для статического и динамического испытания изотропных составных пластин на податливых связях [Текст] / А.В. Турков, **К.В. Марфин** // Строительство и реконструкция. – 2014. – №4. – С. 30-35 (0,24 / 0,18 п.л. автора).

10 Турков, А.В. Способы учета податливости жесткого защемления при проведении эксперимента [Текст] / А.В. Турков, **К.В. Марфин** // Строительство и реконструкция. – 2015. – №1. – С. 62-64 (0,20 / 0,15 п.л. автора).

11 Турков, А.В. Экспериментальные исследования составных круглых пластин на динамические и статические нагрузки [Текст] / А.В. Турков, **К.В. Марфин** // Строительство и реконструкция. – 2015. – №3. – С. 60-66 (0,36 / 0,28 п.л. автора).

Публикации в других изданиях

12 **Марфин К.В.** Взаимосвязь максимальных прогибов и частот собственных колебаний двухслойных изотропных пластин в зависимости от количества связей сдвига / К.В. Марфин // Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений: тезисы докладов IV Международного симпозиума. – Челябинск: ЮУрГУ. – 2012. – С. 161-162

13 Турков А.В. Определение коэффициента жесткости шва круглой составной изотропной пластины по ее основной частоте колебаний / А.В. Турков. **К.В. Марфин** // Строительство – формирование среды жизнедеятельности: XVI Международная научно-практическая конференция студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых. – Москва: МГСУ. – 2013. – С. 187-190

14 **Марфин К.В.** Экспериментальные исследования составных квадратных пластин на динамические и статические нагрузки / К.В. Марфин // Строительная наука-XXI век: теория, образование, практика, инновации Северо-Арктическому региону: Международная научно-техническая конференция. – Архангельск: ИСиА САФУ. – 2015. – С. 219-229

Подписано к печати 19.10.2015 г. Формат 60x84 1/16.
Объем 1,0 усл. п.л. Тираж 100 экз. Заказ № _____

Отпечатано с готового оригинал-макета на полиграфической базе
ФГБОУ ВО «Приокский государственный университет»
302020, г. Орел, Наугорское шоссе, д. 29.