ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени И.С. Тургенева

На правах рукописи

Зайцев Алексей Иванович

РАЗРАБОТКА ПРОЦЕССОВ ГИБКИ ТРУБ С ОСЕВЫМ СЖАТИЕМ В ПРЕДЕЛАХ ДОПУСТИМОГО ВОЛНООБРАЗОВАНИЯ

05.02.09 – Технологии и машины обработки давлением

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель проф., д-р техн. наук Вдовин Сергей Иванович

Орёл 2019

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……4
1 Аналитический обзор ……9
1.1 Технологии гибки труб с продольным сжатием ……..9
1.2 Устойчивость упругого сжатия труб
и оболочек двойной кривизны……12
1.2.1 Осевое сжатие круглой трубы……12
1.2.2 Устойчивость тонкостенных оболочек……..15
1.2.3 Изгиб тонкостенной цилиндрической оболочки……...17
1.3 Энергетические методы расчетов
пластического деформирования……18
1.3.1 Метод виртуальной работы……..19
1.4 Устойчивость упругопластического изгиба труб……22
1.4.1 Теоретическая оценка устойчивости гибки труб
на малый радиус……..22
1.4.2 Устойчивость изгиба тонкостенных труб на большой радиус……26
1.5 Локализация пластического изгиба трубы……33
1.6 Базовые положения инженерных расчетов гибки труб……36
Выводы по разделу……39
2 Математическое моделирование пластического изгиба трубы
с монотонно возрастающей волнистостью стенки……..41
2.1 Постановка задачи……41
2.1.1 Моделирование чистого изгиба трубы моментом ……42
2.1.2 Моделирование изгиба трубы с волнообразованием ……..44
2.1.3 Аппроксимация формы волны……45
2.2 Разрешающее условие……47
2.2.1 Деформации сдвига при волнообразовании……..49
2.2.2 Работа внешних сил……50
2.3 Расчет высоты волн……52

Выводы по разделу……..……...55
3 Теория и расчеты процессов гибки труб толкающей силой……..…….57
3.1 Гибка отклоняющим роликом……...…..57
3.1.1 Параметры зоны разгрузки…….….……60
3.1.2 Расчет силовых параметров……..……61
3.2 Холодная гибка труб не приводным водилом……..……...……..62
3.2.1 Геометрические параметры……..…64
3.2.2 Расчет силовых параметров……..……66
3.2.3 Гибка на малые углы……..…...…70
3.2.4 Моделирование процесса с учетом разгрузки……..…..72
3.2.5 Гибка на большие углы……..……...75
Выводы по разделу…….……76
4 Инженерные расчеты холодной гибки труб водилом…….....…78
4.1 Проектирование изгиба трубы на 90°……..……..78
4.2 Обобщение расчетных формул для малых углов гибки……..…….83
4.3 Получение участков трубы с квазипараболической формой оси……...…85
4.3.1 Регулирование формы и размеров изогнутого участка…….....…90
4.4 Расчет утонения стенки трубы……....91
Выводы по разделу……...…95
5 Реализация процессов гибки труб с осевым сжатием.…….…..97
5.1 Экспериментальная гибка наматыванием на круглый копир……..…97
5.1.1 Определение высоты волн…….….100
5.1.2 Определение утонения стенки…….…..102
5.2 Разработка устройства для гибки труб …….....104
5.3 Методика проектирования технологических процессов гибки
труб с осевым сжатием …….....106
Выводы по разделу……..…...109
ЗАКЛЮЧЕНИЕ……..…….111
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ…….....114

ВВЕДЕНИЕ

Гибка труб занимает важное место в различных отраслях машиностроения, а в таких как производство энергетического оборудования, судо- и авиастроение ей придают особое значение. Оно вытекает из повышенных требований к надежности и функциональным характеристикам трубопроводов, с которыми конфликтует проблематика трубогибочного производства. Овализация сечений изогнутых участков трубы снижает усталостную прочность, а волнистость их вогнуто-выпуклой поверхности создает гидро-аэродинамические помехи и – как следствие – шум, вибрацию.

Взаимосвязь негативных последствий гибки такова, что противодействие одним благоприятствует другим. Так нагружение зоны изгиба осевым сжатием улучшает показатели утонения стенки и некруглости сечений трубы. Одновременно возрастает вероятность образования волнистости и гофров, а также реверсивных деформаций (разгибки).

Прогнозирование потери устойчивости в последнее время вызывает повышенный интерес в связи с двумя обстоятельствами: прокладкой транспортных трубопроводов по неровному дну водоемов и проблематикой трубогибочного производства. Благоприятный прогноз позволяет обойтись без “выравнивания” дна в первом случае и сэкономить на оснастке во втором. Известные расчеты устойчивости основаны на мембранном эффекте при сжатии пластинок и оболочек. Его механизм, изученный в прошлом веке (В.З.Власов, С.П.Тимошенко, L.G.Brazier, J.W.Hutchinson) лежит в основе современных исследований устойчивого деформирования листов и труб (В.Д.Головлев, E.Corona, S.Kyriakides, X.Wang, J.Cao и др.).

Мембранная модель возникновения дефекта исключает возможность расчета слабой волнистости, предшествующей гофрообразованию и допускаемой отраслевыми стандартами [1, 2], экспериментальные данные по этому вопросу отсутствуют. Поэтому осевое сжатие при гибке занижают либо вообще не применяют, а проблему утонения решают завышением исходной толщины стенки трубы.

Ситуацию усугубляет статическая неопределимость осевой сжимающей силы, присущей таким процессам свободного деформирования как гибка отклоняющим роликом и водилом. Учитывая состояние обозначенной проблематики, сформулирована

цель настоящего исследования – улучшение качества изогнутых заготовок трубопроводов по показателям утонения стенки и овальности сечений посредством осевого сжатия зоны гибки в пределах допустимого волнообразования.

Объект исследования – пластический изгиб трубы моментом с развивающейся волнистостью в области сжатия, а также технологический изгиб проталкиванием через зону деформирования, ограниченную не приводным водилом либо отклоняющим роликом.

Предметом исследования являются параметры технологического процесса и изделия: проталкивающая сила и подача трубы в зону гибки, деформированное состояние изогнутого участка, показатели его волнистости и утонения.

Задачи исследования:

1. Создать математическую модель изгиба трубы моментом с монотонным развитием волнистости в области сжатия, а также методику ее практического использования для оценки высоты слабо выраженных волн.

2. Выполнить теоретический анализ холодной гибки труб не приводным водилом с определением допустимых углов его поворота, ограниченных реверсом деформаций.

3. Разработать методику инженерного расчета осевой силы и подачи при гибке труб проталкиванием через зону деформирования;

4. Разработать методику проектирования процессов гибки труб с осевым сжатием и усовершенствовать их техническое оснащение.

Научная новизна работы:

1. Впервые разработана математическая модель слабовыраженного волнообразования при гибке трубы моментом основанная на условии равенства

значений полной потенциальной энергии при наличии волнообразования и в его отсутствии, позволяющая выполнить расчет высоты волны и относительного смещения нейтральной поверхности.

2. Впервые аналитически решена задача статической неопределимости гибки трубы моментом, с зоной деформирования стесненной положением отклоняющего ролика или не приводным водилом, путем применения: аппроксимации формы оси изогнутой трубы; равенства моментов внутренних сил; баланса внешних и внутренних работ, позволяющая определять силы и предельные углы гибки.

3. Разработана научно обоснованная методика инженерного расчета при гибке отклоняющим роликом и водилом с аппроксимацией изогнутого участка трубы, параметры которого подсчитываются из условия минимума работ внутренних сил, позволяющая получать требуемую форму изогнутой трубы за счет регулировки наклона зажима относительно поворотного звена водила.

4. Разработана научно обоснованная методика проектирования технологических процессов гибки труб с осевым сжатием, учитывающая ограничения волнообразования согласно техническим требованиям к трубопроводам, а также предельно допустимые реверсивные деформации в окрестностях замка копира, позволяющая улучшить качество изогнутых заготовок трубопроводов по показателям утонения стенки и овальности сечений.

Теоретическая значимость работы:

Разработана математическая модель слабовыраженного волнообразования при изгибе трубы моментом на основе условия равенства значений полной потенциальной энергии при наличии волнообразования и в его отсутствие, и аналитическое решение задачи статически неопределимого равновесия трубы изгибаемой водилом на основе аппроксимации формы ее оси и равенства моментов внутренних сил вносят вклад в теорию гибки труб, а также могут быть использованны при разработке расчетных методик проектирования оборудования и технологических процессов гибки труб.

Практическая ценность работы.

Разработана научно обоснованная методика расчета подачи трубы и проталкивающей силы при гибке водилом, применимая в инженерных расчетах гибки трубы с фиксированными параметрами или по заданным габаритам изогнутого участка трубы при проектировании и эксплуатации трубогибочного оборудования.

Разработана методика проектирования технологических процессов гибки труб проталкиванием через зону деформирования или наматыванием на копир с осевым сжатием, учитывающая ограничения волнообразования согласно техническим требованиям к трубопроводам.

Методология и методы исследования.

Все исследования осуществлялись на основе системного подхода. Результаты одних исследований становились базой для других. В теоретических исследованиях использовались математическое моделирование процессов на основе инженерной теории пластичности и энергетических методов с применением аппроксимации формы волны и изогнутой оси трубы. Расчеты производились в программе MathCAD 15 методом последовательных приближений. Опытная гибка производилась на лабораторной установке с непосредственным измерением высоты и шага волнистости.

Положения, выносимые на защиту:

- математическая модель изгиба трубы моментом со смещением нейтральной поверхности, вызванным влиянием волнистости на сопротивление изгибу, включающая аппроксимацию формы волны и разрешающее условие равенства значений полной потенциальной энергии при наличии волнообразования и в его отсутствие;

- применение метода баланса работ внутренних и внешних сил для определения силы, проталкивающей трубу через зону деформирования, в процессах гибки отклоняющим роликом и не приводным водилом;

- теоретический анализ холодной гибки трубы водилом с аппроксимацией формы оси, удовлетворяющей равенству моментов внутренних и внешних сил в окрестностях водила, а также на выходе из направляющих роликов;

- предельно допустимые углы гибки водилом, соответствующие возникновению деформаций разгрузки и превышению ими предельных упругих значений;

- методика инженерных расчетов толкающей силы и подачи трубы при гибке водилом с аппроксимацией формы изогнутой оси дугой окружности или двумя дугами с определением их угловых размеров из условия минимума энергии деформирования.

Достоверность полученных результатов обеспечена:

- применением фундаментального энергетического подхода в теоретическом анализе изгиба труб с образованием волнистости;

- привязкой функций, аппроксимирующих форму свободно изгибаемой трубы, к условиям статического равновесия и минимума работы деформирования;

- приближением рассчитанной высота волнистости к предельно допустимой при радиусах гибки тонкостенных труб на радиус порядка трех диаметров, что согласуется с практическим опытом и экспериментом;

- обработкой данных эксперимента методом математической статистики.

Апробация работы: материалы диссертации докладывались на международных научно-практических конференциях: «Технические науки – от теории к практике», Новосибирск, 2016, «Фундаментальные основы механики», Новокузнецк, 2016, «Экспериментальные и теоретические исследования в современной науке», Новосибирск, 2019, а также на научных семинарах.

Реализация работы Результаты выполненных исследований внедрены в учебный процесс по направлениям «Машиностроение», «Автоматизация технологических процессов и производств», «Конструкторсо-технологическое обеспечение машиностроительных производств» при подготовке бакалавров и магистров.

Публикации: по теме диссертации опубликованы 8 трудов, в том числе 5 статей в рецензируемых изданиях перечня ВАК; получен 1 патент Российской Федерации на изобретение.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти разделов, заключения, библиографического списка. Текст диссертации изложен на 118 страницах машинописного текста, иллюстрирован 41 рисунком, содержит 7 таблиц. Библиографический список включает 53 наименования.

1 Аналитический обзор

1.1 Технологии гибки труб с продольным сжатием

Заготовки трубопроводов сложной пространственной формы получают, в основном, наматыванием на круглый копир с применением числового программного управления [20, 26]. Первые системы циклового управления гибкой труб по схеме наматывания появились в середине прошлого столетия. Они обеспечивали автоматическую отработку угла поворота копира и подачи заготовки в промежутках между гибами, а также вспомогательных перемещений. В результате существенно уменьшился разброс геометрических параметров изделий и время выполнения операции. Компьютерные системы ЧПУ, которыми оснащены все современные станки с поворачивающимся копиром, позволили реализовать ряд дополнительных возможностей, включая осевое сжатие изгибаемой заготовки толкающей силой N, рисунок 1.

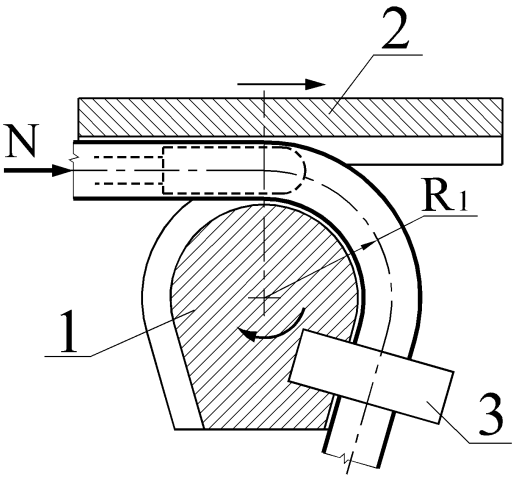


Рисунок 1 – Схема гибки трубы наматыванием на копир с приложением толкающей силы

1 – копир; 2 – ползун; 3 – замок

Позиционирование и зажим трубы перед каждым гибом с последующими поворотами копира на заданные углы, как и дозированное продольное сжатие заготовки отрабатываются по заданной программе. Приложение силы N к трубе

показано условно, на самом деле оно осуществляется через цанговый зажим либо пару ползун-прижим, с перехватом перед каждым гибом. Тем не менее, длина участка трубы, испытывающего продольное сжатие, значительна, особенно – в начале отработки большого угла поворота копира. Возможна потеря устойчивости не только в зоне изгиба, но и предшествующего прямого участка, что ограничивает величину N.

По данным производителей оборудования, минимальные значения R_1 составляют около двух диаметров трубы d, максимальные при гибке по копиру обычно не превышают $5d$. Радиусы изогнутых участков трубопровода машиностроительного назначения, как правило, назначают одинаковыми и достаточно малыми, сообразуясь с его закреплением на стенках корпусных конструкций. Однако ряд моделей рассматриваемого оборудования допускает установку копиров разного радиуса в 2 или 3 этажа с автоматическим выдвижением в рабочую позицию то одного, то другого. Малая величина зазора инструментов, охватывающих трубу – около $0{,}01d$ [9], придает формоизменению сечений стесненный характер, затрудняющий их сплющивание по высоте. Применение дорна, показанного на рисунке 1 пунктиром, благоприятствует сохранению устойчивости, но в других аспектах вступает в противоречие с применением толкающей силы N. Последняя призвана уменьшить “сплющивание” сечений и утонение стенки изогнутых участков, тогда как дорн препятствует первому из названных дефектов и усугубляет второй.

В условиях мелкосерийного производства бытует альтернативный метод изготовления трубопроводов – раздельной гибкой колен с последующей их сваркой, которой предшествует подгонка и прихватка на сборочном стапеле. Низкую производительность и другие недостатки, присущие раздельному изготовлению колен, компенсируют некоторые преимущества, например, возможность гибки на сверхмалый радиус. Проталкивание коротких заготовок с эластичным наполнителем через криволинейный канал разъемной матрицы

позволяет сохранить их устойчивость даже при $R_1 < d$, а смещение нейтральной поверхности гибки уменьшает опасные деформации растяжения. [15].

Применение рассмотренных технологий связано с применением дорогостоящих размерных инструментов. Имеются в виду копиры и матрицы, чей радиус R_1 привязан к конкретному размеру изделий ограниченной номенклатуры. Возможность регулирования радиуса делает оснастку трубогибочного оборудования более универсальной. Освобождение области деформирования от специальных инструментов позволяет располагать в ней индуктор для нагрева заготовки токами высокой частоты при изготовлении трубопроводов из малопластичных и высокопрочных материалов [2], рисунок 2.

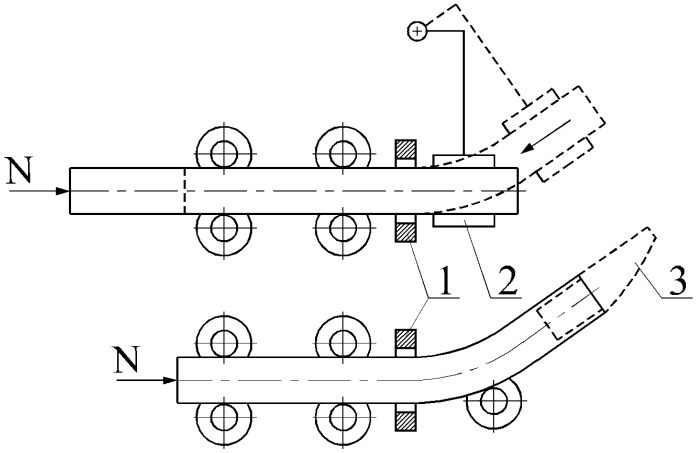


Рисунок 2 – Схемы гибки труб водилом и отклоняющим роликом

1 – индуктор; 2 – водило; 3 – насадок

Достаточно высокая скорость прохождения узкой зоны индукционного нагрева изгибаемым участком заготовки, охлаждаемым на выходе, позволяет локализовать очаг пластической деформации – в пределе до 1… 3 толщин стенки трубы и, благодаря этому, исключить потерю устойчивости. Поддержка формы сечений участками заготовки, граничащими с зоной гибки, препятствует их овализации. Она же затрудняет перемещения материала в направлении периметра сечений, поэтому поперечные деформации накладываются на толщину стенки, утонение которой соответственно возрастает. Для его

уменьшения увеличивают толкающую силу N, которая создает осевое сжатие изгибаемой заготовки, применяя торможение водила [14, 42]. Аналогичный эффект достигается уменьшением расстояния от индуктора до отклоняющего ролика [17]. При использовании насадка [25] его длина должна укладываться в названное расстояние с некоторым запасом, а отклоняющий ролик остается неподвижным. В других случаях он выдвигается на рабочую позицию, изгибая заготовку поперечной силой, к которой затем добавляется продольная нагрузка, адекватная работе проталкивания через зону деформирования.

Несмотря на низкую производительность гибки с индукционным нагревом она является незаменимой при недостаточной пластичности материала. В отсутствие индукционного нагрева условия схемы, показанные на рисунке 2, характеризуются повышенным формоизменением сечений, свободным от ограничения инструментами, подобными копиру или дорну. Применение наполнителя при холодной гибке труб водилом препятствует овализации и связанной с ней локализации деформаций типа пластический шарнир.

Приложение к водилу дозированного момента в направлении, обратном торможению, уменьшает сжатие зоны деформирования. препятствуя. При гибке тонкостенных труб, склонных к потере устойчивости, такая схема представляется весьма перспективной. Однако сведения о ее применении в технических изданиях не найдено, это относится и к холодной гибке труб не приводным водилом. Теоретические разработки схем, показанных на рисунке 2, также недостаточны. Анализ источников обнаружил отсутствие методик расчета проталкивающей силы N. Также неизвестна форма оси трубы, изогнутой водилом, что затрудняет назначение подачи, обеспечивающей заданный угол гибки.

1.2 Устойчивость упругого сжатия труб и оболочек двойной кривизны

1.2.1 Осевое сжатие круглой трубы

Можно считать, что данный вид нагружения испытывает участок заготовки, передающий толкающую силу N в зону активного деформирования согласно схеме, показанной на рисунках 1 и 2. Он сохраняет свою цилиндрическую форму лишь при определенных значениях N, меньших критических. Потеря устойчивости может произойти так же, как у тонкого сжатого стержня, когда его ось искривляется, но форма поперечного сечения остается неизменной. Тогда критическая осевая сила (если речь идет о потере устойчивости в пределах упругости) устанавливается известной формулой Эйлера.

Также возможна потеря устойчивости вследствие осесимметричного выпучивания, когда ось трубы остается прямолинейной. Критическое значение осевого напряжения определяется из уравнений равновесия внутренних сил и моментов [4] на основе общей теории оболочек, расчетная схема приведена на рисунке 3.

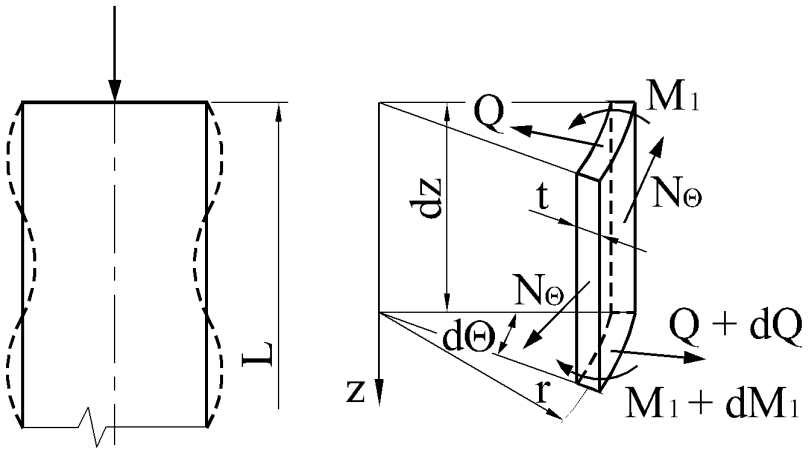


Рисунок 3 – Образование поперечных волн на трубе большой длины и равновесие ее элемента

Внутренние силы и моменты отнесены к длине площадок, в которых они действуют – dz и $rd\Theta$, условия равновесия бесконечно малого элемента: $\frac{dM_1}{dz} - Q = 0$; $\frac{dQ}{dz} - \frac{N_\theta}{r} = 0$, откуда следует обобщенное уравнение статики

$$\frac{d^2M_1}{dz^2} - \frac{N_\theta}{r} = 0. \qquad (1)$$

Перерезывающие силы Q складываются из касательных напряжений $\tau_{z\rho}$, которые возникают из-за искривления стенки трубы, показанного пунктиром. Прочие напряжения сдвига как и соответствующие деформации $\gamma_{\rho\alpha}$ и $\gamma_{\alpha z}$ малы ввиду осесимметричной схемы нагружения элемента. Коль скоро речь идет о круговом выпучивании оболочки, существует функция $u_r(z)$ радиального перемещения точек срединной поверхности, при этом $M_1 = -Du_r''$; $N_\vartheta = \nu\sigma_z t + \frac{Et}{r}u_r$, где $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль Юнга.

Не показанные на рисунке 3 равнодействующие N_z напряжений σ_z дают проекции $N_z u_r'$, их разность добавляет в уравнение (1) величину $N_z u_r''$ и оно, согласно [4], преобразуется к виду

$$D\frac{d^4u_r}{dz^4} + E\frac{t}{r^2}u_r + \sigma_z t\frac{d^2u_r}{dz^2} = 0. \qquad (2)$$

Критическое напряжение осевого сжатия определяется из этого уравнения с применением в качестве функции $u_r(z)$ подходящей тригонометрической конструкции. Простейший пример [4]:

$$u_r = h\sin(m\pi \cdot z/L), \qquad (3)$$

где m – число полуволн и h – высота, для оболочки большой длины L привел к результату: $(\sigma_z)_{кр} = \frac{Et}{r\sqrt{3(1-\nu^2)}} \approx 0{,}605E\frac{t}{r}$ (при ν = 0,3).

Дальнейшее уточнение решения $(\sigma_z)_{кр} \approx 0{,}26E\dfrac{t}{r}$ получено из нелинейной теории оболочек, учитывающей квадраты производных перемещения u_r [23].

В приведенных выше формулах $(\sigma_z)_{кр}$ отсутствует h – высота волн, как если бы волнообразование происходило мгновенно. Эта особенность решения задачи устойчивости вытекает из разрешающего уравнения (2), все компоненты которого содержат указанную величину h.

1.2.2 Устойчивость тонкостенных оболочек

Другой подход к определению критических нагрузок, ставший классическим, разработан применительно к тонкостенным оболочкам двойной кривизны. Элемент оболочки вращения относительно оси z (частный случай оболочки двойной кривизны) с радиальными координатами срединной поверхности $r = r(z)$ имеет размеры вдоль и поперек образующей: $Ad\alpha$ и $Bd\beta$, где α – расстояние по образующей, выраженное в долях радиуса r, β – центральный угол [8]. В его площадках действуют нормальные внутренние силы $N_1 = \dfrac{\sqrt{1+r'^2}}{r}V$, $N_2 = \dfrac{r''}{\sqrt{1+r'^2}}V$ и касательные $S_1 = S_2 = \dfrac{U}{r^2}$. Здесь $V = A_0 + \dfrac{\partial\varphi}{\partial z}$; $U = B_0 - r^2\dfrac{\partial\varphi}{\partial z}$; A_0 и B_0 – произвольные постоянные; $\varphi = Et\left(k_2\dfrac{\partial^2 F}{\partial\alpha^2} + k_1\dfrac{\partial^2 F}{\partial\beta^2}\right)$; F – некоторая функция координат, аппроксимирующая форму волны; k_1 и k_2 – главные кривизны срединной поверхности. Используется так называемая гипотеза Кирхгофа-Лява сохранения плоских сечений и нормали к срединной поверхности, из которой следует отсутствие перерезывающих сил, подобных Q на рисунке 3.

Согласно [8] изменение упругого напряженно-деформированного состояния описывается функциями напряжений $\varphi(\alpha, \beta)$ и радиального

перемещения точек образующей $\omega = \nabla^2\nabla^2 F$, где $\nabla^2 = \frac{\partial}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial}{\partial\beta^2}$. Устойчивость цилиндрической оболочки (k_1 = 0. k_2 =1/r) при осевом сжимающем напряжении σ_z отражает дифференциальное уравнение

$$\frac{t^2}{12(1-\nu^2)r^2}\nabla^2\nabla^2\nabla^2\nabla^2 F + \frac{\partial^4 F}{\partial\alpha^4} + \frac{\sigma_z}{E}\nabla^2\nabla^2\frac{\partial^2 F}{\partial\alpha^2} = 0. \qquad (4)$$

Решение данного уравнения должно удовлетворять условию $\nabla^2 F + \lambda\frac{\partial F}{\partial\alpha} = 0$, подстановка его в (4), дает уравнение характеристического числа λ:

$$\frac{t^2}{12(1-\nu^2)r^2}\lambda^4 + 1 + \frac{\sigma_z}{E}\lambda^2 = 0.$$

Обозначая $\lambda^2 = \mu$ и обращаясь к условию минимума критической силы сжатия: $\partial\sigma/\partial\mu = 0$, В.З. Власов получил систему уравнений:

$$\frac{t^2}{12(1-\nu^2)r^2}\mu^2 + 1 + \frac{\sigma_z}{E}\mu = 0; \quad \frac{\partial\sigma_z}{\partial\mu} = 0 \rightarrow \frac{t^2}{6(1-\nu^2)r^2}\mu + \frac{\sigma_z}{E} = 0. \qquad (5)$$

Из них следует формула критического напряжения

$$(\sigma_z)_{кр} = \frac{Et}{r\sqrt{3(1-\nu^2)}}, \qquad (6)$$

которая в точности совпадает с формулой Тимошенко С.П. (см. примечание к формуле (3)), полученной более сложным путем с применением аппроксимирующего тригонометрического ряда. Подстановка (6) в квадратное уравнение (5) приводит к решению:

$$\mu = -\frac{2r}{t}\sqrt{3(1-\nu^2)}.$$

Если для замкнутой цилиндрической оболочки бесконечной длины положить $F(\alpha,\beta) = c\sin\frac{\pi r}{l}\alpha\cos n\beta$, то l – длина синусоидальной волны при фиксированном целочисленном значении n связана с ним уравнением

$$\left[\left(\frac{\pi r}{l}\right)^2 + n^2\right]^2 + \lambda^2\left(\frac{\pi r}{l}\right)^2 = 0.$$

При $n = 0$, т.е. в отсутствие продольной волнистости длина волн в направлении оси оболочки

$$l = \pi\sqrt{\frac{rt}{2\sqrt{3\left(1-\nu^2\right)}}}. \qquad l = 8{,}7\ \lambda = 14{,}7 \tag{7}$$

1.2.3 Изгиб тонкостенной цилиндрической оболочки

Искривление оси оболочки вызывает знакопеременное изменение длины материальных волокон, в отрицательной области возможно неосесимметричное выпучивание. Деформированное состояние бесконечно малого элемента срединной поверхности с размерами dz, $rd\alpha$ (вдоль образующей и по дуге радиуса r) характеризуется компонентами

$$\varepsilon_z = \frac{du}{dz};\ \varepsilon_\alpha = \frac{d\upsilon}{rd\alpha} - \frac{\omega}{r};\ \gamma_{\alpha z} = \frac{d\upsilon}{dz} + \frac{du}{rd\alpha}. \tag{8}$$

Символами u, υ, ω обозначены перемещения u_z, u_α, u_ρ в цилиндрических координатах.

Анализ общего случая деформации цилиндрической оболочки [30] начинается – по установившейся схеме – с уравнений равновесия бесконечно малого элемента. Содержащиеся в них перерезывающие силы выражаются через оставшиеся компоненты, число уравнений уменьшается до трех – с неизвестными перемещениями u, υ, ω, внутренними силами N_α, N_z, $N_{\alpha z}$ и моментами M_α, M_z, $M_{\alpha z}$. Названные силы и моменты выражаются через деформации срединной поверхности (8), а также приращения ее кривизн и кручения:

$$\chi_z = \frac{d^2\omega}{dz^2};\ \chi_\alpha = \frac{1}{r^2}\left(\frac{d\upsilon}{d\alpha} + \frac{d^2\omega}{d\alpha^2}\right);\ \chi_{\alpha z} = \frac{1}{r}\left(\frac{d\upsilon}{dz} + \frac{d^2\omega}{d\alpha dz}\right). \tag{9}$$

В результате три уравнения равновесия элемента преобразуются в дифференциальные, с тремя неизвестными перемещениями u, υ, ω. Последние заменяют аппроксимирующими функциями, получая алгебраические уравнения. В работе [30] аппроксимация представлена рядами, содержащими

функции синуса и косинуса с аргументами вида $n\alpha$ и $m\pi z/l$, где l – длина оболочки; n и m – числа натурального ряда, удовлетворяющие кинематическим ограничениям. Для каждой пары возрастающих n и m решается система вышеуказанных алгебраических уравнений относительно неизвестных множителей ряда. Значения последних уменьшаются настолько быстро, что применение рядов, с практической точки зрения, представляется необязательным. В итоге по найденным перемещениям u, υ, ω определяется напряженно-деформированное состояние и прогибы оболочечной конструкции с заданным распределением нормального давления.

Изложенный подход может быть применен к пластическому деформированию лишь частично: деформации и изменения кривизн (8, 9) оказываются под знаком радикала в формулах напряжений, что не позволяет избавиться от неопределенных интегралов в уравнениях равновесия элемента оболочки. Преобразование последних в поддающуюся решению систему дифференциальных уравнений неизвестных u, υ, ω, таким образом, оказывается невозможным. Поэтому оценки устойчивости системы пластического деформирования получают в обход условий статического равновесия, подобных (1), оперируя энергетическими категориями.

1.3 Энергетические методы расчетов пластического деформирования

Теоретический анализ процессов пластической обработки базировался в течение длительного времени на аппарате статики, и этот подход не исчерпал себя. При заданном формоизменении заготовки и необходимых допущениях из уравнений равновесия определяются координатные функции и значения напряжений. Далее следуют расчеты деформаций, перемещений, ресурса пластичности и пр.

В последние десятилетия разрабатываются альтернативные методы расчетов формоизменения, слабо ограниченного инструментом. Недостаток ограничений восполняют аппроксимацией перемещений свободной

поверхности заготовки. Варьируемые параметры аппроксимирующих функций определяют согласно методу Рэлея-Ритца из условия минимума полной потенциальной энергии $\Pi = U + W$, где U – потенциальная энергия деформации; W – потенциал внешних сил [10].

Примером вариационного анализа [5] может служить количественная оценка овализации изгибаемых труб с аппроксимацией прогиба средней линии сечений функцией косинуса удвоенного центрального угла, коэффициент c_1 которой определяли из условия $\partial U / \partial c_1 = 0$, принимая $\partial W = 0$.

В теории упругости удельная энергия $\overline{U}$, т.е. величина U, отнесенная к объему материала, определяется скалярным произведением тензора напряжений на тензор деформаций $0{,}5 T_\sigma T_\varepsilon$, коэффициент 0,5 учитывает линейную связь первых со вторыми. В расчетах пластической обработки вместо точного интегрального выражения: $\overline{U} = \int \sigma_i d\varepsilon_i$ обычно фигурируют произведения напряжений на конечные деформации или их эквивалент $\sigma_i \varepsilon_i$. Интенсивность напряжений σ_i равна напряжению текучести – постоянной величине для не упрочняемого материала или функции интенсивности деформаций ε_i, учитывающей упрочнение.

Потенциальная энергия изгиба трубы в тороидальных координатах с учетом равенства нулю радиального напряжения выражается интегралом по объему деформируемого материала:

$$U = \int_V \left(\sigma_\alpha \varepsilon_\alpha + \sigma_\varphi \varepsilon_\varphi + \tau_{\rho\alpha} \gamma_{\rho\alpha} + \tau_{\alpha\varphi} \gamma_{\alpha\varphi} + \tau_{\varphi\rho} \gamma_{\varphi\rho} \right) dV . \qquad (10)$$

1.3.1 Метод виртуальной работы

В исследованиях устойчивости продольного пластического сжатия преобладает метод виртуальной работы. Дестабилизацию процесса, вызванную продольным изгибом, связывают с появлением виртуальных перемещений. Будучи бесконечно малыми, они не отражаются на величине внешней силы, но

приводят к изменению (вариации) ее работы. Например, торец осаживаемой заготовки в виде цилиндра, осаживаемой в направлении z, нагружен нормальным давлением, которому эквивалентны отрицательные напряжения σ_z в подынтегральном выражении:

$$\delta W = \int_F \sigma_z \delta u_z dF \text{ , } F \text{ – площадь торца.} \qquad (11)$$

Потеря устойчивости, т.е. продольный изгиб происходит при $\delta \Pi = 0$, при этом вариация работы внешних сил $\delta W < 0$ за счет увеличившегося перемещения торца u_z, а величина $\delta U > 0$ из-за добавившейся работы внутренних изгибающих моментов. В канонической формуле

$$\delta U = \int_V \left(\sigma_\rho \delta\varepsilon_\rho + \sigma_\alpha \delta\varepsilon_\alpha + \sigma_z \delta\varepsilon_z + \tau_{\rho\alpha}\delta\gamma_{\rho\alpha} + \tau_{\alpha z}\delta\gamma_{\alpha z} + \tau_{z\rho}\delta\gamma_{z\rho}\right) dV \qquad (12)$$

вариации деформаций выражают через функцию, аппроксимирующую прогиб оси заготовки. Если $\delta \Pi > 0$, процесс является устойчивым.

Применение данного подхода к кольцевому выпучиванию трубы под действием осевого сжатия порождает следующие аналогии. Положительную величину δU создают, главным образом, моменты напряжений σ_z на виртуальных углах поворота образующей срединной поверхности u_r', где $u_r = u_r(z)$ – функция, аппроксимирующая форму волны. Работа этих моментов затрудняет волнообразование, а способствуют ему отрицательные произведения $\sigma_z \delta\varepsilon_z$, в которых $\delta\varepsilon_z > 0$, поскольку длина волнистой образующей, хотя и уменьшилась, по сравнению с исходной, но не так сильно, как в отсутствие волнистости.

Таким образом, роль внешних сил в формуле (11) могут выполнять напряжения σ_z, действующие вдоль кольцевой границы волны, тогда виртуальные перемещения, на которых они выполняют работу

$$\delta u_z = \int \left(\sqrt{1 + u_r'^2} - 1\right) dz \,. \qquad (13)$$

Подынтегральное выражение эквивалентно -1 + 1/cosβ, где β – угол между касательной к образующей и осью z, равный $\operatorname{arctg} u_r'$. Поскольку $|u_r'| << 1$,

$\delta u_z \approx 0{,}5\int u_r'^2 dz$. Согласно примеру (3) функции u_r вариация работы внешних сил δW пропорциональна квадрату амплитуды волны h^2. Внутренний момент M_1 (см. рисунок 3) создают вариации напряжения σ_z, пропорциональные величине $\delta\varepsilon_z = (\rho - r)u_r''$, где u_r'' – кривизна волнистости, приобретаемой образующей цилиндра радиуса r. Работа момента на угловых перемещениях выражается объемным интегралом, содержащим производную $d\beta/dz$, следовательно, она пропорциональна $(u_r'')^2$ и вышеуказанной величине h^2. Такая же зависимость связывает в общем случае работу на виртуальных перемещениях других моментов внутренних сил и величину h^2. Последняя, будучи одинаково представлена в выражениях δW и δU, исключается из расчета критической силы сжатия, а вместе с ней и возможность количественной оценки волнистости. Потеря устойчивости при $\delta U + \delta W < 0$ уподобляется мембранному эффекту, который не имеет промежуточных состояний.

Прогнозирование данного эффекта применительно к гибке цилиндрических оболочек базируется на гипотезах (упрощениях), приписываемых Кирхгофу и Ляву. Согласно первой поперечные сечения трубы остаются плоскими, смысл второй – в неизменности угловой ориентации нормали к срединной поверхности. Гипотеза “сохранения нормали” носит универсальный характер и лежит в основе общей теории пластинок и оболочек, пренебрегающей деформациями сдвига за исключением тех, что направлены вдоль срединной поверхности.

1.4 Устойчивость упругопластического изгиба труб

Схемы трубогибочного оборудования, рассмотренные в подразделе 1.1, характеризуются локальным деформированием заготовки под действием внешних поперечных сил и моментов в сопровождении более или менее значительного продольного сжатия. Критические радиусы гибки зависят от

большого числа факторов и, следовательно, не могут быть установлены в достаточной полноте. Поэтому сформировалось научное направление, включающее теоретический анализ устойчивости идеализированного процесса изгиба труб моментом и максимальное приближение к нему в экспериментальных исследованиях.

1.4.1 Теоретическая оценка устойчивости гибки труб на малый радиус

При изгибе моментом в отсутствие внешних сил, поперечных и продольных, объект исследования существенно упрощается:

- радиус изогнутой оси и другие показатели деформированного состояния трубы одинаковы по всей длине;

- поперечные сечения остаются плоскими, а их части, относящиеся к областям растяжения и сжатия, можно считать одинаковыми.

Осевая деформация на устойчивой стадии процесса в тороидальных координатах:

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\rho \sin\alpha}{R} \qquad (14)$$

в предположении, что нейтральная поверхность проходит по оси трубы. Окружную деформацию ε_α принимают пропорциональной ε_φ с обратным знаком; это относится и к их вариациям.

Соотношению $\varepsilon_\alpha = -0{,}5\varepsilon_\varphi$ соответствует одноосное напряженное состояние идеально пластичного материала: $\sigma_\varphi = \pm\sigma_s$; $\sigma_\rho = 0$; $\sigma_\alpha = 0$, рассчитанные значения энергии деформирования U и работы внешнего изгибающего момента W одинаковы:

$$\int_V \sigma_\varphi \varepsilon_\varphi dV = \varphi \int_F \sigma_\varphi \rho \sin\alpha dF \text{, поскольку } \int_V \sigma_\varphi \varepsilon_\varphi dV = \varphi R \int_F \sigma_\varphi \varepsilon_\varphi dF .$$

В общем случае в первое подынтегральное выражение добавляется работа других напряжений, в том числе касательных, и $U > W$, т.е. закон сохранения энергии не соблюдается. Поэтому принцип минимальной работы

деформирования не применим к оценке устойчивости стенки изгибаемой трубы, так как любое отклонение от схемы чистого изгиба увеличивает рассчитанное значение энергии деформирования U по сравнению с работой внешних сил.

Метод виртуальной работы в теории оболочек [8] оперирует локальной оценкой энергии деформирования. В выражении вариации

$$\delta U = \int_V \left[(\sigma_\alpha + \delta\sigma_\alpha)\delta\varepsilon_\alpha + (\sigma_\varphi + \delta\sigma_\varphi)\delta\varepsilon_\varphi + \delta\tau_{\alpha\varphi}\delta\gamma_{\alpha\varphi} \right] dV , \qquad (15)$$

по сравнению с базовой формулой (12), отсутствуют две деформации сдвига $\gamma_{\rho\alpha}$ и $\gamma_{\varphi\rho}$, принятые равными нулю согласно гипотезам Кирхгофа–Лява. Произведения вариаций напряжений и деформаций заменяют адекватной работой внутренних моментов, показанных на рисунке 4.

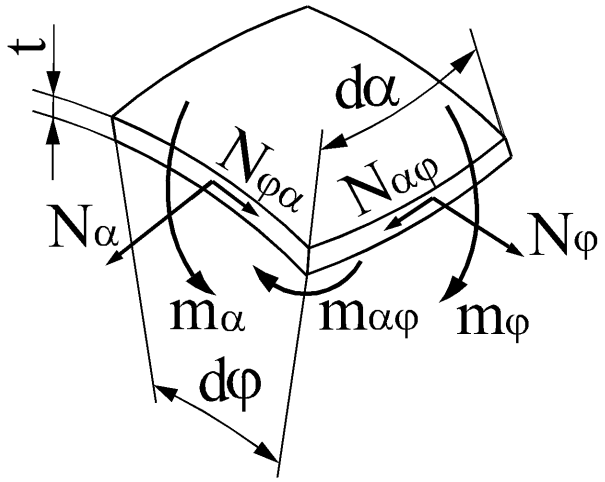


Рисунок 4 – Внутренние силы и моменты в области волнообразования

Формулы сил и моментов, отнесенных к единице длины:

$$N_\alpha = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_\alpha dy ; \quad N_\varphi = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_\varphi dy ; \quad N_{\alpha\varphi} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{\alpha\varphi} dy ;$$

$$m_\alpha = \int_{-t/2}^{t/2} \delta\sigma_\alpha y dy ; \quad m_\varphi = \int_{-t/2}^{t/2} \delta\sigma_\varphi y dy ; \quad m_{\alpha\varphi} = \int_{-t/2}^{t/2} \delta\tau_{\alpha\varphi} y dy , \qquad (16)$$

где y – расстояние от материальной точки до срединной поверхности трубы. Элементарная работа моментов на приращениях угла наклона касательных к срединной поверхности S:

$$dU(m_\alpha) = m_\alpha \frac{d^2 u_r}{r^2 d\alpha^2} dS \ ;$$

$$dU(m_\varphi) = m_\varphi \frac{d^2 u_r}{R^2 d\varphi^2} dS \ ;$$

$$dU(m_{\alpha\varphi}) = m_{\alpha\varphi} \frac{d^2 u_r}{r d\alpha R d\varphi} dS \ ,$$

где u_r – функция радиального перемещения точек срединной поверхности.

Интеграл по площади в границах волны

$$\delta U = \int_S \left[dU(m_\alpha) + dU(m_\varphi) + dU(m_{\alpha\varphi}) \right] \tag{17}$$

учитывает положительное приращение энергии деформирования, вызванное образованием волнистости.

Отрицательное приращение энергии деформирования с учетом формулы (13) выражают интегралом по объему волны:

$$\delta W = 0{,}5 \int_V \left[\sigma_\varphi \left(\frac{du_r}{R d\varphi} \right)^2 + \sigma_\alpha \left(\frac{du_r}{r d\alpha} \right)^2 \right] dV \ . \tag{18}$$

Положительная сумма $\delta U + \delta W$ характеризует процесс изгиба трубы как устойчивый. Равенство $\delta U + \delta W = 0$ означает мгновенное образование волнистости (бифуркацию), сходное с поведением мембраны при изменении знака ее кривизны.

Принятая авторами [50] функция радиального перемещения точек срединной поверхности изогнутой трубы:

$$u_r = h(1 - \cos 2\alpha)\left(1 - \cos\left(2n\pi \frac{\varphi}{\Delta\varphi}\right)\right) \tag{19}$$

аппроксимирует геометрию волнистости, в диапазоне $0 \le \alpha \le \pi$; n и $\Delta\varphi$ – число волн и их угловой размер в направлении координаты φ, принимающей значения: $0 \le \varphi \le \Delta\varphi$.

Условие потери устойчивости: $\delta U = -\delta W$ после подстановки (19), а также интегрирования по тороидальным координатам (за исключением α) представляет собой уравнение

$$I_4 \frac{n^4}{\Delta\varphi^3} + I_2 \frac{n^2}{\Delta\varphi} + I_0 \Delta\varphi = 0 . \qquad (20)$$

Здесь $I_{0–4}$ – определенные интегралы по α, содержащие производные функции u_r, размеры трубы и характеристики материала. Радиус изогнутой оси R, удовлетворяющий уравнению (20), считается критическим (R_{cr}) и определяется в процедуре, обеспечивающей сходимость итерационных вычислений. Варьирование взаимосвязанных параметров функции (19) n и $\Delta\varphi$ позволяет найти минимальное значение R_d, которое считается истинным и означает возникновение волнистости стенки трубы в области сжатия. Полученные зависимости критического радиуса гибки от размеров r и t поперечного сечения трубы проиллюстрированы трехмерными графиками. Они охватывают отношения d/t от 10 до 30, типичные для трубопроводов машиностроительного назначения, критические радиусы R_d составили около двух диаметров труб из алюминиевого сплава A6061-T6 и нержавеющей стали марки 304.

В отечественном высокотехнологическом производстве также изготавливают трубопроводы из нержавеющей стали Х18Н10Т, и радиусы гибки порядка $2d$ являются типичными. Однако условия деформирования трубы при наматывании на круглый копир (см. рисунок 1) в корне отличаются от изгиба моментом, модель которого лежит в основе расчетов вышеуказанных значений R_d. Данное обстоятельство снижает практическое значение рассмотренного теоретического исследования и графического представления его результатов на рисунке 5.

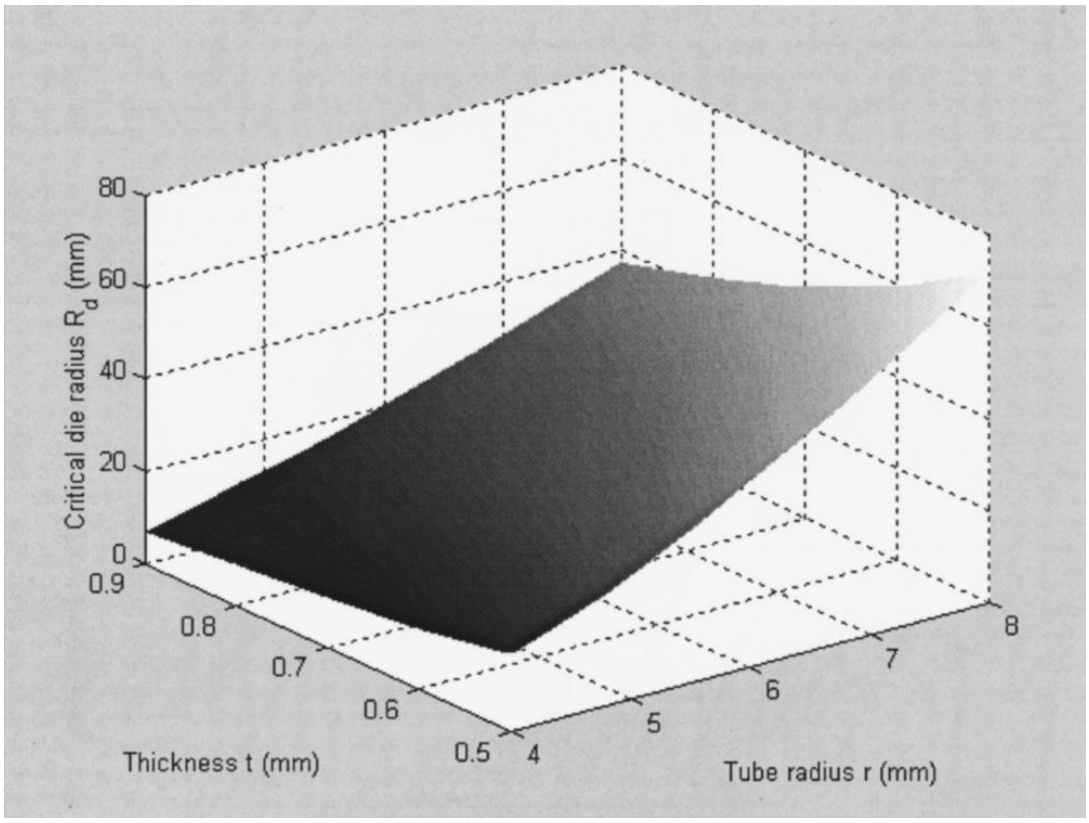


Рисунок 5 – Зависимости критического радиуса гибки R_d от среднего радиуса *r* сечения трубы и толщины стенки *t* [50, Fig. 4]

Заметим, что гибка труб моментом (без приложения поперечных сил) на малые радиусы трудно осуществима технически. Этим, видимо, объясняется отсутствие в публикации [50] ссылок на сопоставимые опытные данные.

1.4.2 Устойчивость изгиба тонкостенных труб на большой радиус

Работы в данном направлении теоретических и экспериментальных исследований ведутся весьма активно и имеют фундаментальную направленность; связь их с трубогибочным производством не просматривается. В этом смысле показательна статья [45] известных авторов (S. Kyriakides and G.T. Ju), название которой переводится как “Бифуркация и локализация нестабильностей при гибке цилиндрических оболочек. Часть 1: эксперименты”. Материалом для образцов служили тонкостенные трубы из алюминиевого сплава 6061-T6 с соотношением диаметра к толщине стенки *d/t* от 60,5 до 19,5.

Образцы длиной от 18 до 30 d нагружали внешним моментом, создавая условия деформирования, близкие к чистому изгибу. Лабораторная установка обеспечивала ступенчатое увеличение кривизны образцов κ с возможностью фиксации текущих показателей волнистости стенки в области сжатия и овальности сечений $\Delta = (d_{max} - d_{min})/(d_{max} + d_{min})$, а также значений изгибающего момента M.

В отсутствие инструмента, ограничивающего формоизменение сечений, показатель овальности

$$\Delta = \frac{d_{max} - d_{min}}{d_{max} + d_{min}} \qquad (21)$$

при определенной кривизне $\kappa = \kappa_m$ достигает значения, при котором внешний момент M переходит через максимум. Это может происходить раньше волнообразования или на его фоне.

На трубах с наиболее тонкой стенкой ($d/t > 40$) в какой-то стадии изгиба появлялись небольшие, беспорядочно распределенные группы коротких волн. Овальность сечений, нарастающая во все время испытания, оставалась равномерной по длине образца (за исключением концевых областей), не взаимодействуя с волнистостью. Максимум момента M не был достигнут, когда неравномерный рост амплитуды волн принимал в одной из групп скачкообразный характер, означающий бифуркацию. По сравнению с величиной κ_b, зафиксированной при бифуркации, кривизна κ немного увеличивалась до значения κ_c к окончанию испытания в связи с так называемым коллапсом (в данном случае это локальное смятие образца без разрушения).

Изгиб труб диапазона $26 > d/t > 40$ в отличие от предыдущей категории сопровождался переходом момента M через максимум и локализацией овальности сечений на участке образца длиной 8 – 10 d, в пределах которого одна из групп волн (иногда две) инициировала перегиб образца – коллапс.

Поведение труб с относительно толстой стенкой ($26 < d/t$) полностью определялось достижением предела внешней нагрузки, после чего овальность сечений росла неравномерно, и вскоре происходило разрушение образца.

В таблице 1, содержащей данные испытаний [45], использованы обозначения: $\kappa_1 = t/d^2$; λ – длина полуволны.

Таблица 1 – Значения кривизны труб при бифуркации κ_b; переходе внешнего момента через максимум κ_m; коллапсе κ_c

№ образца	d/t	κ_b/κ_1	κ_m/κ_1	κ_c/κ_1	$\lambda/\sqrt{dt}$
1	60,5			0,93	
2	52,6			1,00	
3	50	0,91		0,95	0,997
4	44,0	0,95		1,06	1,193
5	38,5	0,95		1,00	0,887
6	35,7	0,96	0,99	1,09	0,717
7	32,2	0,94	0,94	1,02	0,872
8	28,2	0,89	0,90	1,07	0,718
9	25,3		0,95	1,05	
10	21,2		0,98	1,17	
11	19,5		0,95	1,24	

Согласно этим данным критический радиус R_c/d первого образца при наступлении коллапса составлял 60,5/0,93, т.е. около 65. В 11-й строке имеем R_c/d = 15,7, а если обратиться к материалам ранее рассмотренной статьи, то он должен составлять около $3d$, см. радиус R_d на рисунке 5. Многократное рассогласование результатов математического [50] и физического [45] моделирования процесса изгиба трубы моментом выявляет важность фактора формоизменения сечений $\Delta = (d_{max} - d_{min})/(d_{max} + d_{min})$. В первом случае он остался за рамками решения задачи, по-видимому, из практических соображений: реальные инструменты гибки ограничивают увеличение ширины сечений, т.е. компонент d_{max} формулы (21). Во втором случае авторы статьи [45] стремились воспроизвести схему чистого изгиба, математическая модель

которого, представленная ими в статье [44], включает аппроксимацию поля перемещений, на порядок более сложную, по сравнению с (16).

В начале подраздела 1.4 говорилось о том, что проблема устойчивости процесса изгиба труб, в том числе некруглых, вызвала появление целого научного направления. В работе [37] представлены экспериментальные и теоретические исследования гибки цельнотянутых труб квадратного сечения из стали 4130. Размеры сечения труб 25,4х25,4 мм; толщина стенки от 0,8 мм до 1,6 мм; длина образцов 760 мм. Предметом исследования являются изменение формы сечений и волнистость по длине трубы, а также критическая кривизна оси трубы в момент локализации деформаций. Исследовали прогибы сторон сечений – положительные по ширине и отрицательные по высоте – в зависимости от радиуса изогнутой оси; обратная величина которого κ на рисунке 6 отнесена к кривизне свободно опирающейся пластинки в момент бифуркации: $\kappa_1 = ⅔(\pi^2 t^2)/h^3(1 - \nu^2)$.

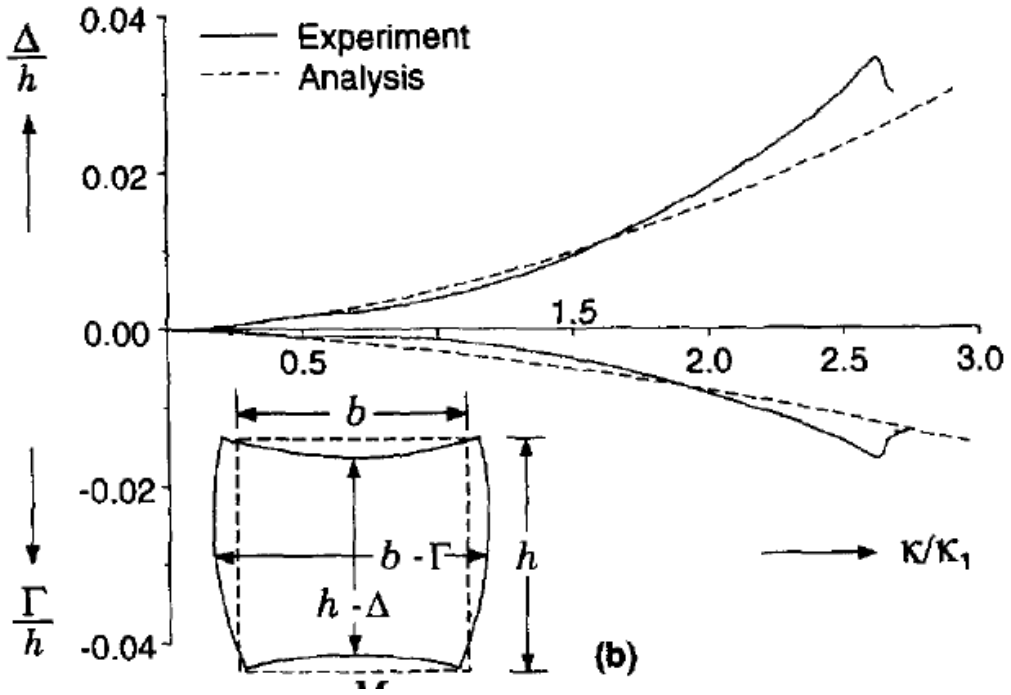


Рисунок 6 – Показатели формоизменения квадратного сечения трубы с толщиной стенки 1, 25 мм при кривизне гибки κ [37, Fig. 1 (b)]

С учетом приведенных выше значений t и h величина κ_1 составляет порядка 0,001мм$^{-1}$. При κ/κ_1 = 2,6 на трубе образовалась “пряжка” – своего рода шарнир, за его пределами деформирование прекратилось. Этому событию предшествовало образование волн на стенке трубы, расположенной в области сжатия (верхней на изображенном сечении). Тщательные измерения параметров волн при окончательном и промежуточных значениях кривизны оси обнаружило их наличие в самом начале процесса гибки. Форму волн и их распределение по длине образца, отнесенной к высоте сечений трубы, иллюстрирует рисунок 7.

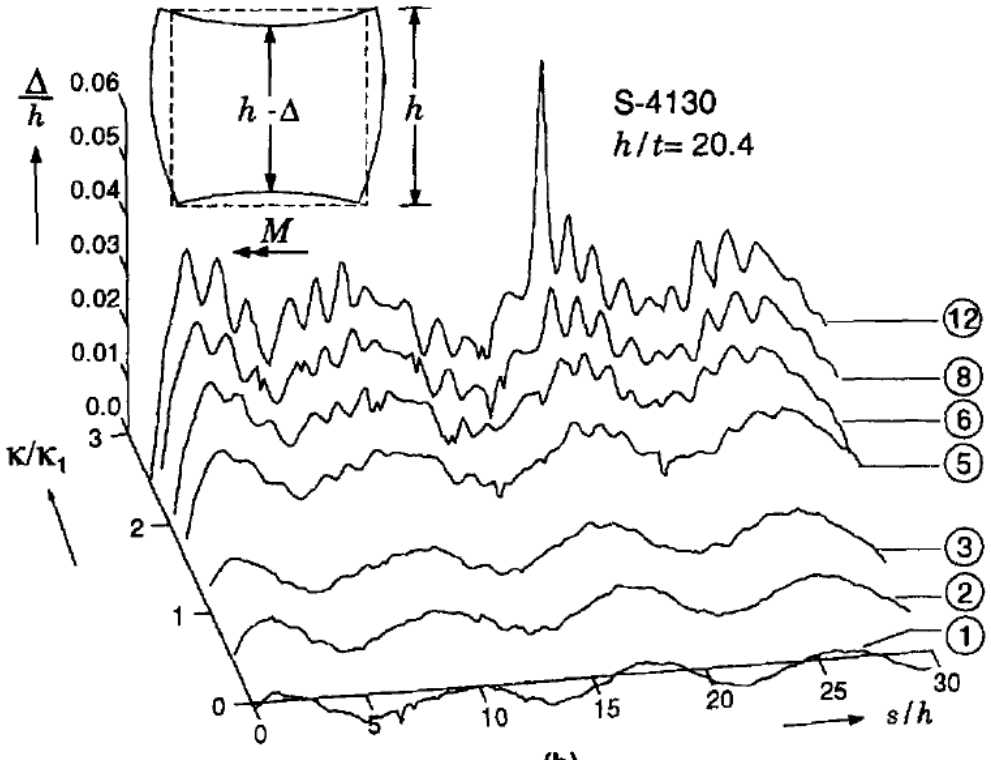


Рисунок 7 – Волнистость верхней стенки при относительной кривизне оси трубы κ/κ_1 от 0 до 2,5 (нижний и верхний графики) [37, Fig. 3 (b)]

Первичное несовершенство образца в виде волн высотой Δ = 0,002h и длиной L = 8,2h наблюдалось на всех четырех стенках с одинаковым расположением по длине образца, вышеуказанное значение Δ является суммой высот волн на противоположных сторонах сечений. При κ/κ_1 = 1,08 длина волны

L на сжатой стенке увеличились до $9h$ и высота Δ – до $0{,}01h$. В конце испытания параметр L не изменился, а Δ увеличился до $0{,}03h$, т.е. до 0,6 мм, при этом на графиках профиля волн отчетливо видны “гармоники” с амплитудой, превышающей 0,1 мм.

Аналитическая часть ограничивается двумя из трех вышеуказанных объектов исследования – искажением формы сечений и критической кривизной оси, по достижении которой образец начинал переламываться. Высота волн не рассчитывалась, но разрешающее уравнение критической кривизны содержит длину волн, варьирование которой подчинялось критерию минимума значения критической кривизны κ_c. Достоверность ее расчета иллюстрирует рисунок 8.

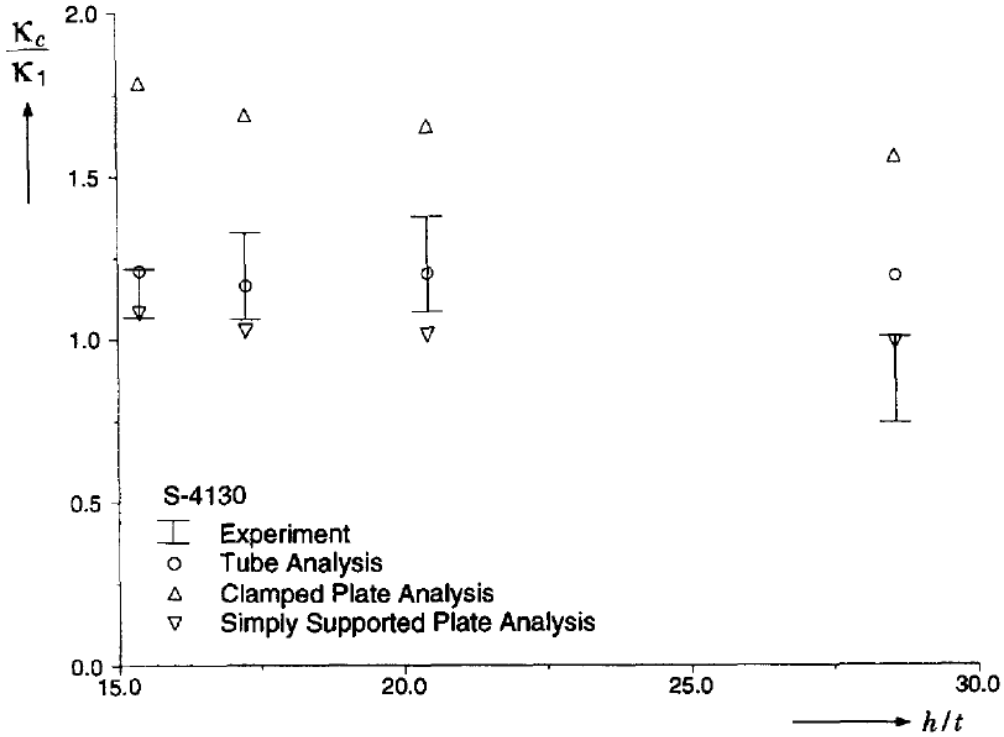


Рисунок 8 – Сравнение рассчитанных и фактических значений критической кривизны изогнутой оси трубы квадратного сечения [37, Fig. 14]

Математический аппарат аналитической части не имеет принципиальных отличий от рассмотренных выше аналогов. Конструкция разрешающего уравнения отражает принцип виртуальной работы. Критерием устойчивости

служит баланс работ внутренних и внешних сил на виртуальных перемещениях. Бифуркация, или выход из равновесного состояния сопровождается уменьшением работы контурных сил и появлением внутренних моментов, препятствующих потере устойчивости. Что касается внешней нагрузки, то при заданной кривизне изогнутой трубы она выполняет фиксированную работу и не принимается в расчет.

Определение баланса включает интегрирование по объему некоторой части деформируемого материала выражений вида $\sigma\delta\varepsilon$ – произведений напряжений на виртуальные приращения деформаций. Последние выражаются через ряды тригонометрических функций, аппроксимирующие неизвестные перемещения. Одна группа перемещений соответствует изменению формы сечения, равномерному по длине трубы, другая относится к волнообразованию. Пластический характер виртуальных деформаций не позволяет придать уравнению баланса адекватную алгебраическую форму, поэтому применяют численные методы. В рассматриваемой работе получали дискретные значения интегралов по толщине стенки трубы t с шагом $t/9$ и по периметру сечения также с малым интервалом. Окончательная система нелинейных уравнений большой размерности решалась итерационным методом Ньютона-Раффсона.

Из диаграммы, приведенной выше на рисунке 7, видно, что в большой части диапазона толщин стенки $0{,}03 < t/h < 0{,}06$ рассчитанная критическая кривизна κ_c совпадает со средней величиной ее фактических значений, установленных экспериментально. Авторы отмечают как феномен равенство $\kappa_c = 1{,}2\kappa_1$ с отклонением, не превышающим 2,5%. Там же приведены результаты расчета бифуркации прямоугольных пластинок со свободно опертым или защемленным краем. Воображаемые пластинки как бы вырезаны из стенки трубы, расположенной в области сжатия и подвергаются тем же сжимающим напряжениям.

1.5 Локализация пластического изгиба трубы

Изучение постустойчивого состояния изгибаемой трубы, на первый взгляд, не имеет практического смысла. Но, судя по имеющимся публикациям, в этой области успешно формируется новое научное направление, связанное, по мнению авторов, с оффшорной и строительной проблематикой. Исследуют эволюцию очага локальных деформаций трубы, изгибаемой моментом, так называемой пряжки. Из-за резкого уменьшения сопротивления изгибу она уподобляется шарниру (plastic hinge) и по мере увеличения угла гибки быстро сплющивается по высоте, что вряд ли совместимо с функционированием трубопровода или строительной конструкции. Соседние участки трубы поворачиваются относительно поперечной оси симметрии пряжки, угол поворота θ связывается с уменьшением высоты проходного сечения и внешнего момента. Анализ возникновения псевдошарнира и определение критического радиуса гибки не входят в круг решаемых задач.

В отличие от более известного примера локальных деформаций – шейки на растягиваемом образце – пряжка имеет сложную конфигурацию. Поэтому изучение ее напряженно-деформированного состояния пока откладывается на будущее, как и заключительный этап эволюции – разрушение. Сейчас в “повестке дня” находится сравнительно простая задача – отклик внешнего момента M на изменение вышеуказанного угла θ. Значимым шагом в ее решении стала обзорная публикация [38], содержащая данные экспериментальных исследований. Они проводились в условиях, максимально приближенных к изгибу моментом, размеры образцов стальных труб D/t: от 101,6/2,6 до 60,3/2,9 – всего 9 типоразмеров.

На рисунке 9 приведены экспериментальные и несколько расчетных зависимостей внешнего момента от угла гибки $\theta°$ образцов с размерами D/t в мм: 101,6/2,6 и 76,3/2,45.

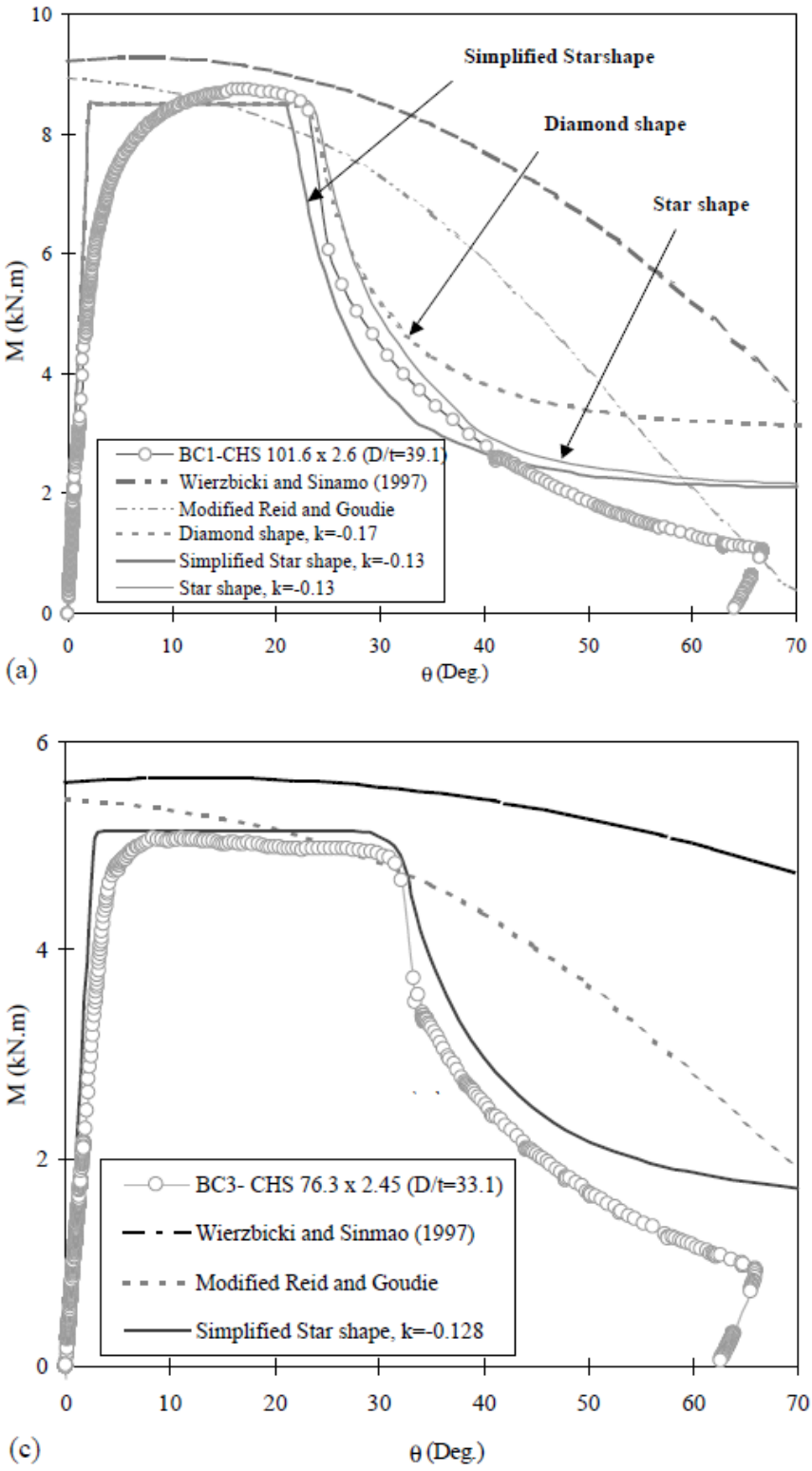


Рисунок 9 – Сравнение расчетных [51, 49, 38] и экспериментальных данных устойчивой и локальной стадий изгиба трубы Fig 12 a, c [38]

Верхняя кривая на обеих группах графиков отражает упрощенную аналитическую зависимость *M* от прогрессирующей овализации, модель

которой содержит четыре пластических шарнира, перемещающихся по периметру сечений [51]. Под ней проходит криволинейный график, который построен по данным моделирования оффшорной ситуации, когда случайная вмятина на укладываемой трубе эволюционирует под действием изгибающей нагрузки и частично перекрывает проходное сечение [49]. Сплошная линия, огибающая экспериментальные данные, содержит два смежных отрезка прямых, соответствующих стадиям упругого и пластического изгиба в лабораторных условиях. Горизонтальный отрезок и площадка на опытной кривой отражают противоположное влияние факторов овализации и упрочнения на стадии устойчивого деформирования. Появление пластических деформаций зафиксировано при θ = 1,67° и 2,28°; начальным точкам горизонтального отрезка соответствуют θ = 2° и 2,78°, конечным – 23° и 30°.

В предыдущем подразделе отмечалось, что коллапс тонкостенных труб (d/t > 40) наступает до перехода внешнего момента через максимум. Аналогичный переход на рисунке 9 явно присутствует при d/t = 33,1 и отсутствует на верхней группе графиков, где d/t = 39,1. Здесь постустойчивую стадию представляют три теоретические кривые и различные аппроксимации формы пряжки. Их названия “форма бриллианта” и “форма звезды”, ставшие общепринятыми, иллюстрируют показанные на рисунке 10 многогранники, чьи грани аппроксимирую среднюю поверхность трубы, а ребра являются линиями условных гибов.

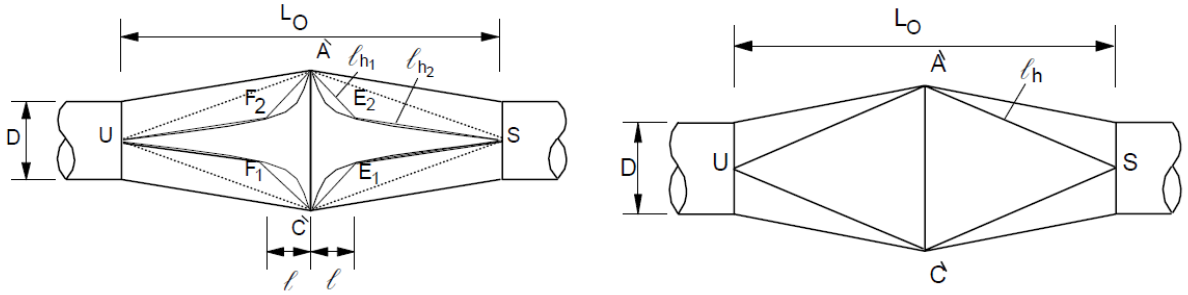


Рисунок 10 – Варианты упрощенного представления формы пластического шарнира Fig 11 и 6 [38]

Поперечные сечения многогранников выглядят как сегменты круга, прямой участок контура сегмента проходит по грани. Его крайние точки

соединяет дуга окружности, радиус которой увеличивается в процессе гибки, а угол уменьшается. Периметр границы сегмента считается упрощенной средней линией стенки трубы, длина которой принята неизменной.

Энергия формоизменения пряжки суммируется из работ моментов $\sigma_y t^2/4$, осуществляющих изгиб жесткопластического материала вдоль ребер и устранение его кривизны в площади граней. Внешний момент определяется из условия баланса его работы и энергии деформирования.

В работе [47] определялась зависимость изгибающего момента от угла постустойчивого изгиба консольной трубы и приведены данные лабораторных опытов. Получено формульное решение задачи с моделированием пряжки по схеме бриллианта, показанной на рисунке 10, овализация не учитывалась. Во время опытной гибки контролировали уменьшение высоты проходного сечения, вводя в образец измерительный инструмент.

1.6 Базовые положения инженерных расчетов гибки труб

Общие уравнения теории пластичности устанавливают соотношения между деформациями и напряжениями в конечной или дифференциальной форме. Последние называются уравнениями пластического течения Прандтля-Рёйсса, их запись:

$$\sigma_x - \sigma_0 = \frac{2}{3}\frac{d\varepsilon_x}{d\varepsilon_i}\sigma_s;\ \sigma_y - \sigma_0 = \frac{2}{3}\frac{d\varepsilon_y}{d\varepsilon_i}\sigma_s;\ \sigma_z - \sigma_0 = \frac{2}{3}\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_i}\sigma_s;$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{3}\frac{d\gamma_{xy}}{d\varepsilon_i}\sigma_s;\ \ \tau_{yz} = \frac{1}{3}\frac{d\gamma_{yz}}{d\varepsilon_i}\sigma_s;\ \ \tau_{zx} = \frac{1}{3}\frac{d\gamma_{zx}}{d\varepsilon_i}\sigma_s \qquad (22)$$

содержит среднее напряжение $\sigma_0 = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$; напряжение текучести σ_s; интенсивность приращений пластических деформаций:

$$d\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\left(d\varepsilon_x - d\varepsilon_y\right)^2 + \left(d\varepsilon_y - d\varepsilon_z\right)^2 + \left(d\varepsilon_z - d\varepsilon_x\right)^2 + \frac{3}{2}\left(d\gamma_{xy}^2 + d\gamma_{yz}^2 + d\gamma_{zx}^2\right)}.$$

В инженерных расчетах гибки, как и в большинстве других случаев, бесконечно малые приращения деформаций заменяют конечными, избавляясь от интегрирования по переменному радиусу R, см. (14). Другое существенное упрощение заложено в базовой формуле линейных деформаций $\varepsilon = (l - l_0)/l_0$. При малых абсолютных значениях ε – порядка 0,1 эта формула мало отличается от логарифмической $\varepsilon = \ln(l/l_0)$, которая называется истинной, поскольку обращает в ноль сумму $\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$, что означает постоянство объема материала. Напряжение текучести возрастает по мере увеличения ε_i, эту зависимость устанавливают опытным путем и аппроксимируют подходящей функцией, например $\sigma_s = A\varepsilon_i^n$.

В середине прошлого века в нашей стране выходили многочисленные научно-технические монографии и справочники по теории и технологии обработки металлов давлением. Преобладала тематика листовой штамповки (в том числе, штамповка трубных заготовок) [11, 12, 13, 16, 22, 31, 33], она разрабатывалась также в учебном плане [27 28], исключая гибку труб. Последняя, как правило, излагалась отдельно, с преобладанием производственного опыта и минимальным набором расчетных формул – изгибающего момента и пружинения. Перечисленные издания предназначались инженерам-практикам; на Западе, по-видимому, не издавалась аналогичная литература, но выходили теоретические монографии для инженеров [35, 43].

Теоретические публикации по гибке труб в периодической печати носили выборочный характер, сплошной линии фронта исследований не существовало. Характерное следствие: отсутствие инженерной оценки утонения стенки трубы, отвечающей реальным условиям гибки. В практике трубогибочного производства обычно принимают произвольное отношение радиальной деформации ε_ρ, ответственной за изменение толщины стенки, к осевой, обозначаемой в тороидальных (ρ, α, φ) или цилиндрических (ρ, α, z) координатах ε_φ (14) или ε_z соответственно. Из трех основных проблем, сопутствующих гибке труб – овализация сечений, гофрообразование, утонение – лишь первая

подвергалась аналитическим оценкам [1, 18, 19], из них только [1] относительно корректна и подтверждена экспериментально.

Активизация теоретических исследований гибки труб в 1990… 2000-е годы связана с массовым применением средств вычислительной техники и внедрением в инженерную практику численных методов расчета силовых и геометрических параметров гибочных операций. Авторы [19] рассчитывают пружинение с использованием кусочно-линейной эпюры напряжений σ_φ, изгибающий момент выражают тремя интегралами – по упругой $F_у$ и пластической $F_п$ областям ¼ поперечного сечения трубы:

$$M = \frac{4\sigma_0}{y_1}\int_{F_у} y^2 dF + 4\sigma_{02}\int_{F_п} y dF + 4\frac{\sigma_н - \sigma_{02}}{0{,}5d - y_1}\int_{F_п}(y - y_1) y dF \,. \qquad (23)$$

Первый интеграл относится к упругой области, ограниченной расстоянием $y = y_1$ до нейтральной поверхности. Второй и третий интегралы учитывают по отдельности начальное напряжение текучести σ_{02} и его приращение. Напряжение на границе сечения ($y = d/2$), обозначенное как $\sigma_н$, задают согласно степенной функции напряжения текучести $\sigma_s = A\varepsilon_i^n$. Ее константы A и n для конструкционных сталей и сплавов представлены в специальной литературе [3].

Формоизменение сечений изгибаемой трубы и другие процессы пластического деформирования, слабо ограниченного инструментом, редко поддававшиеся теоретическому анализу [1, 29], в последнее время широко изучаются с помощью коммерческих программ конечно-элементного моделирования и специальных программ [41, 48, 52]. Оснащение ротационных гибочных машин системами числового программного управления вызвало к жизни исследования и разработку прикладных программ позиционирования валков на основе аналитико-численного моделирования упругопластического изгиба и упругой разгрузки [24, 40, 53].

Во исследованиях процессов пластического деформирования находят применение модели плоской, цилиндрической и трехмерной анизотропии листовых материалов [18, 32, 34]. Константы материального тензора

анизотропии определяют по результатам испытания листовых образцов на растяжение, в ходе которого фиксируют соотношение деформаций по ширине и толщине образца. У изотропных материалов это соотношение равно единице, а у многих реальных выходят из диапазона 0,5…2 [18, 21]. Применительно к исследованиям гибки труб [36, 46] образцы вырезают под различными углами по отношению к оси (0, 90 и 45 градусов).

Выводы по разделу

1. Современное трубогибочное оборудование с числовым программным управлением обеспечивает получение цельных заготовок трубопроводов сложной пространственной формы с высокой точностью размеров изогнутой оси и позволяет нагружать зону деформирования дозированным осевым сжатием для улучшения качества изделий по показателям формы сечений и толщины стенки; однако его применение сдерживается отсутствием методик расчета допустимой сжимающей силы.

2. В рассмотренных источниках применяются различные методы оценки устойчивого деформирования абстрактных (пластинки, оболочки) и реальных объектов, главным образом, труб – на основе энергетических методов и аппроксимации неизвестных геометрических параметров формоизменения, включая овальность сечений изогнутых участков и волнистость в области сжатия.

3. Наибольшее распространение получил метод виртуальной работы на дополнительных перемещениях, заданных кинематически допустимой аппроксимирующей функцией, при этом в общей картине нарушения устойчивого деформирования рассматриваются два основных фактора: появление дополнительных внутренних моментов и уменьшение относительного сжатия материального волокна, их нулевое суммарное влияние на энергию деформирования служит признаком критического состояния.

4. Авторами метода виртуальной работы применительно к задачам устойчивого сжатия и изгиба оболочек считается трио Власов-Муштари-Donell (аббревиатура DMV в зарубежных публикациях обычно не расшифровывается); оба вышеуказанных основных фактора одинаковым образом связаны с высотой волны, поэтому она остается за рамками решения, которое лишь констатирует факт бифуркации (мембранного эффекта).

5. Согласно опубликованным данным экспериментальной гибки:

- сильно выраженная потеря устойчивости (коллапс) тонкостенных труб (d/t > 40) связана с предшествующим волнообразованием, а при меньших относительных диаметрах – с неравномерной овализацией сечений;

- критические радиусы гибки $R_{кр}$ составили от 16 до 65 диаметров трубы d (что на порядок больше радиусов изогнутых участков реальных трубопроводов) и близки к величине d^2/t, превышая ее в 1,2 …1,25 раз лишь при d/t = 20;

- длина волн равнялась 1,4 …2$\sqrt{dt}$, высота волн не определялась.

6. Теоретические оценки $R_{кр}$ различными авторами [44, 50] зависят от полноты учета побочных факторов и разнятся между собой в несколько раз; рассчитанные значения длины волны ненамного превышают действительные, уменьшаясь от 2,8$\sqrt{dt}$ при d = 10t до 2,4$\sqrt{dt}$ при d = 100t; высота волн не может быть определена в рамках традиционного метода виртуальной работы.

7. Современные исследования пластического изгиба труб включают также моделирование постустойчивой стадии процесса, заключающейся в локальном деформировании области, подобной пластическому шарниру. В целом они подчинены проблематике прокладки оффшорных трубопроводов, этим объясняется повышенный интерес к овализации труб при гибке и его отсутствие к слабовыраженной волнистости, не влияющей на пропускную способность проходного сечения.

2 Математическое моделирование пластического изгиба трубы с монотонно возрастающей волнистостью стенки

Аналитическое определение количественных параметров волнистости в области сжатия при гибке трубы – задача со многими неизвестными. Исключаем одну из них принятием гипотезы, согласно которой волны зарождаются в самом начале гибки, но не сразу становятся заметны, что согласуется с данными экспериментального исследования изгиба моментом труб квадратного сечения [37]. По-видимому, ту же природу имеет неравномерность растяжения образца, предшествующая образованию шейки.

Предлагаемая гипотеза косвенно подтверждается отраслевыми ограничениями высоты волн, в источниках [20, 26] они устанавливаются как в относительном выражении $0{,}002d$, так и в абсолютном 0,2 мм. Монотонное возрастание волнистости стенки, казалось бы, противоречит общепринятой концепции мгновенной потери устойчивости, основанной на мембранном эффекте. В действительности речь идет о разных моделях устойчивой стадии процесса (со слабовыраженным волнообразованием или в его отсутствие), и к каждой из них применим принцип бифуркации.

2.1 Постановка задачи

При выборе объекта моделирования руководствуемся принципом: от простого – к сложному; роль первого отводится процессу изгиба моментом. Его общепринятая трактовка, содержащаяся в п. 1.4.1, должна быть дополнена конкретикой с учетом сформулированных приоритетов. На данном этапе исследования важно теоретически подтвердить наличие слабо выраженной волнистости стенки трубы с самого начала процесса [37], а также получить количественную оценку высоты волн, используя относительно несложный математический аппарат и систему допущений соответствующего уровня.

2.1.1 Моделирование чистого изгиба трубы моментом

Традиционное допущение, которым является пренебрежение радиальным напряжением, не нуждается в обосновании, когда речь идет о гибке тонкостенных труб. То же можно сказать о применении так называемой деформационной теории пластичности в качестве альтернативы пластическому течению. С учетом сказанного уравнения состояния (22) заменяются следующими:

$$\sigma_\alpha = \frac{2\sigma_s}{3\varepsilon_i}\left(2\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\varphi\right); \;\; \sigma_\varphi = \frac{2\sigma_s}{3\varepsilon_i}\left(2\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\alpha\right);$$

$$\tau_{\rho\alpha} = \frac{1}{3}\frac{\gamma_{\rho\alpha}}{\varepsilon_i}\sigma_s; \;\; \tau_{\alpha\varphi} = \frac{1}{3}\frac{\gamma_{\alpha\varphi}}{\varepsilon_i}\sigma_s; \;\; \tau_{\varphi\rho} = \frac{1}{3}\frac{\gamma_{\varphi\rho}}{\varepsilon_i}\sigma_s. \qquad (24)$$

Общепринятая приближенная формула (14) относительного удлинения (укорочения) материального волокна трубы при чистом изгибе (в совокупности с соотношением: $\varepsilon_\rho = \varepsilon_\alpha = -0{,}5\varepsilon_\varphi$) позволяют обосновать отсутствие сдвигов, а также напряжений σ_ρ и σ_α [7]. Иногда идут по пути упрощения деформированного состояния, пренебрегая изменением толщины стенки, т.е. $\varepsilon_\rho = 0$ [50], что нельзя признать удачным. Из него вытекает совершенно недопустимое искажение напряженного состояния, при котором $\sigma_\alpha = -\sigma_\varphi$.

С учетом принятого соотношения деформаций и формулы ε_φ (14) получаем симметричную эпюру растягивающих и сжимающих напряжений σ_φ, нейтральная (разделительная) линия которых проходит через центр сечения трубы, рисунок 11.

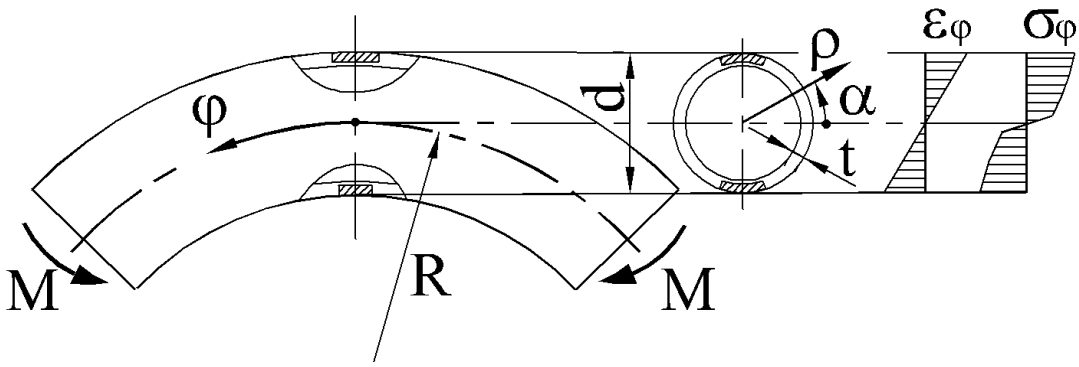


Рисунок 11 – Продольные деформации и напряжения чистого изгиба

Пренебрегаем наличием упругой области, считая материал жесткопластическим. Таким образом, по всему сечению $\sigma_\varphi = \pm\sigma_s$, напряжение текучести $\sigma_s = A\varepsilon_i^n$, в интегралах вида $\int_F \sigma_\varphi dF$ принимаем неизменными площадь *F* и размеры поперечных сечений, хотя это и противоречит принятому выше соотношению $\varepsilon_\rho = -0{,}5\varepsilon_\varphi$. При $\varepsilon_\rho = \varepsilon_\alpha = -0{,}5\varepsilon_\varphi$ интенсивность деформаций $\varepsilon_i = \left|\varepsilon_\varphi\right|$.

Все сечения остаются плоскими и нормальными к оси, как и торцы трубы, поэтому последние должны быть нагружены внешними силами, соответствующими эпюре σ_φ и создающими моменты *M*. Эти абстрактные положения не могут быть соблюдены в реальности, даже на лабораторных установках.

Оценим погрешность принятого выше соотношения деформаций и вытекающего из него равенства нулю напряжений σ_ρ и σ_α, обратившись к элементам трубы, отмеченным штриховкой на рисунке 11. При малых размерах верхнего элемента: Δt, $(R + 0{,}5d)\Delta\varphi$, $0{,}5d\Delta\alpha$, из условия равновесия: $\sigma_\alpha(R+0{,}5d)\Delta\varphi\sin\Delta\alpha = -0{,}5d\sigma_\varphi\Delta\alpha\sin\Delta\varphi$ следует $\sigma_\alpha = -0{,}5d\sigma_\varphi/(R+0{,}5d)$. Для нижнего элемента с размерами: Δt, $(R - 0{,}5d)\Delta\varphi$, $0{,}5d\Delta\alpha$ имеем аналогичное условие $\sigma_\alpha(R-0{,}5d)\Delta\varphi\sin\Delta\alpha = 0{,}5d\sigma_\varphi\Delta\alpha\sin\Delta\varphi$ и результат его преобразования

$\sigma_\alpha = 0{,}5d\sigma_\varphi/(R-0{,}5d)$. Заменяя напряжения деформациями согласно (24), получаем соотношения деформаций в плоскости изгиба:

$$\varepsilon_\alpha\big|_{\alpha=0{,}5\pi} = -\frac{R+1{,}5d}{2R+1{,}5d}\varepsilon_\varphi\big|_{\alpha=0{,}5\pi}\ ;\ \varepsilon_\alpha\big|_{\alpha=-0{,}5\pi} = -\frac{R-1{,}5d}{2R-1{,}5d}\varepsilon_\varphi\big|_{\alpha=-0{,}5\pi}\ . \qquad (25)$$

Их отличие от принятого выше ($\varepsilon_\alpha = -0{,}5\varepsilon_\varphi$) при малых радиусах гибки R порядка $2d$ существенно, однако на данном этапе исследования подобного рода несоответствия отступают на второй план, по сравнению с приоритетами, сформулированными в начале раздела.

2.1.2 Моделирование изгиба трубы с волнообразованием

Волнистость стенки трубы в диапазоне $\pi \le \alpha \le 2\pi$ уменьшает сопротивление изгибу области сжатия, по сравнению с областью растяжения; смещение нейтральной поверхности в совокупности с другими факторами восстанавливает баланс. На рисунке 12 показана часть трубы в границах волны, максимальная высота которой h изображена с многократным завышением

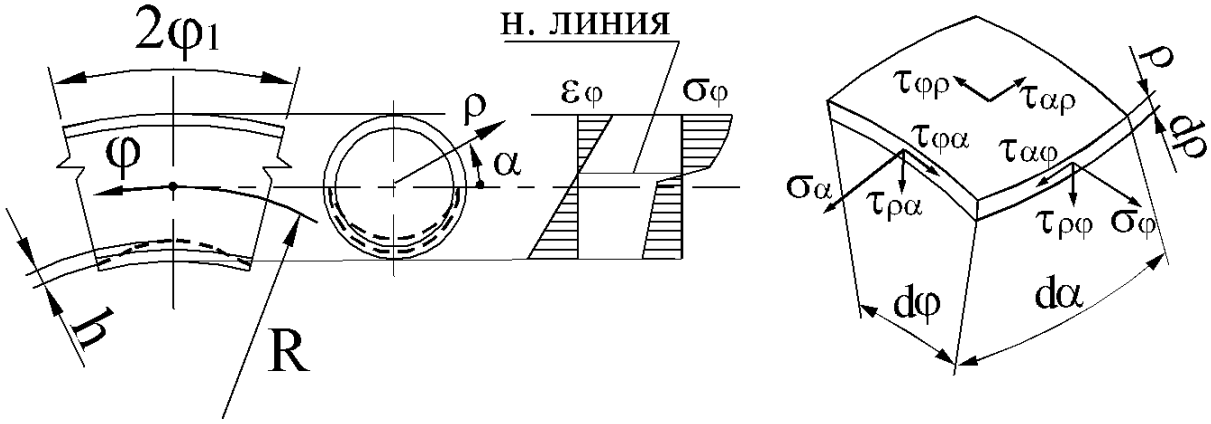


Рисунок 12 – Форма волны (пунктир) и элемент области волнообразования $\pi < \alpha < 2\pi$

Схема напряженного состояния элемента отражает пренебрежение радиальным напряжением σ_ρ. Полный комплект напряжений сдвига отличает ее от аналога из теории оболочек (см. рисунок 4), где учитываются только

касательные напряжения $\tau_{\alpha\varphi}$. В диапазоне $0 \le \alpha \le \pi$, где отсутствуют сдвиговые деформации, напряженное состояние полностью отражает эпюра σ_φ.

Относительное изменение длины материального волокна в области волнообразования без учета пренебрежимо малых компонентов

$$\tilde{\varepsilon}_\varphi = \varepsilon_\varphi + (\rho - r)\Delta\zeta + \varepsilon_0, \qquad (26)$$

где $\Delta\zeta$ – изменение продольной кривизны срединной поверхности стенки, ε_0 – относительное сжатие оси трубы, слагаемое ε_φ обозначает правую часть выражения (14). Компонент $\Delta\zeta$ сообщает деформации $\tilde{\varepsilon}_\varphi$ переменный характер в направлении φ, поэтому эпюры на рисунке 11 адекватны состоянию трубы лишь в сечениях с нулевым значением $\Delta\zeta$ – тех, что проходят через точки перегиба срединной поверхности волны. Для этих же сечений нейтральная поверхность остается местом перехода через ноль продольных деформаций и напряжений, а, в общем, она утрачивает строгий смысл.

2.1.3 Аппроксимация формы волны

Следуя приоритетам данного этапа исследования, сформулированным в начале раздела 2, выбираем относительно простую функцию радиального перемещения u_r точек срединной поверхности трубы с учетом кинематических ограничений, вытекающих из схематического изображения волны на рисунке 9. Заметим, что оно исключает положительные перемещения u_r, т.е. направленные от оси трубы. Выбранная соответствующим образом функция имеет вид:

$$u_r = \frac{-h}{2}\left(\cos\frac{\varphi}{\varphi_1}\pi + 1\right)\sin^2\alpha. \qquad (27)$$

Отрицательные радиальные перемещения приводят к неравномерному уменьшению высоты сечений с периодическим распределением по длине трубы. Этот фактор не будет учитываться при интегрировании по площади сечений с исходными размерами в соответствии с принятым допущением, см. 2.1.1.

Диапазон действия функции (27): $\pi \le \alpha \le 2\pi$. В числе соблюдаемых кинематических ограничений отметим равенство нулю ее первой и третьей производных по φ на границах полуволны ($\varphi = 0$ и $\varphi = \varphi_1$), где прогиб u_r и приращение продольной кривизны срединной поверхности $\Delta\zeta \approx \frac{-1}{R^2}\frac{d^2u_r}{d\varphi^2}$ принимают экстремальные значения. В точках перегиба средней линии при $\varphi = \pm 0{,}5\varphi_1$, где $\Delta\zeta = 0$, необходимо контролировать рассчитанные значения производной $du_r/(Rd\varphi)$, квадрат которой должен оставаться пренебрежимо малым по сравнению с единицей, В противном случае приведенное выше выражение $\Delta\zeta$ необходимо откорректировать.

На основании опубликованных результатов экспериментальных исследований [45], приведенных в таблице 1, условную длину полуволны $\lambda = R\varphi_1$ принимаем равной $\sqrt{dt}$. Авторы [45] измеряли действительную длину волны на внутреннем радиусе $R - 0{,}5d$ изогнутой трубы, где она, согласно принятому нами значению λ, окажется меньше величины $\sqrt{dt}$, что также не противоречит данным таблицы 1. Заметим, что параметр $\lambda = R\varphi_1$ остается неизменным в процессе уменьшения радиуса оси трубы, его фактическое значение легко подсчитывается по измеренному шагу волны на внутреннем радиусе.

В рассмотренных выше теоретических исследованиях устойчивости труб [37, 44, 50] длина волны определялась методом подбора. Варьировали целое число волн на трубе заданной длины и сравнивали рассчитанные значения критического радиуса, наибольшее считалось истинным, как и соответствующее ему количество волн. Найденные таким образом длины волн при радиусе трубы 5 мм перенесены из источника [50] на рисунок 13, пунктирная линия проведена, исходя из принятого выше соотношения $\lambda = \sqrt{dt}$.

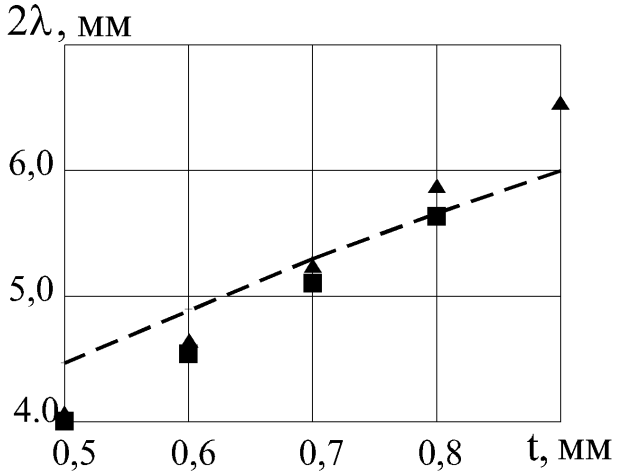


Рисунок 13 – Длина волны на трубах из сплава AL6061-T6 ▲ и нержавеющей стали ■ [50] в зависимости от толщины стенки трубы

Близость теоретической и экспериментальной оценок величины 2λ на рисунке, несмотря на то, что они получены при существенном различии размеров труб, оправдывает априорное принятие соотношения $\lambda = \sqrt{dt}$.

2.2 Разрешающее условие

В соответствии с энергетическим подходом (см. подраздел 1.3) неустойчивость процесса имеет место при $\delta\Pi = 0$, где Π – полная потенциальная энергия системы, равная сумме потенциальной энергии деформации U и потенциала внешних сил W. При рассмотрении возможного малого отклонения напряженно-деформированного состояния тела от равновесного состояния вариация $\delta\Pi$ может оказаться положительной (устойчивое состояние), отрицательной (потеря устойчивости) или равной нулю (неустойчивое состояние). Таким образом, равенство $\delta U + \delta W = 0$ является признаком образования волнистости, которое провоцируется, по-видимому, разбросом механических свойств и геометрических параметров в различных сечениях изгибаемой трубы. Из подобного разрешающего условия $\Delta U + \Delta W = 0$ определяется высота волн, монотонно возрастающая по мере уменьшения радиуса гибки.

Положительное приращение $\Delta U = \tilde{U} - U$ объясняется добавлением работы касательных напряжений на деформациях сдвига, отрицательное $(\Delta W < 0)$ – уменьшением внешнего момента на фиксированном значении угла гибки. При чистом изгибе трубы работа внутренних сил в объеме полуволны подсчитывается интегрированием по площади сечения трубы F:

$$U = A\varphi_1 \int_F \varepsilon_i^{n+1} (R + \rho \sin\alpha) dF . \qquad (28)$$

Здесь $A\varepsilon_i^{n+1}$ – произведение напряжения текучести $\sigma_s = A\varepsilon_i^n$ на интенсивность деформаций ε_i; оба сомножителя неотрицательны. При одноосном напряженном состоянии $\varepsilon_i = |\varepsilon_\varphi|$, $\sigma_\varphi = \pm\sigma_s$, $A\varepsilon_i^{n+1} = \sigma_\varphi \varepsilon_\varphi$; согласно (14) принимаем $\varepsilon_\varphi = \rho \sin\alpha / R$.

Волнообразование делает напряженно-деформированное состояние неравномерным по длине трубы, поэтому

$$\tilde{U} = A \int_0^{\varphi_1} d\varphi \int_F \tilde{\varepsilon}_i^{n+1} (R + \rho \sin\alpha) dF . \qquad (29)$$

Выражение интенсивности деформаций – аналог формулы $d\varepsilon_i$ (см. подраздел 1.5) после замены: $\tilde{\varepsilon}_\rho = \tilde{\varepsilon}_\alpha = -0{,}5\tilde{\varepsilon}_\varphi$ принимает вид

$$\tilde{\varepsilon}_i = \sqrt{\tilde{\varepsilon}_\varphi^2 + \frac{1}{3}\left(\tilde{\gamma}_{\rho\alpha}^2 + \tilde{\gamma}_{\alpha\varphi}^2 + \tilde{\gamma}_{\varphi\rho}^2\right)}.$$

В диапазоне $0 \le \alpha \le \pi$ принятая формула $\tilde{\varepsilon}_\varphi$ (26) упрощается: $\tilde{\varepsilon}_\varphi = \varepsilon_\varphi + \varepsilon_0$. Остаются в силе соотношения, справедливые для чистого изгиба: $\tilde{\varepsilon}_i = |\tilde{\varepsilon}_\varphi|$, $\tilde{\sigma}_\varphi = \pm\sigma_s$. Отрицательные напряжения $\tilde{\sigma}_\varphi$ появляются в окрестностях нейтральной поверхности, сместившейся в соответствии с относительным сжатием оси трубы ε_0. Работа внутренних сил $\tilde{U}$ подсчитывается интегрированием по площади поперечного сечения трубы аналогично (28).

2.2.1 Деформации сдвига при волнообразовании

Выражения деформаций сдвига для диапазона $\pi \le \alpha \le 2\pi$ выводятся из канонических уравнений связи [7], их упрощенная запись в тороидальной системе координат:

$$\varepsilon_\rho = \frac{du_\rho}{d\rho};\ \varepsilon_\alpha = \frac{du_\alpha}{\rho d\alpha} + \frac{u_\rho}{\rho};\ \varepsilon_\varphi = \frac{du_\varphi}{Rd\varphi};\ \gamma_{\rho\alpha} = \frac{du_\rho}{\rho d\alpha} + \rho\frac{d}{d\rho}\left(\frac{u_\alpha}{\rho}\right);$$

$$\gamma_{\alpha\varphi} = \frac{du_\alpha}{Rd\varphi} + \frac{du_\varphi}{\rho d\alpha};\ \gamma_{\varphi\rho} = \frac{du_\varphi}{d\rho} + \frac{du_\rho}{Rd\varphi}. \qquad (30)$$

С учетом условия постоянства объема $\varepsilon_\rho + \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\varphi = 0$ и принятого соотношения линейных деформаций $\varepsilon_\rho = \varepsilon_\alpha = -0{,}5\varepsilon_\varphi$ для вышеуказанного диапазона α, ограничивающего область волнообразования, имеем уравнение $d\tilde{u}_\rho / d\rho = -0{,}5\tilde{\varepsilon}_\varphi$ и результат его интегрирования с учетом (26):

$$\tilde{u}_\rho = \frac{\sin\alpha}{4R}\left(r^2 - \rho^2\right) - \Delta\zeta\frac{(r-\rho)^2}{4} - \varepsilon_0\frac{\rho}{2} + u_r - \frac{\varphi^2}{2}R\sin\alpha. \qquad (31)$$

Последние члены правой части, появившиеся в качестве произвольных постоянных, учитывают функцию (27) и выражение перемещения $\tilde{u}_\varphi$. Согласно (26) и (30) оно записывается как

$$\tilde{u}_\varphi = \varphi\rho\sin\alpha + R(\rho - r)\int\Delta\zeta d\varphi + \varepsilon_0 R\varphi. \qquad (32)$$

Интегрирование производной $du_\alpha/(\rho d\alpha)$ в соответствии с формулами (30), соотношением $\tilde{\varepsilon}_\alpha = -0{,}5\tilde{\varepsilon}_\varphi$ и выражением $\tilde{u}_\rho$ дает формулу тангенциального перемещения

$$\tilde{u}_\alpha = \frac{\cos\alpha}{4R}\left(r^2 + \rho^2\right) + \frac{r^2 - \rho^2}{4}\int\Delta\zeta d\alpha - \int u_r d\alpha - \frac{\varphi^2}{2}R\cos\alpha. \qquad (33)$$

Развернутая запись деформаций сдвига, выведенных из уравнений (30):

$$\tilde{\gamma}_{\rho\alpha} = \frac{(r-\rho)^2}{-4\rho}\zeta'^\alpha + \frac{u_r'^\alpha}{\rho} - \frac{r^2 + \rho^2}{4\rho}\int\zeta d\alpha + \frac{1}{\rho}\int u_r d\alpha;$$

$$\tilde{\gamma}_{\alpha\varphi} = \frac{r^2 - \rho^2}{4R}\int \zeta'^{\varphi} d\alpha - \frac{1}{R}\int u_r'^{\varphi} d\alpha + \frac{R}{\rho}(\rho - r)\int \zeta'^{\alpha} d\varphi; \qquad (34)$$

$$\tilde{\gamma}_{\varphi\rho} = R\int \zeta d\varphi - \frac{(r-\rho)^2}{4R}\zeta'^{\varphi} + \frac{1}{R}u_r'^{\varphi}.$$

Апострофами с символами координат обозначены производные по α и φ. Поперечные сечения, проходящие по гребням и впадинам волны, в которых деформации $\overleftrightarrow{\gamma}_{\alpha\varphi}$ и $\overleftrightarrow{\gamma}_{\varphi\rho}$ равны нулю, остаются плоскими, а остальные подвержены депланации. Целенаправленное сокращение первых и последних членов правых частей (31, 32, 33) в процессе вывода привело к уменьшению положительного приращения работы внутренних сил $\Delta U = \tilde{U} - U$, вызываемого волнистостью. Разумеется, оно остается завышенным из-за функции (27), искажающей, как и всякая аппроксимация, действительную картину процесса.

2.2.2 Работа внешних сил

В контексте данного подраздела речь идет о работе W внешнего момента M на приращении угла $\Delta\varphi = \varphi_1$, с ней связана энергия деформирования в объеме полуволны. Момент внутренних сил, уравновешивающий M, определяется интегрированием элементарных составляющих $\sigma_\varphi \rho \sin\alpha$ по площади сечения трубы. Следовательно, при чистом изгибе

$$W = \varphi_1 \int_F \sigma_\varphi \rho \sin\alpha dF. \qquad (35)$$

Такое же выражение получаем из интеграла (28), заменяя формулу (14) более точной: $\varepsilon_\varphi = \rho\sin\alpha/(R + \rho\sin\alpha)$ либо выполняя интегрирование по объему прямой трубы. Таким образом, в данной постановке простой задачи значения работ внешних и внутренних сил (W и U) одинаковы, что согласуется с законом сохранения энергии. При моделировании волнообразования это равенство нарушается, как и в других описаниях не одноосного напряженного состояния.

Тогда ему на смену приходит понятие стационарного значения полного потенциала $W + U$, откуда следует разрешающее уравнение: $\Delta W = -\Delta U$.

При подсчете работы внешнего момента, учитывающей наличие волнистости, напряжения $\tilde{\sigma}_\varphi$ переменны по φ, поэтому двойной интеграл (35) заменяем тройным:

$$\tilde{W} = \int_0^{\varphi_1} d\varphi \int_F \tilde{\sigma}_\varphi \rho \sin\alpha dF \,. \qquad (36)$$

Развернутая запись этого выражения для вычислительной программы

$$\tilde{W} = A\varphi_1 \int_{F_1} \left[\sqrt{(\varepsilon_0 + \rho \sin\alpha / R)^2} \right]^n \mathrm{SIGN}(\varepsilon_0 + \rho \sin\alpha / R) \rho \sin\alpha dF +$$

$$+ \int_0^{\varphi_1} d\varphi \int_{F_2} \tilde{\sigma}_\varphi \rho \sin\alpha dF \,. \qquad (37)$$

На площади F_1 части сечения с неотрицательными значениями $\sin\alpha$ имеет место одноосное напряженное состояние, деформации сдвига отсутствуют. Здесь, в отличие от чистого изгиба, деформация $\tilde{\varepsilon}_\varphi$ – выражение в круглых скобках и соответствующее напряжение $\tilde{\sigma}_\varphi$ знакопеременны из-за смещения нейтральной поверхности. Этот фактор уменьшает момент внутренних сил, что учитывается функцией знака (Signature $\tilde{\varepsilon}_\varphi$).

Напряжение $\tilde{\sigma}_\varphi$ в остальной части сечения площадью F_2 выражается через деформации формулой (24), которая согласно принятому соотношению $\tilde{\varepsilon}_\alpha = -0{,}5\tilde{\varepsilon}_\varphi$ заменяется более компактной $\tilde{\sigma}_\varphi = A\varepsilon_i^n$. Значение интеграла по этой площади в записи (37) осредняется по длине полуволны.

Сохранение стационарного значения полного потенциала $W + U$ обеспечивается за счет уменьшения той части работы внутренних и внешних сил, которая подсчитывается интегрированием по площади F_1. Данный эффект связан со смещением нейтральной поверхности в область неотрицательных значений $\sin\alpha$, оно учитывается компонентом ε_0 формулы (26).

2.3 Расчет высоты волн

Искомая высота h (см. рисунок 9) должна удовлетворять равенству $\Delta U + \Delta W = 0$ при заданном радиусе гибки и значении вышеупомянутого компонента ε_0 формулы (26), обеспечивающем равенство нулю равнодействующей N_0 напряжений $\tilde{\sigma}_\varphi$. Последнее условие представлено в вычислительной программе суммой интегралов по половинам сечения трубы F_1 и F_2 по аналогии с выражением (37):

$$N_0 = A\int_{F_1}\left[\sqrt{(\varepsilon_0 + \rho\sin\alpha / R)^2}\right]^n \mathrm{SIGN}(\varepsilon_0 + \rho\sin\alpha / R)dF + \frac{1}{\varphi_1}\int_0^{\varphi_1} d\varphi \int_{F_2} \tilde{\sigma}_\varphi dF . \quad (38)$$

Расчет выполняется методом подбора h и ε_0, подсчитываемые значения N_0 и суммы $\Delta U + \Delta W$, постепенно приближающиеся к нулю, коррелируют варьируемым параметрам – h и, в меньшей степени, ε_0; сходимость вычислений может быть как угодно высокой.

Графики на рисунке 14 иллюстрируют рассчитанную волнистость труб из нержавеющей стали 1Х18Н10Т с толщиной стенки t = 0,5 мм, показатель степени функции σ_s для данного вида материала: n = 0,239. Горизонтальной линией показана высота волнистости допустимая отраслевыми стандартами.

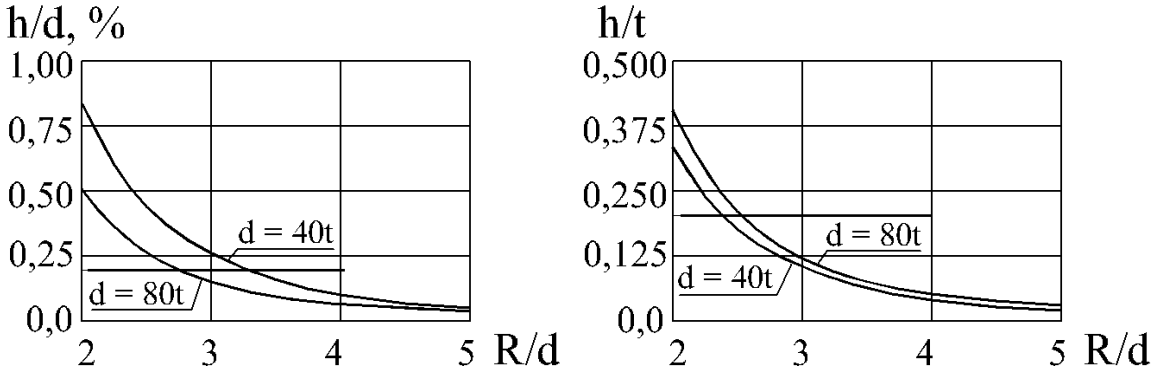


Рисунок 14 – Зависимость высоты волн от радиуса гибки

В производстве трубопроводов допустимая высота волн может ограничиваться относительными или абсолютными значениями. Согласно

левым графикам упоминавшееся выше ограничение h величиной 0,002d может быть превышено при R/d порядка 2,5 – 3, причем менее благоприятный прогноз касается труб с большей относительной толщиной стенки t/d. Однако эти же трубы, если верить правым графикам, имеют преимущество перед тонкостенными (d = 80t), хотя и небольшое. Поэтому применение абсолютной шкалы ограничений представляется более естественным.

Резкое увеличение h по мере приближения радиуса R к двум диаметрам трубы согласуется с практическим опытом, согласно которому отношение R/d = 2 близко к минимальному пределу, который фигурирует в рекламно-информационной информации производителей трубогибочного оборудования. Пропорциональное варьирование величин t, R и среднего радиуса сечения трубы r приводит к изменению рассчитанного значения h в той же пропорции.

Нагружение изгибаемых заготовок продольным сжатием усиливает волнообразование, рисунок 15.

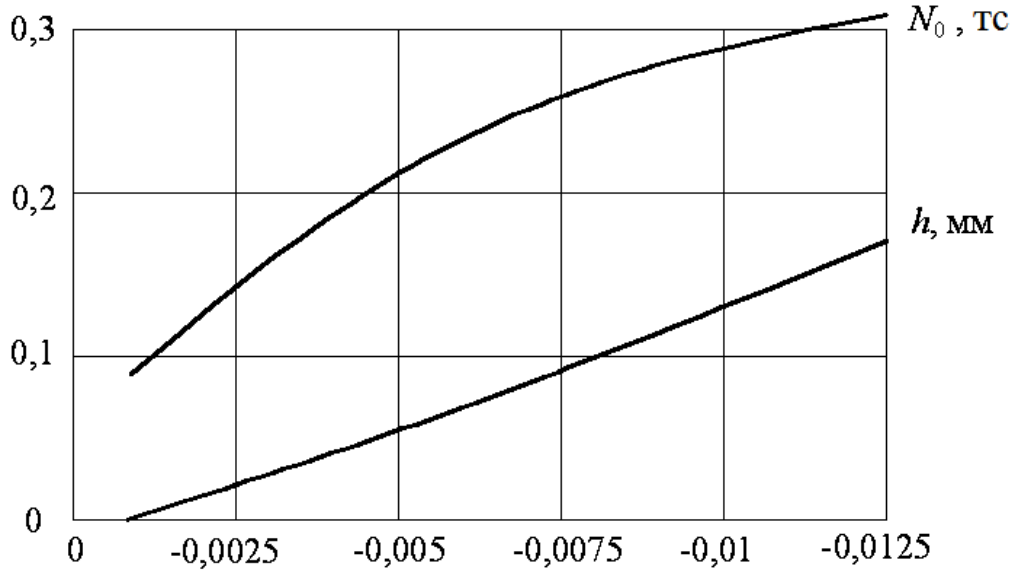


Рисунок 15 – Пример рассчитанной зависимости высоты волн и продольной силы N_0 от относительного сжатия ε_0 оси изгибаемой трубы

Данный пример относится к гибке труб из алюминиевого сплава Д16М с размерами d = 30 мм; t =2 мм на радиус R = 120 мм. Константы степенной функции напряжения текучести $\sigma_s = A\varepsilon_i^n$: A = 365 МПа; n = 0,236. Из

сопоставления этих слабо искривленных графиков можно заключить, что зависимость высоты волн от продольной сжимающей силы близка к линейной. В практике трубогибочного производства заданные значения ε_0 фигурируют в случае принудительного перемещения трубы в зону наматывания на круглый копир, см. рисунок 1. Она фиксируется на ползуне, которому сообщают поступательное перемещение, превышающее длину оси изгибаемого участка. В других моделях станков задают силу гидроцилиндра, нагружающего трубу толкающей силой, достигая опосредованным образом сжатия ее оси.

Показанные на рисунках 14 и 15 зависимости высоты волн нельзя сравнить с другими теоретическими расчетами или экспериментами: первые, по-видимому, отсутствуют, а вторые весьма редки и служат для иллюстрации изгиба моментом тонких цилиндрических оболочек, которые теряют устойчивость при отношениях радиуса оси к диаметру порядка 50, а не 2…4, как заготовки трубогибочного производства. Столь большие критические радиусы затрудняют раннюю регистрацию волнообразования.

Практические расчеты с применением разработанной математической модели могут быть сведены к простой вычислительной процедуре без применения последовательных приближений, т.е. подбора высоты волн h. В состав исходных данных вводится допустимое значение h и подсчитывается полная потенциальная энергия деформирования с волнообразованием $\tilde{\Pi}$. Если она оказывается больше альтернативного значения Π, значит прогнозируемая высота волн меньше допустимой, и проектируемый технологический процесс может быть реализован.

Выводы по разделу

1. Предложена гипотеза изгиба трубы с одновременным развитием слабо выраженной волнистости в области сжатия, процесс считается устойчивым, пока высота волн увеличивается монотонно. Исходная аналогия: неравномерное

растяжение образца, предшествующее образованию шейки и, по-видимому, имеющее ту же причину – неоднородность деформируемой среды.

2. На основании предложенной гипотезы разработана математическая модель пластического изгиба труб, в которой, по сравнению с альтернативным деформированием – без волнообразования, увеличивается работа внутренних сил при одновременном уменьшении сопротивления внешнему моменту. Высота волн определяется из условия одинаковых значений полной потенциальной энергии в обоих вариантах, методом последовательных приближений.

3. Принятая функция радиального перемещения, ответственного за волнообразование, действует на половине периметра материальных сечений, по гребням и впадинам волн они остаются плоскими; смещение нейтральной поверхности деформаций относительно оси трубы придает сумме положительных и отрицательных напряжений гибки нулевое либо заданное значение, смотря по отсутствию или наличию осевого сжатия.

4. Угловой размер между соседними гребнями или впадинами, устанавливающий длину волны, принят равным удвоенному отношению корня квадратного из произведения диаметра трубы на толщину ее стенки к радиусу изогнутой оси, исходя из опубликованных экспериментальных данных, мало (в пределах 20%) отличающихся от известного аналитического решения задачи [50], основанного на механизме бифуркации.

5. Рассчитанная высота волн, переменная по полупериметру сечений, находится в прямой зависимости от диаметра трубы d и обратной – от радиуса оси R; ее максимальное значение в плоскости симметрии изогнутой трубы стремится (при гибке без приложения осевой сжимающей силы) к ½ толщины стенки t по мере приближения d/t к ста и R/d к двум, выходя за пределы, допускаемые отраслевыми техническими требованиями.

6. Приложение продольного сжатия к изгибаемой трубе увеличивает высоту волн в линейной зависимости от сжимающей осевой силы, которая обязательно присутствует в схемах с отклоняющим роликом и с водилом, а

также может специально возбуждаться для улучшения показателей овальности сечений и утонения стенки.

7. На основе разработанной математической модели предлагается методика качественной оценки прогнозируемой высоты волн – по принципу: больше или меньше допустимой, без применения метода последовательных приближений. Она предназначена для практического проектировании гибки труб с осевым сжатием в пределах допустимого волнообразования.

3 Теория и расчеты процессов гибки труб толкающей силой

Толкающая сила может быть вспомогательным (гибка наматыванием на копир с продольным сжатием) либо обязательным компонентом внешней нагрузки. Ко второму случаю относятся схемы, представленные в разделе 1 на рисунке 2. В производстве машиностроительных трубопроводов они применяются, в основном, для гибки на большой радиус $R >> d$, при этом заготовки из малопластичных материалов подвергают местному нагреву с помощью индуктора. Используются станки с так называемым водилом или отклоняющим роликом; первые доминируют в производстве изделий большого диаметра d, в том числе более 300 мм, область применения вторых ограничивается меньшими значениями d – приблизительно до 100 мм. В научно-технической литературе отсутствуют разработки, относящиеся к холодной гибке труб водилом, поэтому ее базовые теоретические положения рассматриваются в рамках настоящего раздела.

3.1 Гибка отклоняющим роликом

Приложению толкающей силы предшествует изгиб силой, прикладываемой к отклоняющему ролику, когда он выдвигается в рабочее положение. На последующей, установившейся стадии процесса изгибаемый участок трубной заготовки проталкивается через роликовое устройство, проходя зоны активного и пассивного деформирования, в последней происходит уменьшение кривизны гибки – так называемое пружинение. На рисунке 16 этим зонам соответствуют свои локальные системы координат (x, y) точек изогнутой оси, ее отрезки 0-1 и 1-2, а также базы отсчет угла φ наклона касательной.

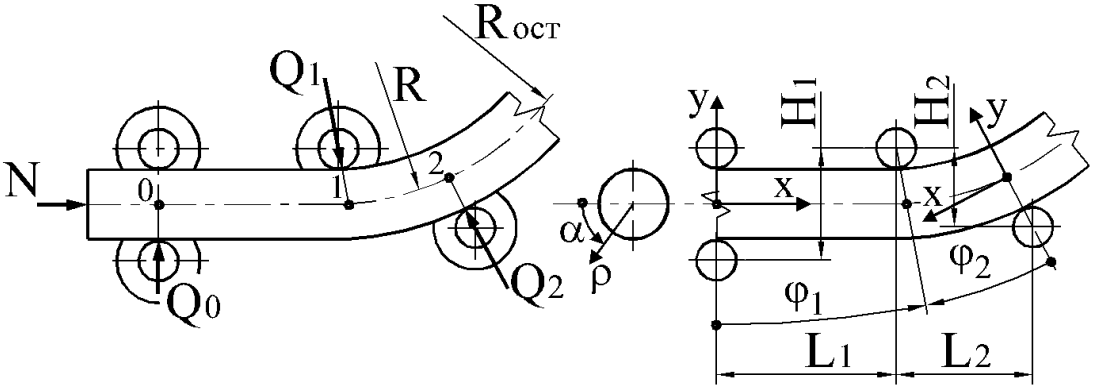


Рисунок 16 – Расчетные схемы силовых и геометрических параметров установившейся стадии гибки

В первой из вышеназванных зон кривизна $1/R$ изменяется от нуля до максимального значения $1/R_1$ в точке 1. При этом линия 0-1 мало отличается от прямой: приращение угла наклона касательной φ_1 составляет несколько градусов, а ордината y_1 точки 1 близка к нулю. Поэтому справедливо выражение $1/R = d^2y/dx^2$, из которого выводится приближенное уравнение изогнутой оси трубы. Принимают формулу напряжений гибки: $\sigma_\varphi = \pm A(\rho \sin\alpha / R)^n$, пренебрегая смещением нейтральной поверхности. Создаваемый ими момент, выражаемый через интеграл некоторой функции полярных координат:

$$M = \frac{A}{R^n}\int_F f(\rho,\alpha)dF\,, \qquad (39)$$

уравновешивает момент внешних сил, приблизительно равный Q_0x (величиной Ny пренебрегают) [7]. Таким образом, отношение M к его максимальному абсолютному значению M_1 в точке 1 идентично x/x_1. С другой стороны оно равно $(R_1/R)^n$, поскольку определенный интеграл в выражении (39) не зависит от координаты x. Равенство $x/x_1 = (R_1/R)^n$ преобразуется к виду:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{R_1}\left(\frac{x}{x_1}\right)^m\,, \qquad (40)$$

где $m = 1/n$.

Интегрирование данного уравнения, дает формулы угла наклона и прогиба оси трубы на участке 0-1:

$$\varphi = \mathrm{Arctg}\frac{x^{m+1}}{R_1(m+1)x_1^m}; \quad y = \frac{x^{m+2}}{R_1(m+1)(m+2)x_1^m}. \qquad (41)$$

Для определения позиции отклоняющего ролика используются соотношения геометрических параметров, обозначенных на рисунке 14:

$$L_1 = x_1 - (r_p + 0{,}5d)\sin\varphi_1; \quad H_1 = y_1 + (r_p + 0{,}5d)\cos\varphi_1; \qquad (42)$$

$$\varphi_1 = \mathrm{Arctg}\frac{x_1}{R_1(m+1)}; \quad y_1 = \frac{x_1^2}{R_1(m+1)(m+2)},$$

где $r_р$ – радиус гибочных роликов; d – диаметр трубы.

Таким образом, соотношения (42) содержат неизвестные x_1 и H_1, размер L_1 относится к числу заданных параметров.

Радиус R_1 оси трубы в точке 1 связан с остаточным радиусом $R_{ост}$ соотношением

$$\frac{1}{R_{ост}} = \frac{1}{R_1} + \Delta\xi; \qquad (43)$$

изменение кривизны оси в результате пружинения согласно теореме А.А. Ильюшина об упругой разгрузке

$$\Delta\xi = \frac{-M_1}{EJ}, \qquad (44)$$

где E – модуль упругости; J – момент инерции, равный интегралу выражения $(\rho\sin\alpha)^2$ по площади сечения трубы.

По заданному остаточному радиусу находят значение радиуса гибки R_1, решая в программе MathCAD уравнение (43), преобразованное к виду

$$\frac{1}{R_{ост}} - \frac{1}{R_1} = \frac{-2A}{R_1^n EJ}\int_{F/2}(\rho\sin\alpha)^{n+1}dF. \qquad (45)$$

Здесь $F/2$ – половина площади сечения трубы с неотрицательными значениями $\sin\alpha$.

3.1.1 Параметры зоны разгрузки

Разгрузка, т.е. уменьшение внешнего момента на участке 1-2 (см. рисунок 16) заканчивается приращениями деформаций: $\Delta\varepsilon_\varphi = \rho\sin\alpha\Delta\xi$ обратного знака, по сравнению с деформациями гибки ε_φ. Им соответствуют приращения напряжений $\Delta\sigma_\varphi = E\Delta\varepsilon_\varphi$ и остаточные напряжения $\sigma_{\text{ост}} = \pm A\left|\rho\sin\alpha / R_1\right|^n + \Delta\sigma_\varphi$, примерный вид эпюр показан на рисунке 17.

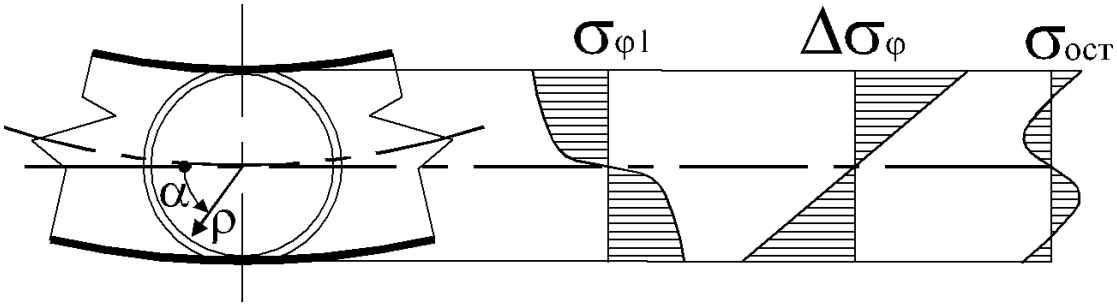


Рисунок 17 – Изменение напряжений σ_φ при разгрузке

Эпюра напряжений $\sigma_{\text{ост}}$ является самоуравновешенной, поскольку момент $\int\limits_F \sigma_{\text{ост}}\rho\sin\alpha dF$ равен нулю. Из этого равенства выведена формула пружинения (44).

В промежутке между точками 1 и 2 на расчетной схеме (рисунок 16), где радиус изогнутой оси R изменяется от R_1 до $R_{\text{ост}}$, момент внутренних сил

$$M = M_1 + E\int\limits_F \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_{\text{ост}}}\right)(\rho\sin\alpha)^2 dF .$$

В локальных координатах зоны разгрузки этот же момент равен M_1x/x_2, следовательно $M_1\left(\frac{x}{x_1} - 1\right) = EJ\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right)$. С учетом $M_1 = EJ\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_{\text{ост}}}\right)$ получают линейную зависимость кривизны оси трубы от координаты x:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{\text{ост}}} + \frac{x}{x_1}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_{\text{ост}}}\right). \qquad (46)$$

С учетом принятого равенств кривизны $1/R$ второй производной прогиба оси по x получены формулы угла наклона и прогиба оси трубы на участке 1-2:

$$\varphi = \mathrm{Arctg}\left[\frac{x}{R_{\text{ост}}} + \frac{x^2}{2x_1}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_{\text{ост}}}\right)\right]; \quad y = \frac{x^2}{2R_{\text{ост}}} + \frac{x^3}{6x_1}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_{\text{ост}}}\right). \qquad (47)$$

По аналогии с соотношениями (42), относящимися к зоне активного деформирования, имеем:

$$L_2 = (r + 0{,}5d + y_1)\sin(\varphi_1 + \varphi_2) + x_1\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + (r + 0{,}5d)\sin\varphi_1;$$

$$H_2 = (r + 0{,}5d + y_1)\cos(\varphi_1 + \varphi_2) - x_1\sin(\varphi_1 + \varphi_2) + (r + 0{,}5d)\cos\varphi_1;$$

$$\varphi_2 = \mathrm{Arctg}\frac{x_1}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{\text{ост}}}\right); \quad y_1 = \frac{x_1^2}{3}\left(\frac{1}{2R_1} + \frac{1}{R_{\text{ост}}}\right), \qquad (48)$$

Два соотношения (48) содержат неизвестные: абсциссу x_1 в координатах зоны разгрузки и размер H_2, размер L_2 и радиус $R_{\text{ост}}$ считаются заданными, значение R_1 определяется решением трансцендентного уравнения (45).

3.1.2 Расчет силовых параметров

На установившейся стадии гибки перемещение трубы толкающей силой N на некоторое расстояние ΔL сопровождается работой внутренних сил. Работа напряжений σ_φ равна произведению момента M_1 на угол $\Delta\varphi = \Delta L/R_1$. Приращения напряжений $\Delta\sigma_\varphi$ при разгрузке создают момент той же величины, но обратного знака, (см. эпюры на рисунке 17). Он работает на угловом перемещении, равном $\Delta L\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_{\text{ост}}}\right)$, возвращая часть энергии, затраченной в зоне активного деформирования. Запись итогового баланса работ после сокращений:

$$N = M_1/R_{\text{ост}} \qquad (49)$$

определяет толкающую силу. Предварительно должно быть найдено значение R_1 из уравнения (45) по заданному остаточному радиусу, а также подсчитан момент

$$M_1 = \frac{2A}{R_1^n} \int_{F/2} (\rho \sin\alpha)^{n+1} dF \,. \qquad (50)$$

В производстве трубопроводов машиностроительного назначения радиусы гибки R_1 обычно невелики – от 2 до 5 диаметров трубы, после пружинения он увеличивается менее чем на 10%. Согласно формуле (49) уменьшение толкающей силы с учетом отрицательной работы пружинения имеет тот же порядок – несколько процентов.

Реакции гибочных роликов, обозначенные на расчетной схеме (см. рисунок 16) определяются из системы уравнений равновесия сил и моментов:

$$\begin{aligned} &Q_0 + Q_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) = Q_1 \cos\varphi_1 ; \\ &Q_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2) = Q_1 \sin\varphi_1 + N ; \qquad (51) \\ &Q_2 \left[(L_1 + L_2)\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + (H_1 - H_2)\sin(\varphi_1 + \varphi_2) \right] = Q_1 (L_1 \cos\varphi_1 + H_1 \sin\varphi_2). \end{aligned}$$

Наибольшей является реакция Q_1 на границе зон активного и пассивного деформирования.

3.2 Холодная гибка труб не приводным водилом

Наличие водила, жестко связанного с изгибаемой заготовкой на выходе из роликового устройства, намного усложняет определение силовых и геометрических параметров процесса. По сравнению со схемой, рассмотренной в предыдущем подразделе, добавляется количество компонентов внешней нагрузки, что делает их статически неопределимыми. Кардинально изменяется характер зоны 1-2, увеличивающейся одновременно с поворотом водила, рисунок 18.

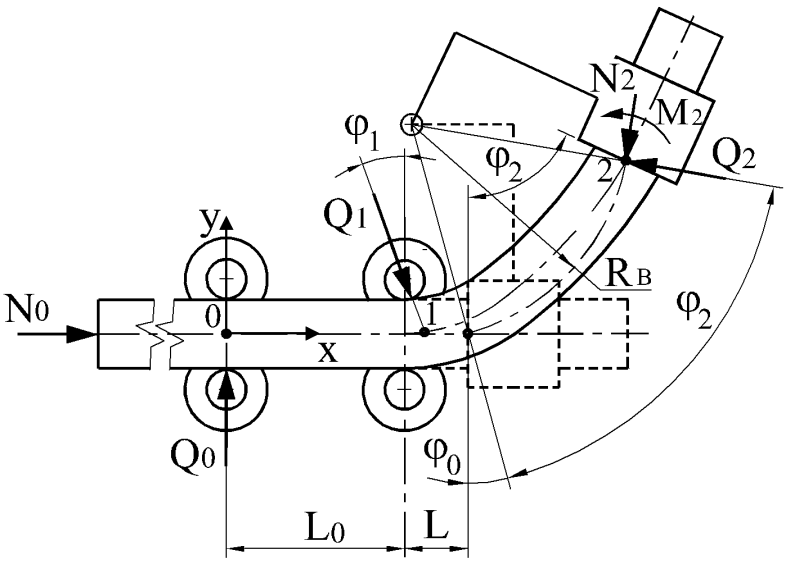


Рисунок 18 – Расчетная схема силовых параметров с Г-образной формой поворотного звена водила

Изогнутая ось трубы состоит из участков 0-1 и 1-2, первый из них при малых значениях φ_1, не превышающих 0,1 рад, практически сливается с осью абсцисс. К нему применимы положения схемы на рисунке 14, в том числе уравнение (40) и вытекающие из него формулы геометрических параметров точки 1:

$$x_1 = L_0 + (r + 0{,}5d)\varphi_1; \quad y_1 = \frac{x_1^2}{R_1(m+1)(m+2)}; \quad \varphi_1 = \frac{x_1}{R_1(m+1)}. \qquad (52)$$

В отличие от гибки с отклоняющим роликом параметры R_1, φ_1, x_1, y_1 переменны, и сама схема, представленная на рисунке 16, не подпадает под определение установившейся стадии деформирования.

Вывод формул, аналогичных (52), в параметрах участка 1-2 невозможен по двум причинам. Во-первых, неизвестен момент M_2; в предыдущем подразделе 3.1 он равнялся нулю, что позволило установить зависимость кривизны $1/R$ оси трубы от координаты x. Другая из указанных причин заключается в большом диапазоне изменения производной прогиба оси трубы y по x в пределах участка 1-2, что не позволяет пренебрегать ею – как это делалось ранее – в формуле кривизны:

$$\frac{1}{R} = \frac{y''}{\left(1 + y'^2\right)^{3/2}} . \qquad (53)$$

Если получить каким-то образом зависимость $1/R$ от x и приравнять ее правой части (53) по аналогии с (40), то интегрирование полученного уравнения и вывод из него формул прогиба и угла наклона оси не удастся.

В подобных ситуациях прибегают к аппроксимации координатной функции геометрических параметров, в данном случае аппроксимируем зависимость радиуса оси R от координаты φ – угла поворота сечений трубы на участке 1-2:

$$R(\varphi) = R_1 + p\left(\frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1}\right) + q \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} . \qquad (54)$$

Сочетание линейной и логарифмической компонент предлагаемой функции сообщает монотонное изменение R по φ. Выбор в качестве аргумента угловой координаты φ вместо линейной x позволяет обойти проблему интегрирования зависимости (53), которое становится ненужным.

3.2.1 Геометрические параметры

Определение значения R_1 радиуса оси в точке 1, которое фигурирует также в формулах (52), будет рассмотрено позднее. Прочие параметры аппроксимирующей функции (54): p и q находим из уравнений:

$$x_2 = x_1 + \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} R(\varphi)\cos\varphi d\varphi ; \qquad y_2 = y_1 + \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} R(\varphi)\sin\varphi d\varphi . \qquad (55)$$

Они основаны на соотношениях: $dx = R\cos\varphi d\varphi$; $dy = R\sin\varphi d\varphi$ и представлены в программе MathCAD в развернутом виде согласно (54). При заданных углах φ_0 и φ_2 начального и конечного положений водила координаты точки 2 известны:

$$x_2 = L + L_0 + R_B\left(\sin(\varphi_2 + \varphi_0) - \sin\varphi_0\right);$$

$$y_2 = R_B\left(\cos\varphi_0 - \cos(\varphi_2 + \varphi_0)\right). \qquad (56)$$

Реализация вычислений x_1, y_1, φ_1 по формулам (52) и параметров функции (54) из уравнений (55) связана с подбором неизвестного значения радиуса R_1 оси трубы в точке 1, удовлетворяющего некоторому условию, подтверждающему корректность предложенной аппроксимации. В качестве такового принимаем равенство внешнего момента M_2 (см. рисунок 18) моменту $\overline{M}_2$ внутренних сил, который выражается интегралом $\int_F \sigma_\varphi \rho \sin\alpha dF$. Его значение подсчитывается в соответствии с принятым выражением $\sigma_\varphi = A\varepsilon_\varphi^n$:

$$\overline{M}_2 = 2A \int_{F/2} \frac{(\rho \sin\alpha)^{n+1}}{R_2^n} dF . \qquad (57)$$

Интегрирование выполняется по половине площади поперечного сечения с неотрицательным синусом. Радиус оси трубы в точке 2 согласно (54): $R_2 = R_1 + p + q\ln(\varphi_2/\varphi_1)$. Процедура подбора значения R_1, удовлетворяющего условию $\overline{M}_2 \approx M_2$, содержит повторяющиеся циклы, результаты расчетов, содержащихся в каждом из них, служат основанием для корректировки подбираемой величины: при $\overline{M}_2 > M_2$ требуется увеличивать R_1, и наоборот. Затравочное значение зависит от радиуса водила $R_В$, угла гибки φ_2 и соотношения размеров L_1 и L_2, показанных на рисунке 19.

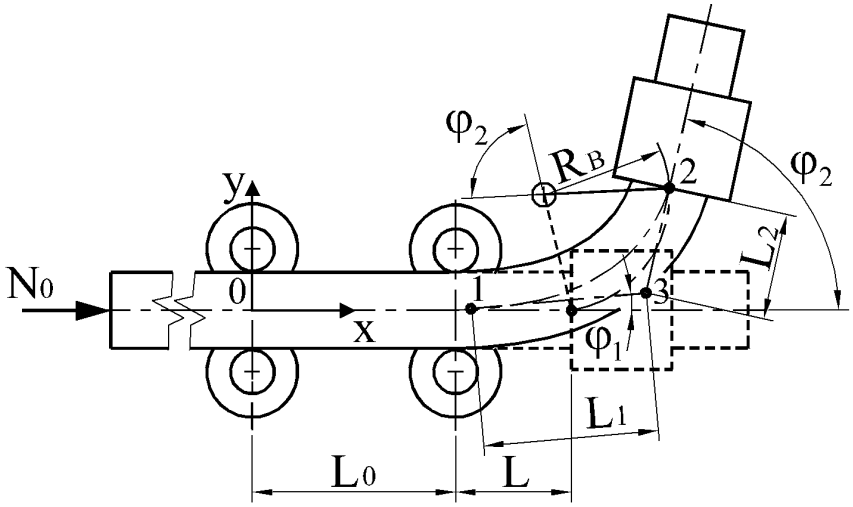


Рисунок 19 – Геометрическая схема с упрощенным изображением поворотного звена водила

Абсциссу точки 3 (общей базы размеров L_1 и L_2) находим из соотношения $y_2 - y_1 - (x_3 - x_1)\mathrm{tg}\varphi_1 = (x_2 - x_3)\mathrm{tg}\varphi_2$. Зная x_3, вычисляем $y_3 = y_1 + (x_3 - x_1)\mathrm{tg}\varphi_1$. Искомые размеры $L_{1,2} = \sqrt{(x_3 - x_{1,2})^2 + (y_3 - y_{1,2})^2}$. При $L_1 > L_2$ соотношение радиусов оси трубы в точках 1 и 2 должно быть аналогичным: $R_1 > R_2$. Иначе было бы невозможно построить линию 1-2 с монотонно изменяющейся кривизной.

3.2.2 Расчет силовых параметров

В каждом цикле вышеупомянутой процедуры подбора радиуса R_1 происходит вычисление внешнего момента M_2 из уравнений статического равновесия. Согласно схеме на рисунке 16:

$$\begin{aligned} &Q_0 + Q_2\cos(\varphi_0 + \varphi_2) = Q_1\cos\varphi_1 + N_2\sin(\varphi_0 + \varphi_2); \\ &Q_2\sin(\varphi_0 + \varphi_2) + N_2\cos(\varphi_0 + \varphi_2) = N_0 + Q_1\sin\varphi_1; \\ &M_2 = Q_0 x_2 - N_0 y_2 - Q_1[(x_2 - x_1)\cos\varphi_1 + (y_2 - y_1)\sin\varphi_1]. \end{aligned} \tag{58}$$

Система содержит 6 неизвестных N_0, N_2, Q_0, Q_1, Q_2 и M_2. Число это сокращается благодаря фиксированному (в рамках цикла) значению радиуса R_1 и вычислению $\overline{M}_1$ аналогично $\overline{M}_2$ (см. формулу (57)) с последующей заменой реакции Q_0 отношением $\overline{M}_1 / x_1$. Также существует связь силы N_2 с моментом M_2 (заметим, что сила N_2 направлена не по оси трубы, а по дуговой траектории водила). Ее обнаруживает следующее рассуждение. Поворотное звено водила упрощенной формы в виде отрезка прямой на рисунке 19, жестко соединенного с очертанием зажима, подобно консольной балке, изгибаемой моментом и поперечной силой. Они равны по величине и обратны по направлению M_2 и N_2. Суммарный изгибающий момент уменьшается по длине балки $R_\text{В}$ и должен равняться нулю в центре шарнира поворотного звена, следовательно, $N_2 = M_2/R_\text{В}$.

С учетом изложенного число неизвестных системы уравнений (58) сократилось до четырех – это N_0, Q_1, Q_2 и M_2. Силу N_0 определяем, исходя из ее работы W на пути

$$S = x_1 - L - L_0 + \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} R d\varphi . \qquad (59)$$

В этом выражении R – принятая функция (54) радиуса оси трубы на участке 1-2, определенный интеграл – его длина, абсцисса x_1 – приблизительно равна длине участка 0-1. Рассчитанная величина S кроме определения силы N_0 фигурирует в управляющей программе в качестве заданной подачи трубы цанговым или другим подвижным узлом гибочной установки.

Работу внешней силы приравниваем энергии пластического деформирования в пределах объема V изгибаемой трубы $U = \int_V \sigma_\varphi \varepsilon_\varphi dV$, или – в развернутом виде

$$U = 2A \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \int_{F/2} \frac{(\rho \sin\alpha)^{n+1}}{R^n} dF . \qquad (60)$$

Здесь игнорируется энергия деформирования слабо изогнутого участка трубы в диапазоне $0 \le x \le x_1$ как и до этого в формуле (59) не учитывалось его искривление.

В предлагаемом ниже примере 1 расчета гибки трубы с водилом использовали исходные данные: φ_2 = 45°; φ_0 = 0,2 рад (11,5°); L_0 = 300 мм; L = 250 мм, радиус водила $R_В$ = 900 мм; размеры трубы: d = 300 мм; t = 5 мм, материал сталь 20, механические характеристики: n = 0,161; A =748 МПа; σ_{02} = 300 МПа.

Последовательность действий и промежуточные результаты:

- расчет координат точки 2 при φ_2 = 45° по формулам (56);

- задание радиуса R_1 и вычисление геометрических параметров участка 0-1: x_1, y_1, φ_1 по формулам (52);

- определение параметров p, q аппроксимации участка 1-2 изогнутой оси трубы из уравнений (56), их развернутая форма:

$$x_2 = x_1 + \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left[R_1 + p\left(\frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1} \right) + q \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right] \cos\varphi d\varphi ;$$

$$y_2 = y_1 + \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left[R_1 + p\left(\frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1} \right) + q \ln \frac{\varphi}{\varphi_1} \right] \sin\varphi d\varphi ;$$

- определение пути внешней силы S по формуле (59) и энергии пластического деформирования U согласно выражению (60);

- расчет внешней силы $N_0 = U/S$ и решение системы уравнений равновесия (58) относительно силовых параметров Q_1, Q_2 и M_2;

- сравнение найденного значения момента M_2 с подсчитанным $\overline{M}_2$ по формуле (51) и – при необходимости – корректировка R_1 с повторным выполнением перечисленных действий, исключая первое.

Момент $\overline{M}_2$ слабо коррелирует подбираемому значению радиуса R_1 оси в точке 1, тогда как M_2 может изменяться в разы. Соблюдение равенства $M_2 \approx \overline{M}_2$ с погрешностью до 5% достигается при определенном навыке за 3-4 итерации. Возможно ее дальнейшее уменьшение – до 1% и менее, как будет показано ниже. Однако это не имеет практического смысла из-за приближенного характера решением задачи в целом. Помимо произвольного задания функции (54), позволяющей связать силовые факторы процесса с геометрическими, отметим также не лишенный произвола выбор точки 2 в вышеуказанном условии $M_2 \approx \overline{M}_2$. Соблюдая его, мы игнорируем соотношение аналогичных моментов в других точках участка оси трубы 1-2.

Итоговые результаты расчета по исходным данным, приведенным выше: R_1 = 878 мм; R_2 = 1451 мм; $\overline{M}_2$ = 2,149·10^5 Нм; M_2 = 2,149·10^5 Нм; внутренний момент в точке 1 $\overline{M}_1$ = 2,33·10^5 Нм; внешняя сила N_0 = 240 кН, ее путь S = 677 мм; геометрические параметры участка 0-1 изогнутой оси: x_1 = 312,3 мм; y_1 = 1,88 мм; φ_1 = 0,0493 рад. Параметры аппроксимации участка 1-2: p = 191,6 мм; q = 137,7 мм.

На рисунке 20 приведены графики, отражающие зависимости силовых факторов от угла гибки, кривая 1 приблизительно соответствует трем из них: толкающей силе N_0, отнесенной к максимальному упругому сопротивлению трубы осевому сжатию $\sigma_{02}\pi dt$, примерно такой же силе N_2 и пропорциональному ей моменту M_2; реакции Q_1 и Q_2 отнесены к той же величине, что и прочие силы.

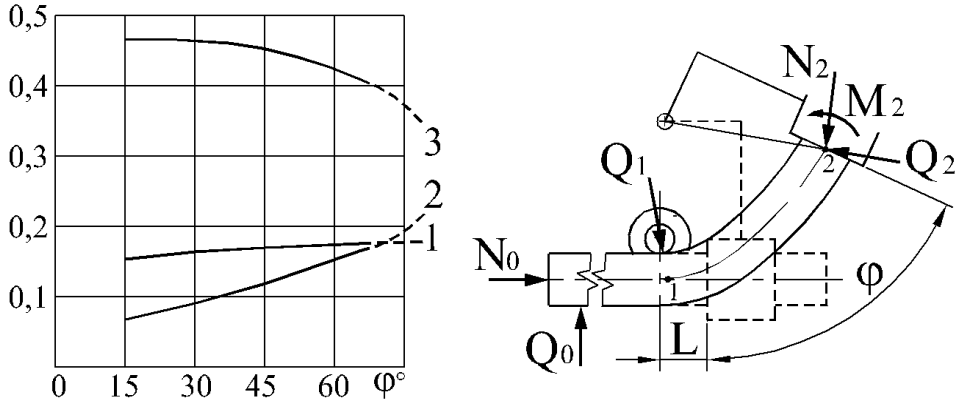


Рисунок 20 – Изменение относительных значений N_0, N_2, M_2 (1), Q_2 (2) и Q_1 (3) в процессе гибки трубы из стали 20 диаметром 300 мм, с толщиной стенки 5 мм, вылетом L = 250 мм, радиус траектории водила 900 мм

Сплошными линиями показаны зависимости в промежутке значений φ от 15° до 65°. Дальнейшее увеличение φ сопровождается уменьшением рассчитанного значения момента M_2, что означает появление очага разгрузки и требует корректировки математической модели. Пунктирные продолжения кривых условны, они должны соответствовать условиям статического равновесия. Сила N_0 уравновешивалась реакциями N_2 и Q_2, последняя будет увеличиваться, поскольку ее горизонтальная составляющая станет единственным противовесом факторам, обратного направления. Уменьшение реакции Q_1 очевидным образом обусловлено изменением взаимно перпендикулярных направлений сил N_2 и Q_2.

3.2.3 Гибка на малые углы

Малыми называем углы гибки φ_2, при которых не успевает образоваться вышеупомянутый очаг разгрузки. Причиной его появления является увеличение плеча y_2 силы N_0 относительно точки 2, см. рисунок 18. Согласно третьему уравнению равновесия (58) его компонент $N_0 y_2$ действует в сторону уменьшения внешнего момента M_2, вызывая переход последнего через максимум при некотором значении φ_2. Поскольку должно соблюдаться равенство внешнего и внутреннего моментов в точке 2 $M_2 \approx \overline{M}_2$, из формулы вычисления $\overline{M}_2$ (57) и влияния силы N_2 на момент M_2 следует неизбежный переход через минимум значений радиуса R_2, рисунок 21.

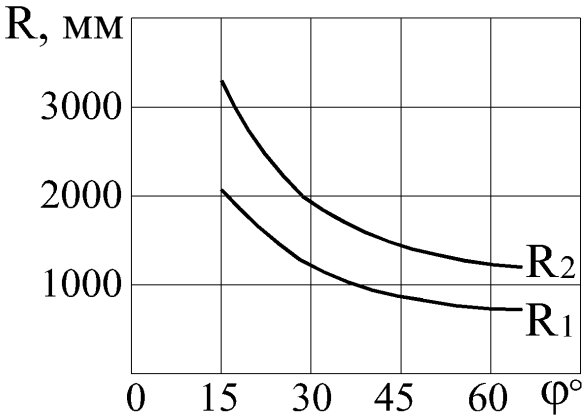


Рисунок 21 – Изменение радиусов кривизны оси трубы в точках 1 и 2 согласно графикам силовых факторов на рисунке 20

В расчетах представленных зависимостей фигурировали исходные данные, перечисленные выше, а именно: φ_0 = 0,2 (11,5°); L_0 = 300 мм; L = 250 мм, радиус водила $R_В$ = 900 мм; размеры трубы: d = 300 мм; t = 5 мм, материал сталь 20, механические характеристики: n = 0,161; A =748 МПа; σ_{02} = 300 МПа. Полученное соотношение $R_1 < R_2$ зависит от вылета трубы L (см. рисунок 20), регулирование которого позволяет уменьшить неравномерность кривизны изогнутой оси трубы, рисунок 22.

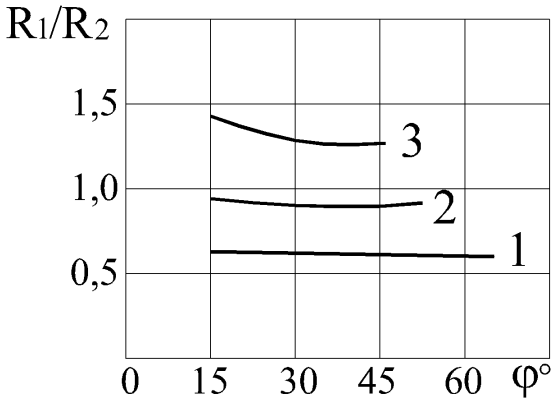


Рисунок 22 – Соотношение радиусов оси трубы в точках 1 и 2 в зависимости от угла гибки и вылета трубы в мм: L = 250 (1), 300 (2), 350 (3)

Правые границы кривых 1, 2, 3 соответствуют значениям φ*, при которых появляются очаги разгрузки, в данном примере они равны соответственно 65°, 52°, 46°. Достоверность расчета радиусов в большой степени зависит от аппроксимации формы оси трубы. Принятию функции (54) предшествовали различные варианты степенных конструкций, но все они могли “работать” лишь в ограниченном диапазоне исходных данных, таких как L, $R_В$, φ_0. В этом отношении найденный вариант аппроксимации обеспечивает устойчивую сходимость подбора параметра R_1 при соблюдении равенства $M_2 \approx \overline{M}_2$ с погрешностью менее 0,1%, см. таблицу 2.

Таблица 2 – Пример рассчитанных параметров процесса гибки трубы с размерами в мм: d = 300; t = 5; L = 300, радиус водила 900, начальный угол поворотного звена φ_0 = 11,5°

Угол гибки, град	Радиус R_1, мм	Параметры функции (49), мм		M_2, кН·м	$\overline{M}_2$, кН·м
		p	q		
15	2544	2499,2	-849,3805	194,5	194,4
30	1522	616,629	-153,9911	209,7	209,7
45	1242	257,2087	-36,6538	216,5	216,5
52	1212	288,7012	-55,1682	218	218,1

Параметры p и q определялись в программе MathCAD из уравнений (55) с контрольным выводом значений левой и правой частей, совпадающих в шести значащих цифрах.

Подводя итоги изложенного этапа математического моделирования гибки с водилом, прежде всего отметим возможность регулирования соотношения радиусов R_1 и R_2 согласно рисунку 22. Наибольшая волнистость стенки трубы будет в окрестностях меньшего из них, поскольку сила продольного сжатия мало изменяется по длине изогнутой оси.

3.2.4 Моделирование процесса с учетом разгрузки

Ключевым положением изложенной выше математической модели является подбор радиусов изогнутой оси на основе равенства внешнего M и внутреннего $\overline{M}$ моментов в фиксированном сечении трубы. Привязка последнего к границе изогнутой части (точка 2) не принципиальна и могла быть другой, но в нескольких сечениях промежутка 1-2 это равенство не может соблюдаться из-за произвольно выбранной формы изогнутой оси (54). Тем не менее, благодаря выборочной привязке функции (54) к уравнениям равновесия аппроксимация формы волны становится более достоверной.

Названное выше положение имело очевидный физический смысл, пока с увеличением угла гибки φ кривизна оси трубы, как и внешний момент M, возрастала во всех сечениях изогнутого участка. После перехода M через максимум при $\varphi = \varphi^*$ появляется очаг разгрузки, примыкающий к точке 2. Распределение в нем реверсивного приращения деформации гибки $\Delta\varepsilon_\varphi = \rho\sin\alpha\Delta\xi$ аппроксимируем функцией

$$\Delta\varepsilon_\varphi = \rho\sin\alpha\Delta\xi_2(\cos\varphi^* - \cos\varphi_2).$$

При этом уменьшение кривизны оси $\Delta\xi$ убывает по абсолютной величине в диапазоне угловой координаты φ от φ_2 до φ^*. Выбранная функция приблизительно отражает связь φ с плечом силы N_0, ответственной за разгрузку.

Сравнительно малые значения $\Delta\xi$ не соответствуют изменению радиусов оси, если оставить неизменной функцию (54). Ее новая конструкция

$$R = R_1^* + p\left(\frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1}\right) + q\ln\frac{\varphi}{\varphi_1} + k\left(\cos\varphi - \cos\varphi_1\right) \qquad (61)$$

содержит фиксированное значение радиуса R_1, найденное при $\varphi = \varphi^*$. Также фиксируем радиус оси R_2 в точке 2, добавляя в систему (55) уравнение:

$$R_2^* = R_1^* + p + q\ln\frac{\varphi_2}{\varphi_1} + k\left(\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1\right).$$

Полученная система трех уравнений достаточна для вычисления трех параметров p, q и k функции (61). Компонент, содержащий добавленный параметр k, отражает зависимость плеча силы N_0 относительно точки 2.

Принятие неизменных (после $\varphi > \varphi^*$) значений R_1 и R_2 является вынужденным допущением, необходимым для моделирования процесса разгрузки в указанном выше диапазоне угловой координаты φ от φ_2 до φ^*. Таким образом, графики изменения R_1 и R_2 (см. рисунок 21) можно дополнить горизонтальными отрезками прямых, относящихся к гибке после начала разгрузки. Первые производные полученных графиков практически тоже не имеют разрывов, поскольку их кривые участки синхронно приближаются к экстремумам.

Упругие напряжения разгрузки $\Delta\sigma_\varphi$ выполняют отрицательную работу - $0{,}5E\Delta\varepsilon_\varphi^2$, в правую часть выражения работы деформирования (60) добавляется интеграл

$$\Delta U = -0{,}5E\Delta\xi_2^2\int_{\varphi^*}^{\varphi_2} d\varphi\int_F \left(\rho\sin\alpha\right)^2 RdF\ . \qquad (62)$$

Параметры функции радиуса R под знаком интеграла согласно (61) изменяются по мере увеличения угла гибки, при этом значение R_2 практически постоянно, поскольку его изменение при разгрузке пренебрежимо мало. Коэффициент 0,5 в формуле учитывает линейное возрастание работы упругих напряжений от нуля до конечных значений. Заметим, что пластические напряжения резко

возрастают в начале пути работы, поэтому аналогичный коэффициент традиционно принимают равным единице.

Соблюдение условия $M_2 \approx \overline{M}_2$ достигается подбором $\Delta\xi_2$ – отрицательного приращения кривизны изогнутой оси в точке 2, связанного сильной корреляцией с внутренним моментом

$$\overline{M}_2 = 2\int_{F/2}\left[A\frac{(\rho\sin\alpha)^{n+1}}{R_2^n} + E\Delta\xi_2(\rho\sin\alpha)^2\right]dF\,. \qquad (63)$$

Связь $\Delta\xi_2$ с внешней силой N_0 проявляется при вычислении последней по формуле $N_0 = (U + \Delta U)/S$, где S – перемещение (подача) трубы в зону гибки определяется согласно (53). Таким образом, задача по-прежнему решается в конечных деформациях.

Величину $\Delta\xi_2$ следует ограничить, исходя из того, что минимальное напряжение разгрузки $\Delta\sigma_\varphi$, равное $0{,}5Ed\Delta\xi_2$ не должно выходить за пределы упругости. Без учета эффекта Баушингера имеем $\Delta\sigma_\varphi \geq -[A(0{,}5d/R_2)^n + \sigma_{02}]$, следовательно, предельно допустимое значение

$$\Delta\xi_2 \approx \frac{A\left(\dfrac{0{,}5d}{R_2}\right)^n + \sigma_{02}}{-0{,}5Ed}\,. \qquad (64)$$

Первое слагаемое числителя – максимальное напряжение гибки σ_φ в сечении трубы, проходящем через точку 2, до начала разгрузки (смещение нейтральной поверхности не учитывается). Напряжение упругой разгрузки может превосходить его по абсолютной величине не более чем на величину начального напряжения текучести σ_{02}. Его превышение означает появление пластических деформаций ε_φ обратного знака, что требует соответствующего усложнения вычислительной процедуры. С точки зрения практики, реверсивные пластические деформации гибки трубы, если и допускаются, то в небольшом развитии, мало отражающемся на форме изделия.

3.2.5 Гибка на большие углы

На рисунке 23 показано изменение силовых факторов в двух диапазонах угла гибки φ: пунктирные кривые, перенесенные с рисунка 20, иллюстрируют результаты расчетов до начала разгрузки, когда $\varphi < \varphi^*$; сплошные линии заканчиваются при $\varphi = 130°$; при этом 1 – толкающая сила N_0, отнесенная к максимальному упругому сопротивлению трубы осевому сжатию $\sigma_{02}\pi dt$; 2 – сила N_2, равная M_2/R_B; 3 и 4 – реакции Q_2 и Q_1, все они отнесены к той же величине, что и N_0.

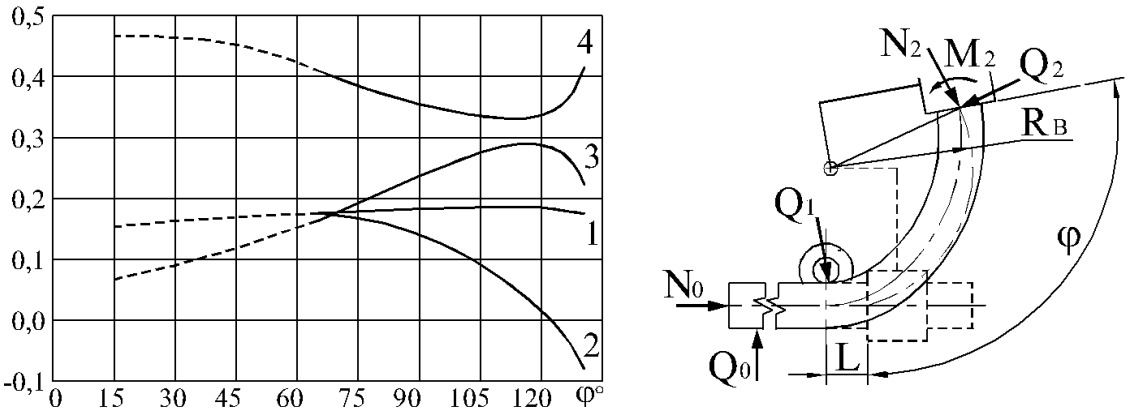


Рисунок 23 – Изменение относительных значений N_0, N_2, M_2, Q_1 и Q_2 в процессе гибки трубы из стали 20 диаметром 300 мм, с толщиной стенки 5 мм, вылетом L = 250 мм, радиус траектории водила R_B = 900 мм

Предельное упругое изменение кривизны оси при разгрузке согласно формуле (63) составило в данном примере $-2{,}785\cdot10^{-5}$ мм$^{-1}$. При $\varphi = 130°$ оно несколько превышено: $\Delta\xi_2 = -3{,}2\cdot10^{-5}$ мм$^{-1}$. Влияние разгрузки на работу внешней силы N_0 невелико, это видно из пологого характера кривой 1 и подтверждается расчетами: согласно формуле (62) абсолютная величина ΔU составила не более $0{,}01U$, на изменении силовых факторов она практически не отражалась.

Как и следовало ожидать, при углах гибки $\varphi > 90°$ быстро уменьшаются – вплоть до смены направления – пассивная внешняя сила N_2 и момент M_2, равный N_2R_B. Их переход в область отрицательных значений (согласно кривой

2) никак не связан с учетом разгрузки, функция которого сводится к тому, чтобы уравнять внутренний момент $\overline{M}_2$ (63) с внешним M_2. Эволюция параметров (величины и направления) сил N_2 и Q_2 объясняет изменение графика реакции Q_1. Сначала он снижается в результате поворота Q_2, а в конце переходит через минимум, когда направления N_2 и Q_1 становятся противоположными. Отметим объективный характер картины процесса, вытекающей из графиков, он определяется уравнениями статики и не зависит от принятой формы изогнутой оси. Ее аппроксимация функцией (54) может быть изменена, но соотношение силовых факторов, которое демонстрирует рисунок 23, останется, в основном, неизменным.

Выводы по разделу

1. Показатели утонения стенки и овальности сечений труб, образующихся при гибке отклоняющим роликом или водилом, зависят от силы проталкивания заготовок через зону деформирования, статическая неопределимость которой диктует необходимость разработки комплекса расчетов кинематических и силовых параметров процесса.

2. Математическое моделирование гибки водилом, вращательное движение которого зависит от переменной формы и длины деформируемого участка трубы, потребовало априорного наложения функциональной связи на его неизвестные геометрические параметры для определения сил и перемещения заготовки в зоне деформирования.

3. Предложена аппроксимирующая функция, связывающая переменную кривизну оси трубы, изгибаемой водилом, с углом поворота поперечных сечений, а также уравнения для вычисления ее констант, в числе которых равенство моментов внутренних и внешних сил в базовой точке 2 на границе зоны деформирования и водила. Совокупная система уравнений решается по

частям с определением текущего радиуса изогнутой оси в базовой точке 1 методом последовательных приближений.

4. В расчете толкающей силы используется ее работа на перемещении (подаче) трубы в зону деформирования, в качестве эквивалента выступает энергия пластического деформирования; по достижении определенного угла гибки порядка 60° названная сила вызывает увеличение радиуса оси в точке 2, что означает появление очага разгрузки.

5. Расчет изгиба с учетом разгрузки из-за трудностей статически неопределимого решения задачи содержит ряд упрощений: радиусы оси в базовых точках после прохождения через минимум принимаются неизменными ввиду малого упругого пружинения трубы, распределение которого по длине изогнутого участка включают в число компонентов аппроксимирующей функции.

6. Разработанный математический аппарат и выполненный на его основе теоретический анализ холодной гибки труб не приводным водилом позволили установить следующее:

- изменение длины L участка трубы, заранее размещаемого в зоне деформирования, позволяет регулировать кривизну его оси;

- при углах гибки около 120° в результате сопровождающей ее разгрузки появляются пластические деформации обратного знака, означающие разгибку трубы в окрестностях крепления к водилу.

4 Инженерные расчеты холодной гибки труб водилом

Техническая подготовка производства (ТПП) новых изделий содержит, в частности, проектирование и изготовление нестандартного оборудования. К таковому могут относиться и трубогибочные станки с водилом. Ограниченную номенклатуру деталей иногда бывает невыгодно изготавливать на стандартном оборудовании из-за большого диаметра трубных заготовок. Радиусы и углы гибки известны заранее, их перечень невелик, поэтому универсализация вышеупомянутых станков экономически не оправдана. Их относят к разряду специальных или специализированных. Последние отличаются возможностью регулирования одного или двух параметров водила ($R_В$, φ_0) и оснащены сменным зажимным устройством. В данной главе содержатся методические материалы по их проектированию и эксплуатации. Один из рассчитываемых параметров – поступательное перемещение (подача) трубной заготовки в зону гибки должен обеспечивать заданный угол изгиба.

4.1 Проектирование изгиба трубы на 90°

Фиксированный угол изгиба 90° в данном случае потребовался для более простого представления расчетных схем. Кроме того, он часто встречается в практических расчетах, поэтому заслуживает отдельного рассмотрения. В отличие от наматывания на копир кривизна оси трубы, изогнутой водилом, оказывается переменной, поэтому обычный термин – радиус гибки следует понимать не буквально, а как габарит пространства, занятого изогнутым участком трубы. На рисунке 24 такие габаритные размеры R одинаковы в направлениях координат и приблизительно соответствуют среднему значению $R_С$ радиуса оси трубы, изогнутой на 90°.

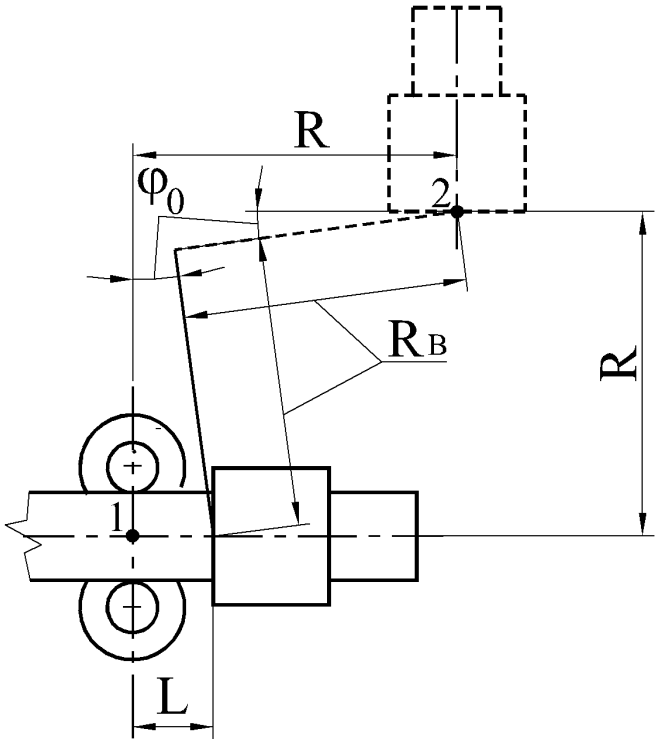


Рисунок 24 – Расчетная схема определения параметров R_B и φ_0 при одинаковых габаритных размерах зоны изгиба

Отрезки прямых длиной R_B на схеме условно заменяют поворотные звенья водила. Для упрощения расчетов пренебрегаем изгибом трубы левее точки 1 ввиду малости угла φ_1, см. рисунок 18. Разрешающие уравнения

$$R_B(\cos\varphi_0 - \sin\varphi_0) = R - L;$$

$$R_B(\cos\varphi_0 + \sin\varphi_0) = R \qquad (65)$$

могут быть преобразованы в равенство отношений:

$$\frac{\cos\varphi_0 - \sin\varphi_0}{\cos\varphi_0 + \sin\varphi_0} = \frac{R - L}{R}.$$

Обозначив $(R - L)/R = k_1$, имеем равенство $(1 - k_1)\cos\varphi_0 = (1 + k_1)\sin\varphi_0$, откуда

$$\mathrm{tg}\varphi_0 = \frac{1 - k_1}{1 + k_1} = \frac{L}{2R - L}. \qquad (66)$$

При заданных значениях R и L и найденном φ_0 радиус водила R_B определяется из разрешающего уравнения (65).

Минимальный вылет трубы L равен радиусу направляющих роликов, при его увеличении соответственно возрастает согласно (66) установочный угол водила φ_0, рисунок 25.

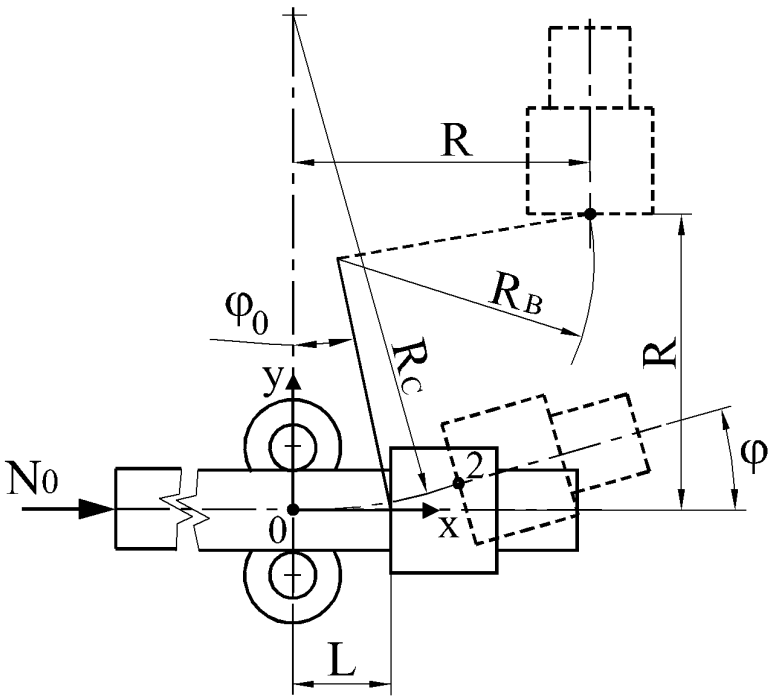


Рисунок 25 – Упрощенная схема расчета зависимости силы N_0 от угла поворота водила φ

Ось изогнутого участка трубы приближенно представлена дугой радиуса R_C, соединяющей начало координат с текущим положением точки 2, ее координаты:

$$x_2 = L + R_B(\sin(\varphi_0 + \varphi) - \sin\varphi_0);\ y_2 = R_B(\cos\varphi_0 - \cos(\varphi_0 + \varphi)). \qquad (67)$$

Из очевидного соотношения $R_C^2 = (R_C - y_2)^2 + x_2^2$ следует:

$$R_C = \frac{x_2^2 + y_2^2}{2y_2}. \qquad (68)$$

Если конструкция гибочной установки позволяет изменять вылет L, то эта возможность является средством регулирования соотношение координат точки 2 и значение среднего радиуса.

Угловой размер φ_C дуги радиуса R_C равен Arcsin(x_2/R_C), текущие значения φ_C и угла гибки φ оказываются одинаковыми. Чтобы убедиться в гладкости оси трубы, выразим R_C через $x_2/\sin\varphi$ и $y_2/(1-\cos\varphi)$. Из равенства этих выражений с использованием формул x_2 и y_2 после преобразований получаем: $L = 2R_B\sin\varphi_0$, что соответствует уравнениям (67). Следовательно, расстояния от центра радиуса R_C до крайних точек кривой 0-2 на рисунке 25 одинаковы, и она действительно является дугой окружности, сопрягающейся с прямыми участками оси трубы.

Таким образом, в пренебрежении изгибом трубы на участке левее точки 0 и при равенстве габаритных размеров R на рисунке 25 условную замену криволинейного участка оси трубы дугой постоянного радиуса можно считать корректной в геометрическом отношении. Установление данного факта важно с позиций практического применения предлагаемой инженерной методики расчета параметров R_B и φ_0.

Повороту водила на угол φ на рисунке 25 соответствует перемещение $S = R_C\varphi - L$ торца трубы, нагруженного силой N_0. Ее текущее значение находим, приравнивая N_0S работе внутреннего момента:

$$N_0 = \frac{2A\varphi}{S}\int_{F/2}\frac{(\rho\sin\alpha)^{n+1}}{R_C^n}dF\,. \qquad (69)$$

Подынтегральное выражение, как и прежние аналоги, содержит переменную часть произведения $\sigma_\varphi\varepsilon_\varphi$ с учетом объема деформируемого материала $FR_C\varphi$. Интегрирование по половине площади поперечного сечения трубы с неотрицательными значениями синуса упрощает вычисление силы N_0 в программе MathCAD. На рисунке 26 показаны графики рассчитанных значений N_0 и R_C в зависимости от текущего угла поворота водила; исходные данные расчета: размеры трубы: d = 300 мм; t = 5 мм, материал сталь 20, механические характеристики: n = 0,161; A =748 МПа; габаритные размеры изогнутого на 90° участка R = 1000 мм; вылет в мм L = 250 и 350 (пунктир).

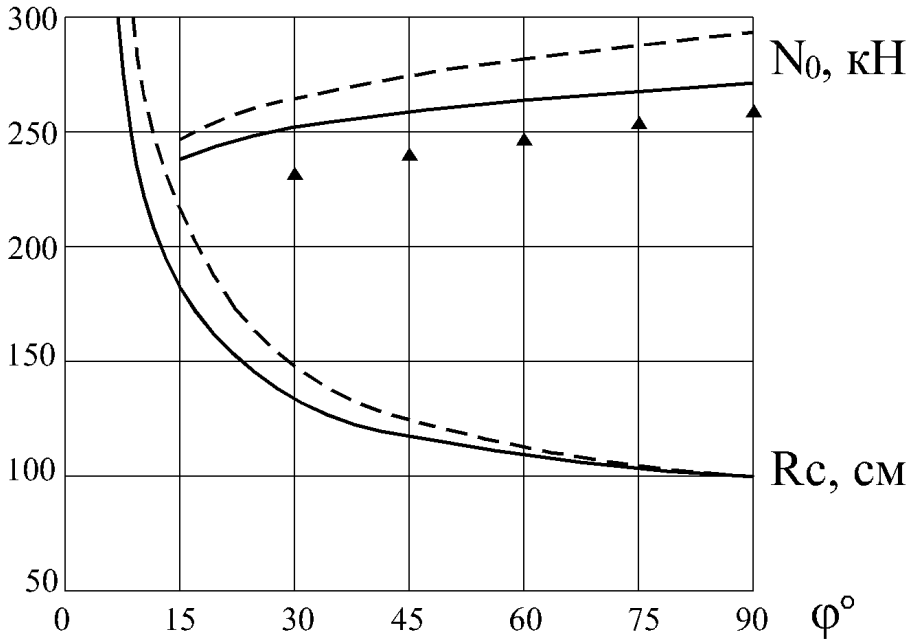


Рисунок 26 – Результаты расчетов по формулам (68, 69) при вылете трубы в мм L = 250 и 350 (пунктир); ▲ – данные математического моделирования (подразделы 3.2.2 и 3.2.4)

Увеличение вылета трубы L с 250 до 350 мм привело к изменению рассчитанных по формулам (65), (66) параметров водила: радиуса $R_В$ с 884 на 843 мм и угла φ_0 с 0,152 на 0,209 рад. При этом перемещение $S = R_С\varphi - L$ торца трубы, нагруженного силой N_0, уменьшилось, несмотря на бóльшие средние радиусы изогнутой оси трубы при L = 350 мм, когда же значения $R_С$ сравнялись, уменьшение S достигло 50 мм и это соответственно отразилось на величине N_0 согласно формуле (69).

Данные математического моделирования (▲), перенесенные на рисунок 26, получены при несколько отличающихся исходных данных: радиус водила $R_В$ = 900 мм; φ_0 = 0,209 рад. Значения N_0 оказались ниже сплошной кривой, таким образом, упрощенный расчет завышает их приблизительно на 10%. В целом изложенный подход к расчету силы и подачи трубы в зону гибки отвечает практическим потребностям и уровню математической подготовки производственников. Отметим два основных упрощения, по сравнению с расчетами в предыдущем разделе: отсутствие решения системы уравнений

статического равновесия и замена изогнутой оси трубы дугой окружности. При углах гибки 90°, когда отсутствует или мала область разгрузки, упрощенная методика расчетов представляется приемлемой.

4.2 Обобщение расчетных формул для малых углов гибки

Изложенный выше подход к проектированию остается в силе: ось изогнутого участка трубы представляем дугой постоянного радиуса R_C и отрезками прямых. Расчет параметров водила R_B и φ_0, как и в предыдущем подразделе, основывается на том, что указанная дуга сопрягается с отрезками в точках 0 и 2 в момент достижения заданного угла гибки φ_2, рисунок 27.

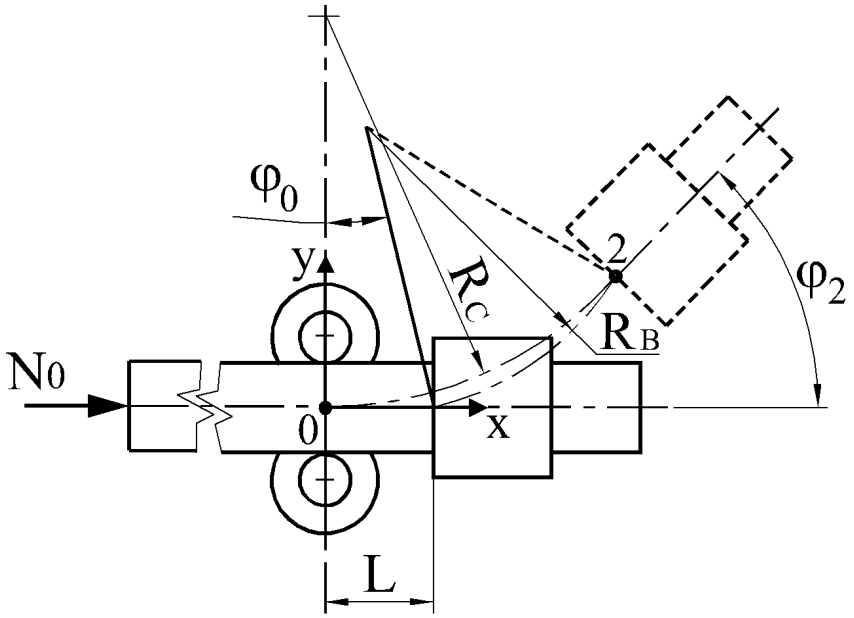


Рисунок 27 – Расчетная схема определения параметров R_B и φ_0 при заданных значениях среднего радиуса оси трубы R_C и угла гибки φ_2

Разрешающие уравнения по аналогии с (65):

$$R_B\left(\sin\left(\varphi_0+\varphi_2\right)-\sin\varphi_0\right)=R_C\sin\varphi_2-L;$$

$$R_B\left(\cos\varphi_0-\cos\left(\varphi_0+\varphi_2\right)\right)=R_C\left(1-\cos\varphi_2\right) \qquad (70)$$

преобразуем в равенство отношений:

$$\frac{\sin\varphi_2\cos\varphi_0+\cos\varphi_2\sin\varphi_0-\sin\varphi_0}{\cos\varphi_0-\cos\varphi_0\cos\varphi_2+\sin\varphi_0\sin\varphi_2}=k_1,\text{ где } k_1=\frac{R_C\sin\varphi_2-L}{R_C\left(1-\cos\varphi_2\right)}.$$

Разделив числитель и знаменатель левой части равенства на $\cos\varphi_0$, получаем

$$\frac{\sin\varphi_2+\cos\varphi_2\mathrm{tg}\varphi_0-\mathrm{tg}\varphi_0}{1-\cos\varphi_2+\mathrm{tg}\varphi_0\sin\varphi_2}=k_1,\text{ откуда}$$

$$\mathrm{tg}\varphi_0=\frac{\sin\varphi_2-k_1\left(1-\cos\varphi_2\right)}{1+k_1\sin\varphi_2-\cos\varphi_2}. \qquad (71)$$

При заданных значениях R_C и L радиус водила R_B определяем из одного из разрешающих уравнений.

Повороту водила на угол φ_2 на рисунке 27 соответствует перемещение $S = R_C\varphi_2 - L$ торца трубы, нагруженного силой N_0, которая принимает максимальное значение в конце гибки. Исходя из баланса работ внешней силы и внутреннего изгибающего момента: $N_0S = M\varphi_2$, получаем формулу

$$N_0=\frac{2A\varphi_2}{S}\int\limits_{F/2}\frac{\left(\rho\sin\alpha\right)^{n+1}}{R_C^n}dF, \qquad (72)$$

содержащую определенный интеграл, который вычисляем по половине площади сечения трубы с неотрицательным синусом полярной координаты α. Как и в предыдущем аналоге (69), интегральное выражение момента M не учитывает смещение нейтральной линии гибки относительно центра сечения трубы, которое вызвано осевым сжатием. При этом значение M определяется эпюрами положительных деформаций и напряжений гибки.

Чем больше перемещение S, тем меньше внешняя сила N_0. Это следует из формулы (72) и графиков на рисунке 26, где вылету L = 350 мм соответствуют бóльшие значения N_0 и среднего радиуса. Варьируя размер L, можно регулировать значения R_C, поэтому в расчетах параметров водила R_B и φ_0 имеет смысл задавать вылет трубы с некоторым запасом относительно минимального значения, равного радиусу направляющих роликов.

На рисунке 28 приведены графики, отражающие результаты расчета параметров водила по исходным размерам трубы в мм: d = 300; t = 5; вылет L = 250.

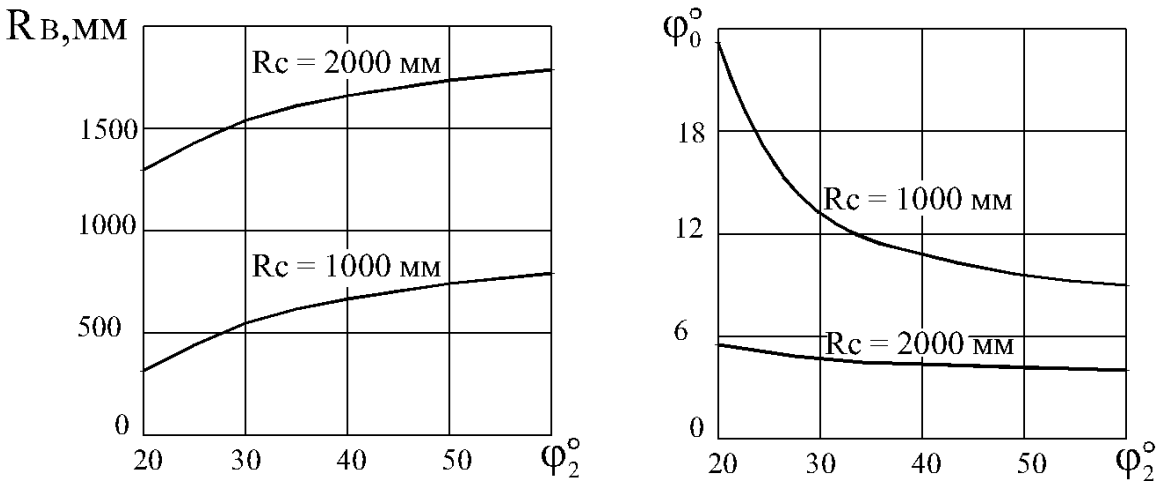


Рисунок 28 – Зависимости параметров водила от угла гибки при заданных средних радиусах изогнутой оси трубы

Весьма малые углы изгиба порядка φ_2 = 20° могут понадобиться для трассировки трубопровода по слабо искривленной стенке корпуса транспортного средства. При этом получение больших значений R_C не вызывает особых трудностей, тогда как радиусу $R_C \leq 1000$ мм соответствует весьма малый радиус водила либо задача вообще не имеет решения. Это объясняется влиянием вылета трубы, который “по определению” не может быть больше величины $R_C\varphi_2$.

4.3 Получение участков трубы с квазипараболической формой оси

Применение водила позволяет получать на трубе криволинейные участки, кривизна которых существенно неодинакова по длине, а форма оси при углах изгиба порядка 1 радиана напоминает параболу. Такие формы могут облегчить компоновку трубопровода в ограниченном пространстве, а также улучшить его

весовые и эксплуатационные характеристики. Геометрия криволинейного участка не подлежит описанию в конструкторской документации, достаточно задать на ней длины огибающих касательных L_1 и L_2, а также угловой размер; в приближенных расчетах ось можно представлять двумя дугами окружностей радиуса R_1 и R_2, рисунок 29.

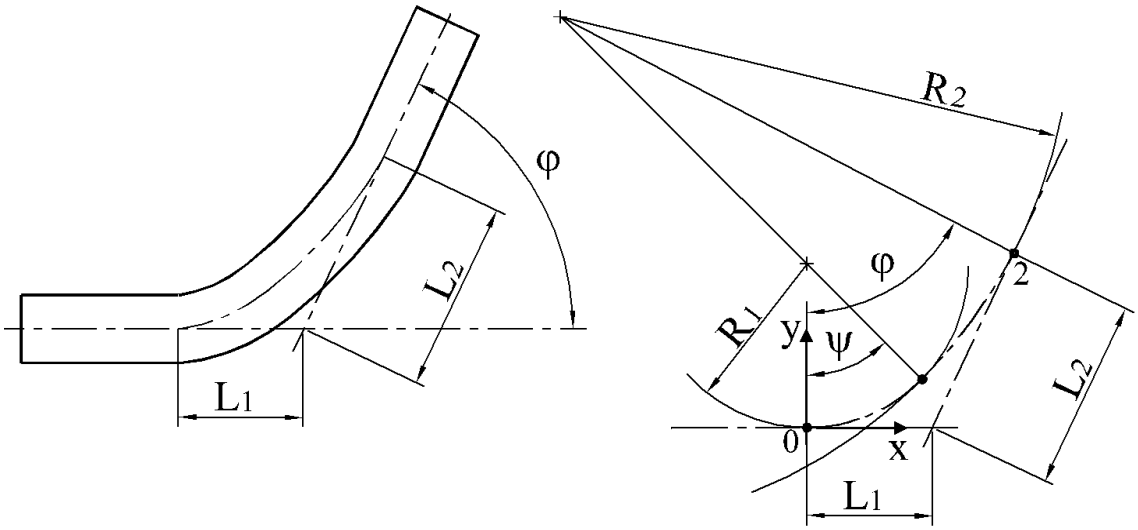


Рисунок 29 – Схема аппроксимации изогнутого участка оси трубы

Параметры R_1, R_2 и ψ связаны между собой двумя уравнениями

$$x_2 = R_1\sin\psi + R_2(\sin\varphi - \sin\psi);\ y_2 = R_1(1 - \cos\psi) + R_2(\cos\psi - \cos\varphi). \quad (73)$$

Координаты точки 2 определяются размерами чертежа изогнутой трубы: $x_2 = L_1 + L_2\cos\varphi$; $y_2 = L_2\sin\varphi$. Недостающее третье уравнение системы (73) получим из условия минимума работы деформирования, ее выражение, аналогичное предыдущим:

$$U = 2A\left(\frac{\psi}{R_1^n} + \frac{\varphi - \psi}{R_2^n}\right)\int_{F/2}(\rho\sin\alpha)^{n+1}dF\ . \quad (74)$$

Исключаем параметр R_2 из уравнений (66) и выражаем радиус R_1 функцией неизвестного угла ψ

$$R_1(\psi) = \frac{x_2 - k_2 y_2}{\sin\psi - k_2(1 - \cos\psi)},\ \text{где}\ k_2 = \frac{\sin\varphi - \sin\psi}{\cos\psi - \cos\varphi}.$$

Ее развернутое выражение для ввода в программу MathCAD:

$$R_1(\psi)=\frac{x_2(\cos\psi-\cos\varphi)-y_2(\sin\varphi-\sin\psi)}{\sin\psi(\cos\psi-\cos\varphi)-(1-\cos\psi)(\sin\varphi-\sin\psi)}.$$

Аналогичную запись функции $R_2(\psi)$ получаем из (66):

$$R_2(\psi)=\frac{x_2-R_1(\psi)\sin\psi}{\sin\varphi-\sin\psi}.$$

После ввода $R_1(\psi)$ и $R_2(\psi)$ в условие минимума работы деформирования $dU/d\psi=0$ и сокращения постоянных множителей, в том числе определенного интеграла выражения (74) имеем уравнение одной неизвестной ψ

$$\frac{1}{R_1(\psi)^n}-\frac{1}{R_2(\psi)^n}-\frac{n\psi}{R_1(\psi)^{n+1}}\frac{dR_1(\psi)}{d\psi}-\frac{n(\varphi-\psi)}{R_2(\psi)^{n+1}}\frac{dR_2(\psi)}{d\psi}=0. \qquad (75)$$

Его развернутая запись заняла бы несколько строк, но ввод в программу MathCAD намного упрощает аппарат функций пользователя. Добавляя к $R_1(\psi)$ и $R_2(\psi)$ функции их производных, получаем компактную программу решения уравнений (73, 75) с ключевым термином Given и перечнем неизвестных: R_1, R_2 и ψ.

Система уравнений позволяет установить параметры оси трубы согласно рисунку 29, не прибегая к процедуре подбора значений неизвестных, подобно той, что применялась ранее к определению параметров аппроксимирующей функции (54). Тогда это было вызвано привлечением аппарата статики, отказ от которого позволяет решить ту же задачу на основе простейшего представления криволинейной оси – средним радиусом R_C (см. подразделы 4.1 и 4.2) либо двумя радиусами R_1 и R_2. Теряя часть информации о силовых параметрах процесса, заметим, что главная внешняя сила N_0 определяется энергетическим методом, уравнения равновесия для этого не нужны.

Обращаемся, как и ранее, к уравнению баланса работ внутренних и внешних сил, по аналогии с (69)

$$N_0=\frac{2A}{S}\left(\frac{\psi}{R_1^n}+\frac{\varphi-\psi}{R_2^n}\right)\int_{F/2}(\rho\sin\alpha)^{n+1}dF, \qquad (76)$$

подача трубы в зону гибки $S = R_1\psi + R_2(\varphi - \psi) - L$; L – вылет трубы, см. рисунки 25, 27. Расчеты N_0 и S относятся к числу наиболее востребованных практикой. К ним следует добавить также ограничение угла гибки с позиций процесса разгрузки трубы моментом M_2 в окрестностях зажима водила.

В отсутствие данных о статически неопределимых силах Q_0 и Q_1 (см. рисунок 18) оцениваем указанный момент приближенно: $M_2 = M_1 - N_0 y_2$. Момент M_1 на входе в зону гибки приравниваем определенному интегралу (63) с заменой R_2 на R_1. По аналогии с подразделом 3.2.4 вводим условие $M_2 \approx \overline{M}_2$ с учетом $\Delta\xi_2$ – отрицательного приращения кривизны изогнутой оси в точке 2, вызванного разгрузкой и содержащегося в формуле (63) внутреннего момента $\overline{M}_2$. Из развернутого выражения данного условия:

$$2\int_{F/2}\left[A\frac{(\rho\sin\alpha)^{n+1}}{R_2^n} + E\Delta\xi_2(\rho\sin\alpha)^2\right]dF = 2A\int_{F/2}\frac{(\rho\sin\alpha)^{n+1}}{R_1^n}dF - N_0 y_2 \text{ следует}$$

$$\Delta\xi_2 = \frac{1}{EJ}\left[M_2 - \frac{2A}{R_2^n}\int_{F/2}(\rho\sin\alpha)^{n+1}dF\right], \qquad (77)$$

где J – момент инерции сечения трубы. Найденное отрицательное значение $\Delta\xi_2$ не должно превосходить по абсолютной величине ограничение, установленное формулой (64).

В примере 2 расчетов, приведенном ниже, использовали исходные данные о трубе: d = 300; t = 5; L = 250; материале (сталь 20): n = 0,161; A =748 МПа; изогнутом участке: φ = 45°; L_1 = 440; L_2 = 550; все линейные размеры в мм.

Координаты точки 2 согласно схеме на рисунке 29:

$x_2 = L_1 + L_2\cos\varphi$; $y_2 = L_2\sin\varphi$.

Формулы параметров водила выводим из уравнений (56), приняв L_0 = 0:

$$\varphi_0 = \mathrm{Arctg}\frac{\sin\varphi - k_3(1-\cos\varphi)}{k_3\sin\varphi - \cos\varphi + 1};\ R_B = \frac{y_2}{\cos\varphi_0 - \cos(\varphi_0 + \varphi)};\ k_3 = \frac{x_2 - L}{y_2}.$$

В данном примере x_2 = 829 мм; y_2 = 389 мм; рассчитанные параметры водила: φ_0 = 0,199 и R_B = 911 мм близки к заданным в примере 1 (см. подраздел 3.2.2); результаты решения программой MathCAD уравнения (75) и системы уравнений

(73): ψ = 0,495, или 28,36°; R_1 = 977 мм; R_2 = 1571 мм. Внешняя сила N_0, согласно (76) равная 253,5 кН, и подача S = 690 мм несколько завышены по сравнению с данными примера 1 – N_0 на 5%, S на 2%. По формуле (77) подсчитано значение $\Delta\xi_2 = -8{,}1\cdot10^{-6}$, таким образом, отрицательное приращение кривизны изогнутой оси в точке 2, вызванное разгрузкой, укладывается в рамки вышеуказанного ограничения (64), равного $-2{,}504\cdot10^{-5}$.

Чтобы найти промежуточные формы изогнутой оси при углах изгиба, отличающихся от заданного φ = 45°, подставляем их значения, а также рассчитанные параметры φ_0 и $R_В$ в уравнения (67), получая текущие координаты точки 2. По ним из системы уравнений (73) определяем средние радиусы R_1 и R_2, предварительно найдя из (75) угловую координату ψ точки их сопряжения. Размеры L_1 и L_2 (см. рисунок 29) подсчитываем через координаты точки 2: $L_1 = x_2 - y_2\mathrm{ctg}\varphi$; $L_2 = y_2/\sin\varphi$. На рисунке 30 приведены графики, характеризующие изменение формы изогнутой оси трубы в процессе изгиба водилом, параметры которого: φ_0 = 0,199 и $R_В$ = 911 мм рассчитаны согласно примеру 2 – по заданным значениям L_1 = 440 мм; L_2 = 550 мм при φ = 45°.

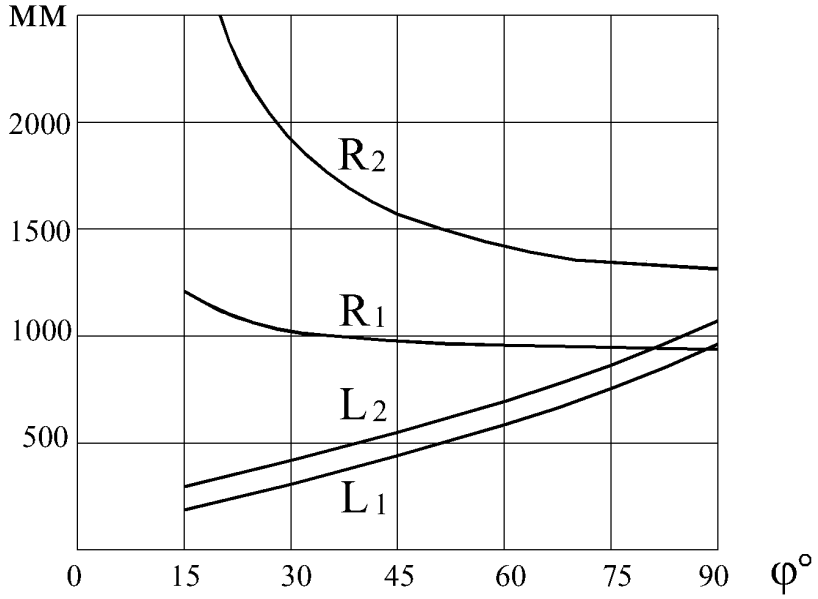


Рисунок 30 – Пример рассчитанных размеров L_1, L_2 оси трубы и аппроксимирующих ее форму радиусов R_1, R_2 в зависимости от угла гибки

Соотношение радиусов R_1 и R_2 стабилизируется при углах φ, превышающих 45°. Что касается угла ψ дуги радиуса R_1, то его отношение к φ стабильно в диапазоне $15° \leq \varphi \leq 60°$ и составляет 0,625 … 0,665. Затем оно возрастает до 0,766 при $\varphi = 90°$. Параметры аппроксимации R_1, R_2 дают весьма приблизительное представление об изогнутой оси трубы, поскольку заменяют ее радиус, переменный по длине, средними значениями на участках большой протяженности. Согласно приведенным графикам они монотонно уменьшаются в процессе гибки.

В предыдущей главе обозначения R_1 и R_2 относились к радиусам в конкретных точках оси, увеличение R_2 после достижения некоторого угла гибки (порядка 45°) означало появление очага разгрузки в окрестностях точки 2. Регистрация данного эффекта в упрощенном представлении изогнутой оси трубы двумя средними радиусами представляется недостаточно достоверной.

4.3.1 Регулирование формы и размеров изогнутого участка

Во время отладки операции гибки часто возникает потребность в изменении соотношений размеров L_1/L_2 и R_1/R_2, показанных на рисунках 29, 30. Если конструкция водила позволяет регулировать наклон зажима относительно поворотного звена, то это означает изменение угла φ_0 на расчетной схеме, см. рисунок 27. Увеличение значения φ_0 уменьшает вышеуказанные отношения, сначала они переходят через единицу, а затем становятся приблизительно такими же, как на рисунке 29.

Рисунок 31 иллюстрирует результаты расчетов гибки на угол $\varphi_2 = 90°$ трубы из стали 20 диаметром d = 300 мм, с толщиной стенки 5 мм, вылетом $L = 0{,}8d$, радиус траектории водила $R_В = 3d$.

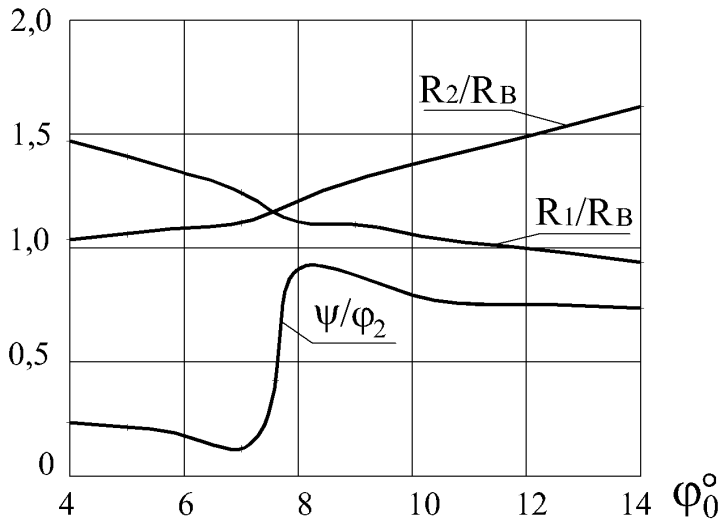


Рисунок 31 – Пример зависимости параметров изогнутой оси трубы от исходного углового размера водила φ_0

При $R_1 \approx R_2$ форма изогнутой оси близка к дуге окружности радиуса $1{,}25R_B$. В данном примере этому соответствует $\varphi_0 = 7{,}6°$. Из графиков видно, что дуга меньшего из двух радиусов R_1 и R_2 имеет больший угловой размер, т.е. ψ при $R_1 < R_2$ или $\varphi_0 - \psi$ при $R_1 > R_2$.

4.4 Расчет утонения стенки трубы

Инженерным расчетам гибки труб свойственно применение принципа декомпозиции. Основные показатели, ухудшающие качество изогнутой трубы: утонение стенки и овальность сечений, рассматривают порознь – рассчитывая один, пренебрегают другим. В отсутствие овальности обычно принимают одноосную схему напряженного состояния: $\sigma_\varphi = \pm\sigma_s$. В первом приближении ось трубы, изогнутой на радиус R_1, совпадает с нейтральной поверхностью, длина материального волокна $l = (R_1 + \rho\sin\alpha)\varphi$ (при длине оси трубы $R_1\varphi = l_0$), относительное удлинение $\varepsilon_\varphi = \rho\sin\alpha/R_1$, а его эпюра симметрична, рисунок 32.

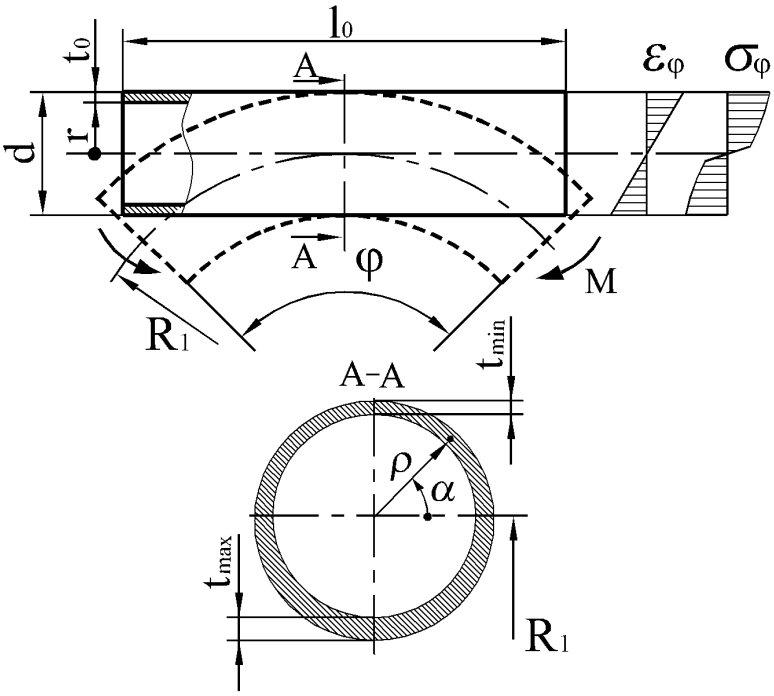


Рисунок 32 – Расчетная схема чистого изгиба

Материал трубы считается изотропным и согласно принятой одноосной схеме ε_ρ = -0,5ε_φ. При $\alpha = \pi/2$ имеем минимальную деформацию по толщине стенки, или относительное утонение $\Delta t_{min}/t_0$ = -0,25d/R_1. Этот показатель уменьшается по абсолютной величине при смещении нейтральной линии деформаций в область положительных синусов, вызванном осевой сжимающей силой N_0. Тогда $\varepsilon_\varphi = \varepsilon_0 + \rho\sin\alpha/R_1$, где ε_0 – относительное сжатие оси трубы. Его находим из уравнения $-N_0 = \int_F \sigma_\varphi dF$, в котором силе сжатия N_0 присвоено истинное, отрицательное значение; напряжение $\sigma_\varphi = \mathrm{sign}(\varepsilon_\varphi) A|\varepsilon_\varphi|^n$, исходя из степенной функции напряжения текучести $\sigma_s = A(\varepsilon_i)^n$. Правую часть уравнения разбиваем на 4 интеграла, три из которых относятся к площадкам сечения, отличающимся направлением штриховки на рисунке 33.

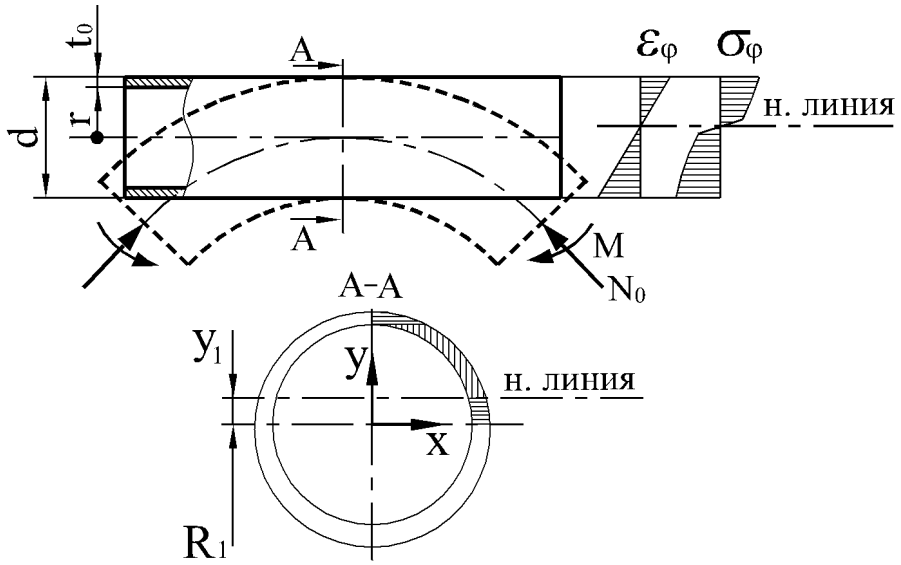


Рисунок 33 – Расчетная схема изгиба с осевым сжатием

В диапазоне $0 \le y \le y_1$ напряжения $\sigma_\varphi \le 0$, их равнодействующая

$$N_1 = -2A\int_0^{y_1}\left(\frac{-y}{R_1} - \varepsilon_0\right)^n dF .$$

Формула $dF = \left(\sqrt{0{,}25d^2 - y^2} - \sqrt{r^2 - y^2}\right)dy$ сохраняет силу также при $y_1 \le y \le r$, где $\sigma_\varphi \ge 0$, и равнодействующая

$$N_2 = 2A\int_{y_1}^{r}\left(\frac{y}{R_1} + \varepsilon_0\right)^n dF .$$

Выполняя интегрирование положительных напряжений при $0{,}5d \ge y \ge r$ и $dF = \left(\sqrt{0{,}25d^2 - y^2}\right)dy$, получаем значение N_3. Для оставшейся половины сечения, где применимы полярные координаты, имеем

$$N_4 = -A\int_{-\pi}^{0}\int_{r}^{0{,}5d}\left[\left(\frac{\rho\sin\alpha}{R_1} + \varepsilon_0\right)^2\right]^{0{,}5n} \rho d\rho d\alpha .$$

Вводим в программу MathCAD уравнение – $N_0 = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$ в развернутом виде, а также данные примера 2 (см. подраздел 4.3) и получаем смещение нейтральной оси y_1 = 3,16 мм. Относительное сжатие оси трубы $\varepsilon_0 = -y_1/R_1$, составило приблизительно -0,003, половину этой величины следует вычесть из минимального утонения $\Delta t_{min}/t_0 = -0{,}25d/R_1$. В данном случае его

среднее значение на участке $0 \le \varphi \le \psi$ равно -0,077, что несопоставимо с полученным эффектом от осевого сжатия силой N_0.

Для увеличения сжимающей силы N применяют торможение поворотного звена водила моментом $M_т$. К ее номинальному значению N_0, найденному из условия баланса работ (76), добавляем величину $M_т/R_1$. На рисунке 34 показана зависимость утонения Δt_{min} от отношения N/N_0, рассчитанная по данным вышеуказанного примера 2.

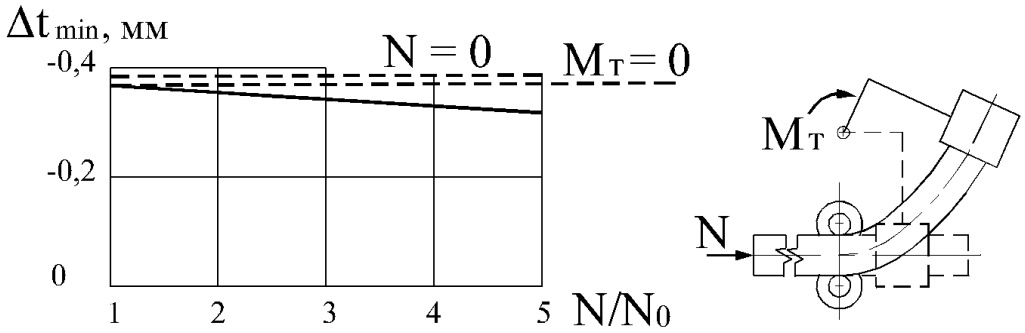


Рисунок 34 – Пример уменьшения абсолютной величины утонения стенки изогнутой трубы при увеличении силы продольного сжатия N за счет торможения водила

Положение пунктирных линий и кривой относительно вертикальной шкалы соответствует радиальной деформации ε_ρ = -0,5ε_φ. Это соотношение вытекает из принятой схемы напряженного состояния: $\sigma_\rho = 0$, $\sigma_\alpha = 0$. Более точный вывод на основе равновесия напряжений σ_α и σ_φ (см. рисунок 11 и формулы (25)) дает для расчета Δt_{min} соотношение

$$\varepsilon_\rho = -\varepsilon_\varphi \frac{-2R}{4R+d}. \qquad (78)$$

При R = 977мм и d = 300 мм согласно данным примера 2 получаем ε_ρ = -0,406ε_φ, таким образом, абсолютная величина утонения оказывается на 10% меньше. Таким образом, пренебрежение напряжением σ_α компенсирует завышенную оценку толкающей силы (см. рисунок 26), которая также составила около 10%.

Возможности увеличении силы осевого сжатия не беспредельны, они ограничены критериями устойчивости трубы и допустимой разгрузки.

Последнее ограничение становится преобладающим при больших углах гибки, когда момент силы N относительно точки 2 вызывает в ее окрестностях реверсивные деформации гибки.

Принятое соотношение деформаций: $\varepsilon_\rho = \varepsilon_\alpha$ в действительности может быть иным – в зависимости от схемы гибки и применяемого инструмента. Согласно экспериментам, опубликованным в [39], при гибке наматыванием на круглый копир это соотношение соблюдается в области сжатия, а после перехода через нейтральную линию начинается преобладание окружной деформации, быстро нарастающее в окрестностях плоскости изгиба, где $\varepsilon_\rho = 0{,}5\varepsilon_\alpha$. Таким образом, в формуле $\Delta t_{min}/t_0 = -0{,}25d/R_1$ коэффициент уменьшается до 0,17. Применение дорна резко меняет картину: соотношение деформаций $\varepsilon_\rho/\varepsilon_\varphi$ приближается к -1, а вышеуказанный коэффициент – к 0,5. Очевидно, дорн препятствует окружным перемещениям, поэтому $\varepsilon_\alpha \to 0$, а утонение стенки увеличивается, как и утолщение в области сжатия.

Выводы по разделу

1. Разработана методика инженерного расчета подачи S трубы в зону деформирования и толкающей силы N_0 при гибке водилом с аппроксимацией оси изогнутого участка дугой окружности или двумя сопрягающимися дугами, радиусы и углы которых подсчитываются из условия минимальной работы внутренних сил.

2. Количественная оценка силы N_0, вытекающая из ее работы на пути S, принята равной энергии деформирования без учета отрицательной компоненты в области упругой разгрузки и оказывается завышенной примерно на 10%, по сравнению с моделированием изогнутой оси кривой переменного радиуса.

3. При завышении рассчитанного значения силы N_0 занижается оценка опасного утонения стенки изгибаемой трубы Δt_{min}, что приблизительно компенсирует традиционно принятая схема одноосного напряженного

состояния, анализ погрешности которой в плоскости изгиба свидетельствует о завышении величины $\Delta t_{\min}$, достигающем 10% при малых радиусах гибки.

4. Длина участка трубы, заранее размещаемого в зоне деформирования, влияет на размеры изгибаемого участка, полученные формулы связывают ее обратной зависимостью с подачей S и прямой – с величиной N_0; прочие внешние силы, будучи статически не определимыми, не могут быть рассчитаны по причине принятого осреднения кривизны изогнутой оси.

5. Расчеты подачи S и силы N_0 реализуются в вычислительной среде типа MathCAD (без процедур последовательных приближений – в отличие от математического моделирования в разделе 3), что способствует практическому внедрению технологических процессов гибки труб с осевым сжатием.

5 Реализация процессов гибки труб с осевым сжатием

5.1 Экспериментальная гибка наматыванием на круглый копир

Весьма показательна эволюция наиболее распространенного вида трубогибочного оборудования, работающего по схеме наматывания на круглый копир. Числовое программное управление позволяет получать на нем идентичные заготовки трубопроводов с минимальным разбросом присоединительных размеров. Количество изогнутых участков на изделии и их взаимное расположение не ограничиваются. Конкуренция на рынке оборудования стимулирует дальнейшее совершенствование продукции, как следствие, появились технические решения, обеспечивающие осевое сжатие изгибаемой трубы.

На базе одного из них была модернизирована лабораторная установка для гибки труб на радиус оси 120 мм, на рисунке 35 видны ее основные узлы.

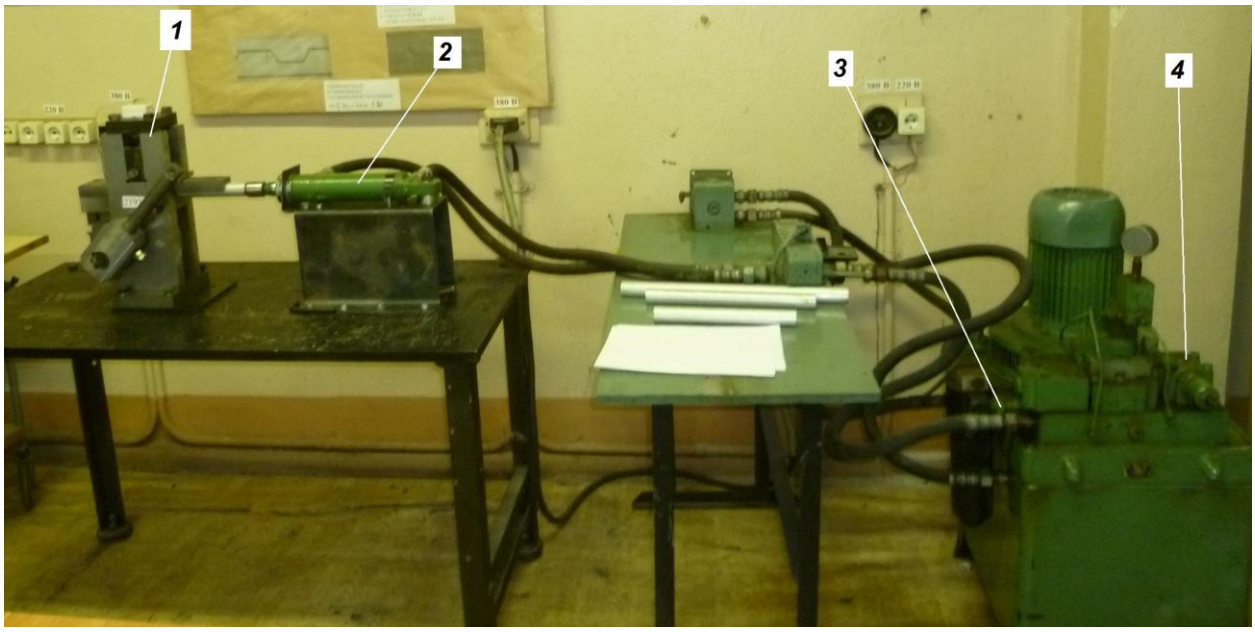


Рисунок 35 – Модернизированная трубогибочная установка: 1 – узел гибки; 2 – гидроцилиндр толкающего действия; 3 – гидростанция; 4 – регулятор давления

Опытными образцами служили трубы из алюминиевого сплава Д16М с размерами: d = 30 мм, t = 2 мм. В торец очередного образца устанавливали заглушку для кинематической и силовой связи со штоком гидроцилиндра, другой торец закрепляли на копире, поворачиваемый вручную – рычагом. Основную часть работы выполняла гидростанция, по ручной силе, прикладываемой к рычагу, оценивалась возможность безопасного увеличения давления в цилиндре. В одном из экспериментов оно было превышено, и толкающая сила резко повернула копир до упора, сломав изогнутый образец.

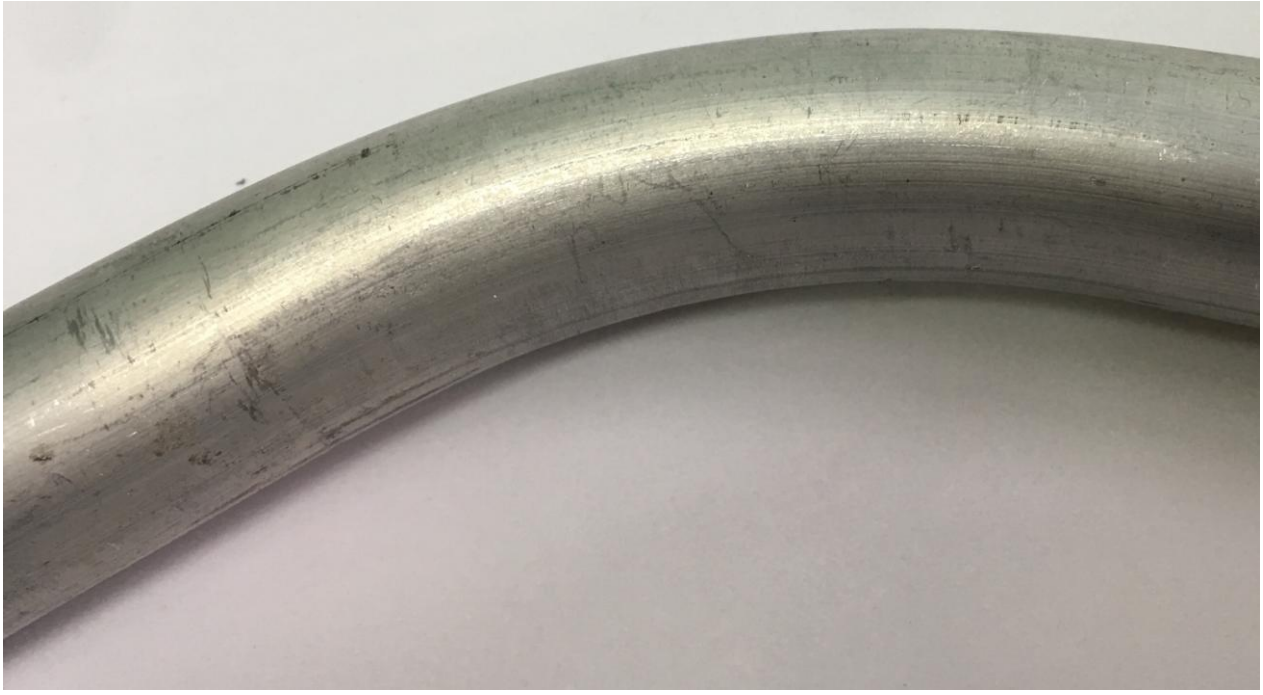
Осевое усилие варьировали, меняя давление в гидросистеме, которое определяли по показаниям манометра гидростанции. Гибку проводили при 4-х уровнях давления в гидросистеме и изгибали контрольные образцы без применения осевого сжатия. В таблице 3 представлены усилия для каждой серии экспериментов.

Таблица 3 – Сила осевого сжатия для разных условий эксперимента

№ эксперимента	0	1	2	3	4
Осевая сила N_0, кН	0	2,1	2,7	3,2	3,6

В каждой серии проводили гибку пяти образцов. Варьируя силу гидроцилиндра, измеряли уменьшение высоты сечений ΔH, приобретаемое трубами при гибке. Влияние толкающей силы на величину ΔH становится существенным по мере приближения к пределу устойчивого деформирования в области сжимающих напряжений гибки. При появлении волн, показанных на рисунке 36, ΔH = -1,8 мм, примерно в 1,5 раза меньше, чем в отсутствие осевой нагрузки.

а)



б)

Рисунок 36 – Образцы экспериментальной гибки наматыванием на копир: а) – с нагружением заготовки толкающей силой N_0 = 3,6 кН; б) – при N_0 = 0

5.1.1 Определение высоты волн

Высота волн измерялась для каждой серии опытов, на пяти образцах, непосредственным измерением штангенциркулем и рассчитывалась по формуле

$$h_i = H_{i,max} - H_{i,min}$$

где $H_{i,max}$ и $H_{i,min}$ – высота сечения трубы по выступам и впадинам волнистости соответственно.

Измерения проводились электронным штангенциркулем с точностью ±0,01 мм. Результаты измерений пяти серий опытов приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Измерение высоты волны

Серия	Номер эксперимента				
экспериментов	1	2	3	4	5
Максимальная высота сечения трубы $H_{i,max}$, мм.					
0	25,41	25,43	25,41	25,42	25,45
1	26,68	26,69	26,7	26,69	26,7
2	26,74	26,72	26,73	26,73	26,74
3	26,77	26,75	26,77	26,78	26,75
4	26,75	26,8	26,77	26,77	26,77
Минимальная высота сечения трубы $H_{i,min}$, мм.					
0	25,41	25,43	25,41	25,42	25,45
1	26,64	26,63	26,66	26,64	26,64
2	26,63	26,65	26,63	26,64	26,66
3	26,66	26,65	26,64	26,65	26,66
4	26,66	26,65	26,64	26,64	26,64
Высота волны h_i , мм.					
0	0	0	0	0	0
1	0,04	0,06	0,04	0,05	0,06
2	0,11	0,07	0,1	0,09	0,08
3	0,11	0,1	0,13	0,13	0,09
4	0,09	0,15	0,13	0,13	0,13

На образцах без осевого сжатия волнистости не обнаружено.

Однородность результатов экспериментов определяется по G-критерию Кохрена. Для числа степеней свободы $v = n - 1 = 5 - 1 = 4$, и выбранной

доверительной вероятности P = 0,95 табличное значение критерия составляет $G_т$ = 0,6841.

Расчетное значение $G = \sigma^2_{max} / \Sigma\sigma^2$ для данных, приведенных в таблице 5, равно 0,4174, что меньше табличного значения, поэтому дисперсии серий опытов однородные, влияние неучтенных факторов в какой-либо серии опытов не обнаружено, т.е. опыты воспроизводимы.

Таблица 5 – Статистическая обработка данных волнистости образцов

Серия экспериментов	$h_{ср}$, мм	σ^2	σ	Доверительный интервал	
				минимум	максимум
0	0	0	0	0	0
1	0,05	0,0001	0,01	0,03758	0,06242
2	0,09	0,00025	0,0158	0,07037	0,10963
3	0,112	0,00032	0,0179	0,08979	0,13421
4	0,126	0,00048	0,0219	0,0988	0,1532
Σ		0,00115			

Доверительные интервалы рассчитывали по формуле $\pm t\sigma/\sqrt{n}$,

где n – количество опытов в каждой серии экспериментов, равное 5;

σ – среднеквадратическое отклонение выборки серии экспериментов;

t – (t-критерий Стьюдента) для степени свободы v = 4 и доверительной вероятности P = 0,95, составил 2.7764.

Рисунок 37 иллюстрирует результаты обработки данных эксперимента.

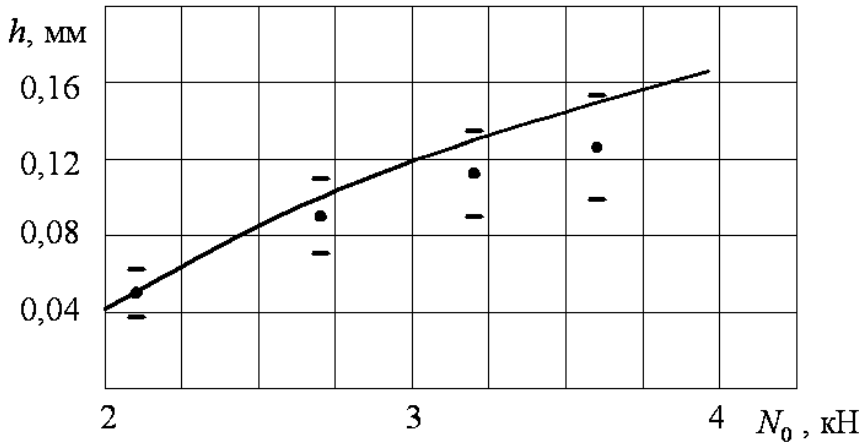


Рисунок 37 – График зависимости высоты волн h, мм от силы сжатия

Экспериментальные данные (отмечены точками, с доверительными интервалами) адекватны полученной ранее расчетной зависимости (рисунок 15) – сплошная линия, ее убывающая производная свидетельствует об устойчивости процесса. Шаг волнообразования λ на вогнутой стороне трубы составил примерно 11,5 мм, а в пересчете на нейтральную поверхность, где он не зависит от радиуса оси, около 13 мм. В расчетах, согласно принятой формуле $\lambda = 2\sqrt{td}$ = 14,7 мм, т.е. на 11% больше. В опубликованных данных экспериментальной гибки тонкостенных труб, представленных в таблице 1, длина волны в среднем отличалась от величины λ на 20%.

5.1.2 Определение утонения стенки

Минимальную толщину стенок образцов определяли в области наиболее растянутых волокон, исходя из равенства нулю суммы логарифмических деформаций, две из которых находили путем измерения размеров деформированной сетки на инструментальном микроскопе, результаты занесены в таблицу 6.

Таблица 6 – Минимальная толщина и утонение стенки изогнутой трубы

Серия экспериментов	Номер эксперимента				
	1	2	3	4	5
Толщина стенки $t_{i,min}$, мм					
0	1,856	1,883	1,863	1,874	1,86
1	1,895	1,877	1,894	1,905	1,886
2	1,919	1,888	1,892	1,917	1,887
3	1,91	1,894	1,917	1,918	1,903
4	1,919	1,922	1,93	1,904	1,911
Утонение Δt_i, мм					
0	0,144	0,117	0,137	0,126	0,14
1	0,105	0,123	0,106	0,095	0,114
2	0,081	0,112	0,108	0,083	0,113
3	0,09	0,106	0,083	0,082	0,097
4	0,081	0,078	0,07	0,096	0,089

Расчетное значение *G*-критерия Кохрена для данных таблицы 6 равно 0,3707, что меньше табличного. Поэтому дисперсии серий опытов однородные, влияние неучтенных факторов в какой-либо серии опытов не обнаружено, т.е. опыты воспроизводимы.

Статистическая обработка данных утонения проводилась аналогично приведенной выше в отношении волнистости, таблица 7.

Таблица 7 – Статистическая обработка данных утонения

Серия экспериментов	$\Delta t_{ср}$, мм	σ^2	σ	Доверительный интервал	
				минимум	максимум
0	0,1328	0,000123	0,011077	0,119046	0,146554
1	0,1086	0,00011	0,010502	0,09556	0,12164
2	0,0994	0,000256	0,016009	0,079522	0,119278
3	0,0916	0,000101	0,010065	0,079103	0,104097
4	0,0828	0,000101	0,010035	0,07034	0,09526
Σ		0,000691			

Максимальная осевая сила составляла 3,6 кН, ее превышение вызывало поворот копира без приложения крутящего момента. По сравнению с изгибом без осевого сжатия достигнуто более чем двадцатипроцентное уменьшение утонения стенки, рисунок 38.

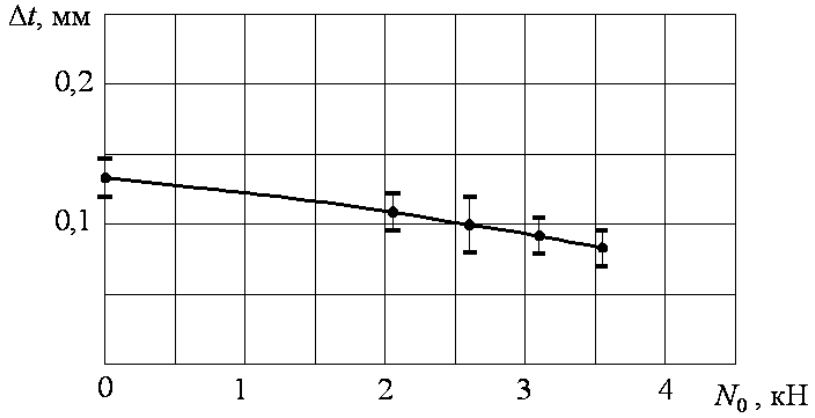


Рисунок 38 – График зависимости утонения стенки Δt, мм от осевой силы N_0, кН

Эксперименты доказали реальность широкомасштабного применения толкающих устройств на трубогибочных станках прошлых лет выпуска.

Промышленная модернизация позволит прикладывать силу не к торцу заготовки, а к цанговому патрону. При этом длина исходной заготовки, которая может достигать нескольких метров, не влияет на ее устойчивость вне зоны гибки.

5.2 Разработка устройства для гибки труб

Разработанное устройство предназначено для уменьшения момента осевой силы, ответственного за реверсивные деформации гибки. Нужный результат обеспечивается тем, что в устройстве гибки труб совместным действием наматывания на гибочный диск и осевого сжатия, сжимающую продольную нагрузку воспринимает один из опорных роликов, расположенный на водиле. Оно установлено на валу гибочного копира и поворачивается с запаздыванием, равным половине угла гибки, запаздывание поворота задается зазором шпоночного паза водила, рисунок 39.

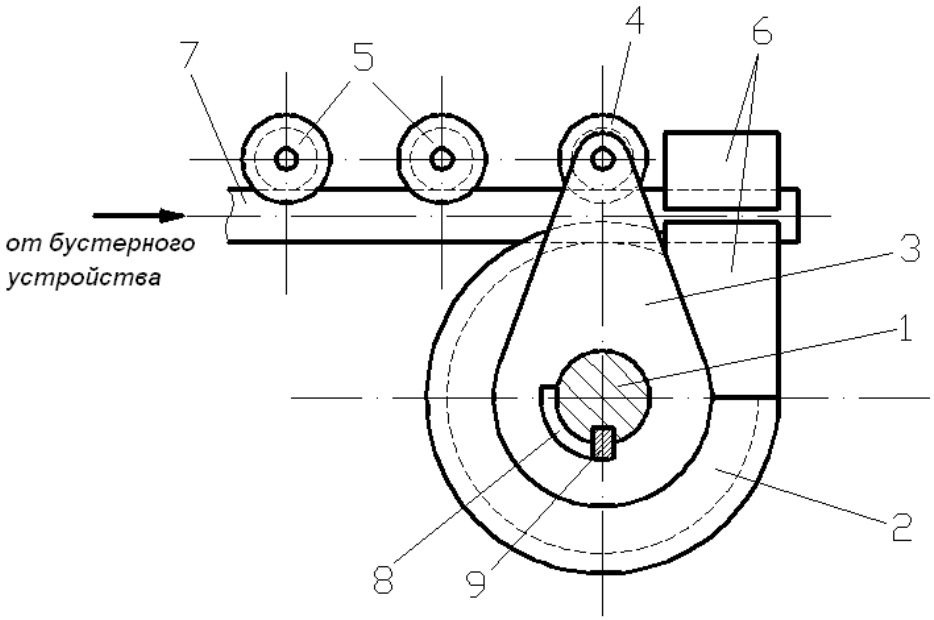


Рисунок 39 – Устройство поворота опорного ролика трубогибочного станка

Устройство для гибки труб монтируется на валу 1 копира 2 трубогибочного станка, на котором размещается водило 3. На нем установлен

подвижный опорный ролик 4, неподвижные опорные ролики 5 закреплены на станине трубогибочного станка. Копир 2 содержит устройство 6 зажима трубы 7. Шпоночный паз водила выполнен с зазором относительно шпонки 8, обеспечивающим запаздывание поворота водила по сравнению с копиром.

Разработанное устройство защищено патентом РФ № 2673695 от 03.05.2017 г.

Подобным устройством можно также оснастить установки для гибки труб не приводным водилом. В этом случае оно не только устранит возможность реверсивных пластических деформаций, но и будет уменьшать неравномерность кривизны изогнутого участка. На рисунке 40 показан пример многоплоскостной гибки трубы на малый радиус с индукционным нагревом, применение которого не всегда целесообразно.

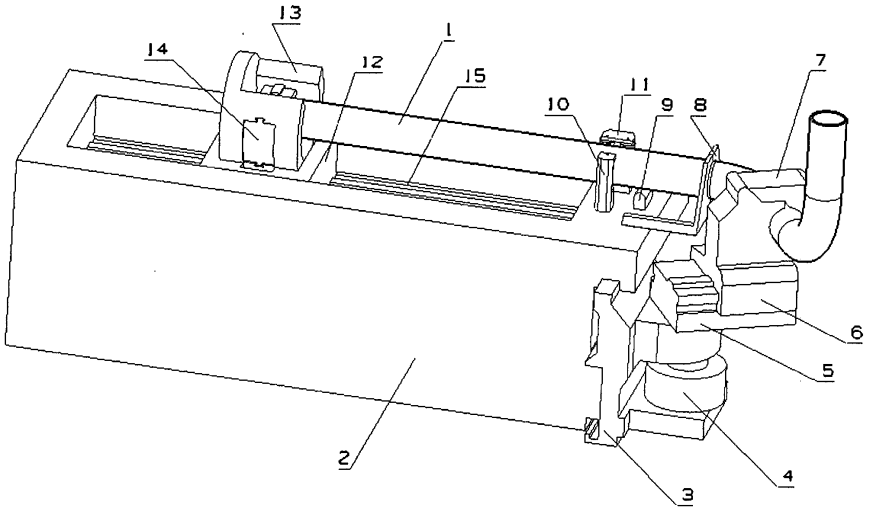


Рисунок 40 – Промышленная установка для гибки труб водилом

Применение холодной гибки с поддержкой изгибаемого участка опорным роликом резко сократит время операции без ущерба для геометрической точности изделий. Нагружение поворотного звена водила тормозным моментом позволит примерно в два раза уменьшить радиальные деформации, ответственные за утонение стенки. Это объясняется устранением негативного влияния узкой зоны локального деформирования, в которой радиальные деформации достигают максимальных значений из-за отсутствия перемещения материала по периметру сечений.

5.3 Методика проектирования технологических процессов гибки труб с осевым сжатием

Осевое сжатие зоны деформирования неизбежно присутствует в схемах гибки труб толкающей силой с применением отклоняющего ролика или водила. В последней из них сжимающая сила N_0 (см. раздел 4) может быть увеличена до заданного значения с помощью тормозного момента [9]. В трубогибочном производстве машиностроительных отраслей применяются, в основном, станки, работающие по схеме наматывания на копир. Их современные модели также позволяют совмещать гибку труб с осевым сжатием, которое улучшает показатели утонения стенки и овальности сечений, но может вызывать и негативные последствия.

Условия деформирования в перечисленных схемах гибки труб существенно различаются между собой, они также отличны от классического чистого изгиба моментом, который фигурирует в математической модели волнообразования, разработанной в разделе 2, и характеризуется отсутствием какого-либо инструмента.

Гибка толкающей силой сопровождается воздействием на трубу профилированных роликов. В окрестностях точки 1 (см. рисунки 14, 16) они ограничивают увеличение ширины сечений ΔB величиной зазора профиля по отношению к диаметру трубы d, что косвенным образом затрудняет уменьшение их высоты ΔH. При гибке водилом формоизменение материальных сечений продолжается за пределами диапазона $0 \leq x \leq x_1$, где условия деформирования близки к свободным.

Схема наматывания на копир, показанная на рисунке 1, ограничивает значение ΔB практически во всей длине зоны деформирования. Стесненное формоизменение трубы отражается не только на процессе волнообразования, но и на соотношении линейных деформаций $\varepsilon_\alpha/\varepsilon_\varphi$. Возрастает сжатие в направлении периметра сечений и соответственно уменьшается абсолютная

величина утонения стенки. При этом улучшается также показатель овальности сечений $(B - H)/d$. Теоретически, согласно рисунку 41 можно полностью исключить уменьшение их высоты приложением соответствующей силы осевого сжатия [6].

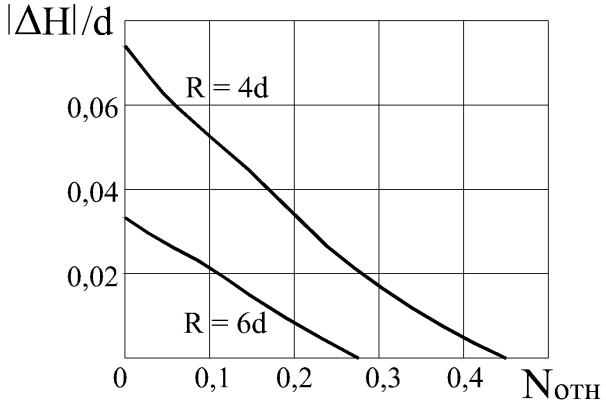


Рисунок 41 – Пример рассчитанных зависимостей уменьшения высоты сечений от силы осевого сжатия, отнесенной к величине $\sigma_{02}F$

При свободном формоизменении сечений трубы значения $|\Delta H / d|$ оказываются в несколько раз больше, чем при стесненном по ширине. Данное обстоятельство следует учитывать при проектировании технологических процессов гибки водилом.

С учетом содержания раздела 4 утонение стенки трубы, наматываемой на круглый копир или проталкиваемой через зону гибки, оцениваем согласно формуле (78) величиной

$$\frac{\Delta t_{\min}}{t_0} = \frac{-d}{4R + d},$$

или $\Delta t_{\min}/t_0 \approx -0{,}25d/R$. Если она выходит за установленные пределы, рассчитываем необходимую величину относительного сжатия оси трубы ($\varepsilon_0 < 0$), исходя из соотношения $\Delta t_{\min}/t_0 = -\varepsilon_0 - 0{,}25d/R$, где $\Delta t_{\min}$ – предельное допустимое утонение стенки. Далее выполняется проверочный расчет показателя овализации $(B - H)/d$, где B – размер профиля копира, ограничивающий увеличение ширины сечений [6]. Превышение регламента по

данному показателю также устраняется увеличением осевой сжимающей силы. Ее момент относительно замка копира может вызывать реверсивные пластические деформации трубы, что ограничивает допустимые углы гибки. Их можно увеличить в два раза, применяя разработанное устройство, показанное на рисунке 39.

Применительно к схемам с проталкивающей силой рассчитываем ее значение N_0 (76) и находим соответствующую деформацию сжатия оси ε_0 согласно методике, изложенной в подразделе 4.4. Когда она оказывается недостаточной, по сравнению с необходимой величиной ε_0, ограничивающей утонение стенки, рассматриваем вариант с торможением водила. По вышеуказанной методике рассчитываем силу N и тормозной момент $M_т = (N - N_0)R_1$. Далее проверяем соответствие предельно допустимой и расчетной высоты волн h, т.е. сравниваем два значения полной потенциальной энергии: $\tilde{U}+\tilde{W}$ и $U+W$, подсчитанные по формулам (29, 36) и (28, 35). В расчете первого значения, относящегося к гибке с волнообразованием, используем предельно допустимую высоту h и найденную выше величину ε_0.

Соотношение $\tilde{U}+\tilde{W} \geq U+W$ означает, что прогнозируемая высота волн h меньше допустимой. Следовательно, нет необходимости в ее расчете из условия равенства $\tilde{U}+\tilde{W}$ и $U+W$ методом последовательных приближений. Такая необходимость может возникать при $\tilde{U}+\tilde{W} < U+W$ в связи с возможностью отклонения от технических требований в рамках сложившегося порядка согласования с представителем заказчика.

При гибке наматыванием на круглый копир превышение показателей качества h и (или) $|\Delta H / d|$, по сравнению с предельно допустимыми, означает необходимость применения дорна – традиционного средства, препятствующего волнообразованию и уменьшению высоты сечений. Использование дорнов жесткой конструкции улучшает показатель овальности сечений трубы (по данным [39] – в три раза), но усугубляет утонение стенки, см. подраздел 4.4. Поэтому в условиях мелкосерийного производства вместо дорна могут

применяться легкоплавкие наполнители, в других случаях приходится завышать исходную толщину стенки трубы.

Выводы по разделу

1. Физическое моделирование гибки труб с осевым сжатием выполнялось на имеющейся лабораторной установке, работающей по схеме наматывания на круглый копир, с дооснащением ее гидравлической системой возбуждения дозированной силы, толкающей опытный образец в направлении зоны деформирования.

2. Экспериментальная гибка с осевым сжатием образцов диаметром d = 30 мм с толщиной стенки t = 2 мм на радиус 120 мм сопровождалась образованием волн с высотой h до 0,15 мм и шагом на вогнутой поверхности стенки 11,5 мм, несколько меньшим, по сравнению с базовой величиной $2\sqrt{td}$, принятой в [45]. Зависимость h от силы осевого сжатия отражает устойчивый характер процесса: на ее графике в виде ломаной углы наклона отрезков не увеличиваются.

3. При гибке по круглому копиру сравнительно большого радиуса увеличивается плечо толкающей силы относительно замка и соответственно – момент, вызывающий реверсивные деформации вплоть до разгибки трубы в его окрестностях; техническим решением данной проблемы является разработанное устройство с опорным роликом.

4. Разработана методика проектирования технологических процессов гибки труб проталкиванием через зону деформирования или наматыванием на копир с осевым сжатием, учитывающая ограничения волнообразования согласно техническим требованиям к трубопроводам, а также предельно допустимые реверсивные деформации в окрестностях замка копира или водила; ее практическое применение обеспечит улучшение качества изогнутых заготовок трубопроводов по показателям утонения стенки и овальности сечений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В соответствии с целью работы – улучшением качества изогнутых заготовок трубопроводов по показателям утонения стенки и овальности сечений посредством осевого сжатия зоны гибки в пределах допустимого волнообразования

- выполнен теоретический анализ изгиба трубы моментом с образующейся волнистостью, а также технологического изгиба водилом;

- по результатам анализа разработаны методики расчета кинематических и силовых параметров гибки труб и основанная на их обобщении методика проектирования технологических процессов, обеспечивающих получение качественных заготовок трубопроводов,

что в совокупности представляет решение научной задачи, имеющей важное значение для трубогибочного производства.

Основные результаты и выводы

1. Отсутствие методик расчета высоты волн, нередко наблюдаемых при гибке труб, является серьезным пробелом в инженерной практике, не восполняемым теорией бифуркации оболочек, которая трактует процесс волнообразования как мембранный эффект без его количественной оценки. Это относится и к опубликованным экспериментальным данным потери устойчивости, регистрирующим коллапс труб в условиях изгиба, несопоставимых с производственными.

2. В соответствии с концепцией процесса изгиба трубы моментом и одновременного развития волнообразования в области сжатия, разработана его математическая модель, в которой наряду с основной схемой фигурирует альтернативная – без волнистости, с меньшей энергией деформирования и бóльшим сопротивлением изгибу; искомой высоте волн соответствуют одинаковые значения полной потенциальной энергии в обоих вариантах.

3. Высота волн, рассчитанная на основе математического моделирования, находится в прямой зависимости от диаметра трубы d и обратной – от радиуса оси R; ее максимальное значение в плоскости симметрии изогнутой трубы стремится (при гибке без приложения продольной сжимающей силы) к ½ толщины стенки t по мере приближения d/t к ста и R/d к двум, выходя за пределы, допускаемые отраслевыми техническими требованиями.

4. На основе созданной математической модели разработана методика сравнительной оценки прогнозируемой высоты волн (по принципу – больше или меньше допустимой), которая сводится к простой вычислительной процедуре и может использоваться при проектировании технологических процессов гибки труб с осевым сжатием в пределах допустимого волнообразования.

5. Приложение осевого сжатия к изгибаемой трубе увеличивает высоту волн в линейной зависимости от сжимающей силы, которая обеспечивает проталкивание заготовок через зону деформирования отклоняющим роликом или водилом, а также может специально возбуждаться для улучшения показателей овальности сечений и утонения стенки.

6. В отличие от схемы с неподвижным отклоняющим роликом, водило приводится в движение изгибаемым участком трубы неизвестной формы и длины; для комплексного расчета кинематики и статики процесса разработана аппроксимация кривизны изогнутой оси, основанная на равенстве внешних и внутренних моментов в окрестностях водила, а также на выходе из направляющих роликов.

7. Сила, проталкивающая трубу через зону гибки, определяется, исходя из ее работы на перемещении (подаче), учитывающем принятую функцию кривизны оси; в качестве эквивалента выступает энергия пластического деформирования за вычетом разгрузки, которая начинается в окрестностях водила при углах его поворота $\varphi \approx 60°$, а при $\varphi \approx 120°$ реверсивные деформации переходят через предельные упругие значения.

8. Разработана методика расчета подачи трубы и толкающей силы при гибке с фиксированными параметрами водила или с их определением по заданным габаритам изогнутого участка, основанная на приближенном представлении изогнутой оси дугой окружности или двумя сопрягающимися дугами, углы которых подсчитываются из условия минимальной работы внутренних сил.

9. Перечисленные разработки объединены методикой проектирования процессов гибки с осевым сжатием в пределах допустимых показателей волнообразования и утонения стенки, а также реверсивных деформаций, вызванных сжимающей силой, практическое применение которой обеспечит высокое качество заготовок трубопроводов.

10. Опробование осевого сжатия трубы, наматываемой на копир, в лабораторных условиях позволило уменьшить в 1,5 раза овальность сечений изогнутого участка на образцах с полученной слабовыраженной волнистостью, допускаемой отраслевыми техническими условиями; для предотвращения реверсивных пластических деформаций при больших углах поворота копира разработано устройство, защищенное патентом РФ.

Работа выполнялась в продолжение исследований, запланированных в проекте № 2488 «Метод вариационных оценок деформаций пластического изгиба труб» аналитической ведомственной целевой программы “Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2011 годы)”.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Алексеев, Ю.Н.** Вопросы пластического течения металлов / Ю.Н. Алексеев // Издательство Харьковского авиационного института, 1958. – 188 с.

2. **Альбов, И.Н.** Гнутье труб с местным зональным нагревом / И.Н. Альбов, А.И. Гальперин // М.: ВНИИЭГАЗПРОМ, 1969. – 50 с.

3. **Арышенский, Ю.М.** Теория и расчеты пластического формоизменения анизотропных материалов: учебное пособие / Ю.М. Арышенский, Ф.В. Гречников // М.: Металлургия. – 1990. – 304 с.

4. **Безухов, Н.И.** Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н.И. Безухов // М.: «Высшая школа», 1968. – 512 с.

5. **Билобран, Б.С.** Сплющивание тонкостенных труб при холодном пластическом изгибе / Б.С. Билобран // Кузнечно-штамповочное производство, 1968, № 7. – С. 20 – 23.

6. **Вдовин, С.И.** Гибка труб по круглому копиру с продольным сжатием / С.И.Вдовин, К.С.Лунин // «Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением». – 2016. – №1. – С. 3-6.

7. **Вдовин, С.И.** Теория и расчеты гибки труб / С.И. Вдовин // М.: Машиностроение, 2009. – 95 с.

8. **Власов, В.З.** Общая теория оболочек и ее приложения в технике / В.З. Власов // М. – Л.: ГИТТЛ, 1949. – 784 с.

9. **Гальперин, А.И.** Машины и оборудование для изготовления криволинейных участков трубопроводов / А.И. Гальперин // М.: НЕДРА, 1983. – 203 с.

10. **Головлев, В.Д.** Расчеты процессов листовой штамповки (Устойчивость формообразования тонколистового металла) / В.Д. Головлев // М.: Машиностроение, 1974. – 136 с.

11. **Горбунов, М.Н.** Штамповка деталей из трубчатых заготовок / М.Н. Горбунов. – М.: Машгиз. – 1960. – 170 с.

12. **Громова, А.И.** Изготовление деталей из листов и профилей при серийном производстве / А.И. Громова, Завьялова В.И., Коробов В.К. // М.: Оборонгиз, 1960. – 343 с.

13. **Гун, Г.Я.** Теоретические основы обработки металлов давлением / Г.Я. Гун // М.: Металлургия, 1980. – 456 с.

14. **Долгополов, М.И.** Методы борьбы с основными дефектами при гибке труб с узкозональным индукционным нагревом / М.И. Долгополов, В.А. Корнилов // Технология машиностроения, 2016, №12. – С. 15 – 19.

15. **Егоров, В.С.** Предельные возможности формообразования крутоизогнутых патрубков проталкиванием / В.С. Егоров, О.Ю. Давыдов, М.В. Ганеев // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением, 1999, № 3. – С. 21 – 23.

16. **Зубцов, М.Е.** Листовая штамповка / М.Е. Зубцов // Л.: Машиностроение, 1980. – 432 с.

17. **Корнилов, В.А.** Изгиб трубы проталкиванием на трубогибочном станке / В.А. Корнилов // Технология машиностроения, 2016, №7. – С. 21 – 25.

18. **Лукьянов, В.П.** Параметры холодной гибки листовых заготовок, прутков и труб / В.П. Лукьянов, И.И. Маткава, В.А. Бойко, Д.В. Доценко. – М.: Машиностроение-1. – 2005. – 151 с.

19. **Лысов, М.И.** Пластическое формообразование тонкостенных деталей авиатехники / М.И. Лысов, И.М. Закиров // М.: Машиностроение, 1983. – 174 с.

20. **Марьин, Б.Н.** Изготовление трубопроводов гидрогазовых систем летательных аппаратов / Б.Н.Марьин, В.М.Сапожников, Ю.Л.Иванов и др. // М.: Машиностроение, 1998. – 400 с.

21. **Мордасов, В.И.** Исследование анизотропии свойств в тонкостенных трубах из цветных сплавов / В.И. Мордасов // Теория и технология обработки металлов давлением. Межвузовский сборник. Вып. 71. Куйбышев: КуАИ, 1975. – С. 111 – 117.

22. **Мосин, Ф.В.** Технология изготовления деталей из труб / Ф.В. Мосин // М.: Машиностроение, 1969. – 171 с.

23. **Муштари, Х.М.** Нелинейная теория упругих оболочек / Х.М. Муштари, К.З. Галимов // Казань: Физико-технический институт Казанского филиала АН СССР, 1957.

24. **Непершин, Р.И.** Формообразование тонкостенной цилиндрической оболочки на трехвалковой машине / Р.И. Непершин // Известия РАН. МТТ, 2011, № 4. – С. 75 – 84.

25. **Низкий, В.В.** Применение нагрева ТВЧ для крутой гибки труб / В.В. Низкий, В.И. Таран, Н.А. Быков, В.И. Миронов // ТРУДЫ НИКИМТ, том 6. – М.: Изд. АТ, 2003. – С. 53 – 58.

26. **Никитин, В.А.** Проектирование станков холодной и горячей гибки труб / В.А. Никитин // СПб.: ОАО «ЦТСС», 2011. – 236 с.

27. **Попов, Е.А.** Основы теории листовой штамповки / Е.А.Попов // М.: Машиностроение, 1977. – 278 с.

28. **Сторожев, М.В.** Теория обработки металлов давлением / М.В. Сторожев, Е.А.Попов // М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.

29. **Тарновский, И.Я.** Теория обработки металлов давлением (Вариационные методы расчета усилий и деформаций) / И.Я. Тарновский, А.А. Поздеев, О.А. Ганаго, В.Л. Колмогоров, В.Н. Трубин, Р.А. Вайсбурд, В.И. Тарновский // М.: Металлургиздат. – 1963. – 672 с.

30. **Тимошенко, С.П.** Пластинки и оболочки / С.П. Тимошенко и С, М. Войновский-Кригер // М.: «Наука», 1966, – 635 с.

31. **Томленов, А.Д.** Механика процессов обработки металлов давлением / А.Д. Томленов // М.: Машгиз, 1963.

32. **Хилл, Р.** Математическая теория пластичности / Р. Хилл // М.: ГИТТЛ, 1948. – 407 с.

33. **Шофман, Л.А.** Теория и расчеты процессов холодной штамповки / Л.А. Шофман // М.: Машиностроение, 1964. – 375 с.

34. **Яковлев, С.П.** Изотермическое деформирование высокопрочных анизотропных материалов / С.П. Яковлев, В.Н. Чудин, С.С. Яковлев, Я.А. Соболев // М.: Машиностроение-1, Изд-во ТулГУ, 2003. – 439 с.

35. **Avitzur, B.** Menal Forming Processes and Analysis / B. Avitzur // N.Y.: Mc. Graw-Hill Co, 1968. – 500 p.

36. **Chen T. A.** Revisit of a Cylindrically Anisotropic Tube Subjected to Pressuring, Shearing, Torsion, Extension and a Uniform Temperature Change / T. Chen, C.-T. Chang, W.-L. Lin // Int. J. of Solids and Structures, 2000, Vol. 37. – pp. 5143 – 5159.

37. **Corona, E.** / E. Corona and S.P. Vase // Buckling of Elastic-plastic Square Tubes under Bending. Int. J. Sci. Vol. 38, № 7. pp 753 – 775.

38. **Elchalakani, M.** Plastic slenderness limit for cold-formed circular steel hollow sections / M.Elchalakani, X.L.Zhao, R.H.Grzebieta // Australian Journal of Structural Engineering “Steel Issue” 2002;3(3):1–16.

39. **Franz, W.-D.** Maschinelles Rohrbiegen. Verfahren und Maschinen / W.-D. Franz. – Düsseldorf: VDI-Verlag. – 1988. – 237 s.

40. **Gu, R.** Thin-walled aluminium alloy tube NC precision bending based of finite element simulation / R. Gu, H. Yang, M. Zhan, L. Heng // Trans. Nonferrous Metals Soc. China, 2006, 16, Spec. Issue 3. – pp. 1251 – 1256.

41. **Hokook, L.** Finite element bending analysis of oval tubes using rotary draw bender for hydroforming applications / Lee Hokook, C.J. Van Tyne, D. Field // J. Mater. Process. Technol. 2005. 168, №2. – pp. 327 – 335.

42. **Hu, Z.** Computer Simulation of Pipe-bending Processes with Small Bending Radius Using Local Induction Heating / Z. Hu, J.Q. Li // Process. Technol., 1999/ Vol. 91. No. 1. – P. 75 – 79.

43. **Jonson, W.** Plasticity for Mechanical Engineers / W. Jonson, P.B., Mellor // London: «Van Nostrand», 1962. – 412 p.

44. **Ju G.T.** Bifurcation and Localization Instabilities in Cylindrical Shells under Bending. Part ll: Predictions / G.T. Ju and S. Kyriakides // Int. J. Solids Struct. 29, 1143. 1992.

45. **Kyriakides S.** Bifurcation and Localization Instabilities in Cylindrical Shells under Bending. Part 1: Experiments / S. Kyriakides and G.T. Ju // Int. J. Solids Struct. 29, 1117. 1992.

46. **Ladevese, P.** Anisotropic Elastic Tubes of Arbitrary Cross Section Under Arbitrary End Loads: Separation of Beamlike and Decaying Solutions / P. Ladevese, J.G. Simmonds // Appl. Mech. Juli 2005, Volume 72, Issue 4. – pp. 500 – 510.

47. **Mamalis, AG.** Deformation characteristics of crashworthy thin walled steel tubes subjected to bending / A.G.Mamalis, D.E.Manolakas, A.K.Baldoukas, G.L.Viegelahn // Proceedings of Institute of Mechanical Engineers. Journal of Mechanical Science 1989;203:411–7.

48. **Pan, K.** On the Plastic Deformation of a Tube During Bending / K. Pan, K.A. Stelson // Journal of Engineering for Industry. – November, 1995. – Vol. 117, Issue 4. – pp. 494 – 500.

49. **Reid, S.R.** Denting and bending of tubular beams under local loads, in structural failure / S.R.Reid, K.Goudie // New York: Wiley, 1989. p. 331–64.

50. **Wang, X** Wrinkling Limit in Tube Bending / X. Wang, J. Cao // J. of Eng. Mat. and Techn. 20001. Vol. 123, pp 430 – 435.

51. **Wierzbicki, T.** A simplified model for Brazier e9ect in plastic bending of cylindrical tubes / T.Wierzbicki, M.V.Sinmao // International Journal of Pressure Vessels and Piping 1997;71:19–28.

52. **Yang, H.** Explicit FE winkling simulation and method to catch critical bifurcation point in tube bending process / H. Yang, L. Heng, M. Zhan, R. Gu // Trans. Nonferrous Metals Soc. China. 2006, 16, Spec. Issue 3, pp. 1242 – 1246.

53. **Zhan, M.** A study of a 3D FE simulation method of the NC bending process of thin-walled tube / M. Zhan, H. Yang, Z.O. Jiang, Z.S. Zhao, Y. Lin / Journal of Materials Processing Technology, 2002, 129. – pp. 273 – 276.