

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ И. С. ТУРГЕНЕВА»

На правах рукописи



Баракова Елена Александровна

**ФОРМИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТИВНЫХ
УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ
ШКОЛЬНИКОВ
ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ**

13.00.02 – Теория и методика обучения и воспитания
(математика)

Диссертация
на соискание учёной степени кандидата педагогических наук

Научный руководитель:
доктор педагогических наук,
доцент
Яремко Наталия Николаевна

Орел 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Глава I ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ МЕТОДИКИ ФОРМИРОВАНИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ	15
1.1 Система универсальных учебных действий в реализации системно-деятельностного подхода как составляющая методологии проектирования содержания основного общего математического образования.....	15
1.2 Особенности формирования РУУД в контексте развития математической учебно-исследовательской деятельности школьников.....	32
1.3 Педагогические условия формирования РУУД школьников при обучении математике.....	52
1.4 Теоретико-методологические подходы и система дидактических принципов построения методики формирования РУУД школьников при обучении математике.....	83
Выводы по I главе	106
Глава II МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ.....	110
2.1 Модель методической системы формирования РУУД школьников при обучении математике	110
2.2 Реализация процесса формирования РУУД школьников при обучении математике.....	139
2.3 Постановка и анализ результатов педагогического эксперимента.....	160
Выводы по II главе	181
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	185
Список литературы	187

Введение

Актуальность исследования. С внедрением новых Федеральных государственных образовательных стандартов школьного образования активно обсуждаются вопросы осмыслиения новых подходов к построению процесса обучения.

Важнейшей характеристикой современного школьного образовательного процесса является его организация на основе предоставления учащимся возможности самостоятельно ставить учебные цели, выбирать уровень и средства их достижения, определять способы контроля, оценки и коррекции процесса и результатов собственной учебно-познавательной деятельности. Предоставление таких возможностей предполагает целенаправленную работу по формированию у учащихся регулятивных универсальных учебных действий (РУУД) и овладение ими полной осознанной саморегуляцией в процессе обучения.

Установка на деятельность как средство овладения знаниями и цель обучения отражает деятельностную концепцию обучения. При этом наиболее действенным инструментом обучения выступает исследовательская деятельность, ориентированная на стимулирование познавательных потребностей и способностей личности ученика, реализующая его стремление к самостоятельности, самоуправлению учением и повышению активности.

Степень разработанности проблемы.

Проблема регулятивной деятельности учащихся отражена в трудах Е. В. Барановой [26], С. И. Высотской [53], А. О. Зязина [90], А. М. Кондакова [116, 244], О. А. Конопкина [114], В. В. Краевского [119], И. М. Логвиновой [120], А. А. Маркиной [150], А. К. Осницкого [172], В. В. Фирсова [190], Г. П. Щедровицкого [264] и др. В диссертационных исследованиях С. А. Никишовой [165], А. М. Суковых [221], И. Г. Сюсюкиной [222], Л. А. Теплоуховой [230], Д. А. Хомяковой [249] и др. представлены пути формирования

способностей к выполнению универсальных учебных действий учащимися.

Проблема формирования регулятивных учебных действий учащихся в процессе обучения математике раскрывается в работах А. Г. Асмолова [12], Л. И. Боженковой [33, 34, 35], М.В. Егуповой [77], И. Г. Липатниковой [139], Е. С. Квитко [105], Е. Н. Перевощиковой [176] и др.

Исследовательская деятельность выступала предметом изучения многих ученых, таких как В. Г. Болтянский [38, 39], Б. В. Гнеденко [59], В. А. Гусев [62], А. Н. Колмогоров [110], Ю. М. Колягин [112], А. И. Маркушевич [153], А. С. Обухов [167], М. В. Потоцкий [183, 184], А. И. Савенков [196], С. И. Шварцбурд [262], А. В. Ястребов [276] и др. В работах Е. В. Барановой [27], И. В. Владыкиной [46], Я. И. Груденова [61], В. А. Далингера [68, 70], В. П. Заесенок [80], М. И. Зайкина [81], Т. А. Ивановой [93, 95], Н. Ф. Кругловой [120, 121, 122, 123], М. М. Новожиловой [166], Л. Э. Орловой [171], А. А. Остапенко [175], Н. Г. Подаевой [181], Г. И. Саранцева [200], Т. Ф. Сергеевой [208], М. В. Шабановой [257], С. В. Щербатых [265] и др. исследовательская деятельность выступает как эффективное средство активизации учебного познания при обучении математике.

Тем не менее, из-за не разработанности теоретических основ методики формирования регулятивных универсальных учебных действий потенциал исследовательской деятельности раскрывается в педагогической науке и образовательной практике недостаточно.

В настоящее время существуют **противоречия** между:

- реализацией системно-деятельностного подхода к образованию и недостаточной разработанностью вопросов саморегуляции деятельности учащихся на этапе школьного обучения математике;
- необходимостью включения вопросов формирования регулятивных универсальных учебных действий в процесс обучения предметным курсам и их слабой методической обеспеченностью при обучении математике;

- ориентацией школьного математического образования на активную, самостоятельную учебно-исследовательскую работу учащихся и степенью разработанности методики формирования регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике.

Необходимость разрешения этих противоречий определяет актуальность настоящего исследования.

Проблема исследования: каковы компоненты методики формирования регулятивных универсальных учебных действий у учащихся общеобразовательной школы в процессе обучения математике.

Объект исследования – процесс обучения математике в общеобразовательной школе.

Предмет исследования – методика формирования регулятивных универсальных учебных действий у учащихся общеобразовательной школы в процессе обучения математике.

Цель исследования – научное обоснование, разработка и экспериментальная проверка методики формирования регулятивных универсальных учебных действий школьников при обучении математике.

В основу исследования положена **гипотеза**: эффективность овладения школьниками регулятивными универсальными учебными действиями повысится, если разработать и внедрить в образовательную практику методику формирования регулятивных универсальных учебных действий школьников в процессе учебно-исследовательской деятельности при обучении математике, отвечающую требованиям: методика

- основана на положениях системно-деятельностного подхода и теории учебной исследовательской деятельности;
- базируется на конструировании РУУД школьников при обучении математике с опорой на теорию осознанной саморегуляции личности;

- обеспечивает индивидуализацию освоения образовательной программы, создание личностно развивающей образовательной среды и специальную организацию внеурочной деятельности учащихся по математике в качестве непреложных условий формирования РУУД школьников;
- реализует поэтапное диагностируемое в процессе организованного взаимодействия обучающихся и преподавателя формирование РУУД школьников с помощью комплекса исследовательских практических заданий.

Для достижения цели в соответствии с объектом и предметом исследования поставлены следующие **задачи**:

- 1) раскрыть возможности курса математики в формировании регулятивных универсальных учебных действий учащихся общеобразовательной основной школы;
- 2) выявить взаимосвязь учебно-исследовательской деятельности учащегося при обучении математике с процессом формирования регулятивных универсальных учебных действий;
- 3) определить педагогические условия формирования регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике в общеобразовательной основной школе;
- 4) разработать и экспериментально проверить эффективность методики формирования регулятивных универсальных учебных действий в процессе учебно-исследовательской деятельности при обучении математике в общеобразовательной основной школе.

Общеметодологической основой исследования являются положения философии о сущности комплексного подхода к научным проблемам, о единстве теории и практики, взаимосвязи и взаимодействии объективного и субъективного, традиционного и инновационного; научные положения об образовании как единстве обучения и воспитания; идеи гуманизации и гуманитаризации математического образования.

Теоретическую основу исследования составляют:

- концепция системно-деятельностного подхода (А. Г. Асмолов,

Л. С. Выготский, П. Я. Гальперин, В. В. Давыдов, А. Н. Леонтьев, Д. Б. Эльконин);

- концепция формирования универсальных учебных действий (А. Г. Асмолов, Л.И.Боженкова, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская, О. А. Карабанова, С. В. Молчанов, Н. Г. Салмина);

- концептуальные основы организации исследовательской деятельности школьников (И. А. Зимняя, А. И. Савенков, Т. Ф. Сергеева, Л. Н. Фридман, М. А. Холодная, А. В. Хуторской и др.);

- теория саморегуляции собственной деятельности (Б. Г. Ананьев, О. А. Конопкин, А. Н. Леонтьев, А. Маслоу, А. К. Осницкий, К. Роджерс);

- теории саморазвития личности учащегося, развития учебной мотивации, познавательной самостоятельности (Л. И. Божович, Л. С. Выготский, А. К. Маркова, П. И. Пидкастый, А. В. Хуторской, В. Д. Шадриков, Г. И. Щукина и др.);

- теории социализации личности (К. А. Абульханова-Славская, М. Вебер, Л. Н. Коган, И. С. Кон, П. А. Лавров, Б. М. Парыгин, П. А. Сорокин, В. М. Шепель);

- методологические основы математики (М. Б. Волович, В. А. Гусев, В. А. Далингер, Г. В. Дорофеев, Н. Б. Истомина, Ю. М. Колягин, Г. И. Саранцев, Л. М. Фридман и др.);

- методологические положения, определяющие развитие системы современного математического образования (Г. Д. Глейзер, В. А. Гусев, Г. В. Дорофеев, Т. В. Иванова, А. Г. Мордкович, Г. И. Саранцев, И. М. Смирнова, М. В. Ткачева и др.).

В ходе исследования использовались **методы**:

– **теоретические** – анализ философских, психолого-педагогических работ по теме исследования, нормативных документов, предметных УМК по математике, процессов информатизации образования; моделирование гипотез, проектирование модели методической системы формирования регулятивных

универсальных учебных действий, прогнозирование образовательных результатов;

- **эмпирические** – анкетирование, наблюдение, обобщение педагогического опыта, педагогический эксперимент и диагностика сформированности регулятивных универсальных учебных действий; качественный и количественный анализ экспериментальных данных, графические методы их представления;
- **статистические** – обработка данных, полученных в ходе опытно-экспериментальной работы средствами математической статистики.

Экспериментальная база исследования. Исследование проводилось в период с 2009 по 2018 годы на базе образовательных учреждений г. Химки, Московской области и г. Москвы. В 2019 – 2020 годы в Орловском государственном университете имени И.С. Тургенева были подготовлены диссертация и автореферат.

Этапы исследования. На первом этапе (2009 – 2010 гг.) был осуществлен теоретический анализ проблемы исследования; определены объект, предмет, цель, гипотеза и задачи исследования; проведен констатирующий этап педагогического эксперимента.

На втором этапе (2010 – 2015 гг.) был выявлен комплекс педагогических условий, обеспечивающих формирование регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике в общеобразовательной основной школе, осуществлена разработка методики формирования регулятивных универсальных учебных действий учащихся основной школы в процессе учебно-исследовательской деятельности, проведена опытно-экспериментальная работа по проверке ее эффективности и теоретическому обоснованию результатов исследования.

На третьем этапе (2015 – 2018 гг.) проводилась систематизация и обобщение результатов исследования, (2019 – 2020 гг.) в Орловском

государственном университете имени И. С. Тургенева были сформулированы выводы и рекомендации, осуществлена подготовка диссертации и автореферата к защите.

Наиболее существенные результаты, полученные лично соискателем, и их научная новизна.

1. Раскрыта сущность процесса формирования регулятивных универсальных учебных действий в структуре полной осознанной саморегуляции, представленной ее структурными компонентами: ценностно-мотивационным, смысловым, опытом рефлексии, опытом привычной активизации, операциональным опытом и опытом сотрудничества.

2. Выявлена взаимосвязь учебно-исследовательской деятельности учащегося при обучении математике с процессом формирования регулятивных универсальных учебных действий, способствующая трансформации внешней мотивации во внутреннюю, повышающая активность, самостоятельность, со-зательность учащегося, его умение ориентироваться в новой ситуации.

3. Определен комплекс педагогических условий, обеспечивающий формирование регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике в общеобразовательной школе: обеспечение индивидуализации освоения образовательной программы с учетом интересов и способностей учащегося; создание личностно развивающей образовательной среды как пространства саморазвития и социального взаимодействия школьников; организация внеурочной деятельности учащихся по математике как процесса освоения метапредметных учебных действий.

4. Теоретически обоснована, разработана и апробирована методика формирования регулятивных универсальных учебных действий школьников в процессе обучения математике на основе развития их учебно-исследовательской деятельности, представленная целевым, мотивационным, операциональным и диагностическим компонентами.

Существенность отличий в новизне научных положений от результатов, полученных другими авторами, заключается в следующем:

- обоснована возможность формирования регулятивных универсальных учебных действий в процессе учебно-исследовательской деятельности учащегося при обучении математике;
- определен комплекс педагогических условий, обеспечивающий формирование регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике в урочной и внеурочной деятельности на основе учета индивидуальных особенностей обучаемых и создания личностно развивающей образовательной среды как пространства саморазвития и социального взаимодействия школьников;
- разработана методика формирования регулятивных универсальных учебных действий учащихся, основанная на организации учебно-исследовательской деятельности в процессе обучения математике в общеобразовательной основной школе.

Теоретическая значимость исследования. Данное исследование вносит вклад в теорию и методику обучения математике, расширяет представления о возможностях формирования и развития регулятивных универсальных учебных действий школьников. В исследовании конкретизированы формируемые РУУД учащихся при обучении математике, разработана модель методической системы их формирования, обоснованы методика формирования РУУД школьников в развивающей образовательной среде в процессе управляемой учебно-исследовательской деятельности, представлено её учебно-методическое обеспечение и критерии оценивания уровня развития РУУД школьников.

Практическая значимость результатов и выводов исследования заключается в том, что они могут повысить эффективность процесса формирования и развития регулятивных универсальных учебных действий школьников, что позволит активизировать познавательную деятельность учащихся и в итоге обеспечит высокое качество освоения ими математики. Разработанный

комплект дидактических и методических материалов для формирования регулятивных универсальных учебных действий школьников на основе исследовательского подхода (включающий в себя рекомендации по конструированию индивидуальных образовательных программ по математике, модель организации индивидуальной образовательной деятельности, совокупность методических приемов формирования РУУД и др.) поможет учителям общеобразовательной школы вызвать интерес учащихся к математике, повысить мотивацию к её изучению. В дальнейшем он может стать основой для подготовки учебно-методических программ и пособий.

Публикации. По теме исследования опубликовано 23 работы, в том числе 8 – в изданиях, рекомендованных ВАК.

Достоверность и обоснованность результатов исследования обеспечены методологической обоснованностью теоретических положений; использованием в работе теоретических и эмпирических методов исследования, соответствующих его целям и задачам; опыта ведущих научных и образовательных учреждений России, ориентацией на деятельностный, системный и личностно-ориентированный подходы в образовании, данными апробации исследования и личным участием в нем автора.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Формирование регулятивных учебных действий учащихся необходимо осуществлять в структуре полной осознанной саморегуляции, представленной ее компонентами: ценностно-мотивационным, смысловым, опытом рефлексии, опытом привычной активизации, операциональным опытом и опытом сотрудничества. Содержательной основой формирования регулятивных учебных действий учащихся при обучении математике выступает учебно-исследовательская деятельность, способствующая трансформации внешней мотивации во внутреннюю, повышающую активность, самостоятельность, сознательность учащегося, его умение ориентироваться в новой ситуации.

2. Педагогическими условиями, обеспечивающими формирование регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике в общеобразовательной школе, выступают: обеспечение индивидуализации образовательных программ и путей их усвоения в зависимости от способностей и интересов обучающихся к математике; формирование развивающей способности и интереса к математике, создание образовательной среды общеобразовательной организации и вовлечение в неё обучающихся; организация внеурочной деятельности учащихся по математике как процесса освоения межпредметных учебных действий.

3. Методика формирования регулятивных универсальных учебных действий школьников в процессе обучения математике на основе развития учебно-исследовательской деятельности ориентирована на организацию образовательного процесса адекватно индивидуальным целям и обеспечению осознанной саморегуляции учащегося. Реализация совокупности целевого, содержательного, операционального и диагностического компонентов методической системы формирования регулятивных универсальных учебных действий школьников при обучении математике способствует развитию деятельной активности учащихся, их самостоятельности, ответственности, диалогичности и сотрудничества с другими; обеспечивает стремление к позитивным изменениям в себе и социуме, формирует навыки самоконтроля и воспитывает культуру мышления.

Апробация и внедрение результатов исследования. Материалы диссертационного исследования обсуждались на Всероссийской научной заочной конференции «Образование в XXI веке» (Тверь, 2010); на Международной научно-практической конференции «Проблемы математического образования: история и современность», посвящённой 100-летию со дня рождения педагога-математика В. Л. Минковского (Орел, 2011); на Международных научных конференциях «65 Герценовские чтения» (Санкт-Петербург, 2012 г.) и «66 Герценовские чтения» (Санкт-Петербург, 2013 г.); на Международной

конференции «Традиции гуманизации и гуманитаризации математического образования» (Москва, 2010 г.) и на II международной конференции «Традиции гуманизации в образовании» (Смоленск, 2012 г.), посвященных памяти Г. В.Дорофеева; на IV международной заочной научно-практической конференции «Научная дискуссия: вопросы педагогики и психологии (Москва, 2012 г.); на VII (Москва, 3 – 4 октября 2012 г.) и IX (Москва, 26 – 27 марта 2013 г.) Международных научно-практических конференциях «Теория и практика современной науки»; на Международной заочной научной конференции «Теория и практика образования в современном мире» (Санкт-Петербург, ноябрь 2012 г.); на Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Проблемы совершенствования математической подготовки в школе и вузе» (Москва, 6 – 7 декабря 2012 г.); на Всероссийской научно-практической конференции преподавателей, аспирантов, магистрантов и учителей «Физико-математическое образование в школе и вузе: проблемы и перспективы» (Нижний Новгород, 2013); на Международной научно-практической конференции «Проблемы функционирования современного государства: право, политика, экономика, образование» (Москва, 17 апреля 2015 г.), подана заявка для участия в Международной научно-практической конференции «Информатизация образования - 2020», посвященной 115-летию со дня рождения патриарха российского образования, великого педагога и математика, академика РАН С.М. Никольского (1905-2012гг.) (Орёл, 29 октября 2020).

Личный вклад автора в разработку теоретической и реализацию экспериментальной части исследования заключается в том, что:

- представлена теоретико-методологическая база исследования, опирающаяся на деятельностный и системный подходы, совокупность которых обеспечивает совершенствование процесса личностного развития учащихся в процессе обучения математике в основной школе;
- раскрыта взаимосвязь учебно-исследовательской деятельности обучаемых с основными компонентами осознанной саморегуляции: ценностно-

мотивационным, смысловым, опытом рефлексии, опытом привычной активизации, операциональным опытом и опытом сотрудничества;

- определен комплекс педагогических условий, обеспечивающих формирование регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике в общеобразовательной основной школе;

- разработана методика формирования регулятивных универсальных учебных действий школьников в процессе организации учебно-исследовательской деятельности при обучении математике в основной школе;

- определены этапы и базы исследования, последовательность исследовательских процедур;

- дана научная интерпретация полученным экспериментальным данным, сформулированы выводы исследования.

Структура диссертации отражает общую логику исследования и состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы, приложений. Общий объем диссертации 215 страниц, список литературы насчитывает 280 источников, 12 пронумерованных рисунков, 20 таблиц.

Глава I ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ МЕТОДИКИ ФОРМИРОВАНИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

1.1 Система универсальных учебных действий в реализации системно-деятельностного подхода как составляющая методологии проектирования содержания основного общего математического об- разования

Цели образования и стратегия его развития определяются социальными запросами. Экономическое положение и социально-культурная ситуация в Российской Федерации в настоящее время таковы, что проблема развития человека оказывается в ранге приоритетных задач образования в силу необходимости преобразований в обществе.

В качестве инструмента модернизации системы образования можно рассматривать действующий Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС), отличительной особенностью которого является его деятельностный характер, ставящий главной целью развитие личности учащегося.

ФГОС представляет собой совокупность требований к результатам, структуре, условиям освоения образовательной программы. В соответствии с пониманием сущности образовательных результатов, заложенном в стандарте, рассматриваются предметные, метапредметные и личностные результаты.

Предметные результаты содержат в себе *систему предметных знаний*, которая выражается через учебный материал различных курсов и *систему предметных действий*, направленных на применение этих знаний, их преобразование и получение нового знания.

Система предметных знаний – важнейшая составляющая предметных результатов. В ней можно выделить опорные знания (знания, усвоение которых принципиально необходимо для текущего и последующего успешного обучения) и знания, дополняющие, расширяющие или углубляющие опорную систему знаний, а также служащие пропедевтикой для последующего изучения курсов. Так, например, знания в области решения квадратных уравнений в 8 классе относятся к опорным, а уравнений высших степеней – к дополняющим и углубляющим опорные знания.

Система предметных действий – вторая составляющая предметных результатов. В основе многих предметных действий лежат универсальные учебные действия. На разных предметах эти действия преломляются через специфику предмета. Состав формируемых действий носит специфическую «предметную» окраску. Поэтому вклад разных учебных предметов в становление и формирование отдельных универсальных учебных действий различен. Математика по праву занимает в этом лидирующее положение, укрепляющееся в условиях реализации потенциала межпредметных связей. Формирование одних и тех же действий на материале разных предметов способствует сначала правильному их выполнению в рамках заданного предметом круга задач, а затем и переносу на новые классы объектов. К примеру, практика учебных действий при изучении векторов на плоскости при изучении математики и физики создает условия для оперирования ими в трехмерном пространстве.

Метапредметные результаты можно представить, как *регулятивные, коммуникативные и познавательные* учебные действия обучающихся.

«*Регулятивные действия*: определение целей, планирование, контроль, коррекция своих действий и оценка успешности выполнения намеченных задач по результатам обучения, позволяют управлять познавательной и учебной деятельностью. Что, в свою очередь, способствует осуществлению постепенного перехода к самоуправлению и саморегуляции учебной деятельности.

Познавательные действия: исследование, поиск информации, её отбор и структурирование, моделирование содержания изучаемого материала, способы решения задач, логические действия.

Коммуникативные действия: умение слушать, слышать и понимать; планировать совместную деятельность, бесконфликтно распределять роли, согласованно действовать, взаимно контролировать действия друг друга, уметь находить компромисс, договариваться, вести результативную дискуссию, правильно выражать свои мысли, оказывать друг другу поддержку, эффективно сотрудничать как с учителем, так и с ровесниками», [234].

По своей природе метапредметные действия являются ориентировочными действиями. Они составляют психологическую основу и условие успешности решения предметных задач.

Личностные результаты: «уровень самостоятельности в успешном усвоении новых знаний, умение учиться. Достижение учащимися умения учиться нужно понимать, как освоение учащимися всех компонентов учебной деятельности (мотивы, учебная цель, учебная задача, учебные действия и операции).

Другими словами, средством для реализации требований к результатам образования действующий ФГОС рассматривает систему универсальных учебных действий (УУД), которые имеют надпредметный характер. А знания, умения, навыки и компетентности – как их производные», [236].

В основе ФГОС – системно-деятельностный подход в обучении (Л. С. Выготский [50], П. Я. Гальперин [229], В. В. Давыдов [241], А. Н. Леонтьев [134], Д. Б. Эльконин [268]). В основе такого подхода - исследование объекта как системы через деятельность: «...его основой является **понятие деятельности** — процесса активного взаимодействия субъекта с объектом, во время которого субъект удовлетворяет какие-либо свои потребности, достигает цели. ...» [34].

Сущность системно-деятельностного подхода представлена на рисунке 1.

СУЩНОСТЬ СИСТЕМНО – ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА

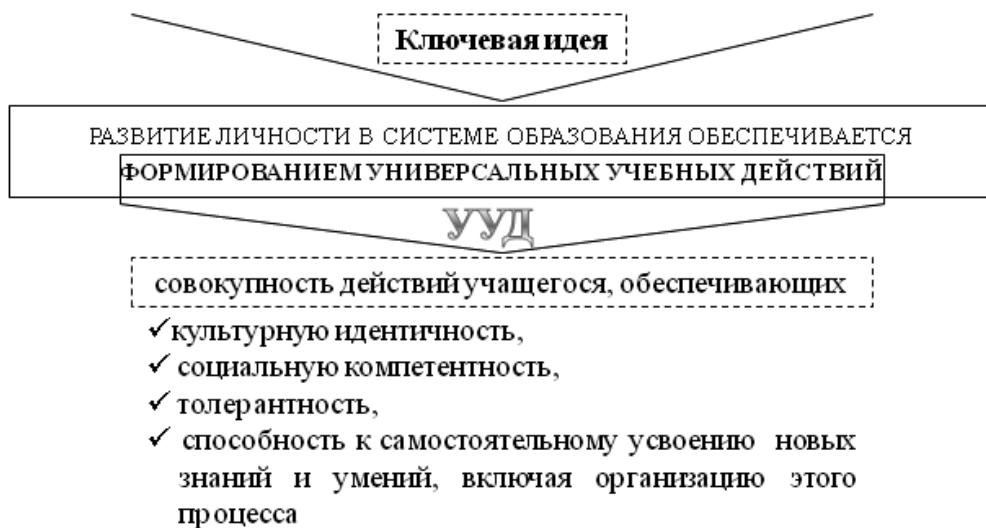


Рисунок 1 – Сущность системно-деятельностного подхода в обучении

Принципами реализации системно-деятельностного подхода являются:

- введение детей в содержание нового учебного материала путем открытия знаний, а не их подачи;
- создание условий для использования на уроке научной информации, полученной вне школы;
- предвидения определенных интеллектуальных трудностей освоения учебного материала;
- активизация познавательной деятельности с использованием проблемно-поисковых методов.

Мы провели сравнительный анализ возможности реализации формирования универсальных учебных действий при других подходах в обучении.

А именно:

- **традиционное обучение;**
- **проблемное обучение** (В. Т. Кудрявцев, И. Я. Лerner, А. М. Матюшкин, М. И. Махмутов);
- **личностно-ориентированное обучение** (В. И. Слободчиков, В. Д. Шадриков, И. С. Якиманская);
- **компетентностный подход** (А. М. Аронов, В. В. Башев, И. А. Зимняя, О. Е. Лебедев, Ю. В. Сенько, А. В. Хоторской, Д. Б. Эльконин и др.);

- **развивающее обучение** (Л. С. Выготский, Л.В. Занков, В. В. Давыдов, Д. Б. Эльконин, В. В. Репкин, др.);
- **культурно-исторический системно-деятельностный подход** (Л. С. Выготский, П. Я. Гальперин, А. Н. Леонтьев, Д. Б. Эльконин).

Результаты сравнительного анализа представлены в таблице 1.

Таблица 1- Сравнительный анализ возможности целенаправленного формирования УУД учащихся при различных подходах в обучении математике в общеобразовательной школе

№ п/п	Подходы в обучении	Действия учащихся	Плюсы	Минусы	Возможность целенаправленного формирования УУД учащихся
1	Традиционное обучение	<ul style="list-style-type: none"> - воспринимает информацию, обнаруживает первичное понимание; - осмысливает усвоенный материал; - обобщает усвоенный материал; - закрепляет изученное путем повторения; - применяет изученное в упражнениях, заданиях и др. 	<ul style="list-style-type: none"> - систематичность и возможность за короткий промежуток времени передать большой объём информации 	<ul style="list-style-type: none"> - деятельность учащегося преимущественно репродуктивна; - обучение ориентировано в большей степени на память, а не на мышление 	<p>маловероятно развитие творческих способностей, самостоятельности, активности, формирование мотивации перспективы применения знаний в жизни, учение не имеет личностного смысла для учащегося</p>
2	Проблемное обучение (В. Т. Кудрявцев, И. Я. Лернер, А. М. Матюшкин, М. И. Махмутов)	<ul style="list-style-type: none"> - усмотрение проблемы и её формулировка; - анализ условий; - выдвижение и выбор плана решения; - реализация плана решения; - поиск способов проверки правильности действий и результата 	<ul style="list-style-type: none"> - можно рассматривать применительно к одному звену процесса обучения: эффективно на этапе усвоения новых знаний, способов или условий выполнения нового действия 	<p>незакончен, требует сложной индивидуальной работы с учащимися, высокого мастерства учителя для проблематизации учебных заданий и временных ресурсов</p>	<p>способствует развитию умственных способностей, самостоятельности и творческой активности учащихся, вызывает чувство удовлетворения от знания, укрепляя мотивацию к обучению</p>
3	Личностно-ориентированное обучение (В. И. Слободчиков, В. Д. Шадриков, И. С. Якиманская)	<ul style="list-style-type: none"> - решение учебной задачи: анализ ее условий, выявление некоторого общего отношения, выведение из него некоторых частных отношений, объединение их в одно целое 	<ul style="list-style-type: none"> - учёт возрастных и индивидуальных особенностей учащегося, опора на субъективный опыт учащегося 	<p>путь усвоения теоретических знаний (но не правил или определений, а понимание сути предмета явления) – микроцикл от абстрактного к конкретному</p>	<p>ограничены, в связи с учётом индивидуальной избирательности учащегося к формам заданий, типу и виду изучаемого материала</p>

4	Компетентностный подход (А. М. Аронов, В. В. Башев, И. А. Зимняя, О. Е. Лебедев, Ю. В. Сенько, А. В. Хуторской, Д. Б. Эльконин и др.)	общие умения: - устанавливать связи между знанием и реальной ситуацией, - принимать решение в условиях неопределенности, - вырабатывать алгоритм действий по его реализации	признавая значимость знаний, делает акцент на готовность применять их в различных сферах жизни, способность человека действовать в различных проблемных ситуациях	определение иерархии и состава компетенций, их несогласованность в разных предметах	противоречивая , общая способность и готовность использовать знания, умения и обобщенные способы действий, усвоенные в процессе обучения, в реальной деятельности и отсутствие системы измерения и оценивания компетентности
5	Развивающее обучение (Л.С. Выготский, Л.В. Занков, В.В. Давыдов, Д.Б. Эльконин, В.В. Репкин, др.)	приступая к изучению нового материала, учащиеся анализируют учебный материал, выделяют в нём некоторое сходное отношение, его проявление в частных отношениях, фиксируют исходное общее отношение, тем самым строят общую абстракцию, затем продолжают анализ содержания материала, раскрытие связи общего отношения с его различными проявлениями, получая тем самым содержательное обобщение изучаемого предмета	основные учебные действия: учебно-продуктивные действия	реализуются требования стандарта только к знаниям и умениям	затруднено большим объемом информации
6	Культурно-исторический системно-деятельностный подход (Л. С. Выготский, П. Я. Гальперин, А. Н. Леонтьев, Д. Б. Эльконин)	действия, составляющие основу условия усвоения учащимися основных духовных ценностей, ориентировочная основа действий в новой проблемной ситуации	рассматривает процесс обучения и структуру учебной деятельности учащихся с позиции учета общих возрастных психологических особенностей развития подростков; ситуация совместной продуктивной творческой деятельности	ведущая роль в обучении теоретического содержания знаний	обеспечивает достаточно высокую степень самостоятельности через систему универсальных метапредметных учебных действий

Через универсальные учебные действия обеспечивается успешное развитие способности учащихся самостоятельно организовывать собственную учебную деятельность. Благодаря надпредметному и метапредметному характеру, они открывают учащимся возможность ориентации в предметных областях, в строении учебной деятельности: её целевой направленности, ценностно-смысовых и операциональных характеристик.

Фундаментальное ядро содержания общего образования, рассматривая УУД как основной результат образования, нормирует содержание воспитания и учебных программ, организацию воспитательной и учебной деятельности по отдельным учебным предметам, определяя элементы научного знания, культуры и функциональной грамотности.

Теоретическая основа Фундаментального ядра общего образования – ранее сформулированные в отечественной педагогике и психологии идеи:

- «ядра» и «оболочки» школьных курсов (А. И. Маркушевич [155]);
- выделения «объема знаний» по предмету (А. Н. Колмогоров [110]);
- культурологического подхода к формированию содержания образования (В. В. Краевский [119, 228], И. Я. Лернер [139], М. Н. Скаткин [73]);
- системно-деятельностного подхода (Л. С. Выготский [49], А. Н. Леонтьев [134], Д. Б. Эльконин [269], П. Я. Гальперин [54, 240], Л. В. Занков [82], В. В. Давыдов [66], А. Г. Асмолов [10], В. В. Рубцов [195]) является теоретической основой для проектирования содержания образования.

Концепция формирования универсальных учебных действий (А. Г. Асмолова, Г. В. Бурменской, И. А. Володарской, О. А. Карабановой, Н. Г. Салминой и С. В. Молчанова [10, 11, 12]) конкретизирует требования к результатам образования и дополняет традиционное содержание образовательно-воспитательных программ. Она необходима для планирования образовательного процесса в образовательных учреждениях и обеспечения преемственности образования.

Основная цель концепции формирования универсальных учебных действий – построение системы общего образования в единстве функций

обучения и воспитания, познавательного и личностного развития учащихся, на основе формирования общих учебных умений, обобщенных способов действия, обеспечивающих высокую эффективность решения жизненных задач и возможность саморазвития учащихся.

Решение этой задачи образовательными учреждениями предполагает отказ в процессе обучения от репродуктивной передачи знаний, умений, навыков от учителя к ученику и переход к полноценному формированию и развитию способностей ученика самостоятельно учиться. Это станет залогом успешной адаптации молодого человека в обществе, ориентации в сложном, постоянно меняющемся мире.

Учеными и педагогами активно обсуждаются проблемы внедрения ФГОС, пути реализации его требований на уроках, в процессе обучения. Это работы А. А. Володина [48], А. Я. Данилюк [71], И. В. Душиной [75], М.В. Егуповой [77], Г. С. Калиновой [102], Е. С. Кочеровой [118], Г. А. Кузьменко [125], Е. К. Липкиной [142], И. М. Логиновой [145], А. М. Найденова [164], В. В. Разумовского [188] и др. Спектр обсуждаемых проблем достаточно широк: обучение и воспитание творчески мыслящей личности на уроках, формирование ключевых компетенций, достижение метапредметных результатов в практико-ориентированном обучении геометрии (7-9), интеллектуальный потенциал учителя как условие реализации ФГОС, реализация требований ФГОС к информационно-образовательной среде образовательного учреждения, универсальные учебные действия, как одно из средств реализации деятельностного подхода, др.

Все перечисленные работы объединяет следующая идея: школы должны решать не только насущные задачи, давая знания для получения дальнейшего специального образования, но выстраивать стратегию обучения так, чтобы образовательный процесс способствовал осуществлению успешной социализации учащихся. У современного школьника необходимо сформировать внутренний ресурс по постоянному усвоению, обновлению компетенций.

Учитель сегодня должен в процессе обучения решать задачу формирования у учащихся умения осуществлять деятельность. Определение содержания образования – одно из стратегических направлений развития образования. При проектировании содержания математического образования важно помнить, что оно должно быть ориентировано на формирование высокого уровня интеллектуальных и универсальных способностей, творческую систему обучения математике, духовно-нравственное развитие и гражданско-правовое становление личности.

Важными составляющими проектирования содержания математических образовательных программ являются:

- разработка и реализация программ развивающего обучения; индивидуальных программ, ориентированных на формирование ключевых математических компетенций учащихся, обеспечивающих их функциональную грамотность, ответственность в выборе образовательных траекторий и саморазвитие во всех видах жизнедеятельности;
- использование в образовательном процессе современных технологий обучения и воспитания, ориентированных на активные методы, формы, средства взаимодействия участников образовательного процесса;
- создание системы, обеспечивающей качественное образование, ориентированное на учебную деятельность, создание системы психолого-педагогической поддержки учащихся, интегрирующей процесс обучения и развития;
- использование возможностей дополнительного образования, расширение сети социокультурного взаимодействия с образовательным учреждением, обеспечивающей организацию внеучебной математической деятельности;
- повышение эффективности управления образовательным процессом.

Ожидаемые результаты образовательной деятельности: учить учиться, т. е. целенаправленно формировать в процессе обучения регулятивные универсальные учебные действия учащихся. Инструментом, на основе которого обеспечивается достижение каждым школьником результатов обучения, предусмотренных ФГОС, является рабочий учебный план, который разрабатывается

и реализуется школой самостоятельно. Это обязательный к разработке и реализации нормативный документ, а также основание для оценки качества и результатов образовательного процесса.

Универсальные учебные действия представляют собой инструмент получения знаний для детей, то есть, овладев УУД, предлагаемыми ФГОС, ученик сможет самостоятельно приобретать знания в любой отрасли, таким образом, идет речь о приобретении компетенции самостоятельного учения.

В ходе проектирования содержания общего образования и выбора УУД, которые необходимо сформировать у детей, важным является правильный подбор комплекса УУД для возрастного периода, которому предназначена образовательная программа.

Для повышения эффективности формирования необходимых УУД, на современном этапе образования применяются компетентностный, личностно-ориентированный, развивающий, системно-деятельностный подходы. Их реализация в учебно-воспитательном процессе основана на принципах:

- обучение и воспитание организуется как единая целостная система;
- в основе образовательной работы педагогически выверенная, специально организованная собственная деятельность каждого ученика, которая организуется в зоне его ближайшего развития;
- обеспечение процесса получения знаний учащимся как результата его собственных поисков, учебной деятельности, которой руководит учитель;
- педагог приходит в класс не с готовыми ответами, а с вопросами, которые необходимо решить в совместной деятельности;
- внешняя мотивация учащихся к обучению заменяется процессами запуска внутренней мотивации ребенка, стимулированием желания учиться, ставить цели искать пути и методы самообучения, умением себя контролировать, корректировать, оценивать.

Психологическими требованиями этого процесса являются ориентация на формирование обобщенных учебных действий. Развитие умения учиться как главную фундаментальную компетентность, которая дает соревнования

развить все остальные. Совокупность компетенций в сфере самостоятельной познавательной деятельности направлена на прирост знаний, который определяется как главный в учебно-воспитательном процессе и называется компетенцией образования. Сюда относятся знания, умения, навыки, организация планирования собственных действий, выбор путей решения проблемы, анализ, рефлексия, самооценка собственной деятельности, навыки продуктивной деятельности. В частности, при обучении математике: умение проанализировать текст задачи и установить отношения между исходными данными и вопросом, составить план её решения и спрогнозировать результат, рассмотреть возможную вариативность, другое.

Учитель должен создать условия для мотивированной активной познавательной деятельности, направленной на прирост знаний и собственное развитие. Построение урока математики в соответствии с новой методологией образования обусловливает деятельностный подход к образовательному процессу и предполагает наличие следующих элементов:

- создание проблемной ситуации (мотивация), формулировка учебной проблемы (целеполагание);
- актуализация опорных знаний;
- составление плана решения проблемы; выдвижение гипотез;
- поиск путей решения проблемы – открытие нового знания;
- формулировка решения проблемы;
- применение новых знаний на практике;
- подведение итогов (рефлексия).

Недостаточность любого объема знаний для успешного решения жизненных проблем сегодня признается всем педагогическим сообществом, поэтому на первое место выходит – личность ученика, его способность к «самоопределению и самореализации», к самостоятельному принятию решений и воплощение их, к рефлексивному анализу собственной деятельности, что и призваны обеспечить универсальные учебные действия.

Успешность формирования универсальных учебных действий зависит от пересмотра роли обучающегося в образовательном процессе. Признание активной роли обучающегося влечёт изменения содержания взаимодействия всех участников образовательного процесса: от трансляции знаний к сотрудничеству, совместной работе учителя и учащихся в решении учебных задач, связанных с проблемами реальной жизни, в ходе овладения знаниями. Такое взаимодействие в процессе образования приводит к постепенному увеличению доли самостоятельности и ответственности обучающихся. Учитель, включая каждого обучающегося в совместный поиск знаний, должен умело регулировать детскую инициативу, поддерживать поисковую активность школьников, направлять их к самостоятельному открытию средств и способов решения задач, формировать у ребят умение учиться самостоятельно.

При этом различные учебные предметы предполагают различные возможности для формирования универсальных учебных действий. Это обусловлено и функцией учебного предмета, и его содержанием.

Математика, как учебный предмет, обладает особым потенциалом формирования универсальных учебных действий. Так, грамотный математический язык - свидетельство четкого организованного мышления, как следствие, - возможность развивать способность преобразовывать информацию, общающуюся предметно. Или математические знания как средство переработки и интерпретации информации, - возможность развивать способность структурировать информацию, анализировать, оценивать, делать прогноз, другое.

В системе ключевых задач образовательной системы – задача формирования общего деятельностного базиса как системы универсальных учебных действий, определяющих способность школьника учиться.

Примем за основу мнение авторов концепции формирования универсальных учебных действий (А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская, О. А. Карабанова, Н. Г. Салмина и С. В. Молчанов [10, 11, 12]): «...регулятивные универсальные учебные действия обеспечивают организацию учебной деятельности обучающегося» и представим систему формируемых

конкретных РУУД учащихся для успешного обучения математике, рассматривая их как базу для учебной деятельности школьников.

Обратимся к требованиям ФГОС к предметным результатам предметной области «Математика и информатика».

Согласно ФГОС, «...Изучение предметной области «Математика и информатика» должно обеспечить:

- осознание значения математики и информатики в повседневной жизни человека;
- формирование представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математической науки;
- понимание роли информационных процессов в современном мире;
- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления» [233].

Требования к предметным результатам предметной области «Математика и информатика» начинаются со слов: «формирование представлений о математике как о методе познания действительности..., развитие умений работать с учебным математическим текстом..., овладение навыками устных, письменных инструментальных вычислений..., овладение способами представления и анализа статистических данных..., овладение приемами тождественных преобразований..., овладение системой функциональных понятий..., развитие умения моделировать реальные ситуации..., формирование алгоритмической культуры..., формирование систематических знаний о плоских фигурах...», др.

Соотнесём эти требования:

1) с регулятивными умениями по ФГОС:

✓ *целеполагание*: постановка учебной задачи на основе соотнесения того, что уже известно и усвоено учащимися, и того, что ещё неизвестно;

- ✓ *планирование*: определение последовательности промежуточных целей с учетом конечного результата;
- ✓ *прогнозирование*: предвосхищение результата и уровня усвоения, его временных характеристик;
- ✓ *контроль*: сличение способа действия и его результата с заданным эталоном с целью обнаружения отклонений или отличий от эталона;
- ✓ *коррекция*: внесение необходимых дополнений и корректив в план и способ действия в случае расхождения эталона, реального действия и его продукта;
- ✓ *оценка*: выделение и осознание учащимися того, что уже усвоено и что ещё подлежит усвоению, осознание качества и уровня усвоения;
- ✓ *волевая саморегуляция*: способность к мобилизации сил и энергии; способность к волевому усилию и к преодолению препятствий.

[236]

2) с системой РУУД при обучении алгебре и геометрии, предложенных Л.И. Боженковой в ее трудах:

- «1. Постановка учебной цели в процессе освоения учебной информации;
2. Выявление объективной учебной информации, необходимой для освоения;
3. Соотнесение выявленной объективной учебной информации с собственными знаниями и умениями; принятие решения об использовании помощи и дальнейших действиях;
4. Составление плана деятельности, направленной на освоение учебной информации;
5. Реализация плана деятельности, направленной на освоение учебной информации;
6. Контроль усвоения учебной информации;
7. Промежуточная коррекция собственных учебных действий;
8. Оценивание результатов выполненной деятельности;
9. Итоговая коррекция собственных учебных действий», [33],[34].

Назовем в нашем исследовании *регулятивными универсальными учебными действиями (РУУД) управленческие действия при обучении математике, обеспечивающие решение задач формирования саморегуляции личности.*

Другими словами, «*регулятивные универсальные учебные действия (РУУД) представляют собой владение способами (приемами, действиями) применения знаний о регулятивной деятельности, о самоуправлении субъектом учения и организации им учебной деятельности*» [22].

Предлагаемые в нашем исследовании РУУД одновременно выступают и как управляемый и как управляющий объект. Результатом управленческих усилий является сформированность регулятивных универсальных учебных действий при обучении математике с точки зрения решения учебных задач (рисунок 2). Под учебной задачей в математике мы понимаем, например, введение понятия, доказательство теоремы, решение задачи, овладение каким-либо приемом или методом и т.д.



Рисунок 2 – РУУД как результат управленческих усилий при обучении математике с точки зрения решения учебных задач.

Целенаправленная работа по формированию регулятивных универсальных учебных действий позволит решить такие проблемы обучения школьной математике как: низкий уровень учебной мотивации, недостаточность познавательной инициативы, неспособность регулировать собственную деятельность, недостаточное развитие логических действий.

Все вышесказанное позволяет определить систему УУД в реализации системно-деятельностного подхода как составляющую методологии проектирования содержания среднего математического образования, а РУУД - как базу для управления собственной учебной деятельностью школьника.

1.2 Особенности формирования регулятивных учебных действий в контексте развития математической учебно-исследовательской деятельности школьников

В настоящее время обосновано, что важным средством развития личности ученика, формирования у него готовности к самостоятельной жизни, к реализации своего творческого потенциала, является исследовательская деятельность. По А. В. Леоновичу, главными составляющими содержания образования при «реализации исследовательской деятельности являются:

- ✓ построение ориентационных сетей, позволяющих учащимся вписывать любое явление или информацию в общую систему;
- ✓ приобретение исследовательского опыта, выражющееся в самостоятельном проведении исследовательского цикла от начала и до конца и освоении его структурных элементов;
- ✓ выстраивание личностного отношения к объекту исследования, а также результатам, включая развитие рефлексивного мышления, а также эмоционально-нравственную оценку собственных действий;
- ✓ способность строить эффективные коммуникации для достижения результата, включая фиксацию недостающего ресурса, формирование запроса по

его поиску, формулирование собственных ресурсов для их предъявления как условия вступления в коммуникацию», [133].

Для качественной организации процесса обучения математике средствами учебно-исследовательской деятельности необходимо осуществление ряда функций исследовательской деятельности.

Образовательная функция: позволяет значительно расширить и углубить теоретическую базу знаний учащихся, качественно повысить общий уровень владения знаниями и умениями через самостоятельную работу исследовательского характера как на уроках, так и во внеурочное время, способствует освоению государственных образовательных программ общего образования и достижению соответствующих образовательных стандартов.

Развивающая функция: инструмент становления и развития психических функций, общих и специальных способностей, мотивационных установок учащихся; способствует повышению успеваемости, совершенствованию базовых умений работы с материалом разной направленности, развитию навыков анализа информации, способности аргументировать, точно и четко выражать свои мысли.

Воспитательная функция: помогает формированию высоких нравственных качеств, усвоению правил этикета и поведения в обществе, обретению культурных ценностей и традиций научного сообщества; способ профориентации и начальной профессиональной подготовки [131].

Проблема формирования универсальных учебных действий отражена в диссертационных исследованиях: Н. Л. Будахиной, С. В. Чоповой, Г.А. Аджемян, Э.Г. Гельфман, Т. С. Котляровой, др. Несмотря на разные подходы, предлагаемые авторами этих исследований, для решения проблемы формирования УУД у учащихся: использование графического калькулятора, техники «вопрос-ответ», педагогического управления процессом обучения, внеурочной деятельности, другое, объединяет общая мысль: *формировать универсальные учебные действия необходимо и возможно в процессе обучения в школе в рамках любого предмета и в любом возрасте.*

Л. И. Боженкова предлагает методику формирования универсальных учебных действий на уроках геометрии и алгебры, рассматривая направленность деятельности обучающегося «...через собственную мотивацию, на достижение целей посредством решения задач с помощью определённых учебных действий...», что отражено в «Структуре учебной деятельности» по Л.И. Боженковой [34]. Структура учебной деятельности, предлагаемая автором методики, акцентирована на действия обучающего, т.е. педагога: организация учебной деятельности обучающихся с учётом «опыта» учащихся (знаний, алгоритмизированных действий, творческой деятельности, эмоционально-ценостных отношений в форме личностных ориентаций).

Мы берем за основу принципиальный путь формирования математической учебно-исследовательской деятельности, который указывают ФГОС – принцип единства психики и внешней деятельности, что обосновано результатами исследований известных специалистов по возрастной и педагогической психологии (Л. С. Выготского [51], П. Я. Гальперина [56], В. В. Давыдова [66], Д. Б. Эльконина [270] и др.).

Понимая, что регулятивные универсальные учебные действия (РУУД) являются базой для учебной деятельности школьников, а результатом целенаправленной саморегуляции учащегося являются его активность и самостоятельность, мы предлагаем авторский подход решения задачи формирования РУУД учащихся: средствами развития саморегуляции математической учебно-исследовательской деятельности школьников в процессе обучения математике.

Переходя к обоснованию нашего подхода, заметим, что важнейшей характеристикой современного школьного образовательного процесса является его организация на основе предоставления ученику возможности выбора при освоении учебной информации. Это возможность выбрать уровень достижения целей, самостоятельно поставить цель, выбрать средства для достижения цели, а также способы контроля, оценки и коррекции процесса и результатов

собственной учебно-познавательной деятельности (т.е. регулировать её, управлять этой деятельностью).

Выделим особенности формирования регулятивных универсальных учебных действий школьников при обучении математике.

Формировать регулятивные универсальные учебные действия учащихся возможно:

- ✓ в структуре полной осознанной саморегуляции;
- ✓ при положительной динамике развития внутренней мотивации учащихся к изучению математики;
- ✓ при последовательной организации процесса обучения математике по освоению содержания в соответствии с уровнями самостоятельной познавательной деятельности учащихся.

Эти особенности будем рассматривать в контексте развития математической исследовательской деятельности.

1. Особенность формирования РУУД школьников в структуре полной осознанной саморегуляции.

Становление субъектности учащегося как условия реализации активной жизненной позиции человека предполагает сформированность структуры саморегуляции, включающей такие компоненты, как ценностно-мотивационный, смысловой, опыт рефлексии, опыт привычной активизации, операциональный опыт и опыт сотрудничества.

Исследованиями О.А. Конопкина – автора психологической теории осознанной саморегуляции, установлено, что регуляторные процессы изучаются во всех тех случаях, когда когнитивные процессы рассматриваются с точки зрения решения задачи переработки информации [115]. Под осознанной целенаправленной саморегуляцией он понимает “системно организованный процесс внутренней психической активности человека по инициации, построению, поддержанию и управлению разными видами и формами произвольной активности, непосредственно реализующей достижение принимаемых человеком целей” [115, с. 6]. В структуру саморегуляции О.А. Конопкин включает:

принятую субъектом цель деятельности; субъективную модель значимых условий; программу исполнительских действий, систему субъективных критериев достижения цели, контроль и оценку реальных результатов, решение о коррекции системы саморегулирования [115]. Формой произвольной активности субъекта является, в частности, его учебно-познавательная деятельность.

В работах Н.А. Менчинской и её последователей саморегуляция рассматривается в рамках учения развивающейся личности. Изучая возрастные особенности произвольности и осознанности учебной деятельности учащихся, вслед за Л.С. Выготским, она считала, что ведущая закономерность учения - “переход от неосознанных, неуправляемых форм деятельности к осознанным, управляемым, предполагающим не только регуляцию извне, но и саморегуляцию” [159, с. 264]. В процессе обучения постепенно создаются условия, при которых учащиеся самостоятельно добывают знания, сами контролируют, корректируют, оценивают свои действия, выполняют самодиагностику и самокоррекцию [159], [273].

Действия, указанные в подходе Н.А. Менчинской, целесообразно использовать для промежуточной и итоговой регуляции. В понимании О.Н. Конопкина саморегуляция выполняется непрерывно и обеспечивает развитие всех компонентов психологической структуры деятельности.

Процесс осознанной саморегуляции позволяет ученику при освоении учебной информации осуществлять самостоятельную интеллектуальную процедуру в системе его учения, которая характеризуется по мнению П.И. Пидкастого, «наличием следующих компонентов: 1) выделение познавательной задачи (умение в структуре учебной ситуации выбрать цель, увидеть задачу); 2) подбор, определение и применение адекватных способов действий, ведущих к решению задачи; 3) выполнение контроля над процессом решения поставленной задачи найденными способами (умение применить усвоенные знания)», [5]. Эта процедура связана с исследовательской деятельностью, которая в настоящее время рассматривается как действенный инструмент в обучении, как метапредметная область, ориентированная на стимулирование

познавательных потребностей и способностей личности ученика [12]. По А.И. Савенкову, исследовательская деятельность – это «особый вид интеллектуально-творческой деятельности, порождаемый в результате функционирования механизмов поисковой активности», направленной на изучение объекта или разрешение проблемной ситуации [196, с. 47]. В.А. Якунин отмечает, что высшей степенью активности и самостоятельности человека можно рассматривать саморегуляцию, при которой реализуется активность субъекта в организации и управлении собственными действиями и поведением [276]. Поэтому успешное осуществление исследовательской деятельности обучающимися возможно только при условии осуществления ими управления этой деятельностью, осуществляемого на основе саморегуляции.

В каждом из рассмотренных подходов главным является то, что «процесс саморегуляции способствует субъектному становлению ученика, позволяет ему осуществлять управление собственной учебной деятельностью», [34]. Отсюда следует необходимость специального формирования способности саморегуляции математической учебно-исследовательской деятельности обучающихся.

Основываясь на работах А. И. Савенкова [196, 197, 198], под общими математическими исследовательскими умениями и навыками будем понимать следующие умения и навыки: видеть проблемы; задавать вопросы; выдвигать гипотезы; давать определения понятиям; классифицировать; сравнивать; наблюдать; проводить эксперименты; делать выводы и умозаключения; устанавливать причинно-следственные связи; структурировать материал; работать с текстом; доказывать и защищать свои идеи.

Для математической исследовательской деятельности характерны результаты развития регулятивных универсальных учебных действий школьников (рисунок 2).

Опираясь на положения системного подхода, можно утверждать, что интеграция данных умений: общие исследовательские и регулятивные УУД, в единую систему образовательной практики быстрее приведет к

достижению запланированных результатов, чем их применение и развитие как отдельных составляющих.

Представим в виде таблицы 2 соотнесения этапов учебно-исследовательской деятельности и формируемых регулятивных универсальных учебных действий в соответствии с компонентами процесса саморегуляции по О. А. Конопкину [115].

Таблица 2 – Соотнесение этапов учебно-исследовательской деятельности и формируемых регулятивных универсальных учебных действий в соответствии с компонентами процесса саморегуляции (по О. А. Конопкину [114])

Компоненты процесса полной осознанной саморегуляции	Учебно-исследовательская деятельность	Формируемые регулятивные универсальные учебные действия
Ценностно-мотивационный	Жизненно-имитационная задача (общая проблемная ситуация), создание проблемной ситуации, обеспечивающей возникновение вопроса	<p>Постановка учебной задачи при решении общей проблемной ситуации, для освоения учебного материала по математике и выбор уровня её решения (целеполагание):</p> <ul style="list-style-type: none"> - осуществление поиска, извлечение, отбор и переработка информации; - наблюдение, сравнение, экспериментирование; - постановка вопросов различного уровня проблемности; гибкость, перестройка, коррекция мыслительной деятельности, уход от стереотипа, смена актуальных установок.
Смыловый	Постановка проблемы, аргументирование её актуальности	<p>Определение учебной информации, для решения учебной математической задачи:</p> <ul style="list-style-type: none"> - смысловое чтение, структурирование текста; - видение проблемы, прогнозирование, формулирование утверждения; - способность к концентрации энергии, способность к волевому усилию, к преодолению трудностей

Продолжение таблицы 2

Компоненты процесса полной осознанной саморегуляции	Учебно-исследовательская деятельность	Формируемые регулятивные универсальные учебные действия
Опыт привычной активизации	Планирование исследовательской работы	Умение сопоставить найденную, необходимую для решения учебной математической задачи, учебную информацию со своими знаниями и умениями: <ul style="list-style-type: none"> - определение учебной информации, необходимой для решения учебной математической задачи, установка параметров оценки; - поиск истины путём собственного размышления и исследования; - внутренний план действий
Операционный опыт	Поиск решения проблемы	Определение порядка выполнения учебных действий при решении учебных математических задач: <ul style="list-style-type: none"> - составление плана действий; - переработка информации, выдвижение гипотез, аргументирование; - наблюдение, сравнение, классификация, анализ, систематизация; - поиск обоснования, выполнение доказательства.
Опыт сотрудничества	Контроль и коррекция результатов промежуточных и итоговых	Контроль выполнения УПД (промежуточный и итоговый): <ul style="list-style-type: none"> - выделение учащимся качества и уровня усвоенного учебного математического материала и осознание объема неусвоенного; - умение делать выводы и умозаключения; - учет позиции других людей

Продолжение таблицы 2

Компоненты процесса полной осознанной саморегуляции	Учебно-исследовательская деятельность	Формируемые регулятивные универсальные учебные действия
Опыт рефлексии	Обсуждение и оценка полученных результатов и применение их к новым исследованиям	<p>Самостоятельная проверка, оценивание и коррекция своих учебных математических действий:</p> <ul style="list-style-type: none"> - определение цели и результатов обсуждения; - умение делать выводы о проведённых поисках необходимой информации, выдвигать гипотезы; - итоговый контроль выполнения исследования, оценивание результатов выполненной УПД
	Подготовка к представлению результатов исследования, их представление	<p>Оценивание результатов выполненной УПД:</p> <ul style="list-style-type: none"> - написание текстов различного рода, структурирование сообщения; - подготовка презентации в соответствии с учебной математической задачей и целью исследования; - продуктивное взаимодействие и сотрудничество со сверстниками и взрослыми

В таблице 2 представлены выделенные в педагогической литературе определённые этапы исследовательской деятельности, на каждом из которых используются определённые общие исследовательские умения. Если эти умения сформированы у школьника, то они служат средством саморегуляции его математической исследовательской деятельности. В этом случае на каждом этапе математического исследования формируются отдельные компоненты регуляторного процесса, а в совокупности, у ученика постепенно формируется полная осознанная саморегуляция.

Таким образом, целенаправленное развитие регулятивных универсальных учебных действий средствами учебно-исследовательской деятельности учащихся при обучении математике способствует достижению цели – осознанной саморегуляции обучающимися своей учебно-познавательной математической деятельности.

2. Рассмотрим следующую особенность формирования РУУД школьников: влияние динамики внутренней мотивации.

Одной из составляющих процесса организации учебно-исследовательской математической деятельности учащихся является выявление внутренней мотивации учащихся к изучению математики:

- а) «по результату (обучающийся ориентирован на результаты математической деятельности)»[173];
- б) «по процессу (обучающийся заинтересован самим процессом математической деятельности)»[172];
- в) на оценку (обучающийся заинтересован в получении хорошей оценки по математике);
- г) во избежание неприятностей (обучающемуся абсолютно не важен результат, но ему хочется не иметь неприятностей со стороны родителей, учителей и т. д.)

Внутренние мотивы и соответствующая деятельность тесно связаны между собой. **Внутренние** мотивы: желание познания нового, самостоятельное развитие при выполнении индивидуальной деятельности или совместных

действий в процессе учения. *Внешние* мотивы: одобрение, положительная оценка. Если удается осуществить сдвиг внешнего мотива на цель учения (открытие нового, др.), то можно говорить о развитии внутренней мотивации учения. Преобладание внутренней мотивации к изучению математики в структуре мотивации учащегося и означает положительную динамику развития внутренней мотивации учащегося.

Этому способствуют следующие условия:

1. Личность учителя математики: развивать внутреннюю мотивацию учащегося к изучению математики сможет только учитель с высокой внутренней мотивацией к своей профессиональной деятельности, компетентный и уверенный в своих действиях.

2. Умение учителя математики формулировать задачи обучения с учетом интересов обучающихся к математике и соответствующего запроса: показывая область применения изучаемого математического материала в настоящей жизни, обозначая перспективу математических знаний в будущем, учитель математики удовлетворяет устремления учащегося к учению.

3. Ориентирование на индивидуальные нормы показателей достижения учащихся по математике: оценивают результаты и учащийся, и учитель математики.

4. Организация урока математики, ориентированного на интерес самого процесса учения и общение его участников. У учащегося появляется возможность проявить самостоятельность, инициативу, творчество, креативность.

5. Предоставление свободы выбора действия учащемуся позволит ему испытать повышенную ответственность за результаты. Например, «свободное» домашнее задание (альтернативное), уровень проверочных работ, исследовательские работы, другое.

Представим в виде таблицы 3 соотнесение этапов учебно-исследовательской деятельности и формируемых регулятивных универсальных учебных действий в соответствии с классификацией мотивов учения, предложенной А. К. Марковой [154].

Таблица 3 – Соотнесение этапов учебно-исследовательской деятельности и формируемых регулятивных универсальных учебных действий в соответствии с классификацией мотивов учения А. К Марковой [152]

Мотивы учебной деятельности	Учебно-исследовательская деятельность с учетом возрастных особенностей (подростковый период)	Формируемые регулятивные универсальные учебные действия
Широкие социальные мотивы	Жизненно-имитационная задача (общая проблемная ситуация), создание проблемной ситуации, обеспечивающей возникновение вопроса (подчинение познавательных процессов определённым целям жизни и деятельности)	<ul style="list-style-type: none"> - направленность к активности, действию, пониманию, принятию учебной цели, предлагаемой учителем математики; - сопоставление (осознанно или неосознанно) задачи со смыслом учения математики для себя, со своими возможностями; - высказывания (поступки), свидетельствующие о понимании долга и ответственности, необходимости решения проблемы, достижения результата общественной значимости.
Широкие познавательные мотивы	Постановка проблемы, аргументирование её актуальности (задумываются о способах достижения целей, производят оценку собственных субъективных и объективных ресурсов)	<ul style="list-style-type: none"> - содержательный комментарий, перебор вариантов, выбор наиболее рационального подхода решения проблемы; - вопросы к учителю математики по содержанию учебного материала, обращение к учителю математики за дополнительными сведениями; - удержание цели, переопределение её в соответствии со своими возможностями и мотивами; - принятие решения задач.

Продолжение таблицы 3

Мотивы учебной деятельности	Учебно-исследовательская деятельность с учетом возрастных особенностей (подростковый период)	Формируемые регулятивные универсальные учебные действия
Учебно-познавательные мотивы	Планирование исследовательской работы (интенсивное развитие и совершенствование интеллектуальных умений и навыков, рост познавательных потребностей)	<ul style="list-style-type: none"> - выделение целей в данных объективных обстоятельствах, осознание их в действии; - наполнение предметным математическим содержанием, конкретизацией, выделение условия достижения; - самостоятельная деятельность по поиску разных способов решения, вопросы учителю математики о сравнении разных способов работы; - устойчивость целей.
Мотивы социального сотрудничества	Поиск решения проблемы (жизненное самоопределение, формирование планов на будущее, активный поиск своего «Я» и экспериментирование в разных социальных ролях)	<ul style="list-style-type: none"> - качественное овладение новыми способами действия; - изменение теоретического отношения к объекту: выделение в нем общественно выработанных параметров, их оценка; - преобразование параметров, к своей собственной математической деятельности, к мотивации, постановке собственной цели; - коллективная работа и осознание рациональных способов ее осуществления

Продолжение таблицы 3

Мотивы учебной деятельности	Учебно-исследовательская деятельность с учетом возрастных особенностей (подростковый период)	Формируемые регулятивные универсальные учебные действия
Мотивы самообразования	Контроль и коррекция результатов промежуточных и итоговых (формирование абстрактного, теоретического мышления, то есть конкретное мышление сменяется логическим, рост критичности)	<ul style="list-style-type: none"> - обращение к учителю математики по поводу рациональной организации учебного труда; - реальные действия самообразования: овладение способами движения в системе изменяющихся «смыслов» и «значений», действия самоконтроля и самооценки для определения вероятности достижения цели, действия по сопоставлению своих «смыслов» и «смыслов» сверстников, сравнение результатов своих и результатов работы одноклассников; - постановка новых целей для себя

Таким образом, содержание таблицы 3 позволяет сделать вывод: добиться успешной учебной математической деятельности учащегося возможно через развитие устойчивых широких социальных мотивов и осознаваемых внутренних. Повышение мотивации к учению математики окажет влияние на формирование у учащегося «чувств единения» с делом, которое он выполняет.

3. Третья особенность: формирование РУУД школьников в контексте развития математической учебно-исследовательской деятельности возможна при последовательной организации процесса обучения математике по освоению содержания в соответствии с уровнями самостоятельной познавательной деятельности учащихся.

Реализация целей и задач обучения математике осуществляется посредством организации обучающего взаимодействия с помощью определенных методов, приемов, технологий, организационных форм. Важнейшим условием достижения адекватных поставленным целям результатов становится соответствие им способов обучения (методов и приемов) и способов организации взаимодействия между участниками учебного процесса (форм обучения).

Общая цель урока (триединая цель урока) конкретизируется в дидактических целях: образовательной, развивающей и воспитывающей. Триединая цель урока математики определяет характер взаимодействия учителя математики и учеников на уроке, реализуется как в деятельности учителя, так и в деятельности учеников, достигается только в том случае, когда к этому стремятся обе стороны. Поэтому имеет смысл представлять её двумя видами: цели деятельности учителя математики; цели деятельности учащихся.

Кроме общей цели, необходима постановка целей на каждом этапе организации учебной математической деятельности, достижение которых и приведёт к реализации общей цели. Они должны быть конкретны, четко ориентированы на усвоение математических фактов, понятий и т. д., конкретизированы в математических задачах. Математическую задачу можно рассматривать в качестве средства достижения цели, а совокупность действий с задачей – способа достижения цели.

Таблица 4 – Соотнесение этапов учебно-исследовательской деятельности и формируемых регулятивных универсальных учебных действий в соответствии с таксономией образовательных целей Блума (обновлённой).

Таксономия образовательных целей Блума (обновленная)	Учебно-исследовательская деятельность	Формируемые регулятивные универсальные учебные действия
Знание	Жизненно-имитационная задача (общая проблемная ситуация), создание проблемной ситуации, обеспечивающей возникновение вопроса	<ul style="list-style-type: none"> - обнаружение учащимся несоответствия между имеющимися уже у него системами знаний и новыми требованиями; - выбор учащимся из систем имеющихся знаний той, которая обеспечит правильное решение предложенной проблемной задачи; - поиск путей применения знаний на практике
Понимание	Постановка проблемы, аргументирование её актуальности	<ul style="list-style-type: none"> - описание учащимся точными конкретными терминами то, что раскрывают данные; интерпретация проблемы (рисунок, схема, таблица, уравнение); - фокусирование различия между тем, что есть и тем, что должно быть; их измерение (количественное); приведение примеров; классификация; обобщение; - формулирование утверждения в позитивной манере (но не в виде вопроса); понимание влияния на окружающую действительность; умозаключение; сравнение; объяснение

Продолжение таблицы 4

Таксономия образовательных целей Блума (обновленная)	Учебно-исследовательская деятельность	Формируемые регулятивные универсальные учебные действия
Применение	Планирование исследовательской работы	<ul style="list-style-type: none"> - целеполагание (постановка учебной задачи); - планирование (определение последовательности промежуточных целей с учетом конечного результата); - прогнозирование (предвосхищение результата и уровня усвоения, его временных характеристик).
Анализ	Поиск решения проблемы	<ul style="list-style-type: none"> - определение учебной информации, нужной для решения учебной задачи; - умение сопоставить найденную, необходимую для решения учебной задачи, учебную информацию со своими знаниями и умениями; - определение порядка выполнения учебных действий при решении учебных задач, составление плана действий и его выполнение; рефлексия.
Оценка	Контроль и коррекция результатов промежуточных и итоговых	<ul style="list-style-type: none"> - контроль выполнения учебно-познавательной деятельности (промежуточный и итоговый); - самостоятельная проверка, оценивание и коррекция своих учебных действий, при решении учебной задачи; - внесение необходимых дополнений и корректив в план и способ действия в случае расхождения эталона, реального действия и его продукта.

Продолжение таблицы 4

Таксономия образовательных целей Блума (обновленная)	Учебно-исследовательская деятельность	Формируемые регулятивные универсальные учебные действия
Синтез	Подготовка к представлению результатов исследования, их представление	<ul style="list-style-type: none"> - ориентация в информационном пространстве; обобщение результатов; - коммуникативная культура; - создание презентаций и выступление перед аудиторией
Творчество	Обсуждение и оценка полученных результатов, применение их к новым исследованиям	<ul style="list-style-type: none"> - рефлексия; - генерация; - позитивная мотивация к обучению, стремление к самообразованию

Мы предлагаем последовательную организацию процесса обучения математике по освоению содержания в соответствии с уровнями самостоятельной познавательной деятельности учащихся (по П. И. Пидкастому [180]): репродуктивно-вариативному, вариативно-эвристическому, эвристическому. При этом регулятивные универсальные учебные действия, необходимые для выполнения учебно-исследовательской деятельности, сначала формируются у учеников, а затем используются ими при освоении новой учебной информации.

Для обеспечения педагогических условий *организации учебно-исследовательской деятельности* учитель математики должен выполнять следующие задачи:

- выбрать нужный уровень проведения учебного математического исследования в зависимости от уровня развития математического мышления учащегося;
- сочетать индивидуальные и коллективные формы проведения математических исследований на уроке;
- формировать проблемные ситуации в зависимости от уровня учебного математического исследования, его места в структуре урока математики и от цели урока.

Для успешного управления процессом формирования регулятивных универсальных учебных умений обучающихся, на уроках, педагог должен уметь:

- предвидеть возможные проблемы на пути достижения цели в проблемной ситуации;
- мгновенно переформулировать проблемную ситуацию, облегчая или усложняя ее на основе регулирования количества неизвестных компонентов;
- выбрать проблемные ситуации в соответствии с ходом мысли учащихся, решающих проблему;
- непредвзято оценить варианты решений учащихся, даже в случае несовпадения точек зрения учеников и учителя и другие.

Для реализации *индивидуализации обучения* математике учитель должен учитывать способности, возможности, интересы, темп работы каждого учащегося; регулировать помощь, оказываемую в процессе учебного математического исследования; предоставлять подросткам возможности проявить себя в исследовательской деятельности.

Исследования, выполненные детьми на базе теоретических источников, имеют высокую познавательную ценность, но главное, чем они привлекательны, это актуализация умственных способностей самого высокого порядка.

Это подтверждает предположение о возможности формирования регулятивных УУД школьников через специально организованную учебно-исследовательскую математическую деятельность: самостоятельный поиск, сбор и переработка информации, постановка вопроса и поиск рационального решения, решение и осмысление результата, выводы и аргументированная презентация.

1.3 Педагогические условия формирования регулятивных универсальных учебных действий школьников при обучении математике

Регулятивные универсальные учебные действия в комбинации с другими УУД обеспечивают социальную компетентность субъектов учения и учет позиции других людей, интеграции в социум, продуктивного взаимодействия и сотрудничества со сверстниками и взрослыми, саморазвития. Предпосылки для формирования и развития регулятивных универсальных учебных действий при обучении математике создает управляемая педагогом модель обучения, направленная на саморазвитие обучаемых, побуждение их к эффективному управлению процессами саморазвития и самоконтроля.

Для создания искомой модели обучения математике необходимо выделить группу педагогических условий, выполнение которых обеспечит достижение результата – формирование регулятивных универсальных учебных действий у учащихся.

На основе анализа педагогической литературы и образовательной практики были определены следующие педагогические условия:

- *обеспечение индивидуализации образовательных программ и путей их усвоения в зависимости от способностей и интересов обучающихся к математике;*
- *формирование развивающей способности и интереса к математике, создание образовательной среды общеобразовательной организации и вовлечение в неё обучающихся;*
- *организация внеурочной деятельности учащихся по математике как процесса освоения метапредметных учебных действий.*

Перейдем к обоснованию каждого из перечисленных условий.

1. Педагогическое условие: обеспечение индивидуализации образования, - является одной из важнейших проблем, так как от её успешного решения зависит развитие потенциальных способностей каждого учащегося к математике, качество его образования.

Общественные цели образования определяют общую стратегию педагогического процесса и материализуются в учебных планах, программах, учебниках, методических рекомендациях и других учебно-наглядных пособиях для учителей и учащихся. От учителя математики требуется творческий подход к реализации предлагаемых рекомендаций, использование возможности конструировать содержание математического образования, обеспечивая его индивидуализацию с учетом интересов, склонностей, способностей учащихся к математике.

Школьный компонент делает учебный план общеобразовательной организации вариативным. Это дает возможность ОУ в некоторой степени индивидуализировать содержание образования. Но сведение конструирования содержания лишь к добавлению (исключению) отдельных предметов в учебный план (из учебного плана) учащихся ведет к нарушению принципа целостности и универсальности образования, к разрушению качества образования, потере системы знаний, которая позволяет человеку обоснованно и независимо мыслить. Следовательно, нецелесообразно рассматривать возможности индивидуализации обучения только через содержание образования. Необходимо обратиться к процессуальной стороне обучения – средствам и способам адаптации содержания к индивидуальным особенностям ученика. Поскольку единство содержательной и процессуальной сторон обучения – это основной принцип формирования индивидуализированного содержания образования.

Известны основные этапы конструирования содержания образования: *«анализ исходных данных и постановка диагноза, прогнозирование, проектирование, планирование»* [178].

Прежде чем приступить непосредственно к конструированию содержания математического образования ученического коллектива, нужно *выявить, изучить следующие индивидуальные особенности учащихся: тип восприятия информации, темперамент, способность к освоению математики, отношение к учению, степень внушиаемости*. Опишем коротко эти параметры и покажем, как использовать знания об индивидуальных особенностях школьников при обучении математике.

1. *Тип восприятия информации* учащимся.

Человек получает информацию из внешнего мира различными способами: мы видим, слышим, чувствуем, осязаем, получаем информацию посредством обоняния и т. д. Но для каждого человека один из способов получения информации является преобладающим, по сравнению с другими.

На основании этого выделяют 4 типа восприятия: *визуальное* – человек получает информацию преимущественно через зрительные образы; *аудиальное* – получение информации преимущественно через слуховые каналы; *кинестетическое* – получение информации преимущественно через обонятельные и осязательные каналы; *дискретное (дигитальное)* – получение информации через субъективно-логическое осмысление сигналов, поступивших по трем вышеназванным каналам.

Воспользуемся результатами исследований А. Г. Молибога [161], по восприятию информации человеком:

- зрительными рецепторами – плотность около 3 млн бит/с,
- человеческим ухом – 5 – 20 тыс. бит/с,
- осязанием – 2×10^5 бит/с,
- обонянием – 10 – 100 бит/с,
- вкусом – около 10 бит/с.

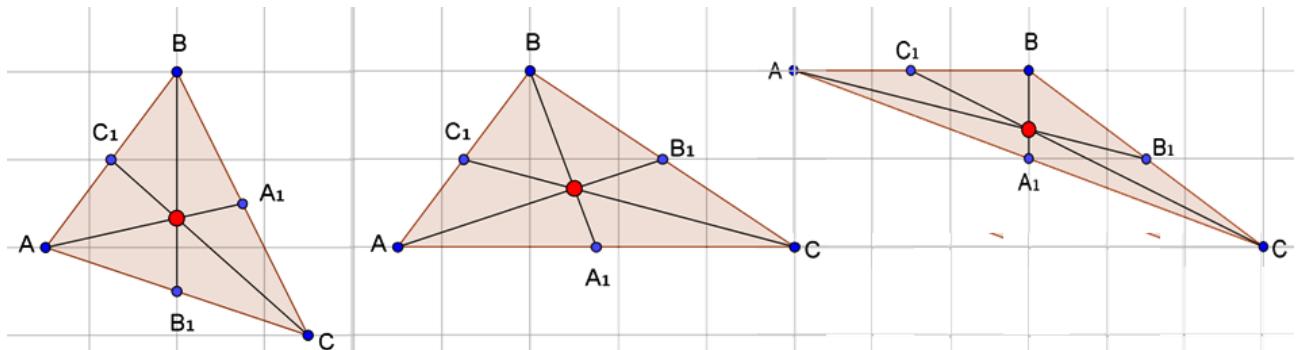
Результаты выделяют возможности визуального канала в восприятии информации (в 100 раз больше, чем у аудиального). Но педагоги чаще используют информацию именно для слухового канала (её легче подготовить). И реальное восприятие (апперцепция) получается значительно уже – в пределах от 0 до 25 бит/с.

Е. Н. Кабанова-Меллер в своем исследовании [100] отмечала, что «успешно решают геометрические задачи те дети, которые «видят» чертёж. А дети, решающие задачи по геометрии неправильно не могут преобразовывать словесно-логическую информацию в наглядно-образную. В результате проблемы в изучении предмета», [100].

Между тем, именно процесс визуализации информации позволяет самое разное представление содержания математической задачи свертывать в емкий, наглядный образ в виде чертежа, рисунка, как основы для мыследеятельности при решении задачи. Создание «образа задачи», благодаря информации, поступающей по всем каналам восприятия, положительно влияет на качество усвоения материала.

Способность визуализировать информацию, возможно развивать в процессе обучения математике. Развитие проявляется в ускорении процесса формирования навыка визуализации информации, предоставлении возможности корректировать усвоение знаний, увеличении объема передаваемой информации.

Приведём пример. При рассмотрении факта (Геометрия 8 класс): «Все медианы любого треугольника пересекаются в одной общей точке», учащимся можно предложить в программе «GeoGebra» самостоятельно построить произвольный треугольник, провести в нём медианы, а затем, создав динамическую модель (т.е. перемещая одну из вершин треугольника), убедиться, что всякий раз точка пересечения медиан остается единственной общей для данной модели.



Зная о преимущественном типе восприятия учащегося, а, значит, о его сильной стороне, воздействуя на выбранный канал поступления информации, учитель математики может добиться более эффективного результата в обучении.

Для определения типа восприятия существуют специальные техники, в том числе и рекомендуемые (использованные при эксперименте) «Тесты определения типа восприятия» по С. Ефремцеву [72].

2. *Темперамент учащегося.* Темперамент не только определяет динамику психической деятельности (скорость восприятия, быстрота ума, скорость переключения внимания, темп и ритм речи и пр.), он влияет на развитие и проявление личностных свойств, на индивидуальный стиль деятельности, на достижение цели и, следовательно, на результат деятельности.

Впервые в педагогической литературе Н. Ф. Бунаков (1837 – 1904) описал «типы темперамента и приемы индивидуального подхода к детям различных темпераментов с целью добиться от всех успешного обучения», [41].

Знание темперамента учащегося позволяет учителю математики организовать урок, удерживая внимание ребят на изучаемом материале.

Приведём пример работы над решением задачи (Алгебра 8 класс) по теме «Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций», УМК авторов А. Г. Мордкович и др. [163].

Учитель предоставляет реальную ситуацию учащимся вербально: «Перегон в 60 км поезд должен был проехать с постоянной скоростью за определённое по расписанию время. Но..., в результате прибыл вовремя».

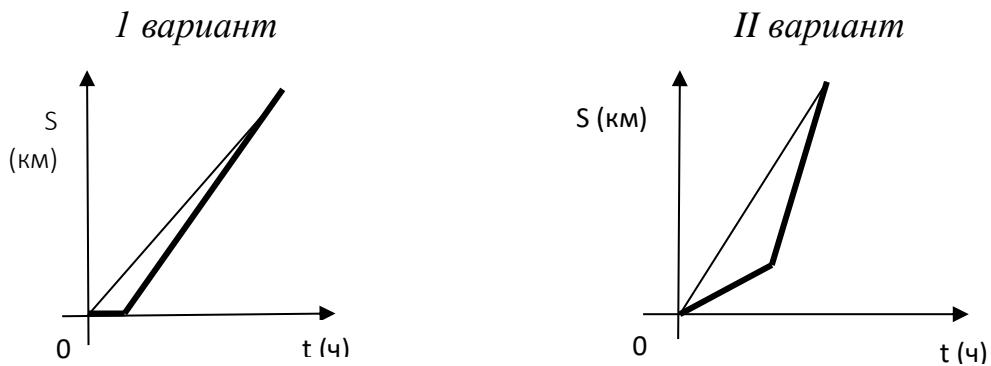
а) Учитель предлагает ребятам продолжить возможное развитие дальнейших событий, а к диалогу привлекает *холерика*, так как для *холерика* важны социальные мотивы. Ученик с таким типом темперамента испытывает острую необходимость в самореализации, ранжирует получаемые знания: по степени общественной значимости (на первом месте), престижности и полезности для коллектива. Проблемная ситуация математической задачи активизирует учебную деятельность холерика, создаёт условия для преодоления его возбудимости, помогает сконцентрировать внимание учащегося на условии задачи, осознать значимость ответа для одноклассников. В результате диалога формулируются следующие варианты задачи:

1 вариант: ..., но поезд простоял на светофоре перед перегоном 5 минут, в результате, чтобы прибыть вовремя должен был увеличить скорость на 10 км/ч.

2 вариант: ..., но первые 20 км он ехал со скоростью на 5 км/ч меньше, а затем на 10 км/ч больше постоянной скорости по расписанию. В результате прибыл вовремя.

Формируются РУУД: работа с текстом, прогнозирование вариативности ситуации, планирование действий, поиск решения проблемы.

б) Учитель предлагает учащимся представить реальную ситуацию в виде графика движения поезда:



На этом этапе решения математической задачи можно привлечь к работе *сангвиника*. *Сангвиник* – любознателен. Однако, часто отвлекается на уроке. Предложение проанализировать или оценить графическую интерпретацию условия вернет сангвиника к учебной деятельности, активизирует его внимание, интерес к происходящему на уроке. Его привлекает возможность использовать изучаемый на уроках математики материал в жизни, в практической деятельности. Формируемые РУУД: отбор и преобразование информации, представление информации в виде математической модели, анализ, оценка, соотнесение исходных данных задачи с реальностью.

в) Учитель предлагает учащимся составить таблицу

І вариант

Движение	s (км)	t (ч)	v (км/ч)
по расписанию	60	$\frac{60}{x}$	x
фактически	60	$\frac{60}{x+10} + \frac{1}{12}$	$x+10$

ІІ вариант

Движение	s (км)	t (ч)	v (км/ч)
по расписанию	60	$\frac{60}{x}$	x
фактически	20//40	$\frac{20}{x-5} // \frac{40}{x+10}$	$x - 5 // x+10$

Для заполнения таблицы можно привлечь *меланхолика*. Он отстает от ребят уже на старте выполнения задачи, но, работая медленно, все выполняет обстоятельно, последовательно, планомерно, до конца. Работа с таблицей у доски помогает снизить тревожность учащегося, приобрести уверенность в своих силах и освоить новую деятельность через решение задачи. Формируемые РУУД: систематизация данных, алгоритмизация действий, последовательность и логика в рассуждениях, моделирование задачи.

г) Учитель предлагает учащимся сформулировать вопросы, которые подходят к обеим задачам одновременно:

«Какова скорость поезда по расписанию?»

«Каково время движения поезда по расписанию?»

Это задание можно предложить выполнить *флегматику*. Характерное свойство нервной системы флегматика - инертность. Поэтому он или медленно реагирует на происходящее вокруг или вообще не замечает происходящее событие. Для того, чтобы вовлечь флегматика в математическую деятельность, нужны какие-то значимые для него сигналы. Переключив внимание флегматика на предстоящую деятельность, т. е. формулировка вопросов, учитель сосредотачивает его на решении задачи, изучении темы. Мотивом для переключения внимания флегматика на выполнение деятельности может быть информация об использовании изучаемого содержания математики в жизни. Формируемые РУУД: удержание условия задачи, идеи решения, выбор оптимальных параметров, постановка вопроса.

Таким образом, создание на уроке математики условий, которые соответствуют типу темперамента ученика, например: верbalное преподнесение задачи, переработанное с учетом индивидуальных предпочтений восприятия информации учащимися, - способствует успешному формированию и развитию регулятивных универсальных учебных действий при обучении математике. А именно: *переработки информации, нахождения взаимосвязи компонентов, удержание общей идеи, составление собственной реальной ситуации, умение задать вопрос, поиск решения, коммуникативное общение*.

3. Отношение обучаемого к учению. Именно этот параметр даёт первичное представление о преобладании и действии тех или иных мотивов учения. Выделим несколько ступеней включённости школьника в процессе освоения математики:

- *отрицательное отношение к математике,*
- *нейтральное отношение к математике,*
- *положительное отношение к математике.*

Отрицательное отношение к математике: слабая заинтересованность в успехах, нацеленность на оценку, неумение ставить цели, преодолевать трудности, отрицательное отношение к образовательному учреждению, к преподавателю.

Нейтральное отношение к математике: характеристики те же, но при изменении мотивации можно достигнуть положительных результатов, так как учащийся способный, но ленивый.

Положительное отношение к математике: постепенное изменение мотивации; учащийся умеет ставить перспективные цели, предвидеть результат своей учебной деятельности, преодолевать трудности, др.

Знание данного индивидуального свойства учащегося позволяет учителю математики организовать учебный процесс (в том числе контроль и оценивание знаний) с индивидуализацией мотивации на качество, глубину и «надолго» освоения информации.

Итак (продолжение урока): д) Учащиеся вместе с учителем составляют план решения проблемы и реализуют его.

Для работы над вопросом: «Какова скорость поезда по расписанию?», учитель напоминает полный текст 1 варианта задачи: «Перегон в 60 км поезд должен был проехать с постоянной скоростью за определённое по расписанию время. Но поезд простоял на светофоре перед перегоном 5 минут, в результате, чтобы прибыть вовремя, должен был увеличить скорость на 10 км/ч».

Далее учитель организует *коллективное обсуждение*, наблюдая за школьниками. Каждый учащийся в полном объеме слышал изучаемый

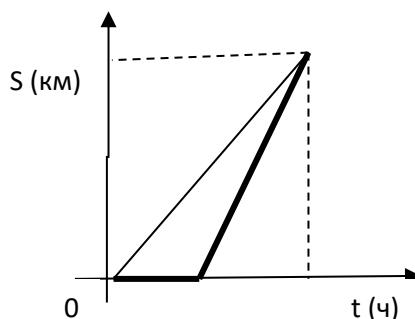
материал, видел в определенном смысле идеальные образцы деятельности. Но одни - восприняли эти образцы полностью, присвоили их, сделали своим знанием и опытом, другие - не потерялись в обилии информации, а усвоили из нее то, что предусматривается минимальным стандартом, а трети и полностью, и глубоко, но ненадолго усвоили информацию, в силу востребованности в выбранной траектории индивидуального образования. Это проявляется во время коллективной работы.

3. *Способность к освоению математики.* «Способности не сводятся к знаниям, умениям и навыкам, хотя проявляются и развиваются на их основе»,[35] замечает Л.И.Боженкова. Поэтому надо быть очень осторожными и тактическими в определении способностей учащихся, чтобы не принять слабое знание ребенка за отсутствие у него способностей. Способности обнаруживаются только в деятельности, и притом только в такой деятельности, которая не может осуществляться без наличия этих способностей.

Поэтому на данном уроке учитель добавляет креативности в вопрос, просит уточнить: «Какая характеристика движения поезда постоянна по тексту, а какая по требованию условия задачи?». Наблюдение за процессом выполнения задания в измененных условий, за ходом рассуждения, овладения деятельностью позволит учителю судить о способностях учащихся к математике.

Ответы учащихся не совпадают, т. к. вводят в заблуждение слова из текста «с постоянной скоростью».

Учитель дополняет график 1 варианта задачи дополнительными (пунктирными) линиями:



Учащиеся уточняют: путь – постоянная величина по тексту, а время должно быть постоянной величиной по требованию условия задачи. Чтобы выполнить требование, необходимо изменить скорость (увеличить).

Учитель предлагает записать это требование для движения поезда по расписанию: $t = \frac{s}{v}$, или, с учетом обозначений и данных задачи: $t = \frac{60}{x}$. Затем - записать это же требование для реального движения поезда: $t = \frac{s}{v} + \frac{1}{12}$, или $t = \frac{60}{x+10} + \frac{1}{12}$. И, наконец: выполнить требование задачи: $\frac{60}{x} = \frac{60}{x+10} + \frac{1}{12}$.

Изменение условий решения задачи, позволяет практически судить о способностях учащегося по совокупности таких показателей, как скорость его продвижения в овладении соответствующей деятельностью, качественный уровень достижений учащегося, склонность к занятиям этой деятельностью, соотношение успеваемости и усилий, затрачиваемых для достижения этих результатов, др.

Результатом формирования РУУД должны стать активность и самостоятельность деятельности ребят.

4. *Степень внушаемости.* Учитель обозначает другой вариант решения задачи: составить математическую модель задачи относительно другой постоянной величины, то есть пути. Путем рассуждений учащиеся приходят к уравнению: $v \cdot t = (v + 10) \cdot (t - \frac{1}{12})$, или $x \cdot t = (x + 10) \cdot (t - \frac{1}{12})$. С учетом: $t = \frac{60}{x}$, окончательная модель: $x \cdot \frac{60}{x} = (x + 10) \cdot (\frac{60}{x} - \frac{1}{12})$.

Учитель обращает внимание учащихся к таблице 1 варианта и предлагает составить ещё одну математическую модель задачи (по формуле $S = v \cdot t$):

Учащиеся составляют: $60 = (x+10) \cdot (\frac{60}{x+10} + \frac{1}{12})$.

Решение всех полученных уравнений учитель предлагает ребятам выполнить самостоятельно, результаты сравнить и сделать вывод.

Исследование 2 варианта задачи организуется в форме групповой работы, что позволяет влиять на степень внушаемости школьников. Возможные неудачи на предыдущих этапах урока влияют психическое состояния учащегося,

тревожность. Быстро изменить это состояние, попыткой внушения идеи, противоречащей нравственным установкам учащегося, практически невозможно. Уменьшение внушаемости происходит постепенно, в процессе воспитания, социального общения и практической деятельности обучающегося.

Учащиеся осуществляют подготовку к представлению результатов исследования и представление результатов. В ходе защиты вариантов составленных моделей задачи, учащиеся поясняют смысл всех алгебраических выражений, входящих в уравнение, проговаривают все формулы и алгоритмы решения, обосновывают наиболее рациональный вариант.

Контроль и коррекцию результатов исследования выполняет учитель.

Формируемые РУУД: математическая речь, логика рассуждений, умение аргументировать, обосновывать, представлять и отстаивать свое решение, слушать и оценивать выступления одноклассников.

Происходит самооценивание учащимися своей деятельности на уроке.

Диагностику индивидуальных особенностей учащихся можно представить в виде следующей таблицы 5.

Таблица 5 – Диагностика индивидуальных особенностей учащихся

Параметры диагностики	Фамилия, имя учащегося		
	№ 1	№ 2	№ 3
По каналу преимущественного восприятия информации	визуал (преимущественно воспринимает зрением)	аудиал (преимущественно воспринимает на слух, «вербально»)	кинестет (преимущественно воспринимает через движение и осязание)
По темпераменту	сангвиник, экстраверт	флегматик, интроверт	холерик, интроверт
По уровню освоения информации	осваивает много, но не основательно	осваивает что-то одно, но качественно	осваивает много, но ненадолго
По мотивированности к учению, степени желания учиться	активно не желающий учиться	интересующийся учением, школой	интересующийся учением, постижением нового и т.п.
По способности к данному учебному предмету	средних способностей	способный	одарённый
По степени внушаемости	не внушаемый	сильно внушаемый	слабо внушаемый

Теперь можно приступать к конструированию индивидуальных образовательных программ (ИОП) по освоению математики.

Первый этап конструирования – анализ исходных данных и постановка диагноза. Речь идёт о выборе соответствующих *типа обучения и уровня изучения* содержания математического образования, соответствующих индивидуальным особенностям учащихся. Основаниями являются результаты психологических исследований.

Например, Клод Леви-Стросс, исследуя способы мышления, делает заключение: «...существуют два различных способа научного мышления, являющиеся функциями (конечно, не равных стадий развития человеческого разума) двух разных стратегических уровней, на которых природа подвергается атаке со стороны научного познания» [132. С. 125]. Другими словами, один путь – это чувственное познание: восприятие, воображение, приближенность к чувственной интуиции; другой, наоборот, – рациональное познание, т.е. абстрагирование от чувственного восприятия, а значит, возможность изучения более удаленных связей и отношений.

Но мышление учащегося не настолько гибко, чтобы самостоятельно устранять этот «разрыв» между чувственным и рациональным познанием. Помочь ему в этом может педагог, изучив тип мышления учащегося для того, чтобы соотносить ведущий типа мышления с выбором деятельности учащегося в процессе обучения. Способом изучения может быть методика «Тип мышления» [189].

Известна модификация типов мышления по Г. В. Резапкиной [189]: наглядно-образное, предметно-действенное, словесно-логическое, абстрактно-символическое, креативное.

1. *Предметно-действенное* мышление наблюдается у учащихся, которые вне школы занимаются дополнительно спортом, танцами, играют в школьном театре, др. Такие учащиеся обладают хорошей координацией

движений и лучше усваивают информацию через практическую деятельность, движения.

2. *Абстрактно-символическое мышление* свойственно ребятам, которые увлекаются предметами физико-математической и инженерной направленности, информатикой и программированием. Обладая аналитическим складом ума, они усваивают информацию, обрабатывая её с помощью математических формул, алгоритмов, операций.

3. *Словесно-логическим мышлением* отличаются учащиеся занимающиеся дополнительно иностранными языками, историей, литературой, др. Они смело высказывают свои суждения, выдвигают гипотезы и в диалоге усваивают информацию надёжнее, чем по учебнику, или на практике.

4. Наоборот, никакие слова или математически примеры, тренировка не заменят учащимся с *наглядно-образным мышлением* восприятие информации по яркому образу, объёмной модели, сравнении с примерами или образами из жизни, др.

5. Редкое, ничем не заменимое качество – *креативное мышление*, проявляется у учащихся в способности творчески подходить к выполнению задания, умении решать нестандартно, видеть вариативные условия.

В чистом виде типы мышления встречаются редко, поэтому нужно говорить о ведущем типе мышления на определённом уровне его развития (низкий, средний, высокий). Важно изучить тип мышления учащегося для результативного формирования регулятивных учебных действий, конструирования индивидуального содержания математического образования.

Далее в соответствии с типом мышления можно осуществить выбор *типа обучения математике*.

В нашем исследовании мы обратились к монографии «Психологические основания индивидуализации содержания образования» В. Д. Шадрикова, где он [185] выделяет следующие два типа обучения: *репродуктивный и развивающий*.

Репродуктивный тип, по В. Д. Шадрикову «связан с освоением содержания образования: знаний, умений, способов деятельности», [185]. От учащегося требуется напряжение умственных и духовных сил, концентрация воли, познавательных способностей. А при освоении способов деятельности, развиваются способности, необходимые только для выполнения именно этой конкретной деятельности (и учебной тоже). Таким образом репродуктивное обучение не является развивающим.

В отличие от репродуктивного, развивающий тип предполагает методы обучения направленные, прежде всего на развитие способностей учащегося: осознания их операциональных механизмов, программы поведения, учебной деятельности, абстрактных схем познания.

Не менее важно для учителя понимать на *каком уровне изучения* школьнику важен данный предмет. При обучении математике это могут быть следующие уровни изучения содержания: *базовый уровень, расширенный уровень, углубленный уровень*.

Информацию можно собрать в виде матрицы (таблица 6).

Таблица 6 – Информация о личностных особенностях обучаемых

Характеристики	Фамилия, имя учащегося			
	№ 1	№ 2	№ 3	...
Тип мышления				
- предметно-образное	+	+	+	
- абстрактно-логическое				
Тип обучения				
- репродуктивный	+			
- развивающий		+	+	
Уровень изучения содержания образования (математика)				
- базовый	+			
- расширенный		+		
- углубленный (повышенной сложности)			+	

Далее учитель изучает запрос родителей на «математическое образование вне стен образовательного учреждения (ОУ)», «внеурочные занятия по математике в ОУ», «учебные занятия в ОУ» (в части уровня глубины изучения материала; тем проектов; источников информации; видов домашних заданий; вариантов презентации результатов учения, др.). Информация такого рода позволяет учителю математики обеспечить пути освоения индивидуальной образовательной программы.

Для выявления степени индивидуализации программ обучения учащимся предлагается *спроектировать индивидуальную образовательную программу (ИОП) по алгоритму:*

- 1) выбор цели учащимся;
- 2) соотнесение внешних требований и потребностей учащегося;
- 3) определение пути достижения цели.

Проект программы, предложенный учащимся, изучается педагогом, обсуждается с учащимся, корректируется совместно с родителями. И тогда, критериями диагностики могут быть: мотивационный (диагностируется мотивация на достижение успеха, а также волевые качества); когнитивный (диагностируются знания о проектировании ИОП); деятельностный (уровень сформированности умений самостоятельно реализовывать индивидуальную образовательную программу).

Теперь учитель математики может приступить к созданию индивидуальных образовательных программ для учащихся данного класса, используя различные способы её реализации: занятие в классе (изучение модуля по обычной классно-урочной системе на базовом уровне), групповые занятия (для группы учащихся может быть организовано групповое выполнение модуля на углублённом уровне), самостоятельное изучение (форма организации учебной деятельности учащихся на расширенном уровне, осуществляемая под прямым или косвенным руководством преподавателя), проектно-исследовательская

деятельность, внеурочная деятельность, элективный курс (обеспечивает индивидуализацию образовательных программ по запросу учащихся и их родителей).

Таблица 7 – Вариант учебного плана индивидуализированного изучения темы «Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями» учащимися 6 класса (УМК Н. Я. Виленкин и др. [44])

Класс: 6 «Л»	«Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями» (21ч)				
Ф. И. уч-ся	Занятие в классе (база)	Групповое занятие (углублен- ное)	Самостоятель- ное изучение (расширенное)	Проектно-ис- следователь- ская деятельность (расширенное)	Внеклассные занятия, элективный курс (по желанию)
1 уч-ся	21 ч				4 ч «Математика и жизнь»
2 уч-ся	14 ч	4 ч		3 ч	4 ч «Основы исследователь- ской деятельности»
3 уч-ся	14 ч		4 ч	3 ч	-
...					

Такой подход обеспечивает информированность всех участников образовательного процесса о содержании ИОП учащихся по математике и путей их реализации, а в совокупности с методами исследования позволяет выявить динамику личностных изменений у учащихся, формирование регулятивных учебных умений, развитие личности. Обеспечивается выполнение следующих условий:

- недопущение перегрузки информацией и учебными и развивающими видами деятельности;
- возможность выбора;
- создание ситуации успеха;
- учет интересов и индивидуальных потребностей учащегося;
- доверие к опыту и уровню сил учащихся;
- высказывания оценочных суждений о поступках (а не о личности) учащегося.

Второй этап конструирования – прогнозирование с переходом в проектирование (по существу – педагогическое целеполагание).

Педагог

- материализует педагогическую задачу в конкретном учебном материале с учётом подготовленности учащихся и их индивидуальных особенностей;
- согласовывает и синтезирует содержательную, мотивационную и операциональную стороны деятельности свою и учащихся;
- формулирует педагогическую задачу для себя, корректирует формирование задачи для себя учащимся;
- оформляет замысел решения педагогической задачи.

Другими словами, осмысливается педагогическая задача, связанная с данным этапом деятельности, отражая определенную ступень в формировании личности. В нашем исследовании в основе изучения регулятивные универсальные учебные действия, которые являются необходимым условием эффективности проектирования и реализации индивидуальной образовательной программы подростка в общеобразовательном учреждении.

Обратимся к содержательной стороне обучения, нацеленного на развитие личности в процессе формирования регулятивных универсальных учебных действий.

Известно, что все элементы содержания образования, имеют две составляющие: социальную и личностную. К личностной составляющей отнесем:

- Знание – это информация, усвоенная учеником в процессе обучения. Оно зависит от индивидуальных особенностей учащегося, его субъективного опыта, интересов, способностей, уровня обученности, другое.

- Опыт деятельности в известной ситуации – умения, которые необходимо приобрести в процессе обучения. Этот результат социально значимый. А формирование умений существенно зависит от индивидуальности ученика, от его психофизиологических характеристик, особенностей мышления, памяти, другое.

- Опыт исследовательской деятельности – ориентирован на каждого учащегося, с целью освоения новых знаний и необходимых способов деятельности.

- Опыт эмоционального и ценностного отношения к миру – связан с личностью каждого в отдельности учащегося.

Выделенные ценности, являются общечеловеческими. Однако у каждого ученика формируется своя «версия» качеств современного человека, в зависимости от его социально-психологических особенностей.

Учителю важно выстроить работу таким образом, чтобы максимально выявлять интересы и склонности каждого ребенка, и учитывать их при конструировании содержания индивидуальных образовательных программ. И тогда усвоение учебного материала будет способствовать не только развитию познавательной сферы обучаемых, но и формированию у них регулятивных универсальных учебных действий, таких личностных свойств, как организованность, инициативность, активность, самостоятельность, трудолюбие, ответственность, способность к самообразованию, саморазвитию.

Представим педагогическую деятельность и содержание взаимодействия педагога и обучающегося на этапах конструирования индивидуального содержания образования подростка в виде таблицы 8.

Таблица 8 – Содержание взаимодействия педагога и обучающегося в процессе конструирования индивидуального содержания образования

Этапы	Педагогическая деятельность	Содержание взаимодействия	
		проектирование	реализация
<i>Анализ исходных данных и постановка диагноза</i>	- выявление составляющих индивидуальности учащегося	- обсуждение с родителями учащихся направления индивидуального образования; - определение диапазона возможного дополнительного образования, как в школе, так и в других образовательных учреждениях	- индивидуальное консультирование учащихся; - организация согласованных действий педагогов, психолога и социального работника общеобразовательного учреждения, привлечение педагогов учреждений дополнительного образования
<i>Прогнозирование</i>	- выявление личностно значимых для учащихся целей и задач; - соотнесение индивидуальных потребностей с внешними требованиями	- обсуждение с родителями учащихся направления индивидуального образования; - определение диапазона возможного дополнительного образования, как в школе, так и в других образовательных учреждениях	- индивидуальное консультирование учащихся; - организация согласованных действий педагогов, психолога и социального работника общеобразовательного учреждения, привлечение педагогов учреждений дополнительного образования
<i>Проектирование</i>	- проектирование индивидуального содержания образования	-конкретизация цели; -разработка индивидуальной образовательной программы	- индивидуальные собеседования с учащимися; - отбор средств и способов работы, определение сроков выполнения программы, формы представления результата и оценки деятельности
<i>Планирование</i>	- оказание помощи в планировании индивидуальной образовательной программы	- обсуждение участия в работе школьного НОУ (научного общества учащихся), в театральном (другом) кружке, ученических конференциях (других мероприятиях)	- обеспечение ситуации успеха; - рефлексия результатов выполнения программы; - устранение причин, оказывающих отрицательное влияние на личностное развитие учащегося

Обеспечивая взаимодействие обучающего и обучаемого при проектировании *индивидуальных образовательных программ по математике*, мы тем самым проектируем целенаправленную программу деятельности подростка в процессе формирования регулятивных универсальных учебных действий, обеспечиваем ему позицию субъекта выбора вариативного содержания математического образования и соответствующих его интересам и потребностям форм образования.

Третий этап конструирования – планирование – обеспечение индивидуализации обучения (раскрытия индивидуальности учащегося в специально организованной учебной деятельности), каждый педагог решает и на уровне учебного материала, и на уровне определения индивидуальных способов реализации процесса. То есть, педагог определяет какие элементы содержания образования необходимо освоить, с учетом потенциала материала учебного предмета для индивидуализации обучения, определяет индивидуальные способы обучения.

Оформить планирование можно, используя «Модель организации индивидуальной образовательной деятельности (ИОД) учащегося» (рисунок 3) [19].

Модель организации ИОД учащегося



Условные обозначения: ИО – индивидуальные особенности учащегося; ТМ – тип мышления; ТО – тип обучения; ИОП – индивидуальная образовательная программа; УУД – универсальные учебные действия

Рисунок 3 – Модель организации индивидуальной образовательной деятельности учащегося

Модель организации ИОД динамична: в зависимости от результатов, изменений предпочтений учащихся, обсуждается и корректируется с целью

обеспечения индивидуальной образовательной траектории обучающихся с учётом их способностей и интересов.

Отсюда мы выводим, что обеспечение индивидуализации образовательных программ и путей их усвоения в зависимости от способностей и интересов обучающихся к математике – является необходимым условием формирования регулятивных универсальных учебных действий.

2. Второе педагогическое условие: формирование развивающей способности и интереса к математике, создание образовательной среды общеобразовательной организации и вовлечение в неё обучающихся.

Индивидуальная образовательная программа обучающегося – необходимое, но не достаточное условие построения и успешного осуществления индивидуальной траектории реализации образовательных потребностей и интересов обучающегося.

В отечественной педагогике и психологии термин «среда» появился в 20-е годы: «педагогика среды» (С. Т. Шацкий [261]), «общественная среда ребёнка» (П. П. Блонский [32]), «окружающая среда» (А. С. Макаренко [148]). Немало исследований посвящены обоснованному доказательству того, что оказывать воздействие педагог должен не на учащегося (его качества, поведение, др.), а на условия, в которых происходит их взаимодействие, развитие ребёнка. Это – внешние условия (среда, окружение, деятельность) и внутренние условия (эмоциональное состояние ребёнка, установки, жизненный опыт). Другими словами – это социокультурное пространство, где происходит развитие личности. Опираясь на мнение Л. С. Выготского [49], П. Я. Гальперина [56], В. В. Давыдова [65], Л. В. Занкова [82], А. Н. Леонтьева [135], Д. Б. Эльконина [271] и др., будем понимать под развивающей образовательной средой – образовательное пространство для реализации развивающего обучения.

Под развивающей образовательной средой В. А. Ясвин [277] понимает такую образовательную среду, которая способна обеспечивать комплекс возможностей для саморазвития субъектов образовательного процесса.

В нашем исследовании развивающая среда – это «среда, направленная на обеспечение единства процессов саморазвития и социального взаимодействия с учетом психофизиологических обстоятельств жизнедеятельности подростка, адекватных его возрастным особенностям», [19]. Комплекс возможностей, обеспечиваемых конкретной развивающей образовательной средой, составляет ее развивающий потенциал.

Потенциал развивающей образовательной среды общеобразовательного учреждения в развитии регулятивных универсальных действий подростка заключается в её сущностных характеристиках, «средообразующих компонентах и принципах организации, которые определяются с учетом возможностей управлять этим процессом», [21].

Исследование сущности развивающей образовательной среды с позиции целенаправленного формирования регулятивных универсальных учебных действий учащихся при обучении математике, позволяет установить её *бинарную природу*, интегрируя в себе социальную и образовательную составляющие.

Социальный аспект связан с усвоением обучающимися социальных ценностей и органичной трансформации их во внутренние ценности.

Образовательный аспект предполагает приобретение математических знаний, овладение первоначально ориентированной основой деятельности, универсальными учебными действиями, удовлетворение образовательных потребностей в соответствии с индивидуальной траекторией образования обучающихся.

Процесс развития регулятивных универсальных учебных действий в развивающей образовательной среде проецирует процесс приобретения подростком опыта, как высокой степени готовности решать проблемы саморазвития и социального взаимодействия в социуме, руководствуясь общезначимыми духовными ценностями. Социально ценные и индивидуально-личностные свойства могут выступать в качестве параметров, задающих ориентиры для определения содержания средообразующих компонентов, составляющих структурно-содержательную модель развивающей среды общеобразовательного учреждения.

К средообразующим компонентам отнесём:

- пространственно-предметный компонент,
- социальный компонент,
- технологический компонент.

Пространственно-предметный компонент:

- условия в общеобразовательном учреждении: наличие конференц-зала, кабинета математики, естественнонаучной лаборатории, компьютерных классов, портативной компьютерной техники, интерактивных систем, другое.
- сотрудничество с учреждениями и организациями города, района, области, Российского и Международного уровня.

Социальный компонент:

- коллективный субъект (подростки, педагоги, родители, представители общественных и государственных организаций, иные взрослые, осуществляющие взаимодействие в образовательном пространстве школы);
- единая установка всех субъектов общеобразовательного учреждения на признание необходимости целенаправленного развития у подростка регулятивных универсальных учебных действий;
- диалогическое и ценностно-смыслоное равенство субъектов.

Технологический компонент:

- выявление и изучение индивидуальных особенностей учащихся, изучение образовательных интересов, склонностей, творческих потребностей обучающихся;
- организация внеурочной деятельности по интересам в школе, привлечение специалистов дополнительного образования к проведению занятий;
- ориентированность родителей на важность развития исследовательского опыта детей, заинтересованность в личностных достижениях ребенка;
- системная работа школы по повышению профессиональной компетентности педагогов, осознание учителем значимости учебно-исследовательской деятельности в развитии универсальных учебных действий учащихся, владение методикой включения учащихся в эту деятельность во взаимосвязи с другими

видами деятельности, с учетом возрастных особенностей учащихся, с привлечением уже имеющегося опыта учащихся;

- изменение подходов к организации учебной деятельности, внедрение новых образовательных технологий, применение новых программных продуктов (ArtCAM, Publisher, GeoGebra);
- анализ уровня удовлетворенности школьной жизнью, благоприятный климат в коллективе.

Стремление к активной самостоятельной деятельности – одна из фундаментальных потребностей личности. Она проявляется уже у маленького ребенка, который все хочет делать сам.

Важная особенность подросткового периода - интенсивное развитие и совершенствование интеллектуальных умений и навыков, рост познавательных потребностей, причём учащиеся этого возраста способны подчинять познавательные процессы определённым целям жизни и деятельности. В этом возрасте учащиеся задумываются и о способах достижения целей, производят оценку собственных субъективных и объективных ресурсов. В этот период происходит формирование основных психических процессов и свойств личности, появляются новообразования, соответствующие возрасту (произвольность, рефлексия, самоконтроль, внутренний план действий). Потребность в активной самостоятельной деятельности у подростка не исчезает, но не приводит к желаемым результатам. Подросток не умеет управлять своей активностью, направлять ее на решение жизненно важных для него в этот возрастной период задач:

- осуществление проектирования своего будущего;
- становление осознания соотношения реального и возможного;
- создание образа собственного действия и плана его осуществления;
- обращение на внутренние основания своих действий и поступков и др.

Подростку нужна помощь опытного педагога:

- научиться управлять своей активностью,

- осознать проблемы,
- дать направление поиску разрешения проблем.

Вовлечение учащихся в развивающую образовательную среду способствует решению этой задачи.

Принципы, которые необходимо учитывать при создании развивающей образовательной среды, отражены в таблице 9.

Таблица 9 – Принципы создания развивающей образовательной среды

№ п/п	Принцип	Содержание
1	Принцип информированности	Подразумевает возможность обеспечения учащихся: широким спектром тем, поддержкой интереса к новому и его удовлетворения, наличием объектов и средств для осуществления различной деятельности
2	Принцип эмоциональной насыщенности	Направлен на реализацию способности среды воздействовать на ребенка (его эмоциональную сферу: смена впечатлений, эмоций, чувств) в деятельности
3	Принцип оптимального соотношения развития и саморазвития	Нацелен на создание тесной взаимосвязи между самостоятельной активностью учащегося и активностью, организуемой педагогом
4	Принцип открывающейся перспективы	Ориентирует организации, центры, находящиеся в развивающей среде, на стимулирование и сопровождение поисковой активности, исследовательской деятельности учащихся через содержание
5	Принцип реализации собственного опыта в различных видах деятельности	Предполагает обеспечение условий (например, наличие материала, который позволит выполнить намеченный учащимся план) для проявления самостоятельной активности учащихся в силу индивидуальных способностей, интереса, потребности

№ п/п	Принцип	Содержание
6	Принцип направленности на формирование ИКЛ	ИКЛ – интегративные качества личности развиваются в интегрированной деятельности учащихся при наличии и работе всех компонентов развивающей среды одновременно в соответствии с обозначенными принципами

Сказанное приводит к выводу о том, что создание развивающей образовательной среды образовательного учреждения, вовлечение в неё учащихся – является обязательным условием развития потенциала обучающихся, педагогическим условием формирования регулятивных универсальных учебных действий, самореализации и самоопределения школьников.

3. Третье педагогическое условие – организация внеурочной деятельности учащихся по математике как процесса освоения метапредметных учебных действий – имеет под собой следующие основания.

Внеурочная деятельность учащихся – целенаправленный процесс воспитания, развития личности и обучения посредством реализации дополнительных образовательных программ, оказания дополнительных образовательных услуг и информационно-образовательной деятельности за пределами основных образовательных программ в интересах человека, государства. Основное предназначение внеурочной деятельности – удовлетворение постоянно изменяющихся индивидуальных социокультурных и образовательных потребностей детей.

Если предметные результаты достигаются в процессе освоения школьниками математики, то в достижении метапредметных, а особенно личностных результатов – ценностей, ориентиров, потребностей, интересов обучающегося возрастает удельный вес внеурочной деятельности по математике, так как обучающийся выбирает, чем будет заниматься исходя из своих интересов, мотивов.

Внеурочная деятельность по математике является составной частью учебного процесса, естественным продолжением работы на уроке. Во время внеурочной деятельности развивается опыт исследовательской деятельности,

формируются метапредметные универсальные действия, создаются условия для реализации учащимися приобретённого опыта, знаний, умений, расширяются рамки общения учащихся с социумом.

Спектр направлений внеурочной деятельности и предлагаемых программ зависит от кадров. Это могут быть как педагоги общеобразовательного учреждения, имеющие соответствующую подготовку и квалификацию, так и педагоги дополнительного образования других образовательных организаций. Совокупность программ придает развивающей образовательной среде образовательного учреждения свою индивидуальность.

Программа внеурочной деятельности по математике направлена на формирование интегративных качеств личности, достижение следующих результатов освоения образовательной программы основного общего образования:

личностные:

- уметь грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать и принимать цель поставленной задачи, понимать её смысл, обосновывать, аргументировать, сравнивать с примерами из жизни;
- уметь распознавать отсутствие логики или её некорректность в высказываниях, критически мыслить, отличать предположение от реального события;
- представлять математическую науку как сферу деятельности человека, этапы ее развития, понимать значимость математической науки для развития;
- вырабатывать такие качества как креативность, инициативность, активность, др.;
- уметь осуществлять контроль процесса и результата учебной математической деятельности;
- поддерживать эмоциональное восприятие математических объектов, задач и решений;

метапредметные:

- иметь представления о математическом языке как универсальном языке науки и техники, о методах математики как средствах моделирования происходящих явлений, процессов;

- уметь представить в виде математической задачи проблемной ситуации, возникающие при изучении других учебных предметов или в окружающей жизни;
- уметь делать предположения, гипотезы при решении учебных задач, уметь проверять их и делать выводы;
- уметь вырабатывать различные стратегии решения задач, применяя индуктивные и дедуктивные способы рассуждений;
- понимать необходимость и смысл алгоритмических действий, уметь действовать по заданному алгоритму;
- уметь самостоятельно ставить цели и вырабатывать алгоритм для решения учебных задач;
- уметь составлять план деятельности при решении исследовательских задач, осуществлять деятельность;

предметные:

- уметь определять геометрическое тело по рисунку, узнавать его по развертке, понимать, что геометрические формы являются уменьшенными обrazами реальных объектов;
- познакомиться с первоначальными геометрическими сведениями о плоских фигурах и объемных телах;
- научиться пользоваться геометрическими инструментами, уметь изображать геометрические фигуры;
- научиться решать простейшие задачи на построение, вычисление, доказательство;
- узнавать простейшие геометрические фигуры на сложных рисунках;
- уметь выполнять рисунок по условию задачи;
- уметь решать простые задачи на вычисление, применяя свойства фигур.

Процесс развития регулятивных универсальных учебных действий во внеурочной деятельности по математике способствует: деятельности активности, формирования социального интеллекта, ответственности, толерантности, эмоционально-позитивного отношения к миру, диалогичности и сотрудничества с дружими, стремления к позитивным изменениям в социуме.

В процессе применения регулятивных универсальных учебных действий происходит интериоризация подростком социальных ценностей и норм поведения и экстериоризация социальной компетентности, как формы проявления индивидуально личных и социально ценных свойств в процессе решения подростком проблем саморазвития и социального взаимодействия.

Таким образом, можем утверждать о необходимости обеспечения, совокупности педагогических условий, а именно:

- обеспечение индивидуализации образовательных программ и путей их усвоения в зависимости от способностей и интересов обучающихся к математике;
- формирование развивающей способности и интереса к математике, создание образовательной среды общеобразовательной организации и вовлечение в неё обучающихся;
- организация внеурочной деятельности учащихся по математике как процесса освоения метапредметных учебных действий.

Соблюдение выделенных педагогических условий позволит организовать системную и целенаправленную работу по формированию регулятивных учебных действий школьников при обучении математике.

1.4 Теоретико-методологические подходы и система дидактических принципов построения методики формирования РУУД учащихся

Сегодня в соответствии с социальным заказом школьное образование ориентировано на формирование интеллектуальной личности, способной к самостоятельному поиску и освоению информации, к адаптации в изменяющихся условиях. Если обозначить характеристику интеллектуальной личности в общих чертах двумя параметрами: *эрудиция* как совокупность конкретных знаний, приобретённых в процессе обучения и *уровень развития личности*, то

задача ФГОС тоже приобретает вполне конкретное звучание: эффективное использование потенциала школьных предметов для развития личностных качеств обучаемых. Другими словами, ФГОС предусматривает изменения школьного образования не только в содержательной плоскости, но и в процессуальной.

Современное общество понимает важность математического образования и его необходимость. Математика – обязательный предмет на всех ступенях школьного образования с 1-ого по 11-ый класс; экзамен по математике в выпускных классах (и в 9-м и в 11-м) тоже является обязательным. Необходимость всеобщей математической грамотности связана с особенностями функционирования человека в информационно-технологическом мире, причём, как в профессиональной, так и в бытовой сфере. Овладение практически любой современной профессии требует тех или иных знаний по математике. А значит, потенциал школьного математического образования необходимо использовать для интеллектуального развития учащегося. И на вопрос: «Как?» – ответим: через целенаправленное формирование регулятивных универсальных учебных действий учащегося средствами предмета. Сформированные регулятивные универсальные учебные действия являются залогом качества знаний. «Знания» переходят в обучении из ранга стратегических понятий в ранг тактических, т. е. они становятся средством интеллектуального развития учащихся. Уровень интеллектуального развития предопределяет способность к самостоятельному поиску и усвоению новой информации и тем самым является необходимым условием для адаптации человека к изменяющимся обстоятельствам.

Для аргументирования этого положения: «целенаправленное формирование РУУД учащихся средствами предмета...», рассмотрим потенциал современного школьного курса математики в соответствии с требованиями к обучению математике.

Известны дидактические принципы обучения математике:

1. Принцип научности.
2. Принцип воспитания.

3. Принцип наглядности.
4. Принцип системности и последовательности.
5. Принцип прочности знаний.
6. Принцип доступности.
7. Принцип сознательности, активности и самостоятельности.
8. Принцип индивидуального подхода к учащимся [111].

Обратимся к содержанию современного школьного курса математики. Содержание школьного математического образования основано на фундаментальном ядре, которое формировалось с доисторических времён (возникновение понятия «целое положительное число» относят к доисторическому времени, а позиционную систему записи чисел и способы выполнения арифметических действий к первым векам нашей эры). В соответствии с изменениями направления развития общества и, как следствие, изменениями социального заказа к образованию, содержание школьного математического образования претерпевало изменения, обновления, в основном – содержательно-методические.

На примере изменений курса «Числа и вычисления». В начале XX века основной целью курса являлось обучение вычислениям на трудных, длинных, и сложных (со скобками, обыкновенными дробями с «плохими» знаменателями, десятичными дробями, другое) примерах. В 60-е годы на смену пришла методика раннего овладения алгоритмами действия с десятичными дробями, логарифмической линейкой. К началу нового столетия, с появлением, калькуляторов, рассматривалось инструментальное вычисление. Сами вычисления проверялись не на примерах, а при решении задач. Сегодня с введением ФГОС вычисления проверяются и требуются в контексте задач для получения содержательного результата. Такие изменения претерпели и другие курсы: «Приближенные вычисления», «Теория множеств», «Геометрические преобразования», др. Поэтому будем рассматривать школьное математическое образование не через изменения в содержании добавлением, усложнением или упрощением, исключением разделов, тем, курсов и т. д., а через содержательно-методические линии. Существенной характеристикой содержательно-методических линий

является наличие «собственного» метода (группы методов), так как с позиции деятельностного подхода знания усваиваются только в процессе собственной деятельности. Например, функциональная содержательно-методическая линия включает следующее содержание, связанное с понятием «Функция» (изучается в разных разделах, курсах):

- понятия области определения, области значений функции, графика функции, др.;
- понятия, выражающие свойства функций: четность, периодичность, монотонность, обратимость, непрерывность, др.;
- теоремы, выражающие свойства классов функций, их признаки;
- учебные действия: распознавание функций, исследование функций, построение графиков функций, др.

Деятельность, адекватная «собственному» методу содержательно-методических линий, способствует целенаправленному воздействию на формирование регулятивных учебных действий учащихся. Усиления этого воздействия можно достичь, используя учебную исследовательскую деятельность учащихся, как средство для обучения в любой из содержательно-методических линий. Рассматривая учебное исследование как универсальную структурную единицу деятельности, важно выделять его логическим путем на уроках различного типа в любой содержательно-методической линии, как преобладающего средства обучения. Такой подход позволит выстроить систему формирования регулятивных универсальных учебных действий учащихся, благодаря взаимосвязи содержательных математических линий, их «собственных» методов и необходимых регулятивных учебных действий учащихся.

Представим эту взаимосвязь в таблице 10 на примере нескольких *содержательно-методических линий*.

Таблица 10 – Взаимосвязь содержательно-методических линий, «собственных» методов и регулятивных универсальных учебных действий учащихся

Содержательно-методические линии	«Собственные» методы	Регулятивные универсальные учебные действия учащихся
1) числовая линия	арифметические операции в различных числовых множествах; вычислительный метод	<ul style="list-style-type: none"> - анализ структуры числового выражения; выбор рационального подхода к решению; - установление порядка арифметических операций; - алгоритмизация вычислений; - оценка и проверка результата; - концентрация внимания
2) линия выражений и тождественных преобразований	метод тождественных преобразований	<ul style="list-style-type: none"> - аргументированный подход к выбору приема преобразования; - удержание цели выполнения преобразований - последовательность выполнения шагов преобразования; - доказательство тождественности результата; - равносильные переходы в решении;
3) функциональная линия	метод исследования функций; функциональный метод решения уравнений и неравенств; координатный метод; функция как пример математической модели	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание функций; - осознание степени проблемности в нерациональном выборе способа решения; - исследование функций; построение графиков функций; - геометрическая интерпретация результата и аналитическая запись ответа; - построение математических моделей с помощью функций

Продолжение таблицы 10

Содержательно-методические линии	«Собственные» методы	Регулятивные универсальные учебные действия учащихся
4) линия уравнений и неравенств	метод моделирования; обобщенные методы решения уравнений и неравенств	<ul style="list-style-type: none"> - установление связи между условием и вопросом, соотношения между данными; - проведение параллели с реальной жизненной ситуацией; - постановка вопроса и прогнозирование результата; - конструирование модели; анализ результата
5) линия геометрических фигур	метод цепочки треугольников; метод геометрического места точек	<ul style="list-style-type: none"> - поиск необходимой для решения информации; - абстрагирование задания; рассуждение и выдвижение гипотез; - построение плана обоснования решения; - выполнение чертежа по условию и дополнительных построений; - запись решения на математическом языке
6) линия геометрических величин	метод «разрезания» (перекраивания) фигур; метод площадей и объёмов; метод интегрального исчисления	<ul style="list-style-type: none"> - создание вариантов решения; - выбор рационального способа решения; - количественная оценка; сравнительный анализ; - примеры применения в жизни
7) векторно-координатная линия	векторный метод; координатный метод	<ul style="list-style-type: none"> - ориентирование на координатной плоскости; - графическая интерпретация решения; - выбор правила и способа действий;
8) линия геометрических преобразований	метод геометрических преобразований	<ul style="list-style-type: none"> - осуществление равносильных преобразований, перехода к равновеликим, равносоставленным фигурам, другое; оценивание свойств «новой» фигуры; связь с реальностью.

Сегодня, наряду с общеизвестными содержательно-методическими линиями, можно назвать линию исследовательских задач, а её собственным методом - учебное исследование. Тогда можно говорить о целенаправленном формировании как общих исследовательских умений учащихся, так и РУУД школьников.

Покажем, как меняется методика работы, если использовать учебное исследование в качестве инструмента в профессиональной педагогической деятельности. Рассмотрим формирование регулятивных универсальных учебных действий, когда учитель математики реализует содержательно-методическую линию геометрических величин и соответствующий ей метод «разрезания» (перекраивания) фигур на примере доказательства теоремы о сумме углов любого треугольника. Как правило, для доказательства этого факта традиционно учитель предлагает учащимся начертить произвольный треугольник, измерить с помощью транспортира его углы и сложить их, результаты сопоставляются, делается вывод, то есть организуется коллективный эксперимент. Сделать эксперимент более индивидуальным открытием «нового» факта для учащихся можно, изменив (усовершенствовав) этапы работы с теоремой. Скажем, этап ознакомления с фактом, отраженным в теореме, можно заменить этапом подведения учащихся к формулированию гипотезы, сходной по содержанию с фактом теоремы, организуя следующий эксперимент. Учащимся предлагается набор геометрических фигур: треугольники, квадраты, прямоугольники и ножницы (по требованию). Задание звучит в виде вопроса, побуждающего к действию, наблюдению, размышлению, формулированию результата близкого к тексту теоремы. Например, для тех учащихся, кто выбрал треугольник: «Что получим, если все углы треугольника совместим вершинами в одну точку?»

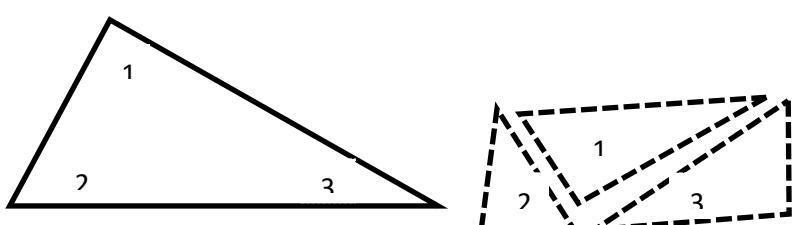


Рисунок 4

Учащиеся перегибают углы треугольника, совмещая вершины треугольника в одну точку. Выявляют закономерность: точка, в которой «встретились» все вершины является вершиной развернутого угла, градусная мера которого известна, 180° . Формулируют гипотезу о сумме углов любого треугольника.

Или, для тех учащихся, кто выбрал прямоугольник: «Что получим, если из вершин B и C сделаем надрезы к общей точке на стороне AD и перегнём полученный треугольник по другую сторону AD ?»

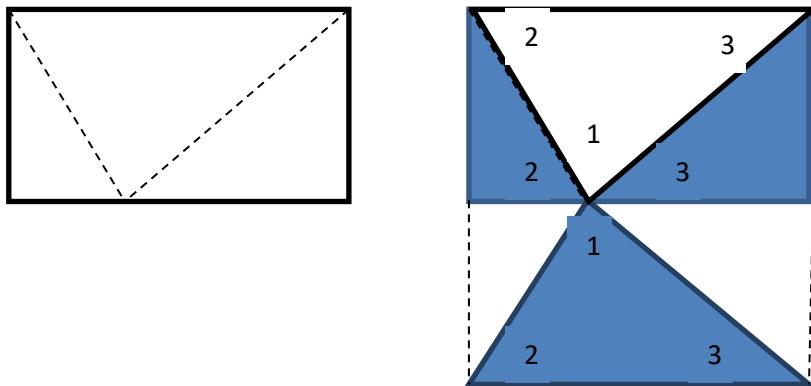


Рисунок 5

Используя свойство равенства накрест лежащих углов при параллельных прямых, несложно увидеть закономерность и сформулировать гипотезу о сумме углов треугольника.

Вместо традиционного этапа освоения содержания теоремы учащиеся включаются в деятельность проверки выдвинутой гипотезы и уточнения выявленной закономерности. Постепенно приходят к мысли о необходимости подкрепления проверок вариантов логическим доказательством.

Поиск идеи доказательства подсказывает собственный метод данной содержательно-методической линии: «разрезание фигур», а также базовые знания свойств равнобедренного треугольника, признаков равенства треугольников, др. Для реализации идеи доказательства обсуждается план, теоретическая платформа, математический язык.

Однако, чтобы теорема была сформулирована полноценно (т. е. «для любого треугольника»), далее очень эффективно использовать интерактивную программу «GeoGebra», позволяющую за короткий промежуток времени провести компьютерный эксперимент, меняя условия: виды треугольников,

соответственно величины углов, – проверить, наглядно продемонстрировать и закрепить справедливость факта для любого треугольника. План исследования может быть следующим:

- 1) задаётся изменение треугольника, сохраняющее вид, но изменяющее величину угла при вершине;
- 2) отслеживаются соответствующие изменения величин двух других углов и формулируется зависимость (если существует) между значениями углов;
- 3) вводится и проверяется на компьютере динамическая формула (придуманная ребятами) по замеченным изменениям значений углов;
- 4) обобщается и формулируется вывод для данного вида треугольника, гипотеза для любого треугольника;
- 5) проверяется обобщенная формула в программе с заданными условиями изменения вида треугольника, результатами измерений и вычислений углов;
- 6) сравнивается «открытие» с текстом теоремы в учебнике.

Теоретическое доказательство с компьютерной поддержкой становится простым и наглядным, доступным учащимся с любым набором индивидуальных особенностей. В результате такого открытия у учащегося формируются регулятивные универсальные учебные действия: постановка вопроса и прогнозирование результата, поиск и выбор рационального подхода к выполнению решения, конструирование модели, количественная оценка, сравнение результата, оценивание свойств «новой» фигуры, выработка плана доказательства, обоснование гипотезы, др.

Потенциал школьного курса математики для формирования регулятивных универсальных учебных действий очень высок.

Приведем аргументы в пользу доказательства данного утверждения.

1. Математический язык

Язык – это особая, фундаментальная часть научного знания, основные функции которой оформление мысли, определение формы и содержания знания, структурирование реальности, коммуникативные функции. Разные языки

делают это по-разному. Математика представляет собой высокоорганизованную знаковую систему, гибкую, операционную, универсальную. Математический язык, возник как дополнение и уточнение к естественному языку, но в отличие от естественного языка, лишен такого недостатка как неоднозначность толкования смысла. С помощью математического языка закрепляются, сохраняются и передаются новым поколениям не только математические знания, но и знания по физике, химии, биологии, психологии, другим наукам. Грамотный математический язык является свидетельством четкого и организованного мышления, и владение этим языком (понимание точного содержания предложений, логических связей между предложениями) распространяется и на владение естественным языком и, тем самым вносит весомый вклад в формирование и развитие мышления человека в целом. Применение математического языка способствует развитию способности преобразования информации, конструктивному предметному общению, развитию речевых навыков. С возникновением новых профессий, новых видов деятельности математический язык становится принципиально важным в плане межпредметных связей, является специфическим средством коммуникации в его сопоставлении с реальным языком. Математику сегодня можно декларировать как основу кадрового потенциала, обеспечивающего научный, технический, технологический и социальный прогресс общества. Сказанное позволяет рассматривать математический язык в качестве основы формирования регулятивных универсальных учебных действий.

2. Использование математических знаний и методов для овладения эффективными способами переработки учебной информации

Например, при проектировании отдельных фрагментов предметного содержания, при отборе информационных ресурсов для сопровождения учебного процесса, интерпретации информации с учетом предметной области, представления информации, соответствующей области будущей профессиональной деятельности (схемы, диаграммы, графы, графики, таблицы). Важны навыки осуществления первичной статистической обработки данных,

реализации отдельных этапов метода математического моделирования, интерпретации и адаптации математических знаний для решения образовательных задач в профессиональной области, др.

В качестве примера возьмём регулятивные универсальные учебные действия, формируемые при обучении решению задач в математике. Известны общие компоненты решения задач: анализ текста (семантический, логический, математический); перевод текста с помощью верbalных и неверbalных единиц в форму модели; установление отношений между данными и вопросом (достаточность, недостаточность, избыточность данных); составление и осуществление плана решения задачи; проверка и оценка решения задачи. Работа над каждым компонентом решения задач способствует формированию следующих регулятивных учебных действий: количественная оценка, структурирование информации, алгоритмический подход, моделирование, индуктивное и дедуктивное рассуждение, др.

Отсюда следует, что использование математических знаний и методов способствует решению задач в других областях, и в реальных жизненных ситуациях.

3. Организация самостоятельной работы с дифференцируемыми заданиями

Назовём регулятивные универсальные учебные действия учащихся, формируемые через организацию самостоятельной работы с дифференцируемыми заданиями: стремление и умение сразу включаться в самостоятельную деятельность, стремление решить задание разными способами, внесение элементов рационализации в выполнение задания, умение критически подходить к фактам, умение произвести перенос знаний и навыков в новую ситуацию.

Способы организации деятельности учащихся зависят от содержания учебных заданий, которые нужно дифференцировать и по уровню сложности, и по объёму, и по необходимости творчества при выполнении, др. При этом важно выполнение двух позиций: содержание – единое, а работа

дифференцирована по уровню самостоятельности учащихся, по форме учебных действий, по характеру помощи.

Организация такой деятельности учащихся на уроке требует от учителя подготовки:

- определение критерия для разбиения на группы;
- разбиение на группы с учетом предварительной диагностики по выбранному критерию;
- выбор способов дифференциации и разработка разноуровневых заданий;
- реализация дифференцированного подхода;
- контроль результата деятельности учащихся;
- осуществление возможных изменений состава групп учащихся.

Например, учитель, планирует дифференциацию учебного задания *по уровню творчества*. Для организации процесса обучения учитель подбирает продуктивное задание:

- поиск закономерностей,
- классификацию математических объектов,
- преобразование математического объекта в новый, различные способы выполнения задания;
- составление задачи и др.

При этом учащимся с низким уровнем обучаемости, можно предложить задание с элементами творчества на применение знаний и умений в измененной ситуации. А учащимся со средним и высоким уровнем обучаемости – творческое задание на применение знаний и умений в новой ситуации.

Если это задача математическая (продуктивное задание – преобразование математического объекта в новый математический объект), то задания для групп могут звучать так:

1 группа: «Подумайте, можно ли решить задачу другим способом?»,

2 группа: «Решите задачу двумя способами»,

Задача: «Измените задачу так, чтобы её можно было решить тремя способами. Решите полученную задачу тремя способами».

Таким образом, организация самостоятельной работы учащихся с дифференцируемыми заданиями формирует у учащихся способность регуляции самооценивания своих возможностей, знаний (выбор уровня заданий), уровень самостоятельности и степень помощи при выполнении заданий (волевая регуляция), планирования действий по коррекции знаний. Коллективное обсуждение условий, действий и результатов способствует формированию умения слышать, слушать и понимать, выдвигать гипотезы, планировать и согласованно выполнять совместную деятельность, прогнозировать результат, распределить роли, взаимно контролировать друг друга, уметь договариваться, учитывать позиции партнёра.

4. Развитие логического мышления

Известно, что логическое мышление обнаруживается, прежде всего, в протекании самого мыслительного процесса. Человек рассуждает, анализирует, устанавливает нужные связи, отбирает и применяет к данной конкретной задаче известные ему подходящие правила, приёмы, действия, сравнивает и устанавливает искомые связи, группирует разное и различает сходное.

Потенциал математики для развития логического мышления учащихся лежит в самом содержании предмета. А главные возможности заложены в текстовых задачах. Выполнение умственных операций при решении задач оказывает влияние на развитие мыследеятельности учащихся, их умственное развитие. Решение любой задачи ученик начинает с анализа с тем, чтобы осмыслить вопрос (что необходимо найти) и обозначить условия (данные задачи). Затем он намечает план решения и выполняет синтез, то есть конкретизирует условие задачи и абстрагируется от него, выполняя арифметические действия. При многократном решении типовых задач ученик обобщает связи между данными и неизвестным и, как следствие, способ решения задач такого типа.

Решение задач – упражнения, развивающие логическое мышление, пробуждающие интерес к самому поиску решения, воспитывающие

настойчивость и силу воли, дающие возможность испытать радость правильного решения.

Из вышеизложенного следует, что развитие логического мышления при рассмотрении объектов математических умозаключений и правил их конструирования влияет на формирование регулятивных универсальных учебных действий анализировать объект, раскрывать причинно-следственные связи, сравнивать, выделять общее и различное, осуществлять классификацию, проводить аналогию, обобщать, аргументировать собственное решение задания.

5. Развитие критического мышления

В контексте психологии критичность трактуется как одно из свойств ума и определяется как осознанный контроль за ходом интеллектуальной деятельности человека. Критичное мышление - мышление, способное рассудить объективно и поступить логично с учетом, как своей точки зрения, так и других мнений, а также, основанное на собственном опыте, при решении мыслительных задач. В процессе решения математических задач критическое мышление позволяет осуществить выбор между несколькими гипотезами и тем самым определяет дальнейшее направление мысли. Критическое мышление необходимо при анализе, синтезе, классификации, сравнении. Оно подразумевает обязательное присутствие этапа проверки, позволяет делать обоснованные оценки предположений перед ответом на поставленный вопрос с точки зрения их достоверности и значимости, в противовес оперированию готовыми фразами, подсказанными памятью, без участия их творческой переработки, интерпретации и применять полученные результаты к изменённым ситуациям и проблемам. Одним из эффективных методических приёмов в работе по формированию критичности мышления на уроках математики является использование математических софизмов. Следовательно, развитие критического мышления является важным фактором усиления потенциала школьной математики для формирования регулятивных универсальных учебных действий обучающихся.

6. Развитие творческого мышления

Творческое мышление или креативность – это способ мыслить, процесс, который ведёт к созданию нового. Оно связано с развитым ассоциативным мышлением и воображением человека. Развитие способности мыслить креативно, творчески на уроках математики эффективно через решение учебно-исследовательских задач, позволяющих находить всегда и во всем несколько вариантов решения, выбирать лучший вариант, и т. д. Поэтому такие задачи способствуют формированию самостоятельного поиска решения математических задач, «открытия» новых знаний, фактов, явлений закономерности, закреплению научных методов исследования.

Можно отметить потенциал математики и для развития других, личностных качеств учащихся, в процессе обучения: гуманитарный, воспитательный, эстетический, др. Но, для организации системной и целенаправленной работы по формированию регулятивных универсальных учебных действий у учащихся общеобразовательной школы в процессе обучения математике не менее важно определить подходы, и разработать модель организации образовательного процесса.

В ходе анализа смежных научных исследований мы пришли к выводу, что основными подходами к процессу формирования регулятивных универсальных учебных действий должны стать следующие:

1. Единство психики и внешней деятельности (Л. С. Выготский [51], П. Я. Гальперин [55], В. В. Давыдов [65], Д. Б. Эльконин [270] и др.). При этом деятельность рассматривается как преднамеренная активность человека при взаимодействии его с окружающим миром для решения жизненно важных задач, определяющих его существование и развитие.

2. Обучение как процесс взаимодействия субъектов, т. е. организованное общение между теми, кто обладает знаниями и определённым опытом, и теми, кто их приобретает.

3. Исследовательская деятельность как основа процесса формирования регулятивных универсальных учебных действий. Исследовательская деятельность рассматривается как особый вид интеллектуально-творческой

деятельности и эффективный способ стимулирования познавательных потребностей личности учащегося, обеспечивает максимальное развитие способностей учащегося к саморегуляции и самообразованию.

4. Система формирования регулятивных универсальных учебных действий одновременно выступает и как управляемый и как управляющий объект.

Результатом управленческих усилий является сформированность регулятивных универсальных учебных действий. Предпосылки для формирования и развития регулятивных универсальных учебных действий создает управляемая педагогом модель обучения, направленная на саморазвитие обучаемых, обучение их эффективному управлению процессами саморазвития и самоуправления (рисунок 6).

Исследовательское обучение способствует тому, чтобы психическое развитие ребенка изначально разворачивалось как процесс саморазвития. В нашем исследовании мы рассматриваем это как условие для целенаправленного формирования регулятивных умений, готовности к саморазвитию, и как следствие возможность выбора каждым ребенком индивидуальной образовательной траектории в общеобразовательном учреждении (ОУ).

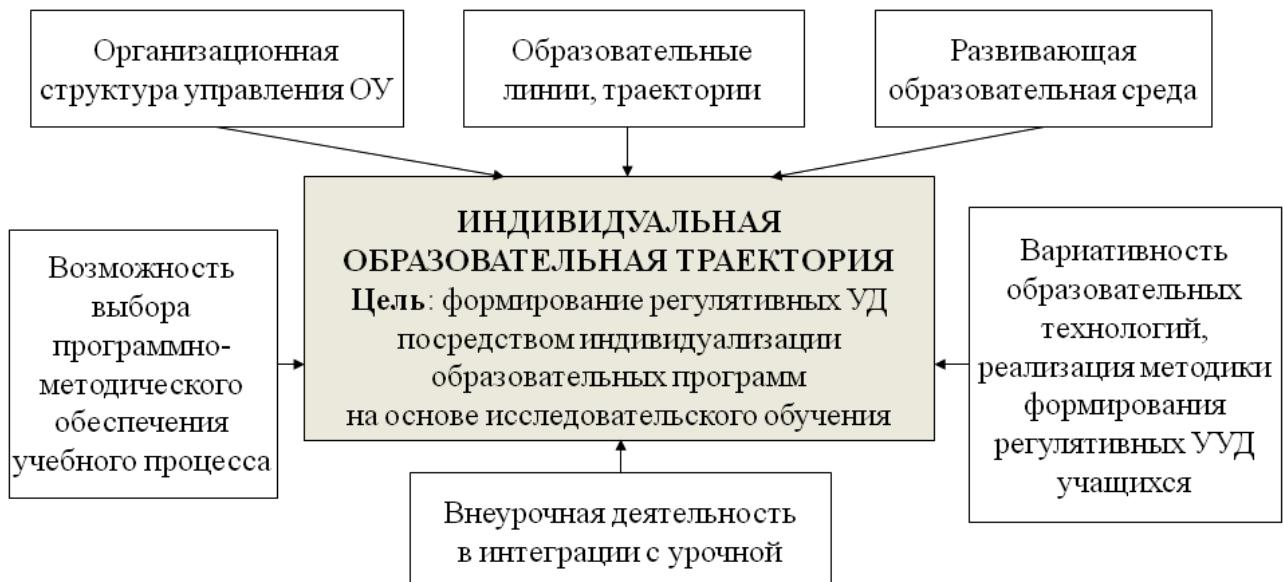


Рисунок 6 – Модель организации образовательного процесса, ориентированного на формирование регулятивных универсальных учебных действий при исследовательском обучении

Рассмотрим характеристики модели организации образовательного процесса, ориентированного на формирование регулятивных универсальных учебных действий при исследовательском обучении математике.

Концептуальные идеи модели: формирование регулятивных универсальных учебных действий осуществляется в процессе индивидуализации содержания математического образования в зависимости от способностей и интересов обучающихся к математике, обеспечения его освоения на основе исследовательского подхода в обучении.

Направленность модели: использование учебного исследования в процессе обучения математике для формирования регулятивных универсальных учебных действий учащегося.

Целевое назначение модели: формирование регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике в интеграции урочной и внеурочной деятельности.

Задачи модели:

- создание развивающей способности и интерес к математике образовательной среды общеобразовательной организации и вовлечение в неё обучающихся;
- формирование регулятивных учебных действий;
- обеспечение самореализации и самоопределения школьников в процессе обучения математике.

Следуя данной модели, обучение математике в 5 классе может быть организовано следующим образом.

Предложение общеобразовательного учреждения (ОУ):

1. Урочная деятельность (5 ч).
2. Внеурочная деятельность: курс «Наглядная геометрия» (2 ч).
3. Курс «Проектная деятельность по математике» (2 ч).
4. Внеклассная работа:
 - кружок «Готовимся к Олимпиаде по математике» (1 ч),
 - «Оригами» (1 ч),

- посещение музеев естественнонаучной направленности,
- участие в математических и интеллектуальных конкурсах различного уровня.

Регулятивные УУД – целеполагание, прогнозирование, планирование, контроль, оценка, коррекция, волевая саморегуляция, – при обучении математике специфичны.

В зависимости от индивидуальных особенностей учащихся, их уровня подготовки и выбора уровня изучения предмета, учитель должен быть готов к осуществлению интеллектуальной процедуры на разных уровнях освоения учебной информации школьного курса математики, а именно:

- на репродуктивно-вариативном: учитель ставит проблему, определяет стратегию и тактику её решения, а учащийся, выполняя наблюдение, сравнение свойств, явлений, исследуя причинно-следственные связи, формулируя выводы на основе единичных операций действия, находит решение.

- на вариативно-эвристическом:

1) учитель ставит проблему, но уже метод её решения ученик ищет самостоятельно (допускается коллективный поиск), или

2) учитель ставит проблему, ученик самостоятельно ищет метод её решения и осуществляет его (допускается индивидуальное сопровождение учителем, формулируя цели работы, выявляя зависимости между свойствами, явлениями, используя математический язык для изображения (график, схема, таблица), высказывая суждения, формулируя выводы;

- на эвристическом:

учащиеся самостоятельно ставят проблему, осуществляют поиск методов её решения, разрабатывают план решения, проводят эксперимент, делают умозаключения и выводы, структурируют материал, подготавливают текст выступления, защищают свою идею.

Учитель математики продолжает уровневый подход, способствующий индивидуализации образования учащегося в освоении информации и

целенаправленном формировании исследовательских навыков и регулятивных УУД и во внеурочной деятельности по математике.

Первый уровень – «Экспромт-исследование». Учитель предлагает учащимся задание, выполненное на уроке, изменить, ввести дополнительные условия и оценить результат. Учащиеся развивают ход событий (в силу фантазии) и составляют математическую модель «своей» задачи. Учитель помогает ученикам составить план решения задачи и реализовать его, осуществляя контроль и коррекцию результатов. Исследования этого уровня выполняют все ученики, что предполагает формирование мотивационно-ценостного компонента самоорганизации в учебной деятельности каждого учащегося.

Второй уровень – «Мини-исследование». Учитель математики предлагает учебные задания на «знание», «понимание», «умение» и «диагностику», а учащиеся, выполняя эти задания, осваивают новое предметное содержание и УУД метапредметного характера.

Например, при изучении темы «Пропорции» в 6 классе учитель предлагает ученику задание (на занятии внеурочной деятельности) на небольшой (2 – 3 занятия) промежуток времени – «Золотое сечение в архитектуре» (краткая информация есть в школьном учебнике). План выполнения задания, его реализацию и защиту ученик выполняет самостоятельно (в сотрудничестве с одноклассниками или со старшими). Исследования этого вида выполняются учащимися по желанию, при этом формируется устойчивый интерес к изучению математики, устойчивая мотивация к успешному обучению.

Третий уровень – «Самостоятельное исследование» (макси): практико-ориентированное задание. Уровни заданий:

- 1) эвристический, учащиеся самостоятельно определяют объем, уровень, источники информации и собственный вариант решения;
- 2) импровизационный, учащиеся самостоятельно выбирают информационный материал изученной темы и форму выполнения задания;
- 3) информативный, информацию и форму выполнения задания предлагает учитель.

Такие исследования ученики выполняют только по желанию, при этом формируются стремление к самообразованию, саморазвитию.

Всё вышесказанное даёт возможность утверждать, что при «обучении математике интеграция урочной и внеурочной деятельности на основе исследовательского обучения, способствует формированию регулятивных учебных действий учащихся», [24].

Вышеизложенное позволяет сделать *вывод*:

- менять содержание курса математики или обогащать его дополнительными главами: «Исследовательские задачи», «Практико-ориентированные задачи», «Олимпиадные задачи», другое, приведет к ожидаемому ФГОС результату лишь частично;

- школьный курс математики создает условия для целенаправленного формирования регулятивных учебных действий, логического и абстрактного мышления, не только, свойственных математической деятельности, но и необходимых для объективного восприятия мира, социального поведения, понимания «Я» в окружающем мире.

- в свою очередь, активное присвоение учащимися социального опыта позволяет решать задачу развития регулятивных учебных действий. При этом знания, умения, навыки напрямую зависят от целенаправленных действий. Чем активнее, самостоятельнее и осознаннее действия учащихся, тем успешнее формирование и применение предметных знаний.

Мы предлагаем дополнить действующую систему дидактических принципов обучения математике [105] следующими позициями:

- обучение, воспитание и целенаправленное формирование регулятивных универсальных учебных действий учащихся организуется как единая целостная система;

- основа процесса обучения - специально организованная учебно-исследовательская деятельность каждого ученика, с учетом его индивидуальных особенностей;

- процесс получения знаний учащимся - результат его собственного открытия, учебно-исследовательской деятельности, которой руководит учитель;
- процесс обучения – вопросы, которые необходимо решить в совместной деятельности: педагог + учащиеся;
- необходимо обеспечить запуск внутренней мотивации ребенка, стимулирование желания учиться, стремления самообучения, самоконтроля, самокорректирования, самооценивания.

Подводя итоги сказанному в данном параграфе, заключаем, что разработанная нами система дидактических принципов построения методики формирования РУУД в процессе обучения математике может быть представлена в виде следующей таблицы (таблица 11).

Таблица 11 – Система дидактических принципов построения методики формирования РУУД при обучении математике

№ п/п	Название	Описание
1	Принцип математической научности, целостности обучения математике, воспитания	обязательность соответствия содержания и методов преподавания уровню и требованиям математики как науки в ее современном состоянии
2	Принцип целенаправленного формирования РУУД учащихся	обучение, воспитание и целенаправленное формирование регулятивных универсальных учебных действий учащихся организуется как единая целостная система
2	Принцип воспитания, запуска внутренней мотивации изучения математики	планомерная и целенаправленная выработка у учащихся определенных взглядов и мировоззрений; формирование у учащихся интереса к математике, выработка у них стремления к новому знанию, к полному и прочному его усвоению; стимулирование стремления к самообучению, самоконтролю, самокорректированию, самооцениванию
3	Принцип наглядности, собственного математического открытия	вытекает из сущности процесса восприятия математики, осмысливания и обобщения учащимися изучаемого материала средствами современной техники; организация обучения как собственного открытия под руководством учителя
4	Принцип сознательности, активности и самостоятельности в учебно-исследовательской математической деятельности	целенаправленное активное восприятие изучаемого содержания математических разделов, их осмысливание, творческая переработка и применение; организация самостоятельной поисковой деятельности, учебного исследования или эксперимента, анализ результата

5	Принцип прочности математических знаний, применения их в других областях	опора на приобретенные математические знания, умения и навыки на последующих этапах обучения, при освоении других предметов, в жизни
6	Принцип систематичности и последовательности, учет возрастных особенностей при формировании РУУД	соблюдение определенного порядка в рассмотрении и изучении тем и постепенное овладение основными понятиями и утверждениями школьного курса математики, развитие РУУД в соответствии с возрастом учащихся
7	Принцип доступности, совместной деятельности	предполагает обязательное преодоление учащимися посильных для них трудностей; построение процесса обучения математике, как совместного поиска ответа на вопрос (учитель+ учащиеся)
8	Принцип индивидуального подхода к учащимся с учетом степени сформированности РУУД	оптимальное приспособление учебного материала и методов к индивидуальным способностям каждого школьника, организация обучения математике с учетом степени сформированности отдельных регуляторных компонентов каждого учащегося

Выводы по I главе

1. Регулятивные универсальные учебные действия (РУУД) учащихся обеспечивают возможность управления собственной учебной деятельностью при обучении математике путем определения целей, планирования, контроля, коррекции своих действий и оценки успешности выполнения намеченных задач по результатам обучения математике, что создает почву для последовательного перехода к самоуправлению и полной осознанной саморегуляции. Показателями сформированности регулятивных универсальных учебных действий выступают активность и самостоятельность в учебной деятельности, способность ориентироваться в новой ситуации, сознательные мотивированные действия.

2. Содержательной основой формирования регулятивных универсальных учебных действий при обучении математике может стать учебно-исследовательская деятельность. Управление регулятивными универсальными учебными действиями в процессе учебно-исследовательской математической деятельности обеспечивает целенаправленное, точечное воздействие на определенные объектные и субъектные характеристики обучающихся. В результате достигается цель стабилизации или изменения их состояния таким образом, чтобы достичь поставленных учебных целей, направленных на личностно-интеллектуальное развитие обучаемых.

3. Педагогическими условиями формирования регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике являются:

- обеспечение индивидуализации образовательных программ и путей их усвоения в зависимости от способностей и интересов обучающихся к математике;
- формирование развивающей способности и интереса к математике, создание образовательной среды общеобразовательной организации и вовлечение в неё обучающихся;
- организация внеурочной деятельности учащихся по математике как

процесса освоения регулятивных универсальных учебных действий.

Индивидуальная образовательная программа – это программа деятельности школьника, которая обеспечивает ему позицию субъекта в выборе вариативного содержания образования и соответствующих его интересам и потребностям форм образования.

Развивающая среда – это среда, направленная на обеспечение единства процессов саморазвития и социального взаимодействия с учетом психофизиологических обстоятельств жизнедеятельности школьника, адекватных его возрастным особенностям.

Внеурочная деятельность учащихся рассматривается как целенаправленный процесс обучения, воспитания и развития личности посредством реализации дополнительных образовательных программ. Внеурочная деятельность по математике способствует формированию у учащихся деятельной активности, социального интеллекта, саморегуляции, ответственности, толерантности, эмоционально-позитивного отношения к миру, диалогичности и сотрудничества с другими, стремления к позитивным изменениям в социуме.

4. Процесс формирования регулятивных универсальных учебных действий в рамках любого учебного предмета обладает специфическими особенностями. В процессе обучения математике он связан с интеллектуальным воспитанием учащихся и управлением обогащением его умственного опыта. Возможности школьного курса математики в продуктивном формировании регулятивных универсальных учебных действий проявляются в следующем:

- изложение школьного курса математики закодировано разными способами: словесно, символико-графически, таблично, др. Понимание этого своеобразного языка связано с развитием речи (как внешней, так и внутренней). Математический язык – универсальное средство выражения математической мысли, форма её существования. Применение математического языка позволяет преобразовать специальную информацию в доступную для широкой аудитории форму.
- применение математических знаний и методов (количественная оценка,

структурение информации, алгоритмический подход, моделирование, индуктивное и дедуктивное рассуждение, др.) важны для овладения эффективными способами *переработки учебной информации*. Содержание практической части школьного курса математики предполагает моделирование проблемных ситуаций, вариативный подход к решению, выбор наиболее рационального. Умения делать *анализ текста* (семантический, логический, математический), *переводить текст* с помощью верbalных и неверbalных единиц в форму модели (выявлять свойства и отношения), *устанавливать отношения* между данными и вопросом (определять достаточность, недостаточность, избыточность данных), *составлять и осуществлять план решения*, делать *проверку и оценивать* результат – необходимый набор регулятивных умений.

- применение навыков самостоятельной работы с дифференцируемыми заданиями по математике (задания на репродуктивно-вариативном уровне, на вариативно-эвристическом уровне, на эвристическом уровне) формирует у учащихся способность регуляции самооценивания своих возможностей, знаний (выбор уровня заданий), уровень самостоятельности и степень помощи при выполнении заданий (волевая регуляция), планирования действий по коррекции знаний;
- развитие логического мышления при рассмотрении объектов математических умозаключений и правил их конструирования вскрывает механизм логических построений, вырабатывает умения раскрывать причинно-следственные связи, различать обоснованные и необоснованные суждения, сравнивать, проводить аналогию и обобщать, аргументировать эффективность собственного решения, формирует действие смыслообразования, установление связи между целью учебной деятельности, её мотивом и результатом учения;
- развитие критического мышления используется для анализа, синтеза, классификации, сравнения вещей и событий с формулированием обоснованных выводов и позволяет выносить обоснованные оценки, интерпретации, а также корректно применять полученные результаты к ситуациям и проблемам;
- развитие творческого мышления на уроках математики через решение

учебно-исследовательских задач способствуют формированию самостоятельного поиска решения, «открытия» новых математических знаний, фактов, явлений закономерности, закреплению навыков научного исследования.

Система дидактических принципов построения методики формирования РУУД в процессе обучения математике следующая:

- Принцип математической научности, целостности обучения математике.
- Принцип целенаправленного формирования РУУД учащихся.
- Принцип воспитания, запуска внутренней мотивации изучения математики.
- Принцип наглядности, собственного математического открытия.
- Принцип сознательности, активности и самостоятельности в учебно-исследовательской математической деятельности.
- Принцип прочности математических знаний, применения их в других областях.
- Принцип систематичности и последовательности, учет возрастных особенностей при формировании РУУД.
- Принцип доступности, совместной деятельности.
- Принцип индивидуального подхода к учащимся с учетом степени сформированности РУУД.

Глава II МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

2.1 Модель методической системы формирования РУУД школьников при обучении математике

Для описания основного понятия нашего исследования – модели методической системы формирования РУУД школьников при обучении математике – будем следовать идеологии системного подхода. С этой целью будем исходить из общенаучных положений теории систем и ее реализации в педагогических науках.

Под системой [8] в общем случае понимается совокупность элементов и связей между ними, выделенных как единое целое из внешней среды в соответствии с некоторыми признаками. Эти признаки, придающие выделенным элементам целостность, называются эмерджентностью (целостность). Другими словами, «система – это совокупность взаимосвязанных объектов, выделенных из внешней среды и обладающих интегративными свойствами, придающими системе целостность, т. е. система – это совокупность объектов, обладающая эмерджентностью (целостностью)», [8]. Модель системы – это идеальный образ объективно существующей системы, адекватно отражающий как сами элементы системы, так и их взаимодействия между собой и с внешней средой.» Система всегда материальна, представляет собой объект реального мира, а ее модель – идеальна», [8].

Системный подход в теории и методике обучения математике применяется довольно широко. В частности, с точки зрения системного подхода описано понятие методической системы. Компонентный состав методической системы

обучения математике предложен А. М. Пышкало в 1975 году. [187] Первоначально А.М.Пышкало включает в состав методической системы пять элементов: цели, содержание, методы, формы и средства. Далее эта система усовершенствуется рядом авторов и в ее состав включаются дополнительные элементы. В частности, исследованиями методической системы занимались ученые-методисты: В. П. Беспалько, В. А. Гусев, Т. А. Иванова [96], Н. В. Кузьмина [126], А. Г. Мордкович, В. А. Тестов [231], Г. И. Саранцев [203] и др. В результате, в состав методической системы был включен еще один элемент – диагностика.

Таким образом, методическая система формирования РУУД учащихся при обучении математике будет представлена в составе четырех компонентов:

- целевого;
- содержательного;
- операционального (формы, методы, средства);
- диагностического.

Система реализует задачи обучения, воспитания и развития личности в единстве и взаимосвязи. Проведенные в первой главе теоретический анализ, обобщения, систематизация позволяют перейти к конструированию модели методической системы формирования РУУД школьников при обучении математике (см. рис. 5). В представленной модели формирование РУУД рассматривается как результат целенаправленно-мотивированных управленческих усилий в контексте реализации положений системно-деятельностного подхода и осознанной саморегуляции учеников. Особая роль в формировании РУУД принадлежит УИД – учебно-исследовательской деятельности. Составляющие методической системы подчинены целевому компоненту и соответствуют выявленным педагогическим условиям. Модель методической системы формирования РУУД учащихся в процессе обучения математике в общеобразовательной школе конструируется в составе четырех компонентов: целевого, содержательного, операционального (формы, методы, средства обучения), диагностического.

Методологической основой конструируемой методической системы является системно-деятельностный подход и общедидактические принципы,

рассмотренные в п.1.1. Целостность (эмержентность) системе придает ее ориентированность на достижение межпредметных результатов образования и расмотрение РУУД с точки зрения осознанной саморегуляции личности, что является интегративным свойством личности, см. п. 1.2. Эта система – управляемая, т.к. имеет целевой блок: глобальные цели описаны в п.1.1. Основой отбора содержания, форм, методов и средств обучения является система дидактических принципов (см.п. 1.4) и обоснованная целесообразность организации учебного процесса в виде УИД – учебной исследовательской деятельности учащихся, см. п.1.2. Методическая система является открытой, т.к. ее элементы взаимодействуют с внешней средой; педагогические условия функционирования системы обоснованы в п. 1.3. Дальнейшее построение компонентов системы, их более детальное описание будет продолжено в работе во второй главе.

Итак, методическая система формирования РУУД учащихся при обучении математике включает в качестве основных компоненты, характеризующие установление целей обучения, определение её основного содержания, описывающие педагогический процесс технологии (формы, методы, средства), дающие представление о результатах обучения и их диагностике. Указанные компоненты определяют проектируемую модель методической системы в виде совокупности четырёх взаимосвязанных компонентов:

- *целевого* (глобальная и сопутствующие цели),
- содержательного* (основные содержательные компоненты учебного материала, состав РУУД по математике, разработанные с опорой на развитие мотивации и саморегуляции учащихся),
- операционального* (формы, методы, средства, обеспечивающие организацию учебной деятельности в виде УИД – учебной исследовательской деятельности)
- *диагностического*.

Модель методической системы (рисунок 7).

**МОДЕЛЬ МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ
ФОРМИРОВАНИЯ РУУД УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ
В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ**



Рисунок 7 - Модель методической системы формирования РУУД учащихся в процессе обучения математике в основной общеобразовательной школе

Как уже отмечалось, методологической основой построенной методической системы является системно-деятельный подход, система общедидактических принципов, а также и следующие *специальные принципы методики формирования регулятивных универсальных учебных действий учащихся при обучении математике*:

- *принцип структуризации* требует разделения учебного материала урока по математике на структурные элементы – математические учебные исследования, каждое из которых имеет свою конкретную дидактическую цель, а содержание обучения математике представляется в объеме, обеспечивающем ее достижение;
- *принцип динаминости* обеспечивает вариативность набора математических приёмов исследовательской деятельности с учетом индивидуальности учащихся;
- *принцип гибкости* предполагает организацию математических исследований таким образом, чтобы они легко адаптировались к уровням математической подготовки обучаемых;
- *принцип постепенности* обеспечивает поэтапное выполнение математической деятельности, не пропуская ни одного «шага» исследования;
- *принцип паритетности* предполагает субъект-субъектные отношения между учителем математики и обучаемым;
- *принцип реализации обратной связи* способствует созданию системы контроля и самоконтроля, коррекции и самокоррекции, оценки и самооценки успешности учебно-познавательной математической деятельности;
- *принцип осознанной перспективы* подчеркивает, что условием успешности обучения математике являются сформированная осознанная саморегуляция учебно-познавательной математической деятельности.

Основным видом учебно-познавательной деятельности учеников, который реализуется в построенной методической системе, является учебно-исследовательская деятельность – УИД. Она нацелена на максимальное использование внутренней познавательной активности учащегося, на его познавательную

мотивацию. Этот вид деятельности направлен на раскрытие, развитие и саморазвитие саморегуляции учащегося, его психологического познавательного потенциала, предполагает создание в рамках образовательного процесса условий для творчества, самостоятельного разрешения проблемных ситуаций, выдвижения гипотез, поиска путей их опровержения или доказательства, подведения итогов, - т.е. всех тех действий, которые ведут к формированию РУУД. Таким образом, учебно-исследовательская деятельность является именно той деятельностью, в рамках которой формирование РУУД осуществляется наиболее естественным путем. Рассмотрим это подробнее.

Содержание УИД формируется на основе анализа специфики деятельности учителя математики, в результате которого определяются конкретные задачи деятельности и её структура.

За структурную единицу деятельности принимается *учебное исследование (УИ)* – относительно самостоятельная единица профессиональной деятельности, выполняемое в рамках конкретного этапа урока; выделяется логическим путем и имеет четко обозначенные начало и окончание.

Результатом выполнения учебного исследования является открытие нового для учащегося математического знания, формирование регулятивных универсальных учебных действий или принятие значимого решения.

Структурирование профессиональной деятельности учителя математики в виде учебного исследования как преобладающего средства обучения позволяет формировать на их основе систему формирования регулятивных универсальных учебных действий учащихся.

Учащиеся многократно выполняют необходимые приёмы в самостоятельном математическом учебном исследовании и оценке результатов, что обеспечивает формирование у обучаемых устойчивых знаний и навыков учебно-познавательной математической деятельности, регулятивных универсальных учебных действий.

Совокупность математических учебных исследований, которые выполняются на конкретном этапе уроков, составляет систему формирования

определенного регуляторного компонента. Совокупность таких систем представляет систему формирования осознанной саморегуляции учащихся.

Целенаправленное формирование РУУД учащихся при обучении математике предполагает проектирование урока с преимущественной организацией учебно-познавательной деятельности в виде учебно-исследовательской деятельности, с внедрением приёмов учебных исследований на различных этапах урока.

1. Целевой компонент методической системы обусловлен необходимостью формирования полной осознанной саморегуляции у учащихся с учетом особенностей взаимодействия: «учитель математики – ученик», «ученик – ученик», «учение – ученик», при этом ожидаемые результаты заключаются в формировании регулятивных универсальных учебных действий, повышении качества обучения математике. Компоненты предлагаемой методической системы: содержательный, операциональный, диагностический – подчинены целевому компоненту и обеспечивают наиболее эффективное достижение поставленных целей.

Целевой компонент методической системы определяет цели и ожидаемые результаты. Общепринято в науке, что цель – это предполагаемый, заранее (мысленно или вербально) планируемый результат деятельности по преобразованию какого-либо объекта. В нашем исследовании это целенаправленное формирование регулятивных универсальных учебных действий учащихся - РУУД, способствующее становлению субъектности учащегося. Становление субъектности учащегося как условия реализации активной жизненной позиции человека предполагает «сформированность структуры саморегуляции, включающей такие компоненты, как ценностно-мотивационный, смысловой, опыт рефлексии, опыт привычной активизации, операциональный опыт и опыт сотрудничества», [115].

Целевой компонент методики представлен в виде таблицы 2 (см.п.1.2) соотнесения этапов учебно-исследовательской деятельности и формируемых регулятивных универсальных учебных действий в соответствии с компонентами процесса саморегуляции по О. А. Конопкину [115].

Чем должен руководствоваться учитель математики, ставя перед собой цель: формирование у учащихся регулятивного универсального учебного действия?

- Цель должна быть сформулирована так, чтобы, о её достижении можно было судить однозначно.

- Цель должна описывать результаты процесса обучения математике конкретно, в точных терминах наблюдаемого и измеряемого поведения.

Такой подход поможет учителю математики сконцентрировать усилия на основном. Учитель выделяет, конкретизирует, упорядочивает цели, определяет задачи, устанавливает порядок деятельности, обозначает перспективы. Совместная работа учителя математики и учеников предполагает ясность и гласность. Конкретные учебные цели дают возможность сориентировать учащихся в учебной математической деятельности и обсудить её. Кроме того, обращение к четкой формулировке цели позволяет более объективно оценить результат математической деятельности.

Постановка целей основана на развитии внутренней мотивации учащихся к изучению математики, на динамике её развития, влиянии на формирование регулятивных универсальных учебных действий. Мотивация окажет влияние на формирование у учащегося регулятивных универсальных учебных действий: постановка целей реальных и выполнимых; адекватная самооценка своей деятельности, осознание своих сил; рефлексия, обратная связь; ответственность за свои действия и полученный результат, другое. Влияние мотивации на формирование регулятивных универсальных учебных действий учащихся при обучении математике отражено в таблице 3 (см.п.1.2) соотнесения этапов учебно-исследовательской деятельности и формируемых регулятивных универсальных учебных действий в соответствии с классификацией мотивов учения, предложенной А. К. Марковой. [154]

2. Содержательный компонент методической системы представлен математической, информационной, методологической составляющими математического образования с целью формирования РУУД учащихся. Это

вариативные, конвергентные, исследовательские задачи; учебно-исследовательские и научно-исследовательские проекты, практические работы. Как можно видеть, предпочтение в отборе математического содержания отдается заданиям исследовательского типа, т.е. делается акцент на организации учебной деятельности в виде УИД.

Исследования, выполненные детьми на базе теоретических источников, имеют высокую познавательную ценность, но главное, чем они привлекательны, это актуализация умственных способностей самого высокого порядка. Кроме того, способствуют формированию регулятивных УУД: самостоятельный поиск, сбор и переработка информации, постановка вопроса и поиск рационального решения, решение и осмысление результата, выводы и аргументированная презентация [18]. Проведение целенаправленного учебного математического исследования способствует формированию регулятивных универсальных учебных действий, а в целом развитию личности.

Приведем пример.

Сегодня у школы есть выбор по каким учебным пособиям осуществлять обучение предмету. Авторы разных школьных учебных пособий по математике решают вопрос соответствия требованиям ФГОС по - разному: включение заданий дифференцированного уровня сложности, исследовательских задач, практико-ориентированных задач, дополнительных глав, дополнительных заданий повышенной сложности, культурно-исторического материала, др. и в этом они похожи. Более востребованы учебные пособия, где в приоритете собственный метод содержательно-методической линии предмета.

Например, учебники авторского коллектива под руководством А. Г. Мордковича «УМК Алгебра. 7,8,9» и «УМК Алгебра и начала математического анализа. 10,11» 2018г. отличаются приоритетом функционально-графического подхода в содержательно-методической линии курса алгебры, о чем докладывал автор данной методики А. Г. Мордкович на вебинарах по серии «Линия УМК А. Г. Мордковича. Алгебра (7-9)». Линия учебников А. Г. Мордковича наилучшим образом отвечает возрастным особенностям учащихся. Стратегия и тактика,

предлагаемая автором методики: изучение свойств на наглядно-интуитивном уровне, рабочем уровне и формальном определении свойств, - предоставляет возможность организовать в процессе обучения математике экспромт-исследование в соответствии с разноуровневой подготовкой и индивидуальными особенностями учащихся, используя их природную поисковую активность [163, с.7]

Покажем процесс оказания точечного воздействия на психику учащихся и предоставление возможности раскрытия потенциала каждого на примере фрагмента урока алгебры в 8 классе – «открытие новых знаний». Как основной инструмент и содержательную основу формирования регулятивных учебных действий учащихся при обучении математике, мы предлагаем рассматривать учебно-исследовательскую деятельность.

Тема урока: «Формулы корней квадратного уравнения»

Дидактическая задача: познакомить с формулами корней квадратного уравнения и научить решать квадратные уравнения с помощью этих формул.

...Учитель предлагает задачу: «От квадратного листа картона отрезали полоску шириной 3 см. Площадь оставшейся части равна 70 см^2 . Найдите первоначальные размеры листа картона».

Задача предлагается на этапе актуализации знаний учащихся, перед введением формулы корней квадратного уравнения.

На вопрос учителя: «Как можно решить задачу?», учащиеся предлагают варианты решения:

- геометрический;
- аналитический;
- графический,

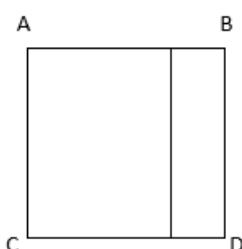
опираясь на знания, полученные на предыдущих занятиях.

Способы обсуждаются в диалоге, и учащиеся выбирают (каждый для себя), каким способом они будут решать задачу. Таким образом, в классе условно образуется три группы.

Результат этих действий: учитель организует процесс, способствующий развитию самооценивания учащимися своих знаний и принятия ими решения о дальнейшей деятельности.

Опишем возможные варианты подхода к решению задачи:

Способ 1.



Из условия: «Площадь оставшейся части равна 70см^2 », зная формулу площади прямоугольника, перебирают числа, которые в произведении дают 70 и отличаются на 3.

Находят решение: 1) $7 \cdot 10 = 70$, 2) $10 - 7 = 3$.
Делят вывод, что сторона квадрата равна 10 см.

Рис.1(1 способ решения задачи)

Способ 2.

Составляют уравнение, где x см – длина одной стороны прямоугольника, $(x - 3)$ см – длина смежной стороны, соответственно;
 $x \cdot (x - 3) \text{ см}^2$ – выражение для площади получившегося прямоугольника, равной 70 см^2 .

Аналитическое решение предполагает навык у учащихся доработки квадратного трехчлена до многочлена из 4 слагаемых так, чтобы можно было воспользоваться способом группировки для разложения на множители.

Т. е. $x^2 - 3x - 70 = 0$, $x^2 - 10x + 7x - 70 = 0$, $x \cdot (x - 10) - 7(x - 10) = 0$,
 $(x - 10) \cdot (x - 7) = 0$, откуда $x = 10$ и $x = 7$.

Учащиеся делают вывод о величине стороны квадрата. Ответ: 10 см.

Способ 3.

Составляют квадратное уравнение решают его графически, сталкиваясь с проблемой выбора масштаба для построения графиков параболы и прямой, что непривычно для заданий такого типа.

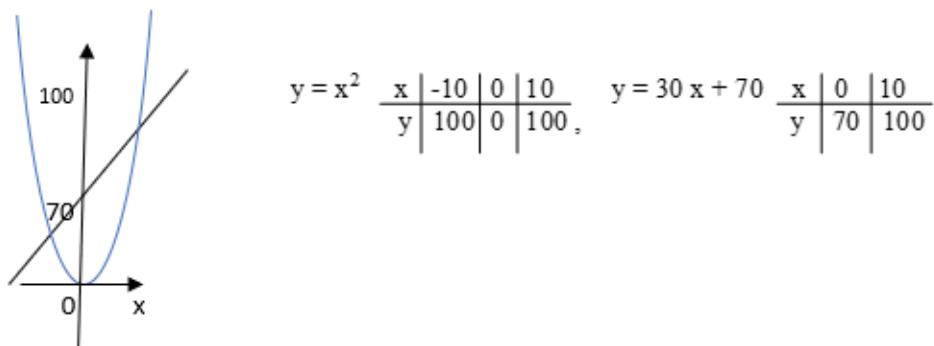


Рис. 2 (3 способ решения задачи)

После обсуждения результатов, полученных учащимися при решении одной задачи разными видами деятельности, учитель знакомит учащихся с формулами квадратного уравнения, как ещё одним из способов решения полного квадратного уравнения.

Пока ребята выполняют работу, учитель оценивает мотивацию выбора, работу учащихся во время обсуждения способов решения задачи, отмечает динамику изменения активности, долю самостоятельности, креативности, смелости суждений, аргументирования выбора, другое.

Цель действий педагога: согласовать все уровни регуляции деятельности обучающихся: последовательность действия восприятия и мышления; способы для реализации индивидуальных способностей; индивидуальные темпы деятельности; акцент на трудность (обратное), другое; постепенное увеличение доли самостоятельности и ответственности учащихся; постепенный переход к самоуправлению своей учебно-познавательной деятельностью у каждого учащегося.

Можно представить действия учителя и учащихся (для данного фрагмента урока) в единой таблице 12.

Таблица 12 - Взаимосвязь деятельности учителя и учащихся при формировании регулятивных учебных действий учащихся

Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Какие регулятивные учебные действия формируются
Читает текст задачи вслух	Читают вместе с педагогом (про себя)	Осмысленное чтение, принятие задачи
Организует диалог: условие задачи – вопрос задачи	Самостоятельно читают текст и вычленяют условие и вопрос задачи	Выделение информации, конкретизация задачи
Организует диалог: какие возможны подходы к решению задачи	Высказывают идеи: 1), 2), 3)	Поиск решения, умение формулировать гипотезу, проектировать решение, прогнозировать результат
Организует деятельность учащихся	Выбирают способ решения	Оценивание способов решения и своих возможностей, знаний, планирование деятельности
Сопровождает самостоятельную работу учащихся	Принимают решение о помощи и степени этой помощи от учителя, переводят устную речь в письменную, на математическом языке	Преодоление трудности при встрече с проблемами в решении задачи: возможная вариативность перебора чисел, выбор масштаба при построении графика,

		разложение на множители многочлена, другое
Организует диалог по результату выполнения работы	Анализируют степень трудности решения задачи выбранным способом, сопоставляют результат	Умение делать выводы, аргументировать, выступать перед одноклассниками, оценивать свой и их результат деятельности
Подводит итоги выполнения работы	Принимают оценку своей деятельности от педагога	Умение делать выводы о своих проблемных зонах и планировать действия по их устраниению
Объясняет способ решения полного квадратного уравнения с помощью формул корней квадратного уравнения	Внимательно слушают и воспроизводят предлагаемый алгоритм	Предвосхищение результатом, обогащение своих знаний ещё одним способом решения полного квадратного уравнения, проявление интереса к рациональному решению, интереса к возможностям математики в решении прикладных задач, качественное усвоение формулы корней квадратного уравнения

Учитель, включая каждого учащегося в совместный поиск знаний, умело регулируя детскую инициативу, поддерживая поисковую активность учащихся, направляя их к самостоятельному открытию средств и способов решения задач, формирует у ребят умение учиться самостоятельно, т. е. формирует РУУД.

Учитель регулирует учебную деятельность учащихся, направляя ее не только на освоение предметных знаний, но и на освоение универсальных учебных действий, овладение самой учебной деятельности, направленной «на себя», т. е. на личностный результат, и в частности, на РУУД. Предлагаемый подход нужно повторить неоднократно, на уроках разного типа.

При многократном повторении выполняемой деятельности учащийся и сам меняется, и меняет средства, используемые для выполнения деятельности. Вместе с тем, «он овладевает и набором средств, которые, мобилизуя внутреннее чувственное отражение, обеспечивают эффективность его деятельности через изменение условий, оценивание результатов, установление связи между данными чувственного и опосредованного восприятия» [161, с. 107]. Таким образом естественно происходит и процесс научения, и связанное с этим процессом

развитие учащегося, и совершенствование его индивидуальных способностей, освоение всей системы универсальных учебных действий.

3. *Операционный компонент методической системы* включает формы, методы, приемы, технологии обучения математике. Реализация целей и задач обучения математике осуществляется посредством организации обучающего взаимодействия с помощью определенных методов, приемов, технологий, организационных форм. Важнейшим условием достижения адекватных поставленным целям результатов становится соответствие им способов обучения (методов и приемов) и способов организации взаимодействия между участниками учебного процесса (форм обучения). Операционный компонент представлен в виде таблицы 4 (см. п.1.2, гл.1) соотнесения этапов учебно-исследовательской деятельности и формируемых регулятивных универсальных учебных действий в соответствии с таксономией образовательных целей Блума (обновлённой) [279].

Операционный компонент методической системы предполагает организацию процесса обучения математике по освоению содержания в виде учебно-исследовательской деятельности и в соответствии с уровнями самостоятельной познавательной деятельности учащихся (по П. И. Пидкастому [180]): «репродуктивно-вариативному, вариативно-эвристическому, эвристическому»,[180].

При этом регулятивные универсальные учебные действия, необходимые для выполнения учебно-исследовательской деятельности, сначала формируются у учеников, а затем используются ими при освоении новой учебной информации. Основания такого подхода к организации процесса обучения школьников математике представлены в таблице 13.

Таблица 13 – Соответствие уровней обучения ИД, приёмов обучения ИД, характера деятельности учащихся и планируемого результата

Уровни обучения ИД	Приёмы обучения ИД	Характер деятельности учащихся в соответствии с уровнями и приёмами обучения ИД	Предполагаемый результат
I	«Экспромт-исследование» (от лат. exprom(p)tus – готовый): учащимся предлагается мотивационно значимое «ситуационное» задание, в ходе выполнения которого выявляется противоречие между желанием разрешить ситуацию и отсутствием необходимых для этого знаний и умений	Первым и вторым этапами исследовательской деятельности руководит учитель, демонстрируя учащимся образцы деятельности на этих этапах. На третьем и четвёртом этапах ученики вместе с учителем составляют план решения проблемы и реализуют его. Контроль и коррекцию результатов исследования (пятый этап) выполняет учитель. Подготовку к представлению результатов исследования и представление результатов (шестой этап) выполняют ученики в ходе организованной групповой работы	В ходе проведения экспромт-исследования у учащихся, во-первых, развиваются и формируются познавательные, регулятивные и коммуникативные учебные действия. Во-вторых – происходит формирование соответствующих компонентов регуляторного процесса. Важным является тот факт, что исследования этого вида выполняют все ученики, с учётом уровня обученности, а значит, формируется мотивационно-ценостный компонент самоорганизации в учебной деятельности каждого учащегося

Продолжение таблицы 13

Уровни обучения ИД	Приёмы обучения ИД	Характер деятельности учащихся в соответствии с уровнями и приёмами обучения ИД	Предполагаемый результат
II	«Мини-исследование» предлагаются учебные задания на «знание», «понимание», «умение» и «диагностику», последовательное выполнение которых позволяет школьникам не только освоить предметно-содержательный блок, но и овладеть информационно-интеллектуальными умениями метапредметного характера	Даётся ученику в виде предварительного домашнего задания на достаточно короткий промежуток времени. Отличие исследовательской деятельности на этом уровне состоит в том, что третий, четвёртый и шестой этапы ученик выполняет самостоятельно, возможно, в сотрудничестве со сверстниками или со старшими, а результатом исследования является обязательное создание собственных образовательных продуктов. Исследования этого вида ученики могут выполнять как по желанию, так и в обязательном порядке. Этот выбор зависит от целей обучения и содержания изучаемой темы, сложности задания и др.	В ходе работы над мини-исследованием у учащихся формируются самостоятельные навыки поиска и обработки информации; анализа и обобщения найденного материала; навыки создания презентации к выступлению; навыки практического применения «новых» знаний. Главное – формируется устойчивый интерес к изучаемому предмету, желание узнать больше из других источников, и как следствие - устойчивая мотивация к успешному обучению. Устанавливается уровень освоения содержательного блока темы

Продолжение таблицы 13

Уровни обучения ИД	Приёмы обучения ИД	Характер деятельности учащихся в соответствии с уровнями и приёмами обучения ИД	Предполагаемый результат
III	«Самостоятельное исследование» (макси): практико-ориентированное задание определенного уровня. Исследования этого вида ученики могут выполнять только по желанию	Уровни заданий: - эвристический, предусматривает самостоятельное определение учащимися объема, уровня, источников информации и создание собственного варианта решения; - импровизационный, предусматривает выбор информационного материала изученной темы и формы выполнения; - информативный, где информационный материал и форма выполнения предлагаются учителем	Формируются качества конкурентоспособной личности, ответственной за поступки, стремящейся к самообразованию, саморазвитию, обогащается опыт активной интеллектуальной деятельности, формируются субъект-субъектные отношения, познавательные умения – всё то, что необходимо для проведения длительных исследований во внеурочной деятельности
IV	Захист исследования, участие в детских исследовательских конференциях, конкурсах	Учащийся понимает значимость участия в различных ученических конференциях, испытывает любопытство и интерес к исследованиям других учащихся, с уважением относится к их выступлениям и работам; учится диалогу; здоровой конкуренции	Формируется объективное восприятие мира, самоанализ, самооценка, социальное поведение, понимание «Я» в окружающем мире

4. Диагностический компонент методической системы призван не только определять исходный уровень формируемого качества у обучающихся, но и обеспечивать связку элементов «цель – результат». Тем самым, как мы предполагаем, возможен мониторинг развития формируемого качества в процессе организованного взаимодействия обучающихся и преподавателя.

Для объективного мониторинга и определения диагностического обеспечения технологии формирования *регулятивных универсальных учебных действий учащихся*, необходимо получить ответы на следующие вопросы: каковы основания определения содержания диагностики? Что представляют собой диагностические методики измерения исходного уровня *регулятивных универсальных учебных действий обучающихся*? Какими диагностическими средствами возможно осуществление мониторинга в исследуемом педагогическом процессе? Гарантируется ли результативность методики выявленным содержанием диагностического компонента?

Не ставя себе задачу анализа существующих подходов к трактовке педагогического мониторинга, примем общий подход: мониторинг – процесс непрерывного научного обоснованного диагностико-прогностического слежения за состоянием, развитие педагогического процесса в целях оптимального выбора образовательных целей и средств их достижения [199]. Основанием определения содержания диагностики выступают сложившиеся в практике педагогических исследований подходы к определению критериев и показателей. В частности, критерий может быть интерпретирован как показатель, на основании которого можно судить об эффективности какого-либо процесса. При этом подходе критерий есть совокупность основных показателей, раскрывающих определённый уровень какого-либо явления. Данный подход характеризуется тем, что степень сформированности показателя определяется путем фиксации его критериев на различных уровнях [149].

Наше исследование предполагает комплексный (*социологический, педагогический и психологический*) подход к диагностике формируемых регулятивных универсальных учебных действий.

Будем придерживаться аспектов диагностики учебной деятельности, предложенной А. К. Марковой [151]:

- 1) состояние учебной задачи и ориентировочной основы;
- 2) состояние учебных действий;
- 3) состояние результата учебной деятельности;
- 4) состояние самоконтроля и самооценки.

Уровень сформированности учебной деятельности может быть установлен в процессе постановки и решения учебной задачи. Решая учебную задачу, «учащийся ориентируется на выделение некоторого общего способа действия, относящегося к классу конкретно-практических задач. Если в процессе решения школьник ориентируется на результат выполненных действий, имеет место решение конкретно-практической задачи», [30].

Состояние учебной деятельности можно определять, как уровень сформированности регулятивных УУД действий: способность учащегося находить связь между изменениями содержательных и операциональных характеристик действия с изучаемым объектом. Для этого исследуются умения учащегося анализировать объект как систему связанных элементов. К ним «относятся:

- I – умение преобразовывать структуру объекта по заданным требованиям;
- II – умение преобразовывать структуру объекта при изменении числа ее элементов;
- III – умение изменять преобразования структуры объекта;
- IV – умение заменять порядок действий связями элементов в системе;
- V – умение создавать схемы операциональных действий», [151].

Отмечаются следующие «три уровня»:

- преобразование системы без поиска соответствия между новой системой и свойством взаимодействующих элементов, которое необходимо найти;
- преобразование системы с поиском соответствия между новой системой и заданным свойством взаимодействующих элементов;
- преобразование системы с поиском общей схемы действия и определением свойств взаимодействующих элементов», [151].

В совокупности этих показателей заключается способность детей строить ориентировочную основу действия. А, значит, можно определить и реальный уровень сформированности регулятивных УУД.

Информация о ходе процесса обучения и его результатах должна быть объективной и всесторонней.

Представим *диагностический компонент* методической системы формирования регулятивных универсальных учебных действий учащихся, в виде таблицы 14 соотнесения этапов учебно-исследовательской деятельности и формируемых регулятивных универсальных учебных действий в соответствии с аспектами диагностики учебной деятельности по А. К. Марковой [151].

Таблица 14 – Соотнесение этапов учебно-исследовательской деятельности и формируемых регулятивных универсальных учебных действий в соответствии с аспектами диагностики учебной деятельности по А. К. Марковой

Аспекты диагностики учебной деятельности	Учебно-исследовательская деятельность	Формируемые регулятивные универсальные учебные действия
Состояние учебной задачи и ориентировочной основы	Жизненно-имитационная задача (общая проблемная ситуация), создание проблемной ситуации, обеспечивающей возникновение вопроса	Понимает, принимает и сохраняет учебную задачу, понимает смысл деятельности, воспроизводит употребляемые термины, помнит конкретные формы, методы и процедуры, воспроизводит основные понятия, правила и принципы
	Постановка проблемы, аргументирование её актуальности	Умеет самостоятельно поставить учебные задачи, определяет и формулирует цель деятельности, позволяющую решать учебные задачи, понимает исходные данные, правила и принципы, поясняет словесный материал, создает схемы, графики, математические модели
Состояние учебных действий	Планирование исследовательской работы	Планирует свои действия в соответствии с поставленной целью, условиями ее реализации, учитывает правила планирования, прогнозирует результат, находит контроль способа решения
	Поиск решения проблемы	Осуществляет необходимые действия по осуществлению плана, различает способ и результат действия, осуществляет контроль, использует понятия в новых ситуациях, применяет правила в реальных ситуациях, правильно применяет методы и алгоритмы действий

Продолжение таблицы 14

Аспекты диагностики учебной деятельности	Учебно-исследовательская деятельность	Формируемые регулятивные универсальные учебные действия
Состояние результата учебной деятельности	Подготовка к представлению результатов исследования, их представление	Проявляет инициативу действия в учебной деятельности: выбирает уровень выполнения задачи и представления результатов, находит рациональный способ решения и оптимальный (оригинальный, креативный) вариант представления результата, планирует время выполнения действий (учитывает свои силы и возможности), выделяет скрытые предложения, видит ошибки и упущения в логике рассуждения, проводит различия между фактами и следствиями, оценивает значимость данных, прогнозирует, делает умозаключения, выводы.
Состояние самоконтроля и самооценки	Контроль и коррекция результатов промежуточных и итоговых	Умеет соотносить цель и результат своей деятельности, оценивать правильность выполнения задания по заданным внешним и внутренним критериям, оценивать, находить ошибки, вносить необходимые корректизы в действие, оценивает логику построения материала в виде письменного текста

Диагностический компонент образует по ходу выполнения деятельности обратную связь, определяет успешность выполнения деятельности и необходимость ее коррекции, оказывает положительное влияние на отношение обучающихся к учению, формирует у них определённую шкалу ценностей, приоритетов в учении.

Если коррекционную информацию о результатах контроля учения направить обратно к субъекту учения, то начнется повторный коррекционный цикл учения, связанный с исправлением пробелов и недостатков в учении, достижением требуемого уровня и качества учения. Разнообразие способов организации обратной связи усиливает мотивационные и эмоциональные механизмы регуляции усвоения. Поэтому, необходимо разработать и использовать формы и методы диагностики в виде контроля, КИМ различного уровня и качества.

Психологическая концепция Л. С. Выготского позволяет интерпретировать формирование собственного внутреннего контроля (самоконтроля) «на основе внешнего контроля, который определяется действиями и вопросами учителя. Задача учителя поднимать уровень внутреннего самоконтроля, для поддержания работы механизма саморазвития», [50], [52].

Формированию этих действий способствуют приемы привлечения учащихся к наблюдению деятельности своих сверстников, организации взаимо контроля, взаимооценки и взаимоанализа результатов деятельности на основе установленных критериев. Аналогично самоконтролю «происходит формирование предметной самооценки в структуре деятельности, при которой осуществляется переход самооценивания в качество, характеристику субъекта деятельности – его самооценку», [52].

Осуществление контроля и диагностики учения обеспечивает оперативное реагирование на изменения в поведении обучающихся, закрепление и развитие успешности, поддержание полезных изменений и устранение негативных изменений. Внутренние самоконтроль и самокоррекция связаны обратной связью с самоуправляемым учением и образуют все вместе замкнутый цикл

внутреннего саморазвития. В этом цикле заложен мощный потенциал саморазвития, самовоспитания и, в конечном итоге, самообразования, овладения навыками и умением учиться. Другими словами, необходима следующая цепочка на каждом этапе организации обучения (рисунок 8).



Рисунок 8 – Цепочка осуществления контроля и диагностики на каждом этапе организации обучения

Диагностический компонент можно представить, как набор методических приёмов, соответствующих целям этапов организации учебно-исследовательской деятельности учащихся. Приведём примеры таких методических приёмов.

Методический приём «Строим дом»

Применим его на I этапе организации учебной деятельности: «Подготовка к исследованию».

Контроль может проводиться для выявления уровня сформированности мотивации к учебно-познавательной деятельности, определённых учебных умений, общих исследовательских умений, умений целеполагания до реализации некоторой технологии.

Учащимся предлагается сделать выбор, назвав лишь цифру ответа на вопрос: «Что я жду сегодня от урока?»

Ответы:

1. Интересно, как решать квадратные уравнения по теореме Виета.
2. Хочу исправить оценку по предмету.
3. Ничего интересного не жду.
4. Нравится слушать учителя, интересно.
5. Не получилась домашняя задача, интересно, как решается.
6. Хочу получить хорошую оценку, папа купит ...
7. Встречал при разборе занимательных задач словосочетание «теорема Виета», но не понял: как так быстро находят корни уравнения?

Ответы могут быть разными, важно каждому ответу с положительной мотивацией присвоить 1, а с отрицательной – 0.

После ответов учащихся учитель делает быстрый подсчёт в процентах положительной мотивации и отмечает на диаграмме первый кирпичик «дома».

Для определения сформированности определенных учебных умений можно предложить решить квадратное уравнение: $x^2 - 26x + 120 = 0$, по формуле корней квадратного уравнения, оценивая верное решение и правильный ответ 1, а решение с ошибкой (и) или неверный ответ – 0. Выраженная в процентах количественная оценка правильных решений и ответов – второй кирпич «дома».

Для выявления уровня сформированности общих исследовательских умений можно предложить следующее задание: «Составьте всевозможные варианты квадратных уравнений, коэффициентами в которых являются следующие числа: -100; 20; 35; -8; 2; 5, при условии, что число корней равно 2». Оценивание аналогичное. И это – третий кирпич «дома» и т. д.

Выполняя в системе оценивание именно этих конкретных умений на последующих этапах организации учебной деятельности и, выстраивая «этажи», можно отслеживать динамику изменения регулятивных умений учащихся, планировать и осуществлять их коррекцию, а также, управлять процессом самооценивания результатов собственной деятельности, самокоррекцией учения. Важный результат такого методического приёма, кроме целенаправленного формирования регулятивных УУД, формирование чувства

ответственности за общее дело: построить красивый, добротный, неаварийный дом. Соучастие, сопереживание, общий интерес способствуют формированию самовоспитания.

Методический приём «Я» + «МЫ» предполагает решение контрольно-коррекционных задач в общении, организацией групповой деятельности учащихся.

Покажем его применение на примере организации 2 этапа учебной деятельности: «Исследование».

Учитель предлагает ребятам разделиться на группы (по 5-6 человек), называя лидеров. Учащиеся одной группы садятся вокруг одной парты. На партах заранее приготовленный раздаточный материал: файл с заданием. В разных группах разные задания, у каждого учащегося индивидуальное задание.

Правило 1: работает каждый над своим заданием, результат формирует вся группа.

Правило 2: если общий результат не складывается, то «Лови ошибку!», то есть участники группы обсуждают между собой решение каждого и находят ошибку, повлиявшую на общий результат.

Правило 3: в ходе индивидуальной работы допускаются вопросы, помощь, подсказки внутри группы.

Эти правила предполагают равноправие участников и целостность группы.

По окончании выполнения работы, лидер докладывает результат всему классу. Работа оценивается другими группами, и учитель подводит итог этапа исследования.

Затем учитель ставит следующую задачу: систематизировать результаты всех групп и сформулировать общую проблему и версии её решения.

Правило 1: активность и открытость высказывания гипотез участниками внутри группы, выбор гипотезы от группы.

Правило 2: обоснование выбора гипотезы от группы лидером вслух, для всего класса.

Правило 3: уважительное, конструктивное, позитивное отношение при обсуждении версий групп.

На следующем этапе исследования учитель предлагает одно общее задание для всех групп (на основании обсужденных версий и выработанной общей).

Правило 1: группа вырабатывает общее решение.

Правило 2: лидеры дают оценку деятельности своей группы и других групп.

Правило 3: итог этапа подводит учитель.

Итоговая рефлексия – завершающий этап методического приёма. В начале этого этапа учитель просит восстановить и назвать все задания исследования. Затем предлагает сначала учащимся высказать своё мнение о своей деятельности в форме *Я-высказываний*: «Я понял, что...», «Я думаю, что...», «Я почувствовал, что...», а затем лидерам групп по аналогии в форме *Мы-высказываний*: «Я понял, что мы...», «Я думаю, что мы...», «Я почувствовал, что мы...».

Такой методический приём снимает психологический барьер в общении, способствует созданию позитивных образов «Я» и «Мы», мотивирует учащихся на активность и открытость в учении, ответственность в собственной деятельности, формирует умения самоконтроля, самооценки и самокоррекции деятельности.

Методический приём «Крестики-нолики» покажем на примере 6 этапа организации учебной деятельности: «Рефлексия учебной деятельности (итог)».

Несмотря на новые требования ФГОС к оцениванию деятельности учащихся, балльную оценку никто не отменял. Более того, именно количественный показатель учитывается при рейтинговой оценке деятельности учителя и в целом общеобразовательного учреждения. Даже есть такой критерий

оценивания деятельности учителя на уроке: *накопляемость оценок* – высокая, низкая.

Учебно-исследовательская деятельность позволяет оценивать каждого учащегося, но балльную оценку имеет смысл выставлять в журнал тем учащимся, у кого на уроке была отмечена положительная динамика в учении, формируя мотивацию на успешность в обучении. При этом методический приём «Крестики-нолики» помогает зафиксировать результативность деятельности учащегося, что помогает остальным учащимся в самоанализе собственной деятельности и планировании её самокоррекции.

Для объективной оценки деятельности учащегося создаётся матрица: 6 строк и n столбцов (таблица 15).

Таблица 15 – Матрица для объективной оценки деятельности учащегося

Ф. И. учащегося № 1	1	2	3	4
Согласие	×	×	×	0
Интерес	×	×	×	×
Особенность	×	×	0	0
Опасное	×	0	0	0
Совместимость	×	×	×	×
Выбор действий	×	×	×	×

Результативность деятельности учащегося: $\frac{19}{24} \times 100\% \approx 79\%$.

Под «согласием» понимаем позитивную утвердительную реакцию учащегося при анализе его деятельности на уроке учителем.

Для заполнения строки «интерес» выявляем степень проявления интереса учащегося и восстанавливаем: оригинальные идеи и высказывания учащегося на уроке, эмоциональные совпадения с идеями других учащихся, проявление компетентности при задавании вопроса, детализация шагов выполнения задания и др.

Строку «особенность» заполняем, по мере объяснения учащимся проявления своих личностных качеств во время деятельности: умения высказываться, спорить, возражать, оценивать и др.

Под «опасным» подразумеваем принятие или внутреннее сопротивление учащегося при обсуждении мотивов или причин проявления открытости его личностных качеств во время деятельности в той или иной форме.

О «совместности» говорит умение учащегося соотнести себя с другими учениками, «посмотреть на себя со стороны», сделать выводы о необходимости самоконтроля и самоуправления своими действиями и поведением, принятие помощи учителя.

«Выбор действий» – совместная с учителем выработка правил и способов действия в различных жизненных ситуациях.

Применяя методический приём «Крестики-нолики» при выставлении балльной оценки, её весомость и значимость возрастает, что способствует мотивации учащегося для дальнейшего успешного обучения. Кроме того, остальные учащиеся «примеряют на себя» весь диалог, происходящий между учителем и учеником, происходит самооценивание и проектирование самокоррекции деятельности.

Контроль признаётся одним из существенных показателей эффективности обучения (А. К. Маркова [152]). «Контроль действий в учебной деятельности – это сличение действий и их результата с образцом», [152]. О качестве контроля можно говорить, принимая во внимание такие показатели, как: степень самостоятельности учебной деятельности учащегося, автоматизированность операциональных действий, нацеленность на результат, др. При этом, важны время и цель контроля.

Согласно трактовке П. Я. Гальперина, внимание – идеальная форма контроля, формируемая через овладение средствами его организации [229]. Для организации внимания необходимо использовать чередование деятельности учащихся: индивидуальной, в парах, групповой, коллективной, смешанной. В результате у учащихся формируется внутренний контроль (внимание).

В случае несоответствия выполненных действий и (или) результата необходимо внесение корректив в действия. Коррекция действий представляет собой: изменение содержания действий, порядка их выполнения, регуляция времени выполнения действий.

Контроль качества знаний учащихся (любого вида), дополненный диагностическим компонентом методики формирования универсальных учебных действий учащихся, представляет замкнутый цикл, так как последний выполняет функцию системы обратной связи в обучении.

Таким образом, методическая система формирования РУУД учащихся в составе четырех компонентов: целевого, содержательного, операционального, диагностического, - посредством использования УИД при обучении школьников математике обеспечивает постепенное формирование полной осознанной саморегуляции у учащегося, необходимой для успешной организации собственной учебно-познавательной деятельности, т.е. сформированности РУУД.

2.2 Реализация процесса формирования РУУД школьников при обучении математике

Реализация процесса формирования РУУД школьников при обучении математике предполагает проектирование урока математики с учетом возможности целенаправленного формирования РУУД учащихся. В связи с этим сформулируем требования к современному уроку математики:

- ✓ выявление цели формирования РУУД и вытекающей задачи деятельности учителя и обучаемых на уроке математики;

- ✓ отбор содержания учебного материала для формирования РУУД учащихся в соответствии с учетом психолого-педагогических возможностей учащихся;
- ✓ создание условий для включения в исследовательскую деятельность каждого учащегося, независимо от уровня сформированных РУУД, исследовательских умений, математической подготовки;
- ✓ использование исследовательских практико-ориентированных задач с целью развития РУУД учащихся и применения их в других областях, в повседневной жизни;
- ✓ использование приемов, методов, форм и технологий, способствующих развитию РУУД обучаемых с учетом возрастных и индивидуальных особенностей учащихся;
- ✓ осуществление обратной связи на уроке;
- ✓ создание условий для самостоятельного получения знаний и освоения УУД в процессе учебно-познавательной деятельности;
- ✓ использования в системе самоконтроля и взаимоконтроля.

В соответствии с разработанной моделью методической системы формирования РУУД учащихся в процессе обучения математике задачей учителя математики для реализации процесса формирования РУУД на уроках математики в контексте системно-деятельностного подхода является: при выборе методов, активно использовать репродуктивно-вариативный, вариативно-эвристический и эвристический методы; при выборе средств – интерактивную доску и ресурсы МЭШ (московская электронная школа); при выборе форм классно-урочную, внеурочную, уроки в музее, в технопарке, лабораториях вуза, другое; при выборе технологий - технологии с учетом индивидуальных особенностей учащихся класса.

Рекомендации по изучению индивидуальных особенностей учащихся и систематизации информации для реализации процесса формирования РУУД при обучении математике подробно описаны в 1 главе (п. 1.3). Кроме того, уточним: проектирование тематического планирования уроков на учебный год

не отражает детализацию выбора методов, форм, средств и технологий, поэтому в рамках исследования представим реализацию процесса формирования РУУД на уроках математики и внеурочной деятельности.

В соответствии с данной моделью сформулируем основные этапы проектирования урока математики для достижения поставленной задачи.

1. Цели урока при проектировании урока математики для осуществления задачи целенаправленного формирования РУУД учащихся: учебная, развивающая и воспитательная, важно дополнить: *формирование РУУД при обучении математике*.
2. При выборе типа урока математики: урока получения и открытия нового знания, урока закрепления знаний, урока комплексного применения знаний, урока контроля, оценки и коррекции знаний, - проектировать формирование РУУД учащихся при обучении математике.
3. При отборе содержания материала, учитывать возможность использования общих исследовательских умений учащихся для формирования их РУУД.
4. При выборе формы проведения урока математики и его этапов сочетать общеизвестные: «мозговой штурм», деловая игра, интегрированный, соревнование, другие, с *«учебным исследованием»*.
5. При выборе технологии урока математики, использовать рекомендуемые ФГОС: технология развивающего обучения, проблемная технология, игровые технологии, информационно-коммуникативные технологии, модульные технологии, технология уровневой дифференциации, другие, - в связке с методикой формирования РУУД учащихся при обучении математике.
6. При выборе форм обучения математике: индивидуальной, фронтальной, групповой, - учитывать возможность самостоятельного выбора учащегося, самостоятельного принятия решения о смене деятельности и доли помощи в процессе учения.

7. При выборе приемов обучения математике: проблемная ситуация, практико-ориентированная задача, задание на установление соответствия, задача на применение на практике, другое, - использовать организацию УИД учащихся.
8. При проектировании контроля и оценивания знаний учащихся продумывать возможность самоконтроля и самооценивания своей деятельности и знаний учащимися.

Представим реализацию процесса формирования РУУД школьников при обучении математике на примере конвергентного «урока получения и открытия новых знаний» на тему «Понятие движения» (9 класс).

На изучение темы «Понятие движения» в 9 классе отводится 3ч.

Характеристика видов деятельности учащихся на уровне учебных действий при изучении данной темы: объяснять, что такое отображение плоскости на себя и в каком случае оно называется движением плоскости; объяснять, что такое осевая симметрия, центральная симметрия, параллельный перенос и поворот; обосновывать, что эти отображения плоскости на себя являются движениями; объяснять, какова связь между движениями и наложениями; иллюстрировать основные виды движений, в том числе с помощью компьютерных программ.

Конвергентный урок позволяет учащимся, стирая границы между отдельно изучаемыми в школе предметами, воспринимать мир как единое целое. Для учителя – это возможность осуществлять обучение через взаимопроникновение специфических для данных предметов РУУД учащихся, обеспечивая устойчивый интерес к учению, успешность обучения.

Назовем 1 этап реализации процесса формирования РУУД учащихся при обучении математике – «подготовительный». С учетом индивидуальных особенностей учащихся класса продумаем урок в деталях (поэтапно), отберем содержание, определим место урока в системе других уроков, определим РУУД учащихся при обучении математике, на которые можно оказать развивающее воздействие на уроке.

Предварительный сбор информации может быть представлен в виде таблицы 5 - *Диагностика индивидуальных особенностей учащихся 9 класса (помимо в п. 1.3, гл.1)*

Цели урока на тему «Понятие движения» могут быть следующими:

1. *Учебная*: ввести понятие движения, обосновать, что отображение плоскости на себя является движением.
2. *Развивающая*: обработка информации с помощью математических знаний.
3. *Воспитательная*: создать целостную картину понятия движение в мире.
4. *Формирование математических РУУД учащихся*:

- 1 группа - сравнение и анализ фигур по форме, размерам; выбор равных элементов, составление композиции от простого к сложному;
- 2 группа - изучение текстовой информации, умение выполнять алгоритмизированные действия по образцу, поиск альтернативного решения задачи;
- 2 группа - визуальное восприятие информации, переработка её в математический текст, интеллектуальная мыследеятельность по обработке информации и создания технологии выполнения задачи.

В соответствии с содержательным компонентом модели методической системы формирования РУУД учащихся при обучении математике, а это: вариативные задачи, практические работы, конвергентные задачи, исследовательские задачи, учебно-исследовательские проекты, другое, - к отбору содержания, подготовке сообщений и организации мини-исследований можно привлечь учителей биологии, физики, химии, географии, др. Необходимо отобрать содержание, которое позволит обосновать целостную картину мира, на предметах, где изучается понятие движения. Подготавливаются специальные раздаточные «Рабочие листы» по направлениям, где на первом плане размещаются сообщения о движении в рамках предмета, т. к. восприятие информации у учащихся различное. Для мини-исследований, демонстрирующих движение в рамках предмета, нужно подготовить оборудование.

Во время организационного момента на уроке, после обсуждения вопросов по домашнему заданию, учитель математики может сделать краткое

сообщение о том, что понятие движения изучается в разных областях. И ребятам предстоит убедиться, что, по сути, речь идет об одном и том же, а именно, описании мира, в котором мы живем. Таким образом учитель математики подготавливает класс к предстоящему исследованию. Для комплектования групп по интересам сообщение о понятии движения делают учитель биологии и учитель химии, возможно и физики или географии. Учащиеся выбирают направление исследования и объединяются в мини-группы.

Такой подход в организации 1 этапа урока позволит оказать влияние на мотивацию изучения темы, пробудить любопытство и желание убедиться самому в значимости знаний, которые предстоит открыть на уроке, формируется принятие задачи и цели.

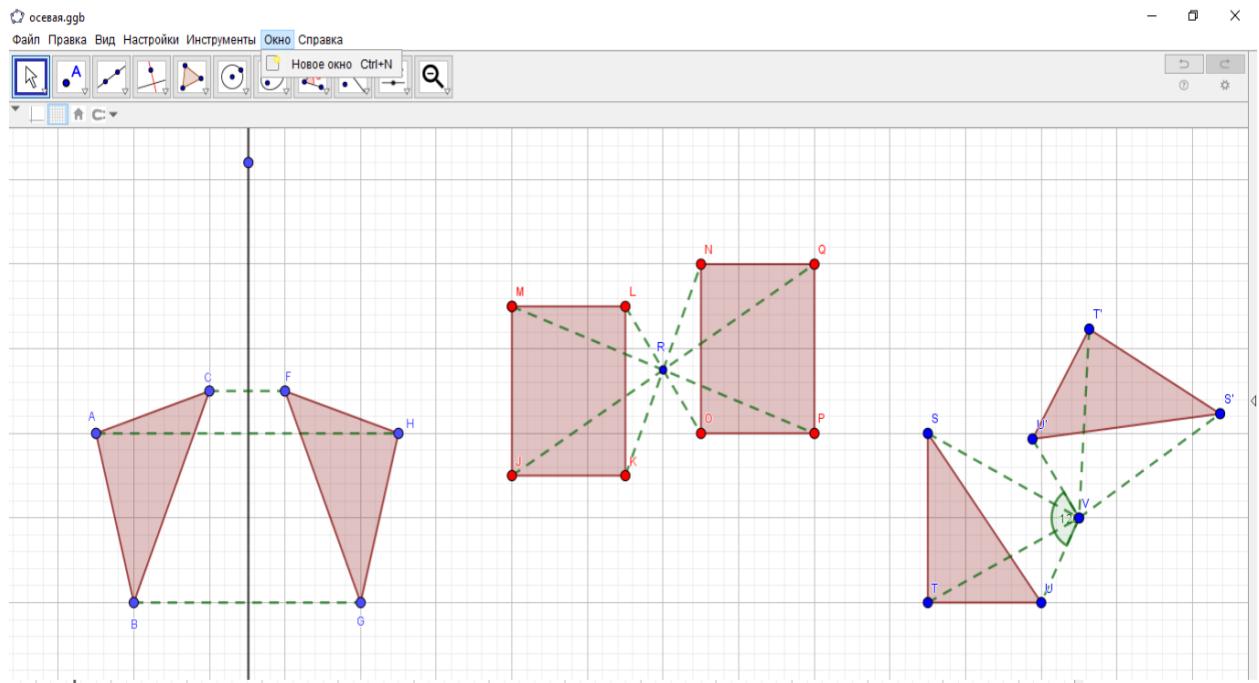
В соответствии с операциональным компонентом модели методической системы формирования РУУД учащихся при обучении математике организовать мини – исследование возможно используя ресурсы МЭШ (виртуальные лаборатории). Демонстрация исследования проводится на интерактивной доске. В процессе исследования, учащиеся наблюдают за действиями участников исследования, изучают правила техники безопасности при проведении исследований, осознают необходимость выполнения всех этапов исследования начиная со сбора информации, постановки вопроса (выдвижения гипотезы), актуализации знаний, далее исследование, обработка результата, вывод. Другими словами, видят эталон исследования. По теме «Понятие движения», например, учитель математики предлагает учащимся при изучении биологии с помощью цифровой лаборатории по физиологии человека изучить особенности движения крови и дыхательные движения в организме человека. А по химии – с помощью цифровых датчиков учитель математики направляет исследование процесса испарения кристаллического иода, который в ходе процесса испаряется и поднимается в верхнюю часть пробирки, где оседает на стенках сосуда с холодной водой. Кристаллы анализируются с помощью микроскопа. По ходу выполнения мини-исследования виртуальный учитель добавляет вопросы для размышления, тем самым активизируя

интеллектуальную мыследеятельность учащихся. Школьный учитель математики организует обсуждение увиденного и корректирует ответы на вопросы для размышления.

На этом этапе актуализируются общие исследовательские умения учащихся, формируется обоснование целостной картины понятия движения в мире и делается акцент на необходимость освоения математических РУУД для восприятия, сравнения, оценивания, анализа, обработки результатов исследования. Учащиеся формулируют цель урока: ввести понятие движения в математике, применить на практике новое понятие, ощутить значимость этого открытия. Результаты исследования по другим предметам, способствуют формированию целеполагания у учащихся.

Следующий этап урока – актуализация математических знаний, - предполагает актуализацию математических РУУД.

Учитель с помощью интерактивной доски в программе GeoGebra восстанавливает знания учащихся из курса Геометрии 7 класса и математические РУУД: построение фигур симметричных данной относительно центра симметрии, оси симметрии и поворота вокруг точки на фиксированный угол.



Преобразование параллельный перенос пока не обсуждается. Это – элемент проблемы в выполнении учебных математических исследований, которые предстоит выполнить школьникам. Они должны будут самостоятельно восстановить в памяти знания о таком преобразовании плоскости, так как без него не выполнить практическую работу.

Происходит процесс актуализации математических РУУД: алгоритмизирование действий, работа с математическими инструментами, описание свойств геометрических фигур, соотнесение свойств исходной геометрической фигуры с полученной в процессе построения.

Следующий этап урока - изучение нового, учитель предлагает в виде математического исследования (практической работы), предварительно представляя учащимся видео - сюжет (например, о мозаике).

Сообщая школьникам об уровнях выполнения практической работы, правилах коммуникации, учитель предлагает выбрать уровень в соответствии с самооценкой своих возможностей (внутренняя самооценка произошла в момент актуализации знаний), тем самым направляет деятельность учащихся к достижению поставленной цели, но выполняют практическую работу учащиеся самостоятельно.

Приведем пример варианта Практической работы по математике по теме «Понятие движения».

Пример. РАБОЧИЙ ЛИСТ № 5

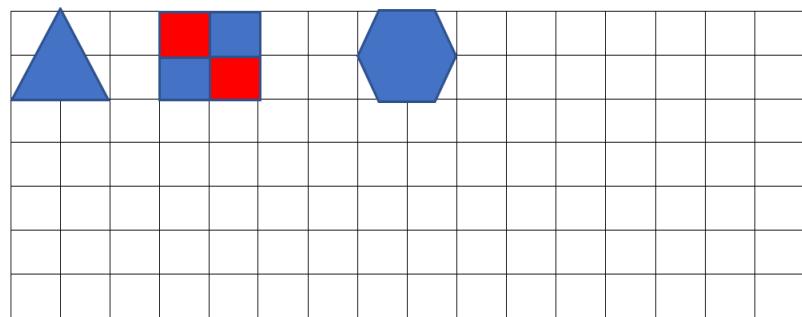
*Без симметрии наш мир выглядел бы совсем по-другому.
Ведь это именно на симметрии основаны многие законы сохранения,
например: законы сохранения энергии, импульса...*

Геометрия (планиметрия) изучает движение фигур на плоскости. Движение в математике это - преобразование фигур, при котором сохраняется расстояние между точками. Известны виды симметрии: центральная симметрия и осевая симметрия. Ещё к движению на плоскости относят отображение плоскости на себя: поворот, параллельный перенос. Тема использования математической теории паркетов на практике актуальна. Мотивы паркетов используют дизайнеры при создании одежды, аксессуаров, оформлении жилищ, народные ремесленники, т.д.

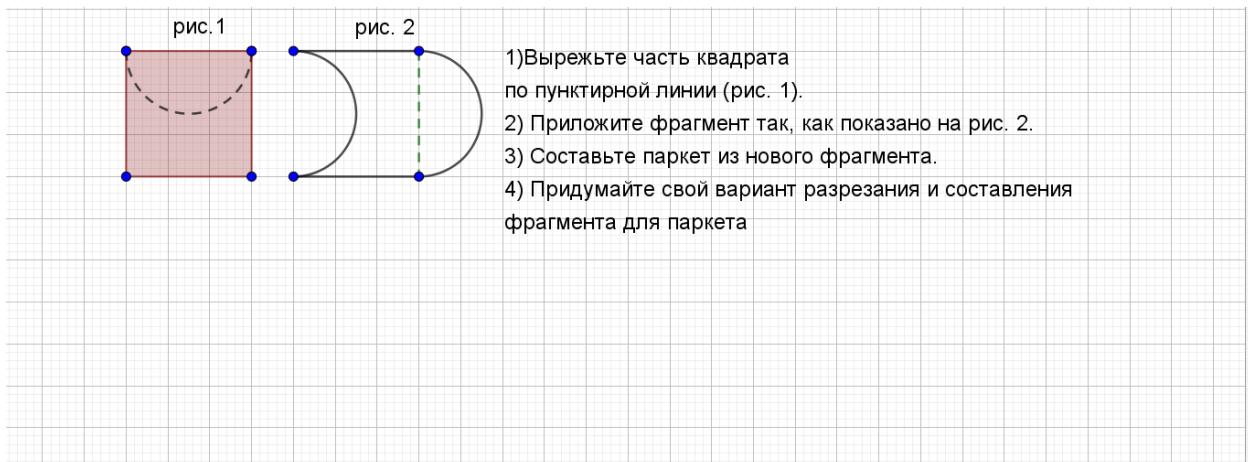
Выберите одну из предложенных работ и выполните задание.

Практическая работа №1.

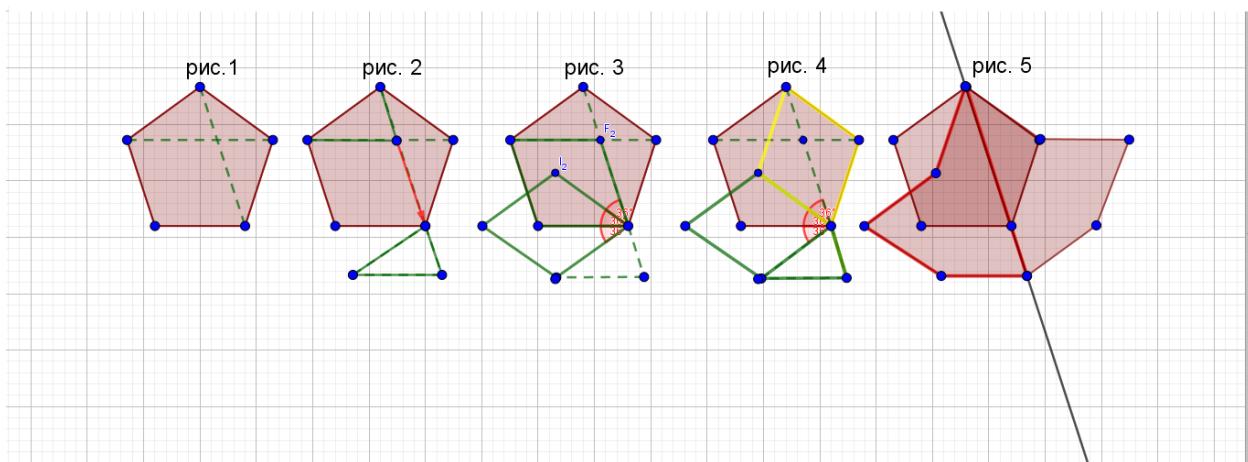
Придумайте паркет из предложенных фрагментов, замостите плоскость в тетради такими фрагментами, назовите вид движения плоскости, который используете.

**Практическая работа №2.**

Выполните задание по инструкции и предложите свой вариант решения задачи.

**Практическая работа №3**

- Составьте математический навигатор преобразований, которые фигуру, представленную на рис. 1, переводят в фигуру на рис. 5.
- Замостите плоскость предложенной фигурой (несколько фрагментов).



Учащиеся выбирают по желанию Практическую работу, тем самым, давая оценку своим возможностям, знаниям, заинтересованности изучаемым материалом, давая оценку значимости этих знаний для себя. Группы учащихся при этом, могут переформироваться уже не по интересам, а по уровню способностей, знаний, умений. Этот этап процесса формирования РУУД можно назвать этапом приобретения новых математических РУУД. Общение свободное, возможность обратиться за помощью к одногруппнику или педагогу, решение принимает учащийся сам.

Практическая работа № 1 – учебное исследование I уровня: преобразование системы без поиска соответствия между новой системой и свойством взаимодействующих элементов, которое необходимо найти. Формируемые РУУД: сравнение и анализ фигур по форме, размерам; выбор равных элементов, составление композиции от простого к сложному, с учетом цветовой гаммы фрагментов, оценка возможности замостить полоску плоскости полностью.

Практическая работа № 2 – учебное исследование II уровня: преобразование системы с поиском соответствия между новой системой и заданным свойством взаимодействующих элементов. Формируемые РУУД: изучение текстовой информации, умение выполнять алгоритмизированные действия по образцу, поиск альтернативного решения задачи, реализация творческих способностей.

Практическая работа № 3 – учебное исследование III уровня: преобразование системы с поиском общей схемы действия и определением свойств взаимодействующих элементов. Формируемые РУУД: визуальное восприятие информации, переработка её в математический текст, интеллектуальную мыследеятельность по обработке информации и создания технологии выполнения задачи, создание интересного паркета.

Следующий этап реализации процесса формирования РУУД учащихся на этапе урока - первичное закрепление новых знаний – закрепление приобретенных РУУД. Так как каждый обучающийся выполнял только одну работу с

максимальной долей самостоятельности, то демонстрация и обсуждение результатов выполненных работ в образовавшихся группах, интересны всем. Формируются РУУД: самооценивание своей деятельности, стремление выполнять работу на более высоком уровне, проектирование вариативности выполнения задачи, умение адекватно оценивать аргументы оценивания других ребят, обоснованно высказывать свою точку зрения, совершенствоваться в творческом подходе к выполнению заданий.

Наконец, на этапе подведения итогов и рефлексии для формирования ценности открытых знаний, принятия их значимости в мире, нужно чаще обращаться к культурным ценностям, которые созданы по математическим законам, например, в контексте такого урока можно предложить фильм или презентацию о творчестве голландского художника Мориса Эшера, мозаике Пенроуза, другое. Тем самым, реализуется формирование РУУД учащихся – самооценивание приобретенных РУУД.

Для формирования устойчивых знаний и интереса к математике и её применения в жизни в качестве домашнего задания можно предложить выполнить исследование в данном направлении, но более глубокое.

Продолжить разговор о движении, технике замощения плоскости, решении задач на разрезание можно на занятиях внеурочной деятельностью, которые можно провести в музее, планетарии, выставке, др.

Диагностика динамики изменений отдельных регуляторных компонентов у учащихся в процессе их учебно-исследовательской деятельности на уроке, позволит продолжить реализацию процесса формирования РУУД учащихся на следующем уроке математики по данной теме.

Показателями изменений являются следующие действия учащихся:

- принятие решения о переходе на более высокий уровень выполнения исследования;
- активность во время обсуждения результатов исследования;
- самостоятельность при выполнении исследования;

- внимание, интерес, проявление желания поделиться впечатлениями или знаниями, др.

Подводя итог вышесказанному, представим реализацию процесса формирования РУУД учащихся при обучении математике в виде алгоритма:

1. Подготовительный этап:

- сбор информации об индивидуальных особенностях обучающихся в классе;
 - конкретизация формируемых РУУД учащихся в соответствии с типом урока, целями урока, отобранным содержанием материала, продуманным учебным исследованием.
2. Организация урока математики с предоставлением возможности демонстрации общих исследовательских умений и РУУД учащимися на всех этапах урока.
3. Актуализация математических РУУД учащихся.
4. Формирование запланированных РУУД учащихся.
5. Закрепление приобретенных учащимися РУУД.
6. Отслеживание динамики изменений РУУД.
7. Проектирование коррекции РУУД в соответствии с динамикой изменений.

Процесс формирования РУУД учащихся не ограничивается уроком математики. Организация занятий внеурочной деятельности – неотъемлемая часть данного процесса (обосновано в 1 главе, п. 1.3). Покажем, как организовать внеурочную деятельность для реализации процесса формирования РУУД учащихся на примере программы «Наглядная геометрия» (6 класс) (из опыта работы ГБОУ Школа № 1985 г. Москва). Актуальность программы определяется осознанием значения наглядной геометрии в повседневной жизни человека. Программа «Наглядная геометрия» 6 класс составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования. В программе «соблюдается преемственность с Федеральным государственным образовательным стандартом начального общего образования, учитываются возрастные и психологические

особенности школьников, обучающихся на ступени основного общего образования, учитываются межпредметные связи», [215]. В Программе предложен авторский подход в части структурирования учебного материала, определения последовательности его изучения, путей формирования системы знаний, умений и способов деятельности, развития, воспитания и социализации учащихся. Рабочая программа по наглядной геометрии составлена на основе примерной программы для 5 – 6 классов В. А. Смирнова, И. М. Смирновой и И. В. Ященко [215].

Содержание программы нацелено на развитие геометрических представлений учащихся, подготовке учащихся к изучению систематического курса геометрии 7 – 11 классов, повышение качества обучения геометрии.

Развитие логического мышления, формирование пространственных представлений, приобретение необходимых практических навыков в изображении, моделировании и конструировании пространственных фигур, в измерении основных геометрических фигур происходит при осуществлении УИД (учебно-исследовательской деятельности).

Программа «Наглядная геометрия» требует от обучающихся умственных и волевых усилий, концентрации внимания, активности развитого воображения. Содержание практических занятий курса способствует развитию настойчивости, целеустремленности, самостоятельности, ответственности, аккуратности, дисциплинированности. В целом расширяется кругозор учащихся, формируются общие приемы учебной деятельности: индукция, дедукция, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия, др.

Рассмотрим далее содержание, формы, приемы организации внеурочной деятельности в соответствии с разработанными нами принципами создания развивающей образовательной среды с целью целенаправленного формирования РУУД в процессе обучения математике (1 глава, п.1.3).

1. *Принцип информированности* заложен в содержании программы, сформированной на пересечении трех направленностей –

культурологической, художественно-эстетической, и социально – педагогической. В структуру большинства разделов и тем органично входят исторические сведения об открытиях в области математики, истории геометрии, связанные с именами знаменитых учёных: Пифагора, Евклида, Архимеда, И. Кеплера, Р. Декарта, Л. Эйлера, Н. И. Лобачевского, др., что позволяет расширить общий кругозор обучающихся, повышает интерес к предмету деятельности, развивает творческое воображение, фантазию, оригинальное мышление, помогает учащимся по-новому взглянуть на привычные вещи и явления, глубже понять красоту окружающего мира.

В процессе обучения у учащихся формируются:

- представления о социальных, культурных и исторических факторах становления геометрической науки;
- понимание роли информационных процессов в современном мире;
- представления о наглядной геометрии как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

2. Для реализации *принципа эмоциональной насыщенности* в программу «Наглядная геометрия» включены занятия по геометрическому вышиванию в технике «изонить», раскрашивание паркета, техника оригами, которые дают возможность четко видеть и изображать форму предмета, пропорции, перспективу, изображать многоярусные пространства, используя законы композиции, выражать в цвете состояние. Занятия по наглядной геометрии воспитывают в первую очередь чувство ритма, пропорций, соразмерности и соответствия орнамента украшаемому месту или предмету, другое.

Стимулирующим звеном к исследовательской деятельности в данной программе является *музейно-экскурсионная деятельность*. Все разделы программы предполагают проведение экскурсий – выездные занятия, на которых обучающиеся зарисовывают элементы, композиции, что способствует лучшему усвоению пройденной темы на примерах классического и современного искусства. Посещение музеев, выставочных залов проходят вместе с

родителями, что способствует укреплению семейных связей, а на почве общего интереса вырабатывается единство ценностных ориентиров.

3. *Принцип оптимального соотношения процессов развития и саморазвития* учащегося предполагает включение в программу занятий по проектно-исследовательской деятельности, что развивает интерес к предмету и повышает мотивацию к обучению. Данный вид деятельности предусматривает работу над постановкой проблемы, анализом литературных источников, интернета, сбором материала с последующим выполнением творческой работы в определенной технике по определенной теме. Далее проект защищается на ежегодных школьных ученических конференциях в присутствии отборочной комиссии.

4. *Принцип открывающейся перспективы* позволяет детям выбирать способ действия для демонстрации знаний по теме: ответ, рисунок, модель, презентация, др. Оценивание педагогом любого из выбранных учащимся видов деятельности существенно повышает возможность успешного обучения, стремления совершенствования метапредметных умений, интерес к работам сверстников, желание сотрудничества, исследования, «открытия знаний». Так при изучении темы «Кривые», учащиеся могут, например, выполнить модель математического маятника для демонстрации циклоиды, сопровождая экскурсом в историю о создании часов с маятником. Или, с домашней заготовкой на картонной основе моделей окружностей разного радиуса, выполнить на миллиметровой бумаге кардиоиды разной формы, при этом вызывает интерес построения с другими фигурами (правильный многоугольник); астроиды можно использовать для приготовления поздравительных открыток для родителей на любое торжество и т. д.

5. *Принцип реализации самостоятельного опыта детей в различных видах деятельности* обеспечивается личностно-ориентированным характером образования. По результатам исходного уровня знаний и умений, выявленных в начале учебного года (беседа педагога, тестовые задания), во время учебного процесса обучающиеся выполняют задания, отвечающие их индивидуальным

способностям по уровням сложности (низкий, средний, высокий), которые соответствуют уровню их работоспособности, усидчивости, индивидуального интереса. Так при изучении главы «Фигурки из кубиков и их частей», предлагается использовать «Метод трёх проекций». У ребят есть выбор: изображение пространственного тела на бумаге по трём проекциям и наоборот; конструирование модели из картона по трём проекциям; вырезание из куска дерева замысловатой детали; строительство «зданий» из кубиков; построение сечений, вариативные решения задач на конструирование по проекциям, др.

Таким образом, реализация процесса формирования РУУД учащихся при обучении математике школьников как на уроках, так и во внеурочной деятельности, осуществима при организации образовательного процесса в соответствии с моделью методической системы формирования РУУД школьников при обучении математике, системой дидактических принципов построения методики формирования РУУД в процессе обучения математике.

Отдельно остановимся на использовании ресурса МЭШ (Московская электронная школа) в процессе формирования РУУД школьников при обучении математике. Мы разместили на платформе МЭШ сценарий урока «Замечательные кривые» (ID 1244868), в соответствии с разработанной моделью методической системы формирования РУУД учащихся в процессе обучения математике. [280]

На примере фрагмента сценария урока математики «Замечательные кривые» (этап закрепления нового материала) познакомим с сущностью методики формирования регулятивных учебных действий учащихся при обучении математике и её возможностями.

Другими словами, ответим на вопросы:

- как на уроке можно согласовывать все уровни регуляции деятельности учащегося (последовательности действия восприятия и мышления, способы для реализации индивидуальных способностей, индивидуальные темпы деятельности, акцент на трудность (обратное), другое);

- как постепенно увеличивать долю самостоятельности и ответственности учащихся в деятельности;
- как осуществлять постепенный переход к самоуправлению своей учебно-познавательной деятельностью у каждого из учащихся.

При создании сценария «Замечательные кривые» мы конкретизировали РУУД, обеспечивающие организацию учащимися своей учебной деятельности в соответствии с возрастом (5-6 класс):

- ставить цель при решении задач, проблем,
- прогнозировать результаты,
- составлять план действий,
- действовать по плану,
- сравнивать план с замыслом,
- оценивать и корректировать свою деятельность [25].

В качестве критериев сформированности регулятивных универсальных учебных действий перечислили способности:

- выбора средства реализации своих целей (мы бы отнесли это скорее к личностным универсальным действиям),
- планирования,
- контроля и выполнения действия по заданному образцу, правилу, с использованием норм,
- планирования результатов своей деятельности,
- предвосхищения возможных ошибок,
- начала и завершения действий в нужный момент.

Наиболее отчетливо процесс формирования РУУД учащихся на этом уроке происходит после актуализации знаний и объяснения новой темы (по сценарию) на этапе первичного закрепления знаний. Учащимся предлагается выполнить практическую работу – учебное исследование. Такой прием вызывает у учащихся интерес и любопытство, ведь это не урок физики, химии, информатики, биологии, географии. Это урок математики - царства чисел,

функций, графиков, таблиц, диаграмм, теорем, формул. И привычнее постановка задачи: найдите..., решите..., докажите..., постройте график..., другое.

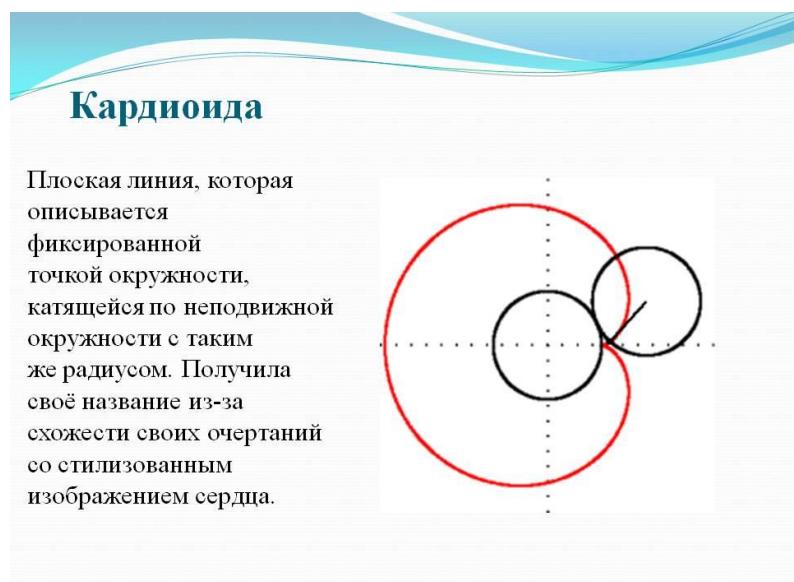
На планшете у учащегося появляются сразу три учебных исследования с инструкциями по выполнению: Практическая работа №1 (Построить кардиоиду), Практическая работа № 2 (Построить циклоиду) и Практическая работа № 3 (Построить синусоиду).

Пример 1. Учебное исследование: «Кардиоида».

Внимательно прочтайте указание и выполните Практическую работу № 1.

Указание:

- 1) вырежьте два одинаковых картонных круга;
- 2) один из них закрепите неподвижно;
- 3) второй приложите к первому, отметьте на его краю точку А, наиболее удаленную от центра первого круга;
- 4) прокатите без скольжения подвижный круг по неподвижному, отмечая, как можно чаще, положение точки А;
- 5) соедините плавной линией отмеченные положения точки А (сравните с эталоном) [25].



Учащийся самостоятельно соотносит все, что увидел и услышал на уроке до выполнения учебного исследования, со своими возможностями, оценивает степень восприятия нового материала и делает выбор: какую кривую он будет строить. Выполняет он только одну из предложенных практических работ.

Принятие решения в результате переработки полученной новой информации – важный момент на уроке, где обозначены временные рамки для выполнения задания, 12 минут. Для принятия решения учащийся может вернуться на предыдущие этапы урока на своем планшете и просмотреть все, что происходило на уроке до учебного исследования. Решение принято, выбор сделан.

В классе происходит условное разбиение на группы по выбору учебного исследования. Это дает возможность получить помочь одноклассника при возникновении затруднений при выполнении задания и, наоборот, оказать помочь одногруппнику. Чувства ответственности и значимости, единения и желания не отставать – способствуют внутренней самоорганизации для выполнения работы.

Учащийся ставит перед собой задачу, в соответствии с инструкцией: подбор необходимых инструментов. Таким образом он проектирует свою исследовательскую деятельность по выполнению задачи, планирует регулятивные действия, прогнозирует результат. И опять принимает значимое решение: вид и степень помощи. Это может быть изучение эталона (результата, который должен получиться) на планшете, вопрос педагогу (или просьба о дополнительном разъяснении), помочь одногруппнику (сверяются и обсуждаются действия), другое.

После конкретизации для себя поставленной учителем математики задачи, принятия её и осмысления порядка выполнения действий до получения результата, учащийся приступает к конкретным действиям. Сценарий предполагает выполнение построения *циклоиды, кардиоиды, синусоиды* с помощью бумаги, ножниц, линейки, картона, карандаша. Следуя инструкции, учащийся

выполняет работу, ощущая степень моторики пальцев, сравнивая свой результат с результатом соседа по парте и эталоном, анализируя его, делает вывод о необходимости потренироваться. И МЭШ ему такую возможность предоставляет.

После выполнения учебного исследования у учащихся есть возможность посмотреть, что получилось у другой группы. Появляется желание попробовать это сделать самому. Такую возможность МЭШ предоставляет. Зная ID сценария, учащийся может дома ещё и ещё раз сам или с родителями вернуться к уроку, просмотреть, изучить, потренироваться, закрепить приобретенные знания и математические РУУД. Но в измененных условиях, с помощью нового набора средств, что и приведет к совершенствованию приобретенных на уроке РУУД [25].

На следующем этапе учащиеся смотрят видео, сюжет о применении замечательных кривых в жизни, что закрепляет интерес к изучаемому материалу, значимость приобретенных РУУД, желание научиться строить замечательные кривые, узнать о них из дополнительных источников информации побольше. Тем более, что домашнее задание такого урока: мини проект «Сpirаль Архимеда». На уроке звучит лишь экскурс в историю, легенда об этой кривой, связанная с именем знаменитого ученого. Но формат мини-проекта уже сформирован в голове учащегося – это прототип учебного исследования, но теперь уже с интересным рассказом из истории и практическим применением в жизни.

Организация учебно-исследовательской деятельности учащихся в таком формате – это пиковый момент на уроке для оказания индивидуального точечного воздействия на развитие отдельных регуляторных компонентов у учащихся: ценностно-мотивационного, смыслового, опыта рефлексии, опыта привычной активизации, операционального опыта и опыта сотрудничества.

Наблюдая динамику изменения РУУД учащихся на уроке, проанализировав состояние аспектов учебно-исследовательской деятельности учащихся, учитель приходит к пониманию, как конструировать следующий урок, какое

учебное исследование необходимо подобрать, в какой форме организовать учебно-исследовательскую деятельность обучаемых для реализации процесса формирования РУУД учащихся при обучении математике.

При использовании ресурсов МЭШ учитель имеет возможность наблюдать за работой учеников на каждом этапе урока, и, имея банк данных об индивидуальных особенностях каждого учащегося, фиксировать затруднения, своевременно оказывать помощь; сопровождать и направлять деятельность учащихся, индивидуально изменять (усложнять или добавлять элементы исследования) задания с учетом уровня развития регулятивных учебных действий [25]. Для учеников использование МЭШ позволяет реализовывать собственную образовательную траекторию, работать над формированием РУУД в индивидуальном темпе.

Представим алгоритм процесса формирования РУУД учащихся при обучении математике в виде следующей схемы на рисунке 9:



Рисунок 9 – Алгоритм процесса формирования РУУД при обучении математике

Таким образом, реализация процесса формирования РУУД учащихся при обучении математике школьников как на уроках, так и во внеурочной деятельности, осуществима при организации образовательного процесса в соответствии с моделью методической системы формирования РУУД школьников при обучении математике, системой дидактических принципов построения методики формирования РУУД в процессе обучения математике.

2.3 Постановка и анализ результатов педагогического эксперимента

Педагогический эксперимент по организации обучения математике с целью формирования регулятивных универсальных учебных действий школьников в общеобразовательной школе проводился в три этапа: констатирующий, поисковый и формирующий.

Первый этап – констатирующий этап эксперимента (2009 – 2010 гг., МБОУ Лицей № 10 г. Химки Московской области). Целью данного этапа было: поиск эффективного механизма развития регулятивных универсальных учебных действий учащихся, рассмотрение возможности организации исследовательского обучения и использования исследовательских умений учащихся как основы целенаправленного формирования регулятивных учебных действий в образовательном процессе.

На этом этапе эксперимента была изучена и проанализирована научно-педагогическая, психологическая и философская литература по проблеме исследования. Были проведены беседы с педагогами на предмет их отношения к использованию учебного исследования как средства для целенаправленного формирования регуляторных компонентов у учащихся; беседы с учащимися по выявлению их отношения к включению в учебно-исследовательскую деятельность.

Была разработана анкета для учащихся и педагогов, проведено анкетирование и проанализирован результат.

Анкетирование педагогов позволило выявить три группы педагогов в зависимости от их отношения к использованию учебного исследования как средства для целенаправленного формирования регуляторных компонентов у учащихся.

Первая группа – учителя, которые считали, что организовыватьученическое исследование на уроках и во внеурочной деятельности возможно и необходимо. По их мнению, такой подход в обучении активизирует учащихся, приводит к положительной динамике в развитии регулятивных учебных действий: постановка детьми вопросов, анализ имитационно-жизненной ситуации и принятие решения, наблюдение, анализ и аргументирование, выдвижение гипотезы, эксперимент, др. (20% от участников эксперимента).

Вторая группа педагогов придерживалась мнения, что урок в массовой школе должен быть в большей мере традиционным, организация исследования с целью формирования регулятивных учебных действий возможна только после уроков, в небольших группах учащихся, проявляющих интерес к исследовательской деятельности и обладающими определёнными исследовательскими умениями (60% от участников эксперимента).

Третья группа – учителя, которые не видели возможности целенаправленного формирования регулятивных учебных действий у учащихся средствами организации учебного исследования в учебном процессе, и в своей работе редко использовали основные методы исследования (20% участников эксперимента).

Трудности в организации целенаправленного формирования регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения средствами учебного исследования все учителя связывали с возрастными особенностями подростков и своей недостаточной методической подготовкой. При этом основными путями преодоления трудностей были названы распространение

педагогического опыта, обучение на курсах повышения квалификации и подготовка студентов в педагогическом вузе.

Анкетирование учащихся выявило активное желание учащихся заниматься исследованием, но при различном ценностном отношении к данной деятельности:

- учащиеся, которые легко включались в деятельность и увлекались любым исследовательским заданием, были активны и самостоятельны (6% от участников эксперимента);

- учащиеся с устойчивым интересом к деятельности (в ситуации выбора они отдают предпочтение исследовательской деятельности), но предпочитали не брать инициативу в свои руки, часто обращались за помощью к учителю, хотя могли выполнить задание и самостоятельно (71% от участников эксперимента);

- учащиеся с неустойчивым интересом к деятельности (включаются в деятельность только по наставлению учителя, не проявляют самостоятельности и активности, повторяют действия за учителем или другими учениками, 23% от участников эксперимента).

Наблюдения за организацией учебного процесса в общеобразовательном учреждении, данные, полученные в ходе констатирующего эксперимента, позволили выделить противоречия современного школьного образования и сделать следующие *выводы*.

1. Основным видом деятельности подростка является учение (как и в младшем школьном возрасте), но изменяется содержание и характер учебной деятельности. Поэтому, именно в процессе обучения, необходимо создать условия, при которых он сможет осуществлять саморегуляцию своей учебно-познавательной деятельности, что будет способствовать формированию у учащегося способности творчески осваивать новые способы деятельности в любой сфере человеческой культуры, готовности к самостоятельной жизни, к реализации своего творческого потенциала.

2. Несмотря на усиление внимания к ученику, к его саморазвитию и самопознанию, активное обсуждение вопросов осмыслиения новых подходов к построению процесса обучения, концептуально осмыщенная и целесообразно организованная система развития исследовательских умений учащихся и включения их в различные виды исследовательской деятельности чаще всего отсутствует. Образовательный потенциал исследовательской деятельности используется недостаточно. Организация исследовательской деятельности рассматривается фрагментарно, как дополнение к основной учебной деятельности. Стимулируется участие школьников (далеко не всех) в различных конкурсах исследовательских проектов, развитие форм внеурочной исследовательской деятельности (научные общества учащихся, конференции и т. д.). Занятия, направленные на развитие исследовательских умений учащихся, чаще всего организуются после уроков на специальных занятиях, что не позволяет формировать их у всех учащихся. И, совсем не рассматривается вопрос специального формирования саморегуляции у учащегося, своих действий.

3. Учебно-исследовательская деятельность при определенных условиях способствует обеспечению индивидуализации образовательного процесса, усилению мотивации личностного саморазвития обучающихся, реализации эффективной системы самоуправления обучением.

На этом этапе была выдвинута рабочая гипотеза, конкретизированы цели и задачи исследования.

На основе результатов констатирующего этапа и теоретического анализа проблемы в 2010 – 2015 годах проведен *поисковый этап эксперимента*, целью которого была разработка методики формирования регулятивных универсальных учебных действий учащихся в процессе учебно-исследовательской деятельности. Организация исследовательской деятельности учащихся осуществлялась в три этапа:

- формирование общих исследовательских умений учащихся в НОУУ;
- формирование регулятивных универсальных учебных действий учащихся, во внеурочной деятельности;

- формирование регулятивных универсальных учебных действий учащихся, в процессе учебно-исследовательской деятельности на примере обучения математике.

Эффективность предлагаемой модели на первом этапе была проверена в МБОУ Лицей № 10 г. Химки, Московской области. Было создано научное общество учителей и учащихся (*НОУУ*) с целью:

- полного и органичного включения исследовательской деятельности учащихся в образовательный процесс и целенаправленного формирования регулятивных универсальных учебных действий у учащихся;

- изменения психологии его участников и перестановки акцентов с традиционных образовательных форм на сотрудничество и партнерство учителя и ученика, учащихся коллектива, с целью обеспечения образовательной среды, как пространства саморазвития и социального взаимодействия, способствующей в дальнейшем адаптации учащихся в социуме;

- их совместного поиска новых комплексных знаний, формирования стремления учащихся к самообразованию; овладения умениями использовать эти знания при создании своего интеллектуального продукта, востребованного сообществом, формирования умения планирования своей индивидуальной образовательной траектории, прогнозирования результата, самооценки собственной деятельности;

- воспитания активного, ответственного гражданина и творческого созидателя.

Задачи:

- укрепление, совершенствование и дальнейшее творческое развитие системы исследовательской деятельности в общеобразовательном учреждении, как средства для целенаправленного формирования метапредметных регулятивных универсальных учебных действий учащихся;

- вовлечение в творческое проектирование новых его членов – обучающихся, их родителей – и создание, таким образом, единого творческого

коллектива единомышленников, занятых общим делом воспитания и самовоспитания современной творческой личности, способной к саморазвитию;

- совершенствование форм организации исследовательской деятельности учащихся, как на уроках, так и во внеурочной деятельности.

Программа работы (рассчитана на учебный год), осуществлялась по этапам:

I этап – организационный: формирование мини-групп по интересам; планирование деятельности;

II этап – диагностика индивидуальных особенностей учащихся, общеучебных умений;

III этап – по результатам диагностики организация работы по целенаправленному развитию регулятивных универсальных учебных действий учащихся;

IV этап – рефлексия, подведение итогов.

Для определения уровня сформированности общеучебных умений у учащихся по разработанным критериям использовались следующие диагностические методы: педагогическое наблюдение, анализ продуктов исследовательской деятельности учащихся, разработанные опросники для педагогов и задания для учащихся (метод экспертного опроса «Формирование исследовательских умений» М. Ступницкой [217]).

Изучалась динамика изменений общеучебных умений, необходимых для осуществления учебно-исследовательской деятельности:

- *интеллектуальные* (восприятие информации, интеллектуальная обработка информации, результативность интеллектуальной деятельности, самооценка результата работы);

- *организационные* (планировать работу, задавать уточняющие вопросы, работать по плану, добиваться результата, обращение к помощи, оценка выполненной работы, проверка результата);

- коммуникативные (изложение собственных мыслей, ведение дискуссии, взаимодействие в учебном коллективе, соблюдение социальной дистанции в ходе общения).

Анализ результатов диагностирования подтвердил положительную динамику изменений в уровнях сформированности исследовательских умений учащихся (таблица 16)

Таблица 16 – Распределение подростков по уровням сформированности исследовательских умений на поисковом этапе эксперимента (метод экспериментального опроса М. Ступницкой)

Исследовательские умения	На начало работы по программе НОУУ			По окончании работы по программе НОУУ		
	Состав (из 28 учащихся)			Состав (из 28 учащихся)		
Интеллектуальные умения	60% низкий	40% средний	- высокий	20% низкий	60% средний	20% высокий
Организационные умения	40% низкий	36% средний	24% высокий	24% низкий	34% средний	42% высокий
Коммуникативные умения	30% низкий	40% средний	30% высокий	10% низкий	40% средний	50% высокий

Было сделано предположение: целенаправленная учебно-исследовательская деятельность в процессе обучения будет способствовать формированию регулятивных универсальных действий учащихся.

Для проверки этого предположения в опытно-экспериментальная работа проводилась с учащимися 5-х и 8-х классов МБОУ Лицея № 12 г. Химки Московской области.

Учащиеся 5-х классов МБОУ лицея № 12 г. Химки и инициативная группа учителей-предметников были вовлечены в апробацию методики формирования регулятивных учебных действий во внеурочной деятельности.

Мы руководствовались мнением А. И. Савенкова, который опирается на биологически предопределенную потребность ребёнка познавать окружающий мир: «Дети от природы любопытны, склонны исследовать окружающий

мир, а также самостоятельно упорядочивать полученный опыт, создавая, таким образом, собственные когнитивные схемы. Поэтому то, чему научаются дети, в большей мере зависит от их собственных интересов и отражает их индивидуальный уровень понимания» [197. С. 12]. Изучалась динамика влияния изменений психического развития ребёнка в процессе внеурочной деятельности на формирование регулятивных учебных действий учащегося. По мнению А. И. Савенкова, естественное состояние ребенка – внутреннее стремление к исследованию способствует тому, чтобы психическое развитие ребенка изначально разворачивалось как процесс саморазвития.

В нашем исследовании мы рассматриваем это как условие для целенаправленного формирования регулятивных учебных действий учащихся, готовности к саморазвитию, и как следствие возможность выбора каждым ребенком индивидуальной образовательной траектории.

Были поставлены задачи: организовать учебно-познавательную деятельность учащихся на внеурочных занятиях, которая приближала бы ее к исследовательской; создать условия для реализации исследовательской деятельности обучающихся. Наблюдения за деятельностью учащихся во внеурочной деятельности и анализ результатов выполненной ими работы учителя заносили в разработанную «Карту педагогического прогнозирования», с целью оптимизации педагогического процесса: обучения.

Отслеживался показатель успеваемости учащихся (таблица 17), который, по мнению В. П. Беспалько [31], является основной характеристикой оптимальности педагогического процесса, а успешность обучения ассоциируется с успеваемостью школьника, его развитием.

Таблица 17 – Карта для педагогического прогнозирования (фрагмент)

№ п/ п	Ф.И. учащегося	Характеристики						Прогноз успеваемо- сти (в баллах)	Реальная успевае- мость
		P	Т	И	К	ЭФ	НУ		
1	1 уч-ся	1	0	1	0	1	0	5,0	5,0
2	2 уч-ся	1	0	1	0	0	0	4,5	4,3
3	3 уч-ся	1	1	1	0	0	0	4,2	4,0
4	4 уч-ся	1	0	1	1	1	0	4,8	5,0
...	...								
Всего в классе (%):		8	1	8	8	24	4	3,75	4,2
		6	4	6					

Условные обозначения: Р – работоспособность, Т – тревожность, И – интеллект, К – креативность, ЭФ – эмоциональный фон, НУ – неприятие учителя, (1 – Да, 0 – Нет).

Выводы педагогов: ребята со сниженной работоспособностью нуждаются в особой организации режима обучения: им необходимо давать возможность работать в свойственном им режиме, состоящем из коротких периодов напряжения и небольших пауз. Не способствует успешной учебе и сниженный эмоциональный фон (такие дети негативно воспринимают жизнь и социальное окружение), необходима воспитательная работа, работа психологической службы. И, наоборот, подсознательное хорошее отношение к педагогу, делает ребенка открытым к общению и восприятию информации от педагога, облегчает взаимопонимание и снижает вероятность возникновения конфликтов, способствует успешному учебе. Интеллект и креативность предполагают хорошую перспективу умственной деятельности, в том числе и учебной.

Информация таблицы 17 позволила педагогу для каждого из учащихся составить схему действий (в произвольной форме). Было предложено составить её для себя самим учащимся, используя следующие характеристики действий:

(33) – заучивание знаний – механическое воспроизведение содержания познавательной задачи;

(ПГ) – понимание главного – сознательное воспроизведение главной сути в постановке и решении познавательной задачи;

(П) – подражание – копирование главных действий, связанных с усвоением познавательной задачи, под воздействием определенных мотивов (внутренних или внешних);

(ПВЗ) – полное владение знаниями – не только понимание главной сути познавательной задачи, но и воспроизведение ее содержания в какой-нибудь иной структуре изложения;

(Н) – навык – использование содержания конкретной познавательной задачи на подсознательном уровне, как автоматически выполняемую операцию;

(УПЗ) – умение применять знание – способность сознательно применять приобретенные знания в нестандартных учебных ситуациях;

(У) – убеждения – неопровергимые знания, которые обучаемый сознательно приобщает в свою жизнедеятельность, в истинности которых он уверен и готов эти приобретения отстаивать, защищать (одновременно, убеждения это – способность сохранять свою свободу мысли, достаточную для того, чтобы отказаться от предыдущей гипотезы, взгляда или позиции, как только окажется, что реальные факты опровергают их).

Баллы реальной успеваемости чаще не совпадали с прогнозом успеваемости, так как в результате наблюдения учителем за деятельностью учащихся и прогнозированием результата, учитель корректировал свою деятельность и деятельность учащихся на уроке с целью повышения эффективности учебно-познавательной деятельности.

Если звучали следующие комбинации:

1 ученик: П \leftrightarrow 33 \rightarrow *ошибочное знание*;

2 ученик: П \rightarrow *ошибочное знание*;

3 ученик: 33 \rightarrow П \rightarrow *ошибочное знание*;

Значит, нужно было стремиться к более высокому уровню, например,

1 ученик: П \leftrightarrow 33 \rightarrow ПГ или 1 ученик: П \rightarrow ПВЗ \rightarrow У;

2 ученик: П \rightarrow ПГ; 2 ученик: ПГ \rightarrow ПВЗ \rightarrow УПЗ;

3 ученик: 33 → ПГ; 3 ученик: 33 → ПГ → ПВЗ → Н.

Комбинации схем зависели от самых разных причин: пробелы в знаниях, высокая или низкая заинтересованность, тип характера, недостаточная математическая подготовка, низкий или высокий уровень владения способами мышления, уровень интуиции, исследовательские умения и др. Схемы обсуждались индивидуально, с целью направить учащегося к верному планированию своей дальнейшей деятельности.

Было отмечено, что в условиях групповых занятий при такой организации внешнего контроля и соответствующей коррекции процесса обучения, контролирующая функция постепенно переносится в сознание обучаемого. При этом обучение переходит в состояние саморегулированного процесса благодаря постоянному самоконтролю и самооценке.

Учащиеся при систематической самооценке на уроке своей деятельности тоже могут регулировать свою деятельность. Предполагается формирование регулятивных УУД:

- составление плана и последовательности действий;
- выявление объективной учебной информации, необходимой для решения учебной задачи;
- соотнесение выявленной учебной информации с собственными знаниями и умениями;
- принятие решения об использовании помощи и др.

Самостоятельно полученная количественная характеристика своей готовности к восприятию новой информации, при сравнении с результатами других ребят, стимулирует у учащихся позитивную мотивацию к более глубокому и прочному владению учебным материалом и необходимыми навыками, активность деятельности на последующих этапах урока.

По итогам исследовательской деятельности учащихся учитель владеет количественной информацией об уровне сформированности их исследовательских умений и готовности к формированию регулятивных УУД.

В ходе эксперимента были выявлены условия для оценки сформированности универсальных учебных действий у учащихся:

- соответствие возрастно-психологическим нормативным требованиям;
- соответствие свойств регулятивных универсальных действий обозначенным требованиям;
- сформированность учебной деятельности у учащихся, отражающей уровень развития метапредметных действий, выполняющих функцию управления познавательной деятельностью учащихся.

Экспериментальная работа позволила определить распределение регулятивных учебных действий с учетом возраста обучаемых (таблица 18).

Таблица 18 – Распределение регулятивных учебных действий с учетом возраста обучаемых

Дей- ствия	Виды деятельности	Классы / четверти				
		5	6	7	8	9
Регулятивные	- постановка учебной задачи	1	1			
	- ведение записи в тетради	1				
	- последовательность выполнения действий		1			
	- сравнение полученных результатов с учебной задачей		1			
	- рациональный подход к выполнению деятельности			1		
	- оценивание деятельности (своей, одноклассников)			1		
	- планирование собственной деятельности				1	1
	- внесение изменения (дополнения, исключения) в содержание задач				1	
	- определение проблем собственной деятельности и возможных причин					1

Продолжение таблицы 18

Дей- ствия	Виды деятельности	Классы / четверти				
		5	6	7	8	9
Общеучебные	- умение выделить и сформулировать познавательную цель					2
	- поиск информации: работа с учебником, другими источниками учебной информации	2	2			
	- воспроизведение информации (устно, письменно)			2	2	2
	- различение и восприятие различных стилей текстов	2				
	- умение представить текст в виде таблиц, схем, графиков		2	2	2	
	- умение составлять план (тезисный, сложный)					2
	- умение готовить доклады, выступления, презентации, другое			2	2	2
Знаково- символи-	- моделирование – преобразование объекта в математическую модель (графическую, аналитическую или знаково-символическую)	2	2	2	2	2
Логические	- преобразование математической модели, выявление закономерности	2				2
	- выделение существенного, основного	3				
	- планирование	3				
	- сравнение данных по заданным параметрам критерий	3				
	- осуществление сравнения, формулирование вывода		4			
	- классификация по признакам		4			
	- доказательство (опровержение)		4		3	4
	- определение причинно-следственных связей			3	4	
	- навыки синтеза и анализа			3		4

Продолжение таблицы 18

Дей- ствия	Виды деятельности	Классы / четверти				
		5	6	7	8	9
Коммуникативные	- уточнение через вопросы	4				
	- высказывание, рассуждение	4				
	- умение слушать собеседника	4				
	- умение участвовать в диалоге		3			
	- краткость выражения мысли		3			
	- продолжение (развитие) мысли собеседника		3			
	- объективное оценивание другого			4		
	- участие в вырабатывании общего решения			4		
	- навык выступления перед аудиторией				3	3
	- аргументированное участие в поиске истины				3	3
	- принятие решения при наличии разных мнений					3

В течение года проводилась диагностика уровня обучаемости учащихся в классах, где применялась методика целенаправленного формирования регулятивных учебных действий и классах, где учителя работали, не применяя данную методику.

Уровень обучаемости подразумевает: уровень возможностей учащегося и уровень его самостоятельности в учении. Ориентируясь на уровень обучаемости, учитель может определить и приёмы индивидуального подхода к учащемуся, и формы сотрудничества с ним, и степень помощи. В зависимости от условий и индивидуальных особенностей учащегося уровень обучаемости может изменяться. Поэтому его важно отслеживать, чтобы правильно спланировать работу с ребёнком и добиться качественного результата усвоения знаний.

Обобщенная схема выявления уровня обучаемости учащихся (5-8 класс) по методике П. И. Третьякова [233] следующая.

Учитель:

- выбирает на 7 – 8 минут новый (уровень А) учебный материал;
- прежде, чем предложить его учащимся, организует повторение пройденного, необходимого для восприятия новой информации;

- объясняет новый учебный материал;
- обосновывает значимость нового материала на примерах применения в других областях или новых условиях;
- предлагает самостоятельную работу.

Примерные задания:

1. *Напишите, что вы узнали нового.*
2. *Ответьте на вопрос (по содержанию нового материала).*
3. *Выполните задание по образцу.*
4. *Придумайте новую ситуацию и применение новых знаний.*

Ключ к определению уровня обучаемости:

Работы собираются после того, как 4 – 5 учащихся выполняют задания.

Уровни обучаемости определяются следующим образом:

- *первый репродуктивный* уровень, выполнены 3 задания;
- *средний, второй, прикладной* уровень – 4 задания;
- *третий, очень высокий, творческий* уровень – 5 заданий.

Характеристика уровня обучаемости

Низкий уровень обучаемости – ученику для усвоения нового материала (может и не в полном объёме) нужна длительная тренировочная работа. Учащийся работает несамостоятельно, со всем классом, задания выполняет по образцу, выделить основное самостоятельно не может.

Средний уровень обучаемости – ученику достаточно небольшого объёма тренировочной работы для усвоения нового материала. Самостоятельно выделяет основное после объяснения и тренировок. Может применить полученные знания в новых условиях.

Высокий уровень обучаемости – ученик быстро усваивает новый материал, анализирует, выделяет главное, способен к обобщению, переносу знания в новые условия, готов к восприятию следующей новой информации.

Анализ проверочных работ в начале и конце эксперимента показал:

- высокий уровень обучаемости учащихся в группах с организацией внеурочной деятельности посредством учебно-исследовательской деятельности

за время эксперимента значительно увеличился: с 20% до 42%; низкий уровень обучаемости снизился с 38% до 22% учащихся;

- в группах, где не применялась предложенная технология, произошёл менее значительный рост высокого уровня обучаемости – от 18% до 30%; низкий уровень обучаемости снизился с 40% до 34%.

На рисунке 10 представлена динамика изменений уровня обучаемости учащихся в начале и конце учебного года.

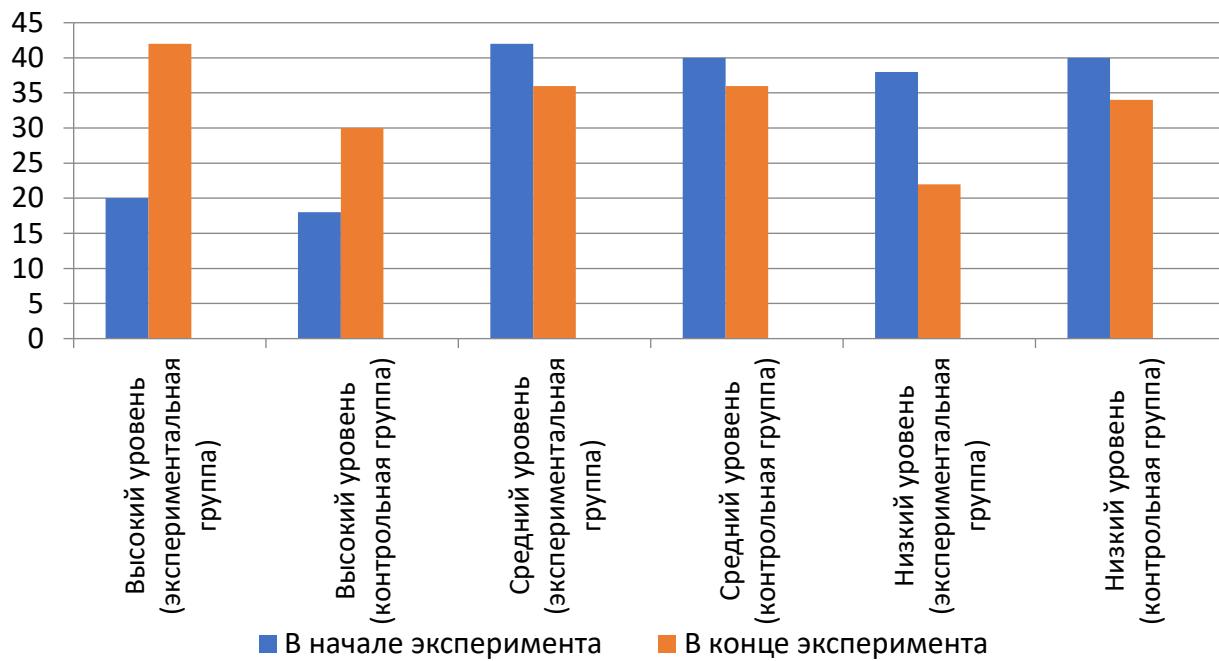


Рисунок 10 – Изменение уровня обучаемости учащихся в начале и конце учебного года (по методике П. И. Третьякова [230])

Результаты применения методики формирования регулятивных универсальных учебных действий средствами учебно-исследовательской деятельности учащихся во внеурочной деятельности школьников позволили сделать вывод о необходимости ее целенаправленного применения на уроках.

В третьем, формирующем, этапе эксперимента участвовали учащиеся 8-х классов МБОУ Лицей № 12 г. Химки.

Для определения уровня успеваемости учащихся в классах, участников эксперимента, были проведены контрольные работы по математике, результат которых отражен в таблице 19.

Таблица 19 – Уровень успеваемости учащихся на начало эксперимента

Классы	Уровень успеваемости											
	Продвинутый (+++)		Высокий (++ -)		Допустимый (- ++)		Допустимый средний (- + -)		Допустимый низкий (- - +)		Недопустимый низкий (- - -)	
	Кол-во	%	Кол-во	%	Кол-во	%	Кол-во	%	Кол-во	%	Кол-во	%
ЭК	3	6	7	14	9	18	12	24	15	20	4	18
КК	2	5	7	14	9	18	11	23	14	20	6	20

Продвинутый (++) – оценка «5»: видит идею рационального (вариативность) решения, владеет устойчивыми навыками выполнения математических операций, адекватно прогнозирует и оценивает результат;

Высокий (++) – оценка «5 –»: видит идею решения, соотносит исходные данные и верно выполняет математические действия, но не всегда адекватно оценивает полученный результат;

Допустимый (- ++) – оценка «4»: не сразу видит идею решения задачи (нужны наводящие вопросы, помочь), хорошо владеет навыками математических действий, оценивает результат путем «своих» рассуждений, часто из практических соображений, жизненного опыта;

Допустимый средний (- + -) – оценка «3»: не видит идею решения задачи и не умеет прогнозировать конечный результат, но хорошие математические вычислительные навыки, знает правила, законы, формулы...

Допустимый низкий (- - +) – оценка «3 –»: хорошо развита логика рассуждений, может предположить конечный результат (не выполняя математических операций), нет устойчивых навыков математических действий;

Недопустимый низкий (- - -) – оценка «2»: в силу индивидуальных особенностей не выполняет контрольную работу на удовлетворительную оценку, но на занятиях (уроках) демонстрирует необходимые знания и навыки, проявляет желание учиться.

Для подтверждения результатов определения контрольных и экспериментальных классов по результатам уровня успеваемости воспользовались методикой статистической обработки результатов – двусторонним χ^2 критерием [60].

Гипотеза H_0 : вероятности распределения учащихся по уровню успеваемости в экспериментальном и контрольном классах равны.

Гипотеза H_1 : вероятности распределения учащихся по уровню успеваемости в экспериментальном и контрольном классах не равны.

Вычисляли T_χ по формуле (1):

$$\chi^2 = \frac{1}{n_1 \cdot n_2} \cdot \sum_{i=1}^c \frac{(n_1 \cdot O_{2i} - n_2 \cdot O_{1i})^2}{O_{1i} + O_{2i}} \quad (1)$$

где n_1 – число учащихся в экспериментальном классе

n_2 – число учащихся в контрольном классе

O_{1i} – количество учащихся в экспериментальном классе с определённым уровнем успеваемости

O_{2i} – количество учащихся в контрольном классе с определённым уровнем успеваемости.

Получили:

$$\begin{aligned} \chi^2 = \frac{1}{50 \cdot 49} \cdot \left(\frac{(50 \cdot 2 - 49 \cdot 3)^2}{2+3} + \frac{(50 \cdot 7 - 49 \cdot 7)^2}{7+7} + \frac{(50 \cdot 9 - 49 \cdot 9)^2}{9+9} + \frac{(50 \cdot 11 - 49 \cdot 12)^2}{11+12} + \right. \\ \left. + \frac{(50 \cdot 14 - 49 \cdot 15)^2}{14+15} + \frac{(50 \cdot 6 - 49 \cdot 4)^2}{6+4} \right) = 0,277 \end{aligned}$$

Табличное значение T_χ , коэффициента Стьюдента для двусторонних гипотез при заданном числе степеней свободы $df (n - 1 = 5)$, и уровня значимости $\alpha = 0,05$, равно 2,57.

На основании неравенства $T_\chi < T_\chi$, сделали вывод: гипотезу H_1 можно не рассматривать. Вероятности распределения учащихся по уровню успеваемости в контрольном и экспериментальном классах равны и группы сформированы правильно.

Результаты контрольных работ и результаты диагностики не противоречат данным, полученным при проведении контрольных работ.

В процессе обучения математике по предлагаемой методике учащиеся выполняли различные типы исследовательских заданий, проявляли самостоятельность и активность, выполняя учебные мини-проекты, овладевали методами научного познания. Продуктом явился коллективный исследовательский

проект «За страницами учебника «Геометрия»», исследовательские работы для участия в конференциях и конкурсах (школьного уровня и муниципального уровней). В процессе обучения, учащиеся учились аргументировано представлять свою позицию, осуществлять самостоятельный поиск решения проблем, проявлять настойчивость и другие личностные качества.

Универсальные регулятивные учебные действия формировались упражнениями в изменяющихся условиях, т. е. в процессе переноса способов действий в несколько измененную и новую учебную ситуацию.

В конце учебного года были проанализированы результаты изменения уровня сформированности регулятивных универсальных учебных действий и мотивации учебной деятельности в условиях применения учебно-исследовательской деятельности во внеурочной деятельности.

На рисунке 11 представлена динамика сформированности универсальных учебных действий у учащихся в экспериментальном классе на начало и конец эксперимента в процентах.

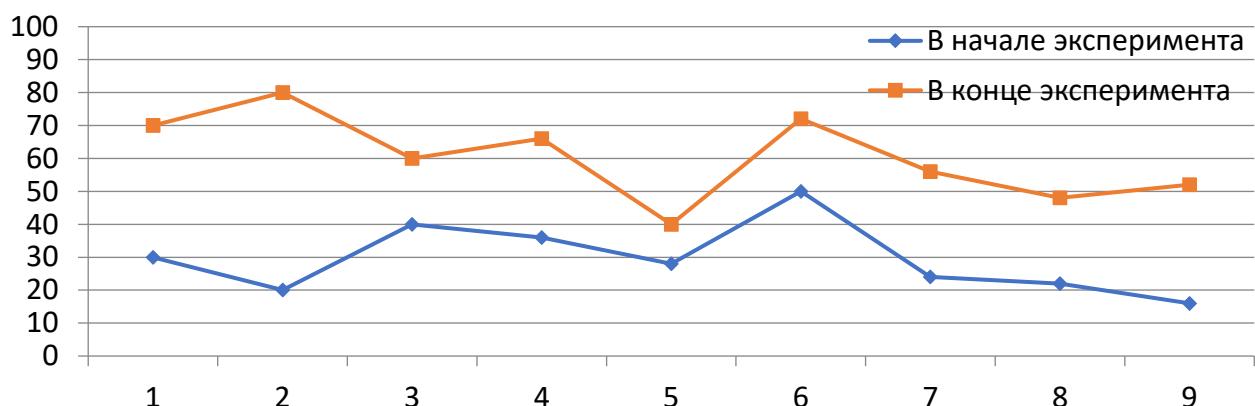


Рисунок 11 – Динамика сформированности универсальных учебных действий у учащихся в экспериментальном классе на начало и конец эксперимента в процентах

Состав РУУД в процессе обучения математике в 8-ом классе при проведении эксперимента, см. таблицу -18:

- 1 – ставить учебную задачу;
- 2 – правильно оформлять и вести записи в тетради;
- 3 – понимать последовательность действий;
- 4 – сравнивать полученные результаты с учебной задачей;

- 5 – определять наиболее рациональную последовательность своей деятельности;
- 6 – оценивать деятельность – свою и одноклассников;
- 7 – планировать свою деятельность;
- 8 – вносить изменения в содержание задач;
- 9 – определять проблемы собственной деятельности и устанавливать их причины.

На рисунке 12 представлена динамика сформированности универсальных учебных действий у учащихся в контрольном классе на начало и конец эксперимента в процентах.

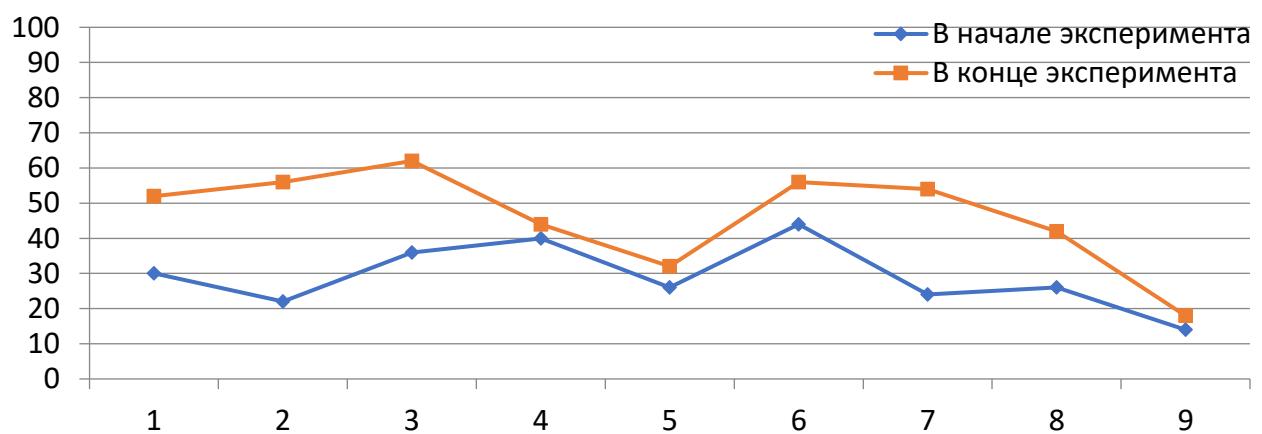


Рисунок 12 – Динамика сформированности универсальных учебных действий у учащихся в контрольном классе на начало и конец эксперимента в процентах

Был сделан вывод, что при совершенствовании универсальных регулятивных учебных действий они в целом не автоматизируются, поскольку этому процессу не подвержено центральное звено решения мыслительных задач: нахождение принципа (основной идеи) решения на основе связи известного с неизвестным. И таким образом, действия, совершающиеся с помощью универсальных регулятивных учебных действий, всегда осознаваемы.

Показателями эффективности исследовательского обучения являются: динамика включения в исследовательскую деятельность; качество усвоения программного материала по алгебре и геометрии; показатели качества

обученности по итогам отчетного периода (итоговые четвертные оценки) по программе восьмого класса. Результаты отражены в таблице 20.

Таблица 20 – Динамика личностного становления учащихся восьмых классов в условиях их включения в исследовательскую деятельность в процессе обучения (в %)

Критерии	Группы	Уровни сформированности					
		констатирующий эксперимент			формирующий эксперимент		
		высокий	средний	низкий	высокий	средний	низкий
Отношение учащихся к исследовательской деятельности	ЭГ	6	18	76	30	16	54
	КГ	6	12	72	18	21	61
Готовность учащихся к саморегуляции в учебно-исследовательской деятельности	ЭГ	6	46	48	33	36	21
	КГ	5	45	50	24	40	36

Эксперимент позволил зафиксировать положительную динамику в развитии универсальных регулятивных учебных действий учащихся с развитыми исследовательскими умениями. Таким образом, подтвердилась взаимосвязь этапов исследовательской деятельности с компонентами процесса саморегуляции, представленная ранее.

Был сделан вывод: результаты развития универсальных регулятивных учебных действий характерны и для исследовательской деятельности. Следовательно, опираясь на положения системного подхода, можно утверждать, что интеграция данных умений в единую систему образовательной практики

быстрее приведет к достижению запланированных результатов, чем их применение и развитие как отдельных составляющих.

Результаты показали, что увеличилось количество учащихся с устойчивой мотивацией к исследовательской деятельности (на 24%), с высоким уровнем личной активности и самостоятельности исследовательской деятельности и высокой степенью эмоциональной удовлетворенности её процессом и результатами (на 27%).

Анализ данных, полученных в ходе эксперимента, подтвердил эффективность методики формирования универсальных регулятивных учебных действий учащихся средствами учебно-исследовательской деятельности в процессе обучения математике.

Выводы по II главе

1. Методическая система формирования РУУД учащихся при обучении математике представлена основными компонентами: целевым, содержательным, операциональным (формы, методы, средства), диагностическим.

Целевой компонент методической системы обусловлен необходимостью формирования полной осознанной саморегуляции у учащихся с учетом особенностей взаимодействия: «учитель математики – ученик», «ученик – ученик», «учение – ученик», при этом ожидаемые результаты заключаются в формировании регулятивных универсальных учебных действий, повышении качества обучения математике. Компоненты предлагаемой методической системы: содержательный, операциональный, диагностический – подчинены целевому

компоненту и обеспечивают наиболее эффективное достижение поставленных целей.

Содержательный компонент методической системы представлен математической, информационной, методологической составляющими математического общего образования с целью формирования РУУД учащихся. Это вариативные, конвергентные, исследовательские задачи; учебно-исследовательские и научно-исследовательские проекты, практические работы. Предпочтение в отборе математического содержания отдается заданиям исследовательского типа, т.е. делается акцент на организации учебной деятельности в виде УИД.

Операциональный компонент методической системы обеспечивает последовательную организацию учебного процесса по освоению содержания математики в соответствии с уровнями самостоятельной познавательной деятельности учащихся: репродуктивно-вариативному, вариативно-эвристическому, эвристическому. При этом регулятивные универсальные учебные действия, необходимые для выполнения учебно-исследовательской деятельности, сначала формируются у учащихся, а затем применяются ими для освоения новой учебной информации.

Диагностический компонент методической системы призван определять исходный уровень регулятивных универсальных учебных действий обучающихся, и обеспечивать связку элементов «цель – результат», что достигается посредством мониторинга развития формируемых качеств в процессе организованного взаимодействия обучающихся и преподавателя.

2. Методологической основой построенной методической системы являются системно-деятельный подход, система общедидактических принципов, а также *специальные принципы методики формирования регулятивных универсальных учебных действий учащихся при обучении математике*:

- *принцип структуризации* требует разделения учебного материала урока по математике на структурные элементы – математические учебные исследования, каждое из которых имеет свою конкретную дидактическую цель,

а содержание обучения математике представляется в объеме, обеспечивающем ее достижение;

- *«принцип динаминости* обеспечивает вариативность набора математических приёмов исследовательской деятельности с учетом индивидуальности учащихся;
- *принцип гибкости* предполагает организацию математических исследований таким образом, чтобы они легко адаптировались к уровням математической подготовки обучаемых;
- *принцип постепенности* обеспечивает поэтапное выполнение математической деятельности, не пропуская ни одного «шага» исследования;
- *принцип паритетности* предполагает субъект-субъектные отношения между учителем математики и обучаемым;
- *принцип реализации обратной связи* способствует созданию системы контроля и самоконтроля, коррекции и самокоррекции, оценки и самооценки успешности учебно-познавательной математической деятельности;
- *принцип осознанной перспективы* подчеркивает, что условием успешности обучения математике являются сформированная осознанная саморегуляция учебно-познавательной математической деятельности», [25].

3. Анализ данных педагогического эксперимента по проверке эффективности разработанной методики формирования регулятивных универсальных учебных действий в процессе учебно-исследовательского обучения математике в общеобразовательной школе свидетельствует о положительной динамике сформированности регулятивных универсальных учебных действий у учащихся экспериментального класса, что выражается в овладении следующими умениями:

- понимать, принимать и сохранять задачу, изменилось осмысление деятельности;
- самостоятельно ставить учебные задачи, определять и формулировать цель деятельности, интерпретировать словесный материал, создавать схемы, графики;

- не только планировать свои действия, но и уверенно осуществлять их, контролируя и корректируя.

- осмысленно относиться к результату своей деятельности, оценивать логику построения материала в виде письменного текста.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Деятельностная парадигма современного образования предусматривает развитие способности учащихся самостоятельно организовывать собственную учебную деятельность в процессе освоения учебных предметов, в том числе математики, что достигается через формирование регулятивных универсальных учебных действий. Целенаправленная работа по формированию регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике позволит решить такие проблемы как низкий уровень учебной мотивации, недостаточность познавательной инициативы, неспособность регулировать собственную деятельность. Специфика процесса формирования регулятивных универсальных учебных действий учащихся при обучении математике связана с их интеллектуальным воспитанием и управлением обогащением умственного опыта учащихся, что проявляется в освоении математического языка, математических знаний и методов как универсальных средств выражения и представления информации.

2. Процесс формирования регулятивных универсальных учебных действий при обучении математике наиболее продуктивно осуществляется в структуре полной осознанной саморегуляции, представленной ее структурными компонентами: ценностно-мотивационным, смысловым, опытом рефлексии, опытом привычной активизации, операциональным опытом и опытом сотрудничества. Содержательной основой формирования регулятивных универсальных учебных действий учащихся при обучении математике выступает учебно-исследовательская деятельность, что способствует трансформации внешней мотивации во внутреннюю. Принципами формирования регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике в развивающей образовательной среде являются: информированность, эмоциональная насыщенность, оптимальное соотношение процессов развития и саморазвития ребенка, открывающее перспективы реализации субъектного опыта школьников в различных видах деятельности, направленность на формирование интегративных качеств личности.

3. Педагогическими условиями, обеспечивающими формирование РУУД в процессе обучения математике в общеобразовательной школе, являются: обеспечение индивидуализации освоения образовательной программы с учетом интересов и способностей учащегося; создание личностно развивающей образовательной среды как пространства саморазвития и социального взаимодействия школьников; использование математического содержания для интеллектуализации учебной деятельности. Совокупность педагогических условий позволяет организовать процесс формирования регулятивных универсальных учебных действий на основе обеспечения учащимся выбора вариативного содержания образования и соответствующих его интересам и потребностям форм образования; единства процессов саморазвития и социального взаимодействия; способствует развитию у них деятельной активности, социального интеллекта, ответственности, толерантности, эмоционально-позитивного отношения к миру, диалогичности и сотрудничества с другими, стремления к позитивным изменениям в социуме.

4. Методика формирования регулятивных универсальных учебных действий школьников в процессе обучения математике на основе учебно-исследовательской деятельности ориентирована на организацию образовательного процесса адекватно индивидуальным целям и обеспечению осознанной саморегуляции учащегося. Реализация совокупности целевого, содержательного, операционального и диагностического компонентов методической системы способствует развитию деятельной активности учащихся, их самостоятельности, ответственности, диалогичности и сотрудничества с другими; обеспечивает стремление к позитивным изменениям в себе и социуме, формирует навыки самоконтроля и воспитывает культуру мышления.

Результаты педагогического эксперимента подтвердили выдвинутую гипотезу и доказали эффективность разработанной методики формирования регулятивных универсальных учебных действий в процессе учебно-исследовательской деятельности при обучении математике в основной школе.

Список литературы

1. Абульханова-Славская, К. А. Психология и педагогика [Текст] / К. А. Абульханова-Славская, Н. В. Васина, В. А. Сластенин. – М.: Изд-во ин-та психотерапии, 1998. – 335 с.
2. Абульханова-Славская, К. А. Стратегия жизни [Текст] / К. А. Абульханова-Славская. – М.: Изд-во «Мысль», 1991. – 299 с.
3. Абульханова-Славская К.А. Развитие личности в процессе жизнедеятельности // Психология формирования и развития личности. М.: Наука, 1981. С. 19-45.
4. Алексеев, Н. Г. Концепция развития исследовательской деятельности учащихся [Текст] / Н. Г. Алексеев, А. В. Леонович, А. В. Обухов [и др.] // Исследовательская работа школьников. – 2001. – №. 1. – С. 24 – 34.
5. Ананьев, Б. Г. Психологическая структура человека [Текст] / Б. Г. Ананьев // Человек и общество. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1967. – Вып. 2. – С. 235 – 249.
6. Анохин, П. К. Роль ориентировочно-исследовательской реакции в образовании условного рефлекса и проблема ориентировочно-исследовательской деятельности [Текст] / П. К. Анохин. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1965. – 268 с.
7. Анохин, П. К. Принципиальные вопросы общей теории функциональных систем [Текст] / П. К. Анохин. – М.: Изд-во «Директ-Медиа», 2008. – 131 с.
8. Анфилатов, В. С. Системный анализ в управлении / В. С. Анфилатов, А. А. Емельянов, А. А. Кукушкин. – М. : ФиС, 2002. – 368 с.
9. Аронов, А. М., Знаменская, О.В. О понятии «математическая компетентность» [Текст] / А. М. Аронов, О. В. Знаменская // Вестник Московского университета. – Серия 20. Педагогическое образование. – № 4. – 2010. – С. 31-43.

- 10.Асмолов, А. Г. Системно-деятельностный подход к разработке стандартов нового поколения [Текст] / А. Г. Асмолов // Педагогика. – 2009. – № 4. – С. 18 – 22.
- 11.Асмолов, А. Г. Как проектировать учебные действия в начальной школе. От действия к мысли [Текст] : пособие для учителя / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская. – М.: Изд-во «Просвещение», 2010. – 152 с.
- 12.Асмолов, А. Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий [Текст] : пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская [и др.]. – М.: Изд-во «Просвещение», 2011. – 159 с.
- 13.Асмолов, А. Г. Проектирование универсальных учебных действий в старшей школе [Текст] / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская // Национальный психологический журнал. – 2011. – № 1 (5). – С. 104 – 110.
- 14.Бабанский, Ю. К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе [Текст] / Ю. К. Бабанский. – М.: Изд-во «Просвещение», 1985. – 208 с.
- 15.Бабанский, Ю. К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса [Текст] / Ю. К. Бабанский. – М.: Изд-во «Просвещение», 1982. – 192 с.
- 16.Бадмаева, Н. Ц. Влияние мотивационного фактора на развитие умственных способностей [Текст] / Н. Ц. Бадмаева. – Улан-Удэ, 2004. – 280 с.
- 17.Бандура, А. Теория социального научения [Текст] / А. Бандура. – СПб.: Изд-во «Евразия», 2000. – 320 с.
- 18.Баракова, Е. А. Исследовательское обучение как основа формирования регулятивных учебных действий в процессе обучения математике в общеобразовательной школе [Текст] / Е. А. Баракова // Международный научно-исследовательский журнал. – 2016. – № 09 (51). – Ч. 4. Сентябрь. – С. 53 – 56.

- 19.Баракова, Е. А. Обеспечение индивидуализации образовательных программ и путей их усвоения в зависимости от способностей и интересов обучающихся [Текст] / Е. А. Баракова // Проблемы функционирования современного государства: право, политика, экономика, образование : сб. научн. докладов Международной научно-практической конференции (г. Москва, 17 апреля 2015 г.). – М.: Изд. Дом «Научное обозрение», 2015. – С. 21 – 36.
- 20.Баракова, Е. А. Основные принципы и понятия технологии формирования регулятивных умений в исследовательском обучении (ИО) [Текст] / Е. А. Баракова // European Social Science Journal. – 2014. – № 1 (40). – Т. 1. – С. 66 – 75.
- 21.Баракова, Е. А. Технология формирования регулятивных умений учащихся общеобразовательной школы посредством использования исследовательского обучения [Текст] / Е. А. Баракова // Теория и практика образования в современном мире: материалы II Междунар. науч. конф. (г. Санкт-Петербург, ноябрь 2012 г.). – СПб.: Изд-во «Реноме», 2012. – С. 64 – 67.
- 22.Баракова, Е. А. Управление процессом формирования регулятивных умений учащихся в исследовательском обучении [Текст] / Е. А. Баракова // Историческая и социально-образовательная мысль. – 2013. – № 1. – С. 75 – 78.
- 23.Баракова, Е.А. Сущность методики формирования регулятивных учебных действий учащихся общеобразовательной школы (на примере обучения математики) [Текст] / Е.А. Баракова // «Педагогический журнал» (Научный рецензируемый журнал о проблемах и перспективах образования в России и зарубежом), (г. Ногинск, август 2018г.). – Т. 8, № 4А.
- 24.Баракова, Е.А. Учебная исследовательская деятельность – основа формирования регулятивных УУД (на примере обучения математике) [Текст] / Е.А. Баракова // «Наука и Школа», Общероссийский научно-педагогический журнал, МПГУ - № 6, декабрь 2018. г. Москва

- 25.Баракова Е.А., Реализация методики формирования регулятивных учебных действий учащихся средствами МЭШ [Текст] / Е.А. Баракова // «Ученые записки Орловского государственного университета», Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева, (г. Орёл, октябрь-декабрь 2019г.). - № 4 (85), 2019.
- 26.Баранова, Е. В. Методические основы использования учебных исследований при обучении геометрии в основной школе [Текст] : автореф. дисс... канд. пед. наук: 13.00.02 / Баранова Елена Валентиновна. – Саранск, 1999. – 19 с.
- 27.Баранова, Е. В. Как увлечь школьников исследовательской деятельностью [Текст] / Е. В. Баранова М. И. Зайкин // Математика в школе. – 2004. – № 2. – С. 7.
- 28.Башев, В. В. Ключевые компетентности в образовании в области обществознания: основные гипотезы [Электронный ресурс] / В. В. Башев // IX Всероссийская конференция «Практики развития» (Красноярск, 2002). – Режим доступа: http://conf.ippd.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=2&Itemid=61.
- 29.Бернштейн, Н. А. Физиология движений и активность [Текст] / Н. А. Бернштейн. – М.: Изд-во «Наука», 1990. – 494 с.
- 30.Берцфай, Л. В. Формирование двигательного навыка в условиях практической и учебной задач [Текст] / Л. В. Берцфай // Вопросы психологии. – 1963. – № 4. – С. 73 – 84.
- 31.Беспалько, В. П. Природосообразная педагогика [Текст] / В. П. Беспалько. – М.: Изд-во «Народное образование», 2008. – 512 с.
- 32.Блонский, П. П. Педология [Текст] / П. П. Блонский; под ред. В. А. Сластенина. – М.: Гуманитарно-издат. центр «Владос», 1999. – 288 с.
- 33.Боженкова, Л. И. Методика формирования УУД при обучении геометрии [Текст] / Л. И. Боженкова. – М.: Изд-во «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2015. – 205 с.

- 34.Боженкова, Л. И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре [Электронный ресурс] / Л. И. Боженкова. – Эл. изд. – Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf : 243 стр.). – М.: Лаборатория знаний, 2016.
- 35.Боженкова, Л. И. Методическая система обучения геометрии, ориентированной на интеллектуальное воспитание учащихся общеобразовательной школы : дисс. ... докт. пед. наук : 13.00.02 / Боженкова Л. И. – М., 2007. – 426 с.
- 36.Божович, Л. И. Проблемы формирования личности [Текст] / Л. И. Божович. – М.: Изд-во Ин-та практич. психологии, 1996. – 400 с.
- 37.Божович, Л. И. Проблема развития мотивационной сферы ребенка [Текст] / Л. И. Божович // Хрестоматия по психологии / под ред. А. В. Петровского. – М.: Изд-во «Просвещение», 1987. – С. 408 – 412.
- 38.Болтянский, В. Г. Математическая культура и эстетика [Текст] / В. Г. Болтянский // Математика в школе. – 1982. – № 2. – С. 40 – 43.
- 39.Болтянский, В. Г. Как учить поиску решения задачи [Текст] / В. Г. Болтянский, Я. И. Грудев // Математика в школе. – 1988. – № 1. – С. 8 – 14.
- 40.Бондарь, В. И. Дидактика [Текст] / В. И. Бондарь. – К.: Изд-во «Лебедь», 2005. – 360 с.
- 41.Бунаков, Н. Ф. Избранные педагогические сочинения [Текст] / Н. Ф. Бунаков. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1953. – 412 с.
- 42.Вебер, М. Избранные произведения [Текст] / М. Вебер. – М.: Изд-во «Прогресс», 1990. – 809 с.
- 43.Веккер, Л. М. Психика и реальность. Единая теория психических процессов [Текст] / Л. М. Веккер. – М.: Изд-во «Смысл», 1998. – 685 с.
- 44.Виленкин, Н. Я. Математика. 6 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений [Текст] / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков. – М.: Изд-во «Мнемозина», 2016. – 288 с.
- 45.Вилюнас, В. К. Психология эмоциональных явлений [Текст] / В. К. Вилюнас. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1976. – 143 с.

46. Владыкина, И. В. Формирование исследовательских умений студентов педвузов при изучении курса «Теория и методика обучения математике» : дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Владыкина Ирина Владимировна. – Саранск, 2005. – 151 с.
47. Волович, М. Б. Математика без перегрузок [Текст] / М. Б. Волович. – М.: Изд-во «Педагогика», 1991. – 144 с.
48. Володин, А. А. Стандартизация высшего профессионального образования как механизм обеспечения его качества [Электронный ресурс] / А. А. Володин. – Режим доступа: <http://www.emissia.org/offline/2012/1761.htm>.
49. Выготский, Л. С. Педагогическая психология [Текст] / Л. С. Выготский. – М.: Изд-во «Педагогика-Пресс», 1996. – 536 с.
50. Выготский, Л. С. Психология [Текст] / Л. С. Выготский. – М.: Изд-во «ЭКСМО-Пресс», 2000. – 1008 с.
51. Выготский, Л. С. Развитие высших психических функций. М.: Изд-во Академии педагогических наук, 1960. – 340 с.
52. Выготский, Л. С. Собрание сочинений: В 6-ти т. Т. 3 Проблемы развития психики [Текст] / Л. С. Выготский. – М.: Изд-во «Педагогика», 1983. – 368 с.
53. Высотская, С. И. Дидактические основания конструирования процесса обучения [Текст] / С. И. Высотская, В. В. Краевский // Новые исследования в педагогических науках. – 1986. – № 1 (47). – С. 36 – 40.
54. Гальперин, П. Я. Основные результаты исследований по проблеме «Формирование умственных действий и понятий» : [Текст] [Доклад, представленный на соиск. уч. степени д-ра психол. наук] / П. Я. Гальперин. – М., 1965. – 51 с.
55. Гальперин, П. Я. Введение в психологию [Текст] : учебное пособие / П. Я. Гальперин. – М.: Изд-во КДУ, 2007. – 336 с.
56. Гальперин, П. Я. Управляемое формирование психических процессов [Текст] / П. Я. Гальперин. – М.: Изд-во МГУ, 1977. – 198 с.

57. Гальперин, П. Я. Современное состояние теории поэтапного формирования умственных действий [Текст] / П. Я. Гальперин, Н. Ф. Талызина // Вестник МГУ. – Сер. 14. Психология. – 1979. – № 4. – С. 54 – 63.
58. Глейзер, Г. Д. Об ориентирах школьного математического образования [Текст] / Г. Д. Глейзер, О. С. Медведева // Ценности и смыслы. – 2010. – № 03 (6). – С. 110 – 124.
59. Гнеденко, Б. В. О математическом творчестве [Текст] / Б. В. Гнеденко // Математика в школе. – 1967. – № 6. – С. 16 – 22.
60. Грабарь, М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях [Текст] / М. И. Грабарь, К. А. Красницкая. – М.: Изд-во «Педагогика», 1977. – 130 с.
61. Груденов, Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики [Текст]: кн. для учителя / Я. И. Груденов. – М.: Изд-во «Просвещение», 1990. – 224 с.
62. Гусев, В. А. Система исследовательских умений учащихся при решении школьных геометрических задач как основа функционирования ЕГЭ [Текст] / В. А. Гусев // Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология. Проблемы математического образования: тез. докл. IV Междунар. конф., посв. 90-летию со дня рождения члена-корр. РАН, академика Европейской академии наук Л. Д. Кудрявцева. – М.: Изд-во РУДН, 2013. – С. 518 – 522.
63. Гусев, В. А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы [Текст] / В. А. Гусев. – М.: Изд-во «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2014. – 457 с.
64. Давыдов, В. В. Теория развивающего обучения [Текст] / В. В. Давыдов. – М.: Изд-во ИНТОР, 1996. – 544 с.
65. Давыдов, В. В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования [Текст] / В. В. Давыдов. – М.: Изд-во «Педагогика», 1986. – 240 с.

- 66.Давыдов, В. В. Содержание и структура учебной деятельности школьников [Текст] / В. В. Давыдов; под ред. В.В. Давыдова [и др.]. – М.: Изд-во «Педагогика», 1982. – 216 с.
- 67.Давыдов, В. В. Младший школьник как субъект учебной деятельности [Текст] / В. В. Давыдов, В. И. Слободчиков, Г. А. Цукерман // Вопросы психологии. – 1992. – № 3 – 4. – С. 14 – 19.
- 68.Далингер, В. А. Поисково-исследовательская деятельность учащихся по математике [Текст] : учебное пособие / В. А. Далингер. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2005. – 456 с.
- 69.Далингер, В. А. Избранные вопросы информатизации школьного математического образования [Текст] / В. А. Далингер. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2010 – 150 с.
- 70.Далингер, В. А. Организация и содержание поисково-исследовательской деятельности учащихся по математике [Текст] / В. А. Далингер, Н. В. Толпекина. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2007. – 191 с.
- 71.Данилюк, А. Я. Концепция духовно-нравственного воспитания личности гражданина России [Текст] / А. Я. Данилюк, А. М. Кондаков, В. А. Тишков. – М.: Изд-во «Просвещение», 2010. – 24 с.
- 72.Диагностика доминирующей перцептивной модальности (С. Ефремцева) [Текст] // Фетискин Н. П., Козлов В. В., Мануйлов Г. М. Социально-психологическая диагностика развития личности и малых групп. – М.: Изд-во Ин-та психотерапии, 2002. – С. 237 – 238.
- 73.Дидактика средней школы: Некоторые проблемы современной дидактики [Текст] / под ред. М. Н. Скаткина. – М.: Изд-во «Просвещение», 1982. – 319 с.
- 74.Дорофеев, Г. В. Профилированная школа в концепции школьного математического образования [Электронный ресурс] / Г. В. Дорофеев, Л. В. Кузнецова, Е. А. Седова // Интернет-журнал «Эйдос». – 2003. – 15 апреля. – Режим доступа: <http://www.eidos.ru/journal/2003/0415-02.htm>.

- 75.Душина, И. В. Учителю о новых подходах к планированию урока географии в условиях введения образовательных стандартов нового поколения [Текст] / И. В. Душина, Е. А. Беловолова, Е. А. Таможняя [и др.] // География в школе. – 2012. – № 3. – С. 29 – 39.
- 76.Дьюи, Дж. Психология и педагогика мышления [Текст] / Дж. Дьюи. – М.: Изд-во «Совершенство», 1997. – 208 с.
- 77.Егупова, М. В. Достижение метапредметных результатов в практико-ориентированном обучении геометрии (7-9 классы): монография / М.В. Егупова, Ю.В. Мошуря. – М.: 2019. – 152с.
- 78.Епишева, О. Б. Учить школьников учиться математике: Формирование приемов учеб. деятельности [Текст] : кн. для учителя / О. Б. Епишева, В. И. Крупич. – М.: Изд-во «Просвещение», 1990. – 128 с/
- 79.Есипович, К. Б. Управление познавательной деятельностью учащихся при изучении иностранных языков в средней школе [Текст] / К. Б. Есипович. – М.: Изд-во «Просвещение», 1988. – 191с.
- 80.Заесенок, В. П. Логические задачи как средство формирования приемов эвристической деятельности школьников 5-6-х классов на уроках математики [Текст] : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Заесенок Вера Павловна. – М., 2004. – 166 с.
- 81.Зайкин, М. И. От задания к заданию – в глубину познания. Опыт приобщения к математическому творчеству [Текст] / М. И. Зайкин. – Арзамас: Изд-во АГПИ, 2009. – 148 с.
- 82.Занков, Л. В. Обучение и развитие (экспериментально-педагогическое исследование) [Текст] / Л. В. Занков. – М.: Изд-во «Педагогика», 1975. – 440 с.
- 83.Запорожец, А. В. Избранные психологические труды : в 2 т. Т 1. Психическое развитие ребенка [Текст] / А. В. Запорожец. – М.: Изд-во «Педагогика», 1986. – 323 с.
- 84.Захарова, А. В. Развитие контроля и оценки в процессе формирования учебной деятельности [Текст] / А. В. Захарова // Формирование учебной

- деятельности школьников / под ред. В. В. Давыдова, И. Лампшера, А. К. Марковой. – М.: Изд-во «Педагогика», 1982. – 216 с.; С. 107 – 113.
85. Захарова, А. В. Как формировать самооценку школьника [Текст] / А. В. Захарова, М. Э. Боцманова // Начальная школа. – 2011. – № 3. – С. 58 – 65.
86. Захарова, А. В. Особенности рефлексии как психического новообразования в учебной деятельности [Текст] / А. В. Захарова, М. Э. Боцманова // Формирование учебной деятельности школьников / под ред. В. В. Давыдова, И. Ломпшера, А. К. Марковой. – М.: Изд-во «Педагогика», 1982. – 216 с.
87. Зимняя, И. А. Педагогическая психология [Текст] / И. А. Зимняя. – М.: Изд-во «Логос», 2004. – 384 с.
88. Зимняя, И. А. Компетентностный подход. Каково его место в системе современных подходов к проблемам образования (теоретико-методологический аспект) [Текст] / И. А. Зимняя // Высшее образование сегодня. – 2006. – № 8. – С. 21 – 26.
89. Зимняя, И. А. Исследовательская работа как специфический вид человеческой деятельности [Текст] / И. А. Зимняя, Е. А. Шашенкова. – Ижевск – Москва: Изд-во Удмуртского гос. ун-та, 2001. – 103 с.
90. Зязин, А. О. Регулятивные педагогические средства: индивидуальный подход как специфическая форма организации знания об изучаемом педагогическом объекте [Текст] / А. О. Зязин. – Барнаул, 2010.
91. Ибраева, Н. И. Формирование опыта учебно-познавательной деятельности учащихся начальных классов [Текст] : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / Ибраева Нуржамал Ибраевна. Челябинск, 1984. – 25 с.
92. Иванников, В. А. Психологические механизмы волевой регуляции [Текст] / В. А. Иванников. – СПб.: Изд-во «Питер», 2006. – 208 с.
93. Иванова, Т. А. Содержание и структура профессиональной компетенции педагога в организации учебно-исследовательской деятельности учащихся (в условиях реализации ФГОС общего образования) [Текст] / Т.

- А. Иванова // Вестник РМАТ. – № 2. – Педагогические науки. – 2016. – С. 97 – 103.
94. Иванова, Т. А. Гуманитаризация общего математического образования [Текст] / Т. А. Иванова. – Н. Новгород: Изд-во НГПУ, 1998. – 206 с.
95. Иванова, Т. А. Цели и содержание общего математического образования в условиях его гуманитаризации [Текст] / Т. А. Иванова // Гуманитаризация математического образования в школе и вузе. – Саранск, 2002. – Вып.1. – С. 13 – 22.
96. Иванова, Т. А. Теория и технология обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов / Т. А. Иванова, Е. Н. Перевощикова, Л. И. Кузнецова, Т. П. Григорьева; под ред. Т. А. Ивановой. – 2-е изд. – Н. Новгород: НГПУ, 2009. – 355 с.
97. Ильин, В. П. Психология воли [Текст] / В. П. Ильин. – СПб.: Изд-во «Питер», 2000. – 288 с.
98. Ильясов, И. И. Структура процесса учения [Текст] / И.И. Ильясов. – М.: Изд-во Моск. университета, 1986. – 200 с.
99. Истомина, Н. Б. Методика обучения математике в начальных классах [Текст] / Н. Н. Истомина. – М.: Изд. центр «Академия», 2001. – 288 с.
100. Кабанова-Меллер, Е. Н. Роль чертежа в применении геометрических теорем [Текст] / Е. Н. Кабанова-Меллер // Вопросы психологии обучения / отв. ред. Н. А. Менчинская // Известия АПН РСФСР. – 1950. – Вып. 28. – С. 195 – 227.
101. Калин, В. К. Волевая регуляция деятельности [Текст] : автореф дис. ... докт. психолог. наук : 19.00.01 / Калин Владимир Константинович. – Тбилиси, 1989. – 36 с.
102. Калинова, Г. С. Биологическое образование: состояние, проблемы, перспективы [Текст] / Г. С. Калинова // Биология в школе. – 2013. – № 5. – С. 26 – 35.

103. Камен, В. К. Анализ психологической структуры деятельности с позиций системного подхода [Текст] / В. К. Камен // Эмоционально-волевая регуляция поведения и деятельности: тезисы Всесоюзной конференции молодых ученых. – Симферополь, 1983. – С. 143 – 192.
104. Карабанова, О. А. Что такое универсальные учебные действия и зачем они нужны [Текст] / О. А. Карабанова // Муниципальное образование: инновации и эксперимент. – 2010. – № 2. – С. 11 – 12.
105. Квитко, Е. С. Методика обучения математике в 5 – 6 классах, ориентированная на формирование универсальных учебных действий [Текст] : дис. канд. пед. наук : 13.00.02 / Квитко Елена Сергеевна. – М., 2014. – 179 с.
106. Кларин, М. В. Инновации в мировой педагогике: обучение на основе исследования, игры и дискуссии. (Анализ зарубежного опыта) [Текст] / М. В. Кларин. – Рига: НПЦ «Эксперимент», 1998. – 180 с.
107. Клещева, И. В. Учебно-исследовательская деятельность учащихся при изучении математики как средство достижения новых образовательных результатов [Текст] / И. В. Клещеева // Мир науки, культуры, образования. – 2012. – № 4. – С. 27 – 37.
108. Коган, Л. Н. Цель и смысл жизни человека [Текст] / Л. Н. Коган // Личность. Культура. Общество. – Екатеринбург, 2009. – С. 200 – 273.
109. Коллективная учебно-познавательная деятельность школьников [Текст] / под ред. И. Б. Первина. – М.: Изд-во «Педагогика», 1985. – 144 с.
110. Колмогоров, А. Н. Теория информации и теория алгоритмов [Текст] / А. Н. Колмогоров; отв. ред. акад. Ю. В. Прохоров. – М.: Изд-во «Наука», 1987. – 304 с.
111. Колягин, Ю. М. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики [Текст] / Ю. М. Колягин, Г. Л. Луканкин, Е. Л. Мокрушин [и др.]. – М.: Изд-во «Просвещение», 1977. – 480 с.

112. Колягин, Ю. М. Профильная дифференциация обучения математике [Текст] / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова // Математика в школе. – № 4. – 1990. – С. 21 – 37
113. Кон, И. С. Социология личности [Текст] / И. С. Кон. – М.: Изд-во «Политиздат», 1967. – 383 с.
114. Конопкин, О. А. Психологические механизмы регуляции деятельности [Текст] / О. А. Конопкин. – М.: Изд-во «Наука», 2011. – 320 с.
115. Конопкин, О. А. Общая способность к саморегуляции как фактор субъективного развития [Текст] / О. А. Конопкин // Вопросы психологии. – 1995. – № 1. – С. 5 – 12.
116. Концепция федеральных государственных образовательных стандартов общего образования [Текст] : проект / под ред. А. М. Кондакова, А. А. Кузнецова. – М.: Изд-во «Просвещение», 2008. – 39 с.
117. Копотева, Г. Л. Проектируем урок, формирующий универсальные учебные действия [Текст] / Г. Л. Копотева, И. М. Логвинова. – Волгоград: Изд-во «Учитель», 2013. – 99 с.
118. Кочерова, Е. С. Реализация требований ФГОС нового поколения к информационно-образовательной среде образовательного учреждения на региональном уровне [Текст] / Е. С. Кочерова // ИНФО. – 2012. – № 4. – С. 29 – 30.
119. Краевский, В. В. Общие основы педагогики [Текст] / В. В. Краевский. – М.: Изд. центр «Академия», 2003. – 256 с.
120. Круглова, Н. Ф. Регуляторная составляющая учебной деятельности [Текст] / Н. Ф. Круглова. – М., 2001. – 289 с.
121. Круглова, Н. Ф. Психологическая диагностика и коррекция структуры учебной деятельности младшего школьника [Текст] / Н. Ф. Круглова. – М.: Изд-во МПСИ, 2004. – 247 с.
122. Круглова, Н. Ф. Индивидуально-типологические особенности построения регуляторной структуры учебной деятельности подростками

- [Текст] / Н. Ф. Круглова // Прикладная психология. – 2002. – № 6. – С. 19 – 26.
123. Круглова, Н. Ф. Регуляторно-когнитивная структура учебной деятельности и школьная неуспешность [Текст] / Н. Ф. Круглова, В. И. Панов // Прикладная психология. – 2001. – № 5. – С. 40 – 50.
124. Кудрявцев, В. Т. Проблемное обучение: истоки, сущность, перспективы [Текст] / В. Т. Кудрявцев. – М.: Изд-во «Знание», 1991. – 80 с.
125. Кузьменко, Г. А. Интеллектуальный потенциал учителя физической культуры как условие реализации ФГОС на ступени начального общего образования [Текст] / Г. А. Кузьменко // Физическая культура в школе. – 2012. – № 5. – С. 12 – 19.
126. Кузьмина, Н. В. Понятие «педагогической системы» и критерии ее оценки / Н. В. Кузьмина // Методы системного педагогического исследования ; под ред. Н. В. Кузьминой. – М. : Народное образование, 2002. – С. 11.
127. Кулюткин, Ю. Н. Рефлексивная регуляция мыслительных действий [Текст] / Ю. Н. Кулюткин // Психологические исследования интеллектуальной деятельности / под ред. О. К. Тихомирова. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979. – С. 22 – 28.
128. Кулюткин, Ю. Н. Мотивация познавательной деятельности [Текст] / Ю. Н. Кулюткин, Г. С. Сухобская. – М.: Изд-во «Просвещение», 1972. – 116 с.
129. Лавров, П. Л. Философия и социология [Текст] / П. Л. Лавров // Избранные произведения: в 2 т. Т. 1. – М., 1965. – 752 с.
130. Ланда, Л. Н. Алгоритмы и программируемое обучение. Некоторые вопросы теории и методики программирования [Текст] / Л. Н. Ланда. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1965. – 360с.
131. Лебедев, О. Е. Компетентностный подход в образовании [Текст] / О. Е. Лебедев // Школьные технологии. – 2004. – № 5. – С. 3 – 12.

132. Леви-Стросс, К. Первобытное мышление [Текст] / К. Леви-Стросс. – М.: Изд-во «Республика», 1994. – 384 с.
133. Леонтович А.В. Концептуальные основания моделирования организации исследовательской деятельности учащихся // Школьные технологии - 2006г. -№ 5 -С.63-71
134. Леонтьев, А. Н. Деятельность. Сознание. Личность [Текст] / А. Н. Леонтьев. – М.: Изд-во «Смысл»; «Академия», 2004. – 352 с.
135. Леонтьев, А. Н. Потребности, мотивы и эмоции [Текст] / А. Н. Леонтьев. – М.: Изд-во Москов. ун-та, 1971. – 16 с.
136. Леонтьев, Д. А. Психология смысла [Текст] / Д. А. Леонтьев. – М.: Изд-во «Смысл», 2008. – 488 с.
137. Леонтьев Д. А. Саморегуляция, ресурсы и личностный потенциал [Текст] / Д. А. Леонтьев // Сибирский психологический журнал. – 2016. – № 62. – С. 18 – 37.
138. Лернер, И. Я. Дидактические основы методов обучения [Текст] / И. Я. Лернер. – М.: Изд-во «Педагогика», 1981. – 186 с.
139. Лернер, И. Я. Процесс обучения и его закономерности [Текст] / И. Я. Лернер. – М.: Изд-во «Знание», 1980. – 96 с.
140. Лернер, И. Я. Учебный предмет, тема, урок [Текст] / И. Я. Лернер. – М.: Изд-во «Знание», 1988. – 80 с.
141. Липатникова, И. Г. Подготовка будущих учителей математики к формированию у учащихся универсальных учебных действий на основе технологии рефлексивного подхода [Текст] / И. Г. Липатникова, Е. А. Утюмова // Педагогическое образование в России. – 2014. – № 8. – С. 62 – 67.
142. Липкина, Е. К. Переходим на ФГОС: достижение образовательных результатов на личностном, метапредметном и предметном уровнях с УМК по географии «Полярная звезда» [Текст] / Е. К. Липкина // География в школе. – 2012. – № 3. – С. 52 – 54.
143. Липкина, А. И. Самооценка школьника [Текст] / А. И. Липкина. – М.: Изд-во «Знание», 1976. – 64 с.

144. Лисина, М. И. Формирование личности ребенка в общении [Текст] / М. И. Лисина. – СПб.: Изд-во «Питер», 2009. – 320 с.
145. Логинова, И. М. Акмеологический аспект аprobации Федерального государственного стандарта общего образования второго поколения (начальная школа) [Текст] / И. М. Логинова, Г. Л. Копотева // Педагогика. – 2009. – № 4. – С. 76 – 82.
146. Ляудис, В. Я. Методика преподавания психологии [Текст] / В. Я. Ляудис. – М.: Изд-во УРАО, 2000. – 128 с.
147. Ляудис, В. Я. Психологические основы формирования письменной речи у младших школьников [Текст] / В. Я. Ляудис, И. П. Негуре. – Кишинев: Изд-во Штиинца, 1983. – 93 с.
148. Макаренко, А. С. Воспитание гражданина [Текст] / А. С. Макаренко; сост. Р. М. Бескина, М. Д. Виноградова. – М.: Изд-во «Просвещение», 1988. – 304 с.
149. Макарова, О. Ю. Критерии и показатели оценки эффективности функционирования воспитательной системы вуза [Текст] / О. Ю. Макарова // Фундаментальные исследования. – 2013. – № 1 – 2. – С. 348 – 351.
150. Маркина, А. А. Развитие регулятивно-коммуникативных умений старшеклассников в процессе образовательного проектирования [Текст] : дис. канд. пед. наук : 13.00.01 / Маркина Анна Анатольевна. – Белгород, 2014. – 228 с.
151. Маркова, А. К. Пути исследования мотивации учебной деятельности школьников [Текст] / А. К. Маркова // Вопросы психологии. – 1980. – № 5. – С. 17 – 25.
152. Маркова, А. К. Психология обучения подростка [Текст] / А. К. Маркова. – М.: Изд-во «Знание», 1975. – 62 с.
153. Маркова, А. К. Формирование мотивации учения в школьном возрасте [Текст] / А. К. Маркова. – М.: Изд-во «Просвещение», 1983. – 96 с

154. Маркова, А. К. Формирование мотивации учения [Текст] / А. К. Маркова, Т. А. Матис, А. Б. Орлова. – М.: Изд-во «Просвещение», 1990. – 192 с.
155. Маркушевич, А. И. Об очередных задачах преподавания математики в школе [Текст] / А. И. Маркушевич // Математика в школе. – 1962. – № 2. – С. 3 – 14.
156. Маслоу, А. Мотивация и личность [Текст] / А. Маслоу. – СПб.: Изд-во «Питер», 2012. – 352 с.
157. Матюшкин, М. И. Проблемные ситуации в мышлении и обучении [Текст] / М. И. Матюшкин. – М.: Изд-во «Педагогика», 1972. – 208 с.
158. Махмутов, М. И. Организация проблемного обучения в школе [Текст] / М. И. Махмутов. – М.: Изд-во «Просвещение», 1977. – 240 с.
159. Менчинская, Н. А. Проблемы учения и умственное развитие школьника [Текст] / Н. А. Менчинская. – М.: Изд-во «Просвещение», 1989. – 324 с.
160. Методы организации и осуществления учебно-познавательной деятельности // Педагогика / Под редакцией Ю. К. Бабанского. - М.: Просвещение, 1983. – 479 с.
161. Молибог, А. Г. Программированное обучение (Вопросы научной организации педагогического труда в высшей школе) [Текст] / А. Г. Молибог. – М.: Изд-во «Высшая школа», 1967. – 200 с.
162. Мордкович, А. Г. О некоторых проблемах школьного математического образования [Текст] / А. Г. Мордкович // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: материалы I Всероссийской научно-практической конференции. Красноярск, 14 – 15 ноября 2013 г. / отв. ред. Л. В. Шкерина. – Красноярск, 2013. – С. 706 – 722.

163. Мордкович, А. Г. Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Часть 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений [Текст] / А. Г. Мордкович, Н. П. Николаев. – М.: Изд-во «Мнемозина», 2013. – 256 с.
164. Найденов, А. М. Новые образовательные стандарты как средство развития учащихся [Текст] А. М. Найденов // Физика в школе. – 2012. – № 5. – С. 20.
165. Никишова, С. А. Формирование коммуникативных универсальных учебных действий младших школьников в процессе обучения диалога [Текст] : автореферат дис. канд. пед. наук : 13.00.02 / Никишова Светлана Алексеевна. – Елец, 2013. – 18 с.
166. Новожилова, М. М. Формирование культуры исследовательской деятельности старшеклассников в условиях профильного обучения [Текст] : дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / Новожилова Марина Михайловна. – М., 2008. – 251 с.
167. Обухов, А. С. Развитие исследовательской деятельности учащихся [Текст] / А. С. Обухов. – М.: Изд-во «Национальный книжный центр», 2015. – 280 с.
168. Общая психология [Текст] / под общ. ред. проф. Л. В. Карпова. – М.: Изд-во «Гардарики», 2005. – 232 с.
169. Оконь, В. В. Теория программированного обучения [Текст] / В. В. Оконь, Л. Н. Ланда. – М.: Изд-во «Высшая школа», 1977.
170. Омельченко, Н. А. Формирование контрольно-корректируочных действий у студентов при обучении с помощью ЭВМ [Текст] / Н. А. Омельченко, В. Я. Ляудис. – Воронеж: Изд-во Воронеж. ун-та, 1982. – 119 с.
171. Орлова, Л. Э. Маленькие исследования на геометрическом материале [Текст] / Л. Э. Орлова// Математика в школе. – 1990. – № 6. – С. 29 – 31.

172. Осницкий, А. К. Регуляция деятельности и направленность личности [Текст] / А. К. Осницкий. – М.: Изд-во Моск. экономико-лингвист. ин-та, 2007. – 232 с.
173. Осницкий, А. К. Регуляторный опыт, субъектная активность и самостоятельность человека [Электронный ресурс] : в 2-х ч. / А. К. Осницкий // Психологические исследования: электрон. науч. журн. – 2009. – № 5 (7); № 6 (8) // Режим доступа: <http://psystudy.ru>.
174. Осницкий, А. К. Психологические механизмы самостоятельности [Текст] / А. К. Осницкий. – М.; Обнинск: ИГ-СОЦИН, 2010. – 232 с.
175. Остапенко, А. А. Моделирование многомерной педагогической реальности [Текст] : дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.01 / Остапенко Андрей Александрович. – Краснодар, 2005. – 424 с.
176. Парыгин, Б. Д. Социальная психология: проблемы методологии, истории и теории [Текст] / Б. Д. Парыгин. – СПб.: Изд-во ИГУП, 1999. – 592 с.
177. Педагогика [Текст] : учеб. пособие для студентов педагогических институтов / под ред. Ю. К. Бабанского. – М.: Изд-во «Просвещение», 1983. – 608 с.
178. Педагогика [Текст]: учебное пособие для студентов педагогических учебных заведений / В. А. Сластенин, И. Ф. Исаев, А. И. Мищенко [и др.]. – М.: Изд-во «Школа-Пресс», 2000 – 512 с.
179. Перевощикова Е.Н. Специфика формирования универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе. // Интеграция образования. 2015. Т. 19. № 2 (79). С. 81-91.
180. Пидкастый, П. Н. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении: теоретико-экспериментальное исследование [Текст] / П. Н. Пидкастый. – М.: Изд-во «Педагогика», 1980. – 238 с.
181. Подаева, Н. Г. Социокультурная концепция математического образования [Текст] / Н. Г. Подаева. – Елец: Изд-во ЕГУ, 2012. – 205 с.
182. Пономарев, Я. А. Знание, мышление и умственное развитие [Текст] / Я. А. Пономарев. – М.: Изд-во «Просвещение», 1967. – 264 с.

183. Потоцкий, М. В. О педагогических основах обучения математике [Текст] / М. В. Потоцкий. – М.: Изд-во «Учпедгиз», 1963. – 200 с.
184. Потоцкий, М. В. Преподавание высшей математики в педагогическом институте [Текст] / М. В. Потоцкий. – М.: Изд-во «Просвещение», 1975. – 208 с.
185. Психологическая диагностика способностей при индивидуализации обучения [Текст] / отв. ред. В. Д. Шадриков, В. Н. Дружинин, В. Н. Колесников. – М.: Изд-во МПГУ, 1995. – 90 с.
186. Пускаева, Т. Д. Об изучении специфики структуры познавательной деятельности детей с ЗПР [Текст] / Т. Д. Пускаева // Дефектология. – 2009. – № 3. – С. 21 – 22.
187. Пышкало, А. М. Методическая система обучения геометрии в начальной школе: авторский доклад по монографии «Методика обучения элементам геометрии в начальных классах», представленной на соискание ученой степени д-ра пед. наук / А. М. Пышкало. – М. : Академия пед. наук СССР, 1975. – 60 с.]
188. Разумовский, В. В. Проблемы ФГОС и научной грамотности школьников или новый стандарт образования в действии: обучение и воспитание творчески мыслящей личности на уроках физики [Текст] / В. В. Разумовский // Физика в школе. – 2012. – № 5. – С. 3 – 11.
189. Резапкина, Г. В. Отбор в профильные классы [Текст] / Г. В. Резапкина. – М.: Изд-во «Генезис», 2005. – 207 с.
190. Рекомендации по проектированию учебного процесса, направленного на достижение требований стандарта к результатам освоения основных образовательных программ [Текст] / авт. коллектив под рук. В. В. Фирсова, О. Б. Логиновой. – М., 2008. – 58 с.
191. Репкин, В. В. Развивающее обучение: теория и практика [Текст] / В. В. Репкин, Н. В. Репкина. – Томск: Изд-во «Пеленг», 1997. – 288 с.
192. Роджерс, К. Р. Свобода учиться [Текст] / К. Р. Роджерс, Дж. Фрейберг. – М.: Изд-во «Смысл», 2002. – 527 с.

193. Рубинштейн, С. Л. Бытие и сознание. Человек и мир [Текст] / С. Л. Рубинштейн. – СПб.: Изд-во «Питер», 2003. – 512 с.
194. Рубинштейн, С. Л. Основы общей психологии [Текст] / С. Л. Рубинштейн. – СПб.: Изд-во «Питер», 2009. – 713 с.
195. Рубцов, В. В. Социально-генетическая психология развивающего образования: деятельностный подход [Текст] / В. В. Рубцов. – М.: Изд-во МГППУ, 2008. – 416 с.
196. Савенков, А. И. Психологические основы исследовательского подхода к обучению [Текст] : учеб. пособие / А. И. Савенков. – М.: Изд-во «Ось», 2006. – 480 с.
197. Савенков, А. Принципы исследовательского обучения [Текст] / А. Савенков // Директор школы. – 2008. – № 9. – С. 50 – 55.
198. Савенков, А. Теория и практика применения исследовательских методов обучения в дошкольном образовании [Текст] / А. Савенков // Детский сад от А до Я. – 2004. – № 2. – С. 22 – 55.
199. Самсонова, Н. В. Конфликтологическая культура специалиста и технология ее формирования в системе вузовского образования [Текст] / Н. В. Самсонова. – Калининград: Изд-во КГУ, 2002. – 308 с.
200. Саранцев, Г. И. Современное методическое мышление как ключевая компетенция педагога [Текст] / Г. И. Саранцев // Педагогика. – 2014. – № 3. – С. 3 – 11.
201. Саранцев, Г. И. Методология методики обучения математики [Текст] / Г. И. Саранцев. – Саранск: Изд-во «Красный Октябрь», 2001. – 144 с.
202. Саранцев, Г. И. Методологические основы школьного учебника математики [Электронный ресурс] / Г. И. Саранцев. – Режим доступа: http://portalus.ru/modules/shkola/rus_readme.php?subaction=showfull&id=1193142364&archive=1195596785&start_from=&ucat=&.
203. Саранцев, Г. И. Общая методика преподавания математики: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и университетов / Г. И. Саранцев. – Саранск: Тип. «Крас. Окт.», 1999. – 208 с.

204. Селиванов, В. И. Психология волевой активности [Текст] / В. И. Селиванов. – Рязань: Изд-во РГПИ, 1974. – 150 с.
205. Сенько, Ю. В. Гуманитарные основы педагогического образования [Текст] / Ю. В. Сенько. – М.: Изд. дом «Академия», 2000. – 240 с.
206. Сенько, Ю. В. Понимание в структуре профессиональной компетентности учителя [Текст] / Ю. В. Сенько, М. Н. Фроловская // Известия Алтайского гос. ун-та. – 2003. – № 4. – С. 101 – 108.
207. Сенько, Ю. В. Базовые компетенции педагогической деятельности [Электронный ресурс] / Ю. В. Сенько // IX Всероссийская конференция «Практики развития» (Красноярск, 2002). – Режим доступа: http://conf.ippd.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=2&Itemid=61.
208. Сергеева, Т. Ф. Проектирование исследовательского обучения школьному курсу геометрии на основе использования интерактивной геометрической среды [Текст] / Т. Ф. Сергеева // Synergetics and Reflection in Mathematics Education. September 10 – 12, 2010, Bachinovo, Bulgaria, Plovdiv (Bulgaria). – С. 291 – 298.
209. Сергеева, Т. Ф. Сетевые исследовательские проекты – модель мотивирующей образовательной среды для школьников и педагогов [Текст] / Т. Ф. Сергеева // Academia. Педагогический журнал Подмосковья. – 2016. – № 2 (8). – С. 47 – 51.
210. Сергеева, Т. Ф. Основы динамической геометрии [Текст] / Т. Ф. Сергеева, М. В. Шабанова, С. И. Гроздев. – М.: Изд-во АСОУ, 2016. – 152 с.
211. Сергеева, Т. Ф. Наглядная планиметрия [Текст] : учебн. пос. для 7 кл. / Т. Ф. Сергеева, С. В. Панфёров. – М.: Изд-во «Илекса», 2016. – 77 с.
212. Сергеева, Т. Ф. Наглядная планиметрия [Текст] : учебн. пос. для 8 кл. / Т. Ф. Сергеева, С. В. Панфёров. – М.: Изд-во «Илекса», 2016. – 112 с.

213. Сеченов, И. М. Учение о несвободе воли с практической стороны [Текст] / И. М. Сеченов // Сеченов И. М. Избранные философские и психологические произведения. – М., 1947. – 647 с. – С. 309 – 327.
214. Слободчиков, В. И. Антропологический смысл кризисов перехода в развитии и образовании [Текст] / В. И. Слободчиков // Психология обучения. – 2008. – № 1. – С. 4 – 25.
215. Смирнова, В. А. Наглядная геометрия. Программа для 5 – 6 классов [Текст] / В. А. Смирнов, И. М. Смирнова, И. В. Ященко. – М.: Изд-во МЦНМО, 2013.
216. Смирнова, Е. В. Программа развития универсальных учебных действий на ступени основного общего образования [Текст] / Е. В. Смирнова // ФГОС нового поколения как система требований: тематический курс в сб. проблемных курсов «Стратегия деятельности региональной системы образования в условиях модернизации». – Оренбург: Изд-во ИПК и ППРО ОГПУ, 2012.
217. Смирнова, И. М. Преемственность – один из аспектов непрерывного математического образования // Непрерывное образование – стратегия жизни современного человека : материалы II Всерос. науч.-практ. конф. г. Владимир, 26 – 27 марта 2014 г. – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2014. – С. 112 – 115.
218. Сорокин, П. А. Человек. Социализация. Общество [Текст] / П. А. Сорокин. – М.: Изд-во «Политиздат», 1992. – 543 с.
219. Степанский, В. И. Роль субъективных критериев успешности результатов в регуляции деятельности [Текст] / В. И. Степанский // Вопросы психологии. – 1984. – № 3. – С. 118 – 122.
220. Ступницкая, М. Диагностика уровня сформированности общеучебных умений и навыков [Текст] / М. Ступницкая // Школьный психолог. – 2006. – № 7. – С. 20 – 29.
221. Сукачев, А. М. Формирование личностных универсальных учебных действий, активизирующих самообразование старшеклассников

- [Текст] : дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Сукачев Александр Михайлович. – Ростов на/Д., 2011. – 201 с.
222. Сюсюкина, И. Г. Формирование универсальных учебных действий младших школьников в оценочной деятельности [Текст] : дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / Сюсюкина Ирина Егоровна. – Магнитогорск, 2010. – 205 с.
223. Талызина, Н. Ф. Формирование познавательной деятельности младших школьников [Текст] / Н. Ф. Талызина. – М.: Изд-во «Просвещение», 1988. – 175 с.
224. Талызина, Н. Ф. Формирование познавательной деятельности учащихся [Текст] / Н. Ф. Талызина. – М.: Изд-во «Знание», 1983. – 96 с.
225. Талызина, Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний [Текст] / Н. Ф. Талызина. – М.: Изд-во МГУ, 1975. – 343 с.
226. Талызина, Н. Ф. Теория поэтапного формирования умственных действий [Текст] / Н. Ф. Талызина // Народное образование. – 1967. – № 7. – С. 21 – 24.
227. Талызина, Н. Ф. Педагогическая психология [Текст] / Н. Ф. Талызина. – М.: Изд. центр «Академия», 2009. – 288 с.
228. Теоретические основы содержания общего среднего образования [Текст] / под ред. В. В. Краевского, И. Я. Лернера. – М.: Изд-во «Педагогика», 1983. – 352 с.
229. Теория поэтапного формирования умственных действий и управление процессом учения [Текст] / под ред. П. Я. Гальперина. – М.: Изд-во «Просвещение», 1967. – 368 с.
230. Теплоухова, Л. А. Формирование универсальных учебных действий учащихся основной школы средствами проектной технологии [Текст] : автореферат дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / Теплоухова Лариса Александровна. – Ижевск, 2012. – 26 с.
231. Тестов, В. А. О предмете теории обучения математике / В. А. Тестов // Математический вестник педвузов и университетов

- ВолгоВятского региона: периодический межвузовский сборник научно-методических работ. Выпуск 6. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2004. – С. 200–207
232. Тихомиров, О. К. Психология мышления [Текст] / О. К. Тихомиров. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 272 с.
233. Третьяков, П. И. Школа: управление по результатам: Практика педагогического менеджмента [Текст] / П. И. Третьяков. – М.: Изд-во «Новая школа», 2001. – 320 с.
234. Тюрикова, С. А. Коммуникативные универсальные учебные действия: сущность и показатели сформированности [Текст] / С. А. Тюрикова // Интернет журнал научоведения. – 2014. – № 3(22). – С. 1 – 6.
235. Ушинский, К. Д. Избранные педагогические сочинения [Текст] / К. Д. Ушинский; под ред. Е. Н. Медынского и И. Ф. Свадковского. – М.: Изд-во «Учпедгиз», 1945. – 567 с.
236. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] (утв. приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.12.2010 № 1897). – Режим доступа: Официальный сайт «Российской газеты» – <http://www.rg.ru/2010/12/19/obrstandart-site-dok.html>.
237. Федеральный закон от 29.12.2012 № 273 – ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» [Текст]. – М.: УЦ «Перспектива», 2013. – 223с.
238. Фирсов, В. В. Дифференциация обучения на основе обязательных результатов обучения [Текст] / В. В. Фирсов. – М., 1994.
239. Фокин, Ю. Г. Теория и технология обучения [Текст] / Ю. Г. Фокин. – М.: Изд. дом «Академия», 2006. – 239 с.
240. Формирование знаний и умений на основе теории поэтапного усвоения умственных действий [Текст] / под ред. П. Л. Гальперина и Н. Ф. Талызиной. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1968. – 125 с.

241. Формирование учебной деятельности школьников [Текст] / под ред. В. В. Давыдова, И. Ломпшера, А. К. Марковой. – М.: Изд-во «Педагогика», 1982. – 216 с.
242. Фридман, Л. Н. Психология в современной школе [Текст] / Л. Н. Фридман. – М.: Изд-во «Сфера», 2001. – 224 с.
243. Фридман, Л. М. Теоретические основы методики обучения математике [Текст] / Л. М. Фридман. – М.: Изд-во «Флинта», 1998. – 217 с.
244. Фридман, Л. М. Педагогический опыт глазами психолога [Текст] / Л. М. Фридман. – М.: Изд-во «Просвещение», 1987. – 224 с.
245. Фридман, Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математики в школе: Учителю математики о пед. психологии [Текст] / Л. М. Фридман. – М.: Изд-во «Просвещение», 1983. – 160 с.
246. Фридман, Л. М. Проблемная организация учебного процесса [Текст] : методические разработки / Л. М. Фридман, В. И. Маху. – М., 1990. – 62 с.
247. Фундаментальное ядро содержания общего образования [Текст] / под ред. В. В. Козлова, А. М. Кондакова. – М.: Изд-во «Просвещение», 2009. – 48 с.
248. Холодная, М. А. Когнитивные стили. О природе индивидуального ума [Текст] / М. А. Холодная. – СПб.: Изд-во «Питер», 2002. – 430 с.
249. Хомякова, Д. А. Формирование универсальных учебных действий как основы метапредметных образовательных результатов учащихся основной школы в процессе решения задач по информатике [Текст] : дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Хомякова Дарья Александровна. – Киров, 2014. – 206 с.
250. Хуторской, А. В. Проектная и исследовательская деятельность как средство повышения уровня готовности школьников к социально-профессиональному самоопределению. Обсуждение темы научного исследования Верхотуровой Н. А. [Текст] / А. В. Хуторской, Ю. В. Скрипкина,

- Т. В. Свитова // Вестник Института образования человека. – 2012. – № 1.
 – Режим доступа: <http://eidos-institute.ru/journal/2012/100/>.
251. Хуторской, А. В. Современная дидактика: учебник для вузов [Текст] / А. В. Хуторской. – СПб: Изд-во «Питер», 2001. – 544 с.
252. Хуторской, А. В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты [Электронный ресурс] / А. В. Хуторской // Интернет-журнал «Эйдос». – 2002. – Режим доступа: <http://eidos.ru/journal/htm>.
253. Хуторской А. В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы [Текст] / А. В. Хуторской // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58 – 64.
254. Хуторской, А. В. Модель системно-деятельностного обучения и самореализации учащихся [Электронный ресурс] / А. В. Хуторской // Интернет-журнал «Эйдос». – 2012. – № 2. – Режим доступа: <http://www.eidos.ru/journal/2012/0329-10.htm>.
255. Хуторской, А. В. Метапредметное содержание образования с позиций человекообразности. [Электронный ресурс] / А. В. Хуторской // Вестник Института образования человека; 02.03.2012 г. – Режим доступа: <http://eidos-institute.ru/journal/2012/0302.htm>
256. Чебыкин, А. Я. Теория и методика эмоциональной регуляции учебной деятельности [Текст] / А. Я. Чебыкин. – Одесса: Изд-во «Астрапт-Принт», 1999. – 158 с.
257. Шабанова, М. В. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение [Текст] / М. В. Шабанова, Р. П. Овчинникова, А. В. Ястребов [и др.]. – М.: Изд. дом «Академии Естествознания», 2016. – 300 с.
258. Шадриков, В. Д. Введение в психологию: мотивация поведения [Текст] / В. Д. Шадриков. – М.: Изд-во «Логос», 2001. – 134 с.
259. Шадриков, В. Д. Психология деятельности и способности человека [Текст] / В. Д. Шадриков. – М.: Изд-во «Логос», 1996. – 320 с.

260. Шамова, Т. Н. Активизация учения школьников [Текст] / Т. Н. Шамова. – М.: Изд-во «Педагогика», 1982. – 208 с.
261. Шацкий, С. Т. Педагогические сочинения [Текст] : в 4 т. / С. Т. Шацкий; под ред. И. А. Каирова [и др.]. – М.: Изд-во «Просвещение», 1962 – 1965. Т. 3: [Статьи, выступления за 1926 – 1930 гг.] / сост. И. А. Соловьев. – 1964. – 328 с.
262. Шварцбурд, С. И. Состояние и перспективы факультативных занятий по математике [Текст] / С. И. Шварцбург, В. В. Дирсов. – М.: Изд-во «Просвещение», 1977. – 48 с.
263. Шепель, В. М. Имиджелогия [Текст] / В. М. Шепель. – М.: Изд-во «Народное образование», 2002. – 254 с.
264. Щедровицкий, Г. П. О возможных путях исследования мышления как деятельности [Текст] / Г. П. Щедровицкий, Н. Г. Алексеев // Докл. АПН РСФСР. – 1957. – № 3; 1958. – № 1, 4; 1959. – № 1, 2, 4; 1960. – № 2, 4, 5, 6; 1961. – № 4, 5. 1962. – № 2 – 6.
265. Щербатых, С. В. Исследовательское обучение как основа формирования универсальных учебных действий у учащихся в школьном курсе математики [Текст] / С. В. Щербатых, Е. М. Натырова // Вестник Брянского государственного университета. – 2015. – № 2. – С. 104 – 106.
266. Щукина, Г. И. Формирование познавательных интересов – важный фактор совершенствования современного обучения [Текст] / Г. И. Щукина // Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся. – М.: Изд-во «Педагогика», 1998. – С. 208 – 213.
267. Щукина, Г.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе [Текст] / Г. И. Щукина. – М.: Изд-во «Просвещение», 1979. – 160 с.
268. Эльконин, Б. Д. Действие как единица развития [Текст] / Б. Д. Эльконин // Вопросы психологии. – 2004. – № 1. – С. 35 – 49.
269. Эльконин, Б. Д. Я – экстремист деятельностного подхода! [Электронный ресурс] / Б. Д. Эльконин // Школьный психолог. – 2001. – № 14. – Режим доступа: <http://psy.1september.ru/article.php?ID=200101414>.

270. Эльконин, Д. Б. Психология обучения младшего школьника [Текст] / Б. Д. Эльконин. – М.: Изд-во «Педагогика», 1974. – 206 с.
271. Эльконин, Д. Б. Понятие компетентности с позицией развивающего обучения [Текст] / Д. Б. Эльконин // Современные подходы к компетентностно-ориентированному образованию. – Красноярск, 2002.
272. Эльконин, Д. Избранные психологические труды [Текст] / Б. Д. Эльконин. – М.: Изд-во «Педагогика», 1989. – 560 с.
273. Юдина О.Н., Вайзер Г.А. Теория учения развивающейся личности Н.А. Менчинской //Вопросы психологии. 2005. № 3. С. 122 – 132.
274. Якиманская, И. С. Развивающее обучение [Текст] / И. С. Якиманская. – М.: Изд-во «Педагогика», 1979. – 144 с.
275. Якиманская, И. С. Личностно ориентированное обучение в современной школе [Текст] / И. С. Якиманская. – М.: Изд-во «Сентябрь», 2002. – 96 с.
276. Якунин В.А. Педагогическая психология. - СПб.: Изд-во Михайлова В.А., 2000. - 349 с.
277. Ясвин, В. А. Образовательная среда: от моделирования к проектированию [Текст] / В. А. Ясвин. – М.: Изд-во «Смысл», 2001. – 365 с.
278. Ястребов, А. В. Моделирование научных исследований как средство оптимизации обучения студента педагогического вуза [Текст] : дис. д-ра пед. наук : 13.00.08 / Ястребов Александр Васильевич. – Ярославль, 1997. – 386 с.
279. Bloom, B. S. Taxonomy of Education Objectives. The Classification of Educational goals [Text] / B. S. Bloom. – Handbook I: Connitive Domain. – N.Y., 1967.
280. <https://uchebnik.mos.ru> Сценарии уроков МЭШ