

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Брянский государственный инженерно-технологический университет»**  
**(БГИТУ)**

На правах рукописи

**САЛЬНИКОВ АЛЕКСЕЙ СЕРГЕЕВИЧ**

**РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
ТРЕЩИН В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ  
ПРИ КРУЧЕНИИ С ИЗГИБОМ**

Специальность 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель –  
доктор технических наук,  
профессор  
Колчунов Виталий Иванович

Брянск – 2017

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЙ.....12	
1.1. Особенности расчета различных типов железобетонных конструкций на кручение.....	12
1.2. Трещиностойкость железобетонных элементов при совместном действии крутящего и изгибающего моментов.....	20
1.3. Выводы по главе 1.....	53
ГЛАВА 2. РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТРЕЩИН В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ ПРИ КРУЧЕНИИ С ИЗГИБОМ.....56	
2.1. Разработка расчетной модели образования пространственных трещин первого типа в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом.....	56
2.2. Метод определения минимальной нагрузки и координат образования пространственных трещин первого типа в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом.....	67
2.3. Разработка расчетной модели образования пространственных трещин второго и третьего типов в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом.....	73
2.4. Метод определения минимальной нагрузки и координат образования пространственных трещин второго и третьего типов в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом.....	80
2.5. Выводы по главе 2.....	87
ГЛАВА 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ С ИЗГИБОМ.....89	

3.1. Программа экспериментальных исследований. Цель и задачи исследований.....	89
3.2. Результаты экспериментальных исследований трещинообразования железобетонных конструкций при кручении с изгибом.....	102
3.3. Анализ образования и развития трещин с использованием журнала испытаний железобетонных конструкций.....	113
3.4. Выводы по главе 3.....	125
<b>ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И СОПОСТАВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ ПРИ КРУЧЕНИИ С ИЗГИБОМ.....</b> 127	
4.1. Алгоритм расчета трещинообразования в железобетонных конструкциях по пространственным сечениям.....	127
4.2. Пример расчета трещинообразования железобетонной конструкции второй серии <i>КИП-II-1,6</i> по пространственным сечениям .....	131
4.3. Сопоставительный анализ теоретических и опытных значений параметров трещинообразования железобетонных конструкций .....	140
4.4. Выводы по главе 4.....	155
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	157
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>	160
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ. Сведения о внедрении результатов исследований.....</b>	185

## ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Решение задач капитального строительства; связано с дальнейшим развитием технического прогресса в области бетона и железобетона, как наиболее распространенных материалов несущих конструкций современного строительства.

Одним из главных направлений в области развития технического прогресса бетона и железобетона, как отмечено целым рядом Международных конференций последних лет, является углубление и совершенствование исследований работы железобетонных конструкций при различных сочетаниях силовых воздействий. К весьма распространенному виду такого сочетания можно отнести совместное действие изгибающего и крутящего моментов (балки монолитных перекрытий, бортовые элементы ребристых и опорный контур вантовых покрытий и мостов, подстропильные и подкрановые балки, контурные балки зданий с монолитным каркасом, опоры линий электропередачи и т.д.).

В практике проектирования одним из путей повышения безопасности сооружений и экономии материалов является разработка и совершенствование методов расчета, отвечающих в значительной степени действительной работе железобетонных конструкций, зданий и сооружений. Неразработанность таких методов при подготовке нормативных документов приводит к тому, что рабочие предпосылки и рабочие положения принятию расчетных положений, заведомо предполагающих необоснованный перерасход бетона и арматуры.

Сопротивление железобетонных конструкций на кручение с изгибом в настоящее время изучена сравнительно мало. Об этом свидетельствует и тот факт, что в СП 63.13330.2012 [27] отсутствуют какие-либо рекомендации по проектированию конструкций при кручении с изгибом, и приведены только общие положения их расчета, в том числе, касающихся оценки трещиностойкости при наличии кручения, которые не всегда согласующихся

с реальной работой железобетона в стадии образования, развития трещин, а также в предельной стадии их сопротивления.

Наиболее часто встречающимися конструкциями, работающими на кручение с изгибом, являются железобетонные пилоны, перекрытия, мостовые конструкции, центрифугированные опоры линий электропередачи, которые в аварийном режиме (обрыв одного токоведущего провода) загружены одновременно крутящим ( $M_t$ ) и изгибающим ( $M_{bend}$ ) моментами. Величина отношения этих моментов ( $\chi$ ) по длине опоры изменяется в широких пределах; от чистого кручения до  $\frac{M_t}{M_{bend}} = 0,1 \div 0,4$ .

Трещиностойкость сечений таких конструкций, определенная по существующей методике, в ряде случаев оказывается значительно заниженой по сравнению с опытными данными, особенно при больших уровнях крутящего момента. Вследствие этого проектирование экономичных и в тоже время надежных железобетонных конструкций в условиях кручения с изгибом, например опор линий электропередачи, вызывает значительные трудности.

Учитывая большой объем производства железобетонных конструкций, например, центрифугированных опор, – более 300 тыс.м<sup>3</sup> в год, даже относительно малое снижение расхода материала за счет применения более рациональных методов расчета имеет важное народнохозяйственное значение.

**Данная работа выполнялась** в рамках организации тематического направления научных исследований РААСН: 7. Развитие теоретических основ строительных наук. Номер и наименование темы по плану РААСН: 7.1.7 Расчет динамических дозагружений в арматуре преднапряженных железобетонных элементов составного сечения при внезапном выключении и трещинообразовании элементов в конструктивной системе.

**Степень разработанности темы.** Исследованиями железобетонных конструкций (в том числе по образованию трещин) при сложном

сопротивлении кручению с изгибом занимались как отечественные, так и зарубежные ученые: П. Андерсен, Т.Н. Азизов, С.А. Арзамасцев, Е.М. Бабич, А.Я. Барашиков, З.Я. Блихарский, В.М. Бондаренко, П.Ф. Вахненко, В.А. Вернигор, А.И. Демьянов, С.С. Дюрменова, М.С. Жорняк, А.С. Залесов, Х. Ш. Каломов, Б.В. Карабанов, Н.И. Карпенко, Д.Х. Касаев, А.Н. Клюка, Вл. И. Колчунов, Г.Дж. Коуэн, А.М. Кузьменко, Н. Н. Лессиг, И.М. Лялин, Е. Мерш, В.И. Морозов, Г. Нилендерон, А.А. Покусаев, В.В. Родевич, Л.К. Руллэ, Г.А. Смоляго, Л.Ф. Фалеев, Э.Г. Елагин, К. Юдин, Т.С. Hsu, E. Rausch и др.

При этом, поскольку при кручении с изгибом момент образования трещин и величины угла их наклона существенно влияют на напряженное состояние, в первую очередь возникает необходимость в исследовании вопросов трещинообразования, которые к настоящему времени исследованы не достаточно, а затем уже прочности и деформативности.

**Целью** настоящих исследований является изучение образования пространственных трещин железобетонных конструкций при кручении с изгибом в широком диапазоне отношений действующих крутящих и изгибающих моментов, и других значимых параметров напряженно-деформированного состояния.

#### **Задачи исследования:**

- провести обзор существующих исследований сложного сопротивления железобетонных конструкций, подверженных кручению с изгибом;
- разработать расчетную модель образования пространственных трещин железобетонных конструкций с целью уточнения расчетных зависимостей для определения обобщенной нагрузки образования видимых трещин, координат их образования и значений угла наклона их к продольной оси при кручении с изгибом;

- разработать программу и методику экспериментальных исследований и экспериментально проверить расчетную модель трещинообразования

железобетонных конструкций разной длины и соотношений крутящих и изгибающих моментов в условиях сложного сопротивления;

– выполнить численный и сопоставительный анализ теоретических и опытных данных образования пространственных трещин для железобетонных конструкций при изгибе с кручением.

**Объект исследования** – железобетонные конструкции промышленных и гражданских зданий и сооружений.

**Предмет исследования** – образование пространственных трещин в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом.

**Методы исследования** – используется экспериментально-теоретический метод. В диссертационных исследованиях использованы общие методы механики твердого деформируемого тела и теории железобетона.

**Научную новизну работы составляют:**

- расчетная модель образования пространственных трещин первого, второго и третьего типов в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом;

- разрешающие уравнения, построенные специальным образом, так чтобы их система не превращалась в распадающуюся для функций многих переменных с использованием множителей Лагранжа при определении минимальной обобщенной нагрузки, соответствующей образованию первой пространственной трещины первого, второго и третьего типов и координат точек их образования;

- опытные данные для проверки предлагаемой расчетной модели, включающей значения обобщенной трещинообразующей нагрузки, координаты точек образования трещин, схему трещин и углы их наклона, а также расстояния между трещинами на разных уровнях трещинообразования и ширину раскрытия пространственных трещин вдоль всей винтообразной линии;

- расчетный алгоритм и результаты сопоставительного анализа теоретических и экспериментальных параметров обобщенной нагрузки образования пространственных трещин при кручении с изгибом с использованием предлагаемой расчетной модели, нормативной методики расчета, методики расчета по ЕКБ-ФИП, позволившие выявить эффективность предлагаемой методики в широком диапазоне изменения схем нагружения, классов бетонов, армирования, предварительного напряжения, характеристик поперечного сечения.

**Практическая значимость работы** состоит в том, что разработанная расчетная модель образования пространственных трещин при кручении с изгибом за счет приближения их теоретических параметров к действительным, позволяет получить более достоверные решения, и выявить резервы для эффективного использования материалов при проектировании железобетонных конструкций зданий и сооружений.

**На защиту выносятся:**

- результаты экспериментальных исследований образования пространственных трещин в железобетонных конструкций при кручении с изгибом с различными схемами загружения;
- расчетная модель образования пространственных трещин первого, второго и третьего типов в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом;
- расчетный алгоритм и результаты сопоставительного анализа, по оценке эффективности предлагаемой расчетной модели, по сравнению с нормативной методикой расчета и методикой расчета по ЕКБ-ФИП в широком диапазоне изменения расчетных параметров.

**Достоверность результатов работы** обеспечивается построением расчетной модели образования пространственных трещин железобетонных конструкций при кручении с изгибом на основе закономерностей механики твердого деформируемого тела, теории железобетона и реальных условий деформирования; а также сравнительным анализом результатов значений

обобщенной трещинообразующей нагрузки с использованием разработанной модели расчета с экспериментом и теоретическими расчетами по нормативной методике, и по методике ЕКБ-ФИП, получивших наибольшее распространение в практике проектирования

**Личный вклад диссертанта** состоит:

- предложенной расчетной модели образования пространственных трещин первого, второго и третьего типов в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом с учетом физической нелинейности, депланации поперечных сечений, предварительного напряжения в продольной и поперечной арматуре и влияния поля местных напряжений;
- построение разрешающих уравнений, построенные специальным образом, так чтобы их система не превращалась в распадающуюся для определения минимальной обобщенной нагрузки, соответствующей образованию первой пространственной трещины первого, второго и третьего типов и координат точек их образования;
- получении новых опытных данные, включающие значения обобщенной трещинообразующей нагрузки, координаты точек образования трещин схем трещин и углов их наклона;
- разработке расчетного алгоритма и выполнении сопоставительного анализа теоретических и экспериментальных параметров обобщенной нагрузки образования пространственных трещин при кручении с изгибом с использованием предлагаемых расчетных моделей.

**Реализация работы.** Результаты диссертационного исследования в виде рекомендаций по построению расчетных моделей железобетонных конструкций работающих при кручении с изгибом использованы ООО «Промстроймонтаж» при проектировании многофункционального комплекса (16-ти этажный жилой дом №8) в г. Брянске.

Результаты диссертационной работы внедрены в учебный процесс Брянского государственного технологического университета при изучении дисциплин «Развитие теории и методов расчета строительных конструкций»,

для студентов, обучающихся по направлению подготовки 08.04.01 «Строительство».

**Апробация работы.** Результаты экспериментальных и теоретических исследований докладывались на научном семинаре кафедры «Строительные конструкции» Брянского государственного инженерно-технологического университета (ФГБОУ ВО «БГИТУ»), кафедры «Уникальных зданий и сооружений» Юго-Западного государственного университета (ФГБОУ ВО «ЮЗГУ»); на 42-ой Международной научно-практической конференции «Неделя науки в Инженерно-строительном институте Санкт-Петербургского государственного политехнического университета – Гражданское строительство» (г. Санкт-Петербург, ФГБОУ ВО «СПбГПУ», 3–4 декабря 2014 г.).

**Публикации.** По материалам диссертации опубликовано 8 печатных работ, включая семь статей, опубликованных в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК, 1 научной статьи в иностранном специализированном профессиональном издании (входящих в научометрическую базу данных Scopus).

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит введения, четырех глав, основных выводов, списка использованной литературы из 197 наименований, 1 приложения. Полный объем работы составляет 189 страниц, в том числе 132 страницы основного текста, который иллюстрируется 48 рисунками, содержит 7 таблиц, 32 полных страницы с рисунками и таблицами, 25 страниц списка использованной литературы и 2 страницы приложений.

В **первой главе** диссертации рассмотрены и проанализированы существующие методы расчета и результаты исследований железобетонных конструкций при кручении с изгибом, проведенные как российскими, так и зарубежными учеными.

**Вторая глава** содержит результаты теоретических исследований трещиностойкости железобетонных конструкций при кручении с изгибом, выполненных автором.

**В третьей главе** приведены методика, конструкция установки и результаты испытаний, выполненных для проверки предлагаемой расчетной модели.

**В четвертой главе** дается численный и сопоставительный анализ проведенных теоретических и экспериментальных исследований.

В Приложении к диссертации приведены сведения о внедрении результатов исследований результатов исследований автора в практику проектирования и учебный процесс при подготовке бакалавров и магистров по направлению «Строительство».

## ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЙ

### 1.1. Особенности расчета различных типов железобетонных конструкций на кручение

Исследования работы железобетонных элементов при совместном воздействий на них крутящего и изгибающего моментов проведены сравнительно в небольшом объеме.

К первым зарубежным исследователям, изучавшим работу железобетонных элементов при кручении с изгибом, следует отнести немецких ученых Е. Мерша и Е. Рауша [192], а также американского ученого П. Андерсена, выполненных в двадцатых–тридцатых годах двадцатого века. Основываясь на принципе независимости действия сил, они использовали методы расчета на чистое кручение и изгиб для расчета элементов при кручении с изгибом.

В сороковых–пятидесятых годах прошлого столетия шведским ученым Г. Нилендером были проведены значительные экспериментальные и теоретические исследования железобетонных элементов различных форм поперечных сечений, работающих на кручение с изгибом. Используя энергетическую теорию изменения формы сечений, он предложил формулу для определения расчетной площади продольной рабочей арматуры. Активно работа железобетонных элементов при кручении с изгибом изучалась австралийскими ученым Г. Кованом [177]. Им исследовалась работа элементов в широком диапазоне отношения крутящего момента к изгибающему при  $\frac{M_t}{M_{bend}} = 0$  до максимально возможных в практике отношений.

В начале 60-х годов индийским ученым Н.С. Свэми были испытаны на кручение с изгибом пустотельные, предварительно напряженные балки прямоугольного сечения, с целью определения влияния обжатия бетона на их

прочность и трещиностойкость. В это же время теоретические и экспериментальные исследования проводились Гезундом, С. Гоодом, Л. Бишара.

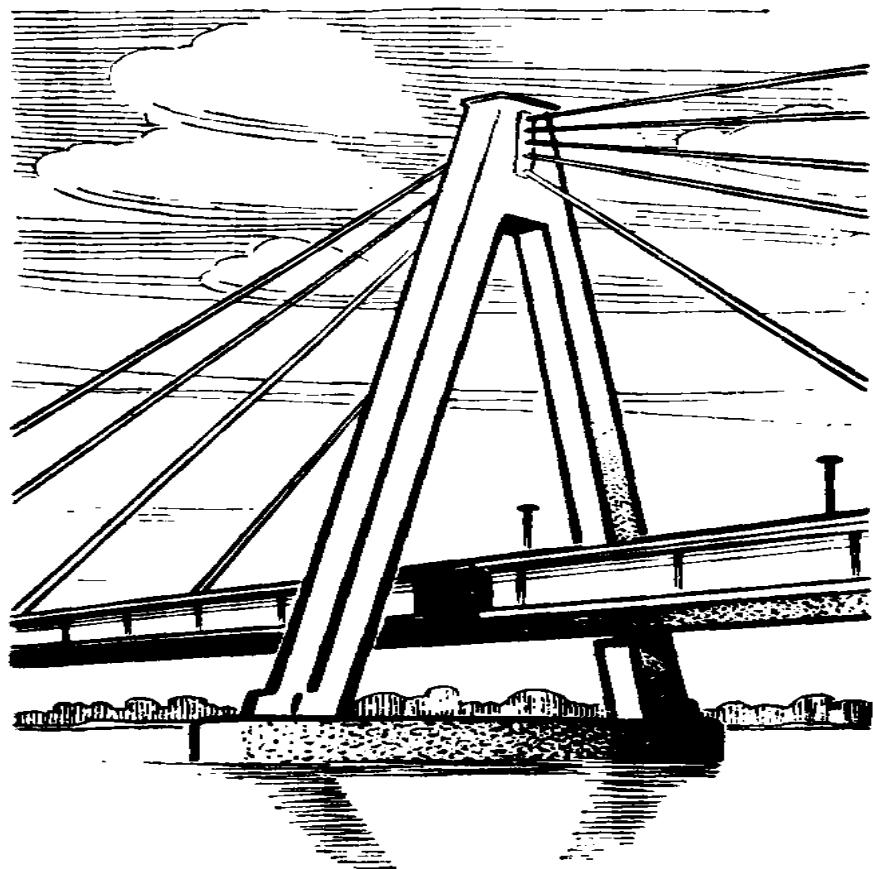


Рис. 1.1. Крутящие, изгибающие и сжимающие воздействия от вант на опорные железобетонные контуры мостов

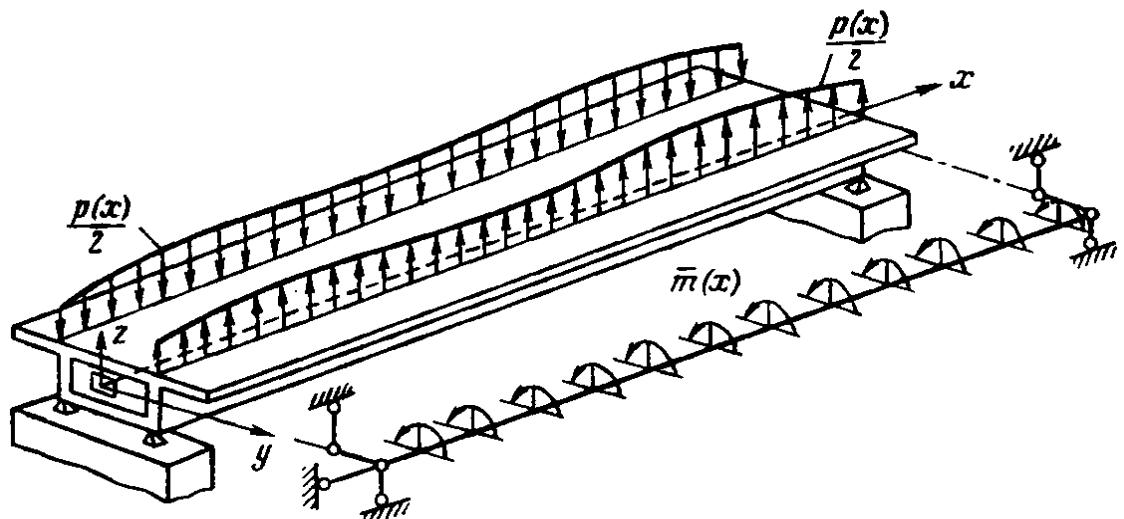


Рис. 1.2. Схема изгибающих и закручивающих воздействий на коробчатые пролетных строения мостов

Больной вклад в развитие теории прочности железобетонных элементов, подверженных одновременному действию крутящего и изгибающего моментов, внесели российские ученые. Начиная с 40-х годов, в ЦНИПСе (в последствии НИИЖБ имени А.А. Гвоздева) под руководством д.т.н. проф. А.А.Гвоздева проводились теоретические и экспериментальные исследования прочности железобетонных элементов различной формы поперечного сечения. Первые испытания железобетонных образцов на кручение с изгибом были проведены П.С. Борищанским. Затем эти работы были продолжены Н.Н. Лессигом [123–125], Ю.В.Чиненковым [161], И. М.Лялиным [126, 127], П.И. Бурлаченко [32], В.К Юдиным [168], Л. К. Руле [140], Э.Г.Елагиным [70–72] (НИИЖБ имени А.А. Гвоздева), В. К. Ягодиным [169] (Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет), Г.В. Мурашкиным [132, 133] (Самарский государственный архитектурно-строительный университет) и др. Изучалась в основном: работа элементов прямоугольного и двутаврового сечения. Относительно небольшие по объему исследования проводились с элементами кольцевого сечения (Н.Н. Лессиг [123–125], Э.Г. Елагин [70–72], В.К Ягодин [169]).

На основе проведенных исследований были предложены принципиально новая схема работы железобетонных элементов кольцевого сечения на кручение с изгибом и расчетные формулы. И.М. Лялиным [126, 127] изучался более общий случай сложного силового воздействия, когда наряду с изгибающим и крутящим моментами на элемент действует поперечная сила. Первые теоретические разработки по определению момента образования трещин для балок прямоугольного сечения были выполнены Г.В.Мурашкиным [132, 133], а для элементов кольцевого сечения – Э.Г.Елагиным [70–72].

Достаточно полный обзор зарубежных и отечественных исследований железобетонных элементов при кручении с изгибом приведен в работах [71, 72, 115, 124 и др.], поэтому здесь целесообразно рассмотреть только направления, которые имели место в экспериментально-теоретических

разработках при изучении трещиностойкости и влияния на нее предварительного обжатия бетона.

Исследованиями железобетонных элементов на изгиб с кручением занимались такие ученые: Т.Н. Азизов [3–12], С.А. Арзамасцев [14], Е.М. Бабич [15,16], А.Я. Барашиков [20], З.Я. Блихарский [29], В.М. Бондаренко [30], П.Ф. Вахненко [34], В.А. Вернигор [36], А.И. Демьянов [58–64], С.С. Дюрменова [69], М.С. Жорняк [73], А.С. Залесов [74–77], Х. Ш. Каломов [81], Б.В. Карабанов [82], Н.И. Карпенко [83–85], Д.Х. Касаев [86–88], А.Н. Клюка [93], Вл. И. Колчунов [99, 100, 102, 104–112], Г.Дж. Коуэн [115], А.М. Кузьменко [121], Н. Н. Лессиг [123–125], И.М. Лялин [126, 127], В.И. Морозов [130], А.А. Покусаев [136, 137], В.В. Родевич [139], Л.К. Руллэ [140], А.С. Сальников [61, 64, 108, 112, 141, 142, 194], Л.Ф. Фалеев [159], К. Юдин [168], Т.С. Hsu [184, 185] Е. Rausch [192] и др.

В этих работах достаточно широко освещены проблемы железобетона и сталежелезобетона, но значительное количество практически и теоретически важных задач все же нуждаются в решении.

Сталежелезобетонные изгибаемые элементы, армированные листовой арматурой без защитного слоя, открывают новые направления развития конструкций и освещены авторами: Т.Н. Азизовым [3–12], Ю.Г. Аметовым, А. П. Васильевым, Р. Воронковым, М.Е. Гибшманом [47], В.И. Козарем, Ф.Э. Клименком, В.М. Барабашом, А.В. Сколибогом, Р.И. Кинашом [89], Вл. И. Колчуновым [99, 100, 102, 104–112], Л.И. Стороженком [153], А.В. Семком [145, 146], Л. Фомицей, Е.Д. Чихладзе [163], А.Л. Шагиным [164, 165], А.Д. Шеховцевым, R. Bergman, J. Nie, B.J.G. Barr [172], A. Bishara, C. Cai, C.E. Chalioris [175], M.P. Collins [176], H.J. Cowan [177], A. Deifala, K. Sennah, J.Wahba, S. Sener, H.F. Abusiaf и др. [173, 178, 179, 181–197 и др].

В разное время вопрос совместной работы сборных и монолитных железобетонных перекрытий изучали Е.В. Авласко [1], Т.Н. Азизов [3–12], Р.Л. Айвазов, А.В. Алексеев, К.М. Арзуманян, Е.М. Бабич [15, 16], В.Н. Байков [17], А.Я. Барашиков [20], З.Я. Блихарський [29], А.И. Верещага [35],

Б. Гнидец [48], В.С. Дорофеев [66, 67], С.А. Дмитриев [65], В.Г. Крамар, С.Ф. Клованич [92], А.С. Савченко, А.В. Семко [145, 146], А.Г. Смоляго [149, 150], А.Л. Шагин [164, 165] и другие [173, 182, 189, 195, 196 и др.].

В этих работах было доказано, что при расчетах конструкций, без учета совместной их работы, игнорируется факт возникновения перераспределения усилий и изменений жесткости элементов в связи с образованием трещин. Такой подход не позволяет достоверно запроектировать элементы, работающие в системе перекрытий. Показано, что на перераспределение усилий между отдельными элементами существенно влияет как изгибная, так и крутильная жесткость.

Напряженное состояние конструкций каркасов и перекрытий зданий, возникает при изгибе с кручением – это одно из самых сложных явлений в железобетоне. При этом, кручение в элементах возникает как вторичный силовой фактор, чаще всего, в силу совместной работы в каркасе здания.

Несмотря на широкое применение железобетона и сталежелезобетона в России и странах ближнего зарубежья, в действующих в настоящее время различных нормах не предлагаются четкие методики расчета сталежелезобетонных балок, работающих на изгиб с кручением, а рекомендации для расчета таких конструкций находятся в стадии разработки. Они содержат только расчет потери устойчивости из плоскости при кручении с изгибом.

Расчет по ДБН В.2.6-160:2010 «Сталезалізобетонні конструкції» [113] и по СП 266.1325800.2016 «Конструкции сталежелезобетонные. Правила проектирования» учитывают действие моментов кручение только для модели U-образной формы. Расчет включает в себя определение крутильной жесткости  $k_s$  на единицу длины стальной балки на уровне верхней стальной полки, через определение изгибной жесткости стальной стенки и изгибной жесткости комбинированной плиты в направлении, перпендикулярном стальной балки.

В нормативных документах Украины, например ДБН В.2.6.-98.2009 «Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення»[24] расчет железобетонных элементов на кручение представлен в сокращенном варианте, со ссылками на нормативный документ [25]. В этих нормативных документах приняты следующие предпосылки для расчета железобетонных элементов на кручение:

- в случаях, когда статическое равновесие конструкции зависит от сопротивления кручению элементов конструкции, тогда необходимо выполнять полный расчет на кручение, который охватывает предельные состояния первой и второй групп;
- если в статически неопределенной конструкции кручение возникает только как результат совместности, а устойчивость конструкции не зависит от сопротивления кручению, то нет необходимости учитывать кручение при проверке предельного состояния по несущей способности и устойчивости. В таких случаях необходимо предусматривать минимальное армирование в виде хомутов и продольных стержней для предотвращения чрезмерного трещинообразования;
- сопротивление сечения кручению можно определить на основе замкнутого тонкостенного сечения, в котором равновесие обеспечивается замкнутым распределением смещения. Сплошные сечения можно моделировать эквивалентными тонкостенными сечениями. Поперечные сечения сложной формы, например, Т-образные, могут разделяться на несколько составных сечений, каждое из которых может моделироваться эквивалентным тонкостенным, а общее сопротивление кручению принимается как сумма сопротивлений отдельных элементов;
- распределение действующих крутящих моментов в отдельных составляющих сечениях должно осуществляться пропорционально их крутящей жесткости без трещин. Для несплошных сечений эквивалентная толщина стенки не должна превышать фактической толщины;
- каждое отдельное составное сечение может рассчитываться отдельно.

Вместе с тем, нормы Белоруссии, предлагают рассчитывать элементы, работающие на кручение с изгибом, на основе модели пространственного сечения. Так, в СНБ 5.03.01-02 [28] (на смену советского СНиП 2.03.01-84\* [26]), показано, что при воздействии на элемент крутящих моментов разрушение происходит по пространственному сечению, образованному спиральной трещиной и замыкается сжатой зоной, расположенной под углом  $\theta$  к продольной оси элемента. Расчет пространственного сечения выполняют из условия равновесия моментов всех внешних и внутренних сил в плоскости, нормальной к линии, ограничивающей сжатую зону пространственного сечения, относительно оси, перпендикулярной этой плоскости и проходящей через точку приложения равнодействующей усилия в сжатой зоне.

При расчете элементов, работающих на кручение с изгибом, должно выполняться условие:

$$T_{sd} \leq 0,1\alpha \cdot f_{cd} \cdot b^2 \cdot h, \quad (1.1)$$

где  $b$ ,  $h$  – соответственно меньший и больший размеры сторон поперечного сечения элемента;  $f_{cd}$  – расчетное значение прочности бетона на сжатие;  $\alpha$  – коэффициент.

Значение  $f_{cd}$  для бетона классов выше С25/30 (В30) принимается как для бетона класса С25/30 (В30).

Расчет пространственного сечения на действие кручение с изгибом необходимо выполнять из условия:

$$T_{sd} \leq f_{yd} \cdot A_{s1} \cdot \frac{1 + \eta \cdot \delta \cdot \lambda^2}{\eta_q \cdot \lambda + \chi} \cdot (d - 0,5 \cdot x) \quad (1.2)$$

До появления новых норм России - СП 63.13330. 2012, СНиП 52-01-2003 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения», Украины - ДБН В.2.6-98: 2009 «Бетонні та залізобетонні конструкції» [24], и норм Белоруссии [28] расчеты и проектирование сталежелезобетонных

конструкций осуществлялось в основном по СНиП 2.03.01-84\* „Бетонные и железобетонные конструкции” [26] и практическим пособиям к ним.

Эти нормативные документы позволяют ответить далеко не на все вопросы даже по использованию железобетона и сталежелезобетона в строительстве.

В инженерной практике используются методы расчета сжелезобетонных и сталежелезобетонных конструкций как нормативные [113, 114], так и более широко принятые при проектировании [3–12, 16, 20, 134, 145, 146, 153, 155 и др.].

Если фактическая толщина бетона в балке с частично обетонованием стальным профилем оказывается меньше  $x$ , то такой элемент рекомендуется проверять по прочности приведенного сечения через коэффициент  $\alpha_s = E_s / E_b$ .

Значительный объем научно-исследовательских работ по изучению напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов при сложных видах деформации, в том числе на кручение с косым изгибом, был выполнен в 60–80-е годы в Полтавском национальном техническом университете имени Юрия Кондратюка (Украина) П.Ф. Вахненком [34], Л. Фалеевым [159], Л.И. Сердюком, А.Н. Кузьменком [121], М.С. Жорняком [73], Л. Каценком и других под руководством М.С. Торяника [155]. На основании выполненных исследований были разработаны методики оценки напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов.

А.Н. Кузьменко [121] и М.С. Жорняк [73] предложили при определении несущей способности и трещиностойкости пространственного сечения, кроме продольной арматуры, учитывать все три ветви поперечной арматуры, которые пересекаются наклонной трещиной разрушения, а сжатую зону бетона располагать под углом  $\alpha$ . В указанных работах авторов, а также в других теоретических и экспериментальных исследованиях показано влияние пространственной работы перекрытий, мостов и других статически неопределенных конструкций на их напряженно-деформированное

состояние. В свою очередь на перераспределение усилий между отдельными элементами таких систем влияют как жесткость на изгиб, так и жесткость на кручение, что при обычном способе проектирования не учитывается.

С.В. Шкиренко [167] в своей диссертационной работе достаточно глубоко исследовал трубобетонные элементы на кручение и кручение с изгибом, но в работе рассмотрены только замкнутые трубобетонные элементы.

А.Н. Клюка [93, 94] предложила свой метод расчета прямоугольных железобетонных сечений на изгиб с кручением, ее методика опирается на нормы СНиП [26] и предназначена только для железобетонных элементов с одиночным или двойным армированием.

Д.В. Кочкарев [116–118] занимался разработкой практически ориентированных методов расчета железобетонных конструкций с сохранением физической сути расчетных параметров, опираясь на фундаментальные положения сопротивления материалов. Однако в его работах не исследованы элементы, которые работают на изгиб с кручением.

## **1.2. Трешиностойкость железобетонных элементов при совместном действии крутящего и изгибающего моментов**

**Анализ исследований С.Д. Семенюка.** В исследованиях автора [144 и др.] даётся обоснование расчёта железобетонных балок прямоугольного сечения при совместном действии поперечных сил, крутящих и изгибающих моментов. Решая проблему обеспечения надёжности и качества объектов строительства в Республике Беларусь, авторы подчёркивают крайнюю необходимость расчёта железобетонных конструкций, подверженных кручению с изгибом. Отмечается актуальность проведения экспериментальных и теоретических исследований прочности бортовых балок железобетонных фундаментов из перекрёстных лент, балок открытых крановых эстакад и путепроводов, балок в пространственных рамных конструкциях и прогонах монолитно связанных с второстепенными

опорными конструкциями, так как сопротивление таких элементов при кручении сравнительно ниже, чем при изгибе. Используя тензор напряжений для изгиба, поперечной силы, крутящего момента и совместного воздействия этих факторов, в работах автора представлено общее положение исследования работы пространственных сечений железобетонных балок прямоугольного сечения, включающее анализ их напряжённого состояния для трёх основных характерных случаев.

Современные методы расчёта железобетонных конструкций должны учитывать максимальное соответствие расчётной схемы и реальной конструкции с учётом пространственного характера работы сооружения или системы. Как уже отмечалось, отдельные балки пространственных систем из железобетона работают в общем случае на поперечный изгиб с кручением (рис. 1.3).

Рассмотрим подробнее работу балки прямоугольного сечения для начала анализа в упругой стадии. В общем случае балки пространственных систем имеют: одно сечение, где  $V_z=0$ ;  $M_y = M_y^{max}$ ; и два сечения, где  $M_y=0$  (рис. 1.3, *а*). Отметим также, что, например отдельные балки фундамента из перекрестных лент (его расчетная схема – система перекрестных балок на упругом основании) работают в общем случае на поперечный изгиб с кручением (рис. 1.3, *б*). Здесь также каждая балка системы перекрестных балок на упругом основании имеет: одно сечение, где  $V_z=0$ ;  $M_y = M_y^{max}$ ; два сечения, где  $M_y=0$  (см. рис. 1.3, *б*).

От действия только изгибающего момента  $M_y$  (рис. 1.4, *б*) напряжённое состояние любой точки поперечного сечения описывается тензором напряжений, который имеет:

$$T_i = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.3)$$

где  $\sigma_x = \frac{M_x}{I_x} \cdot z$ .

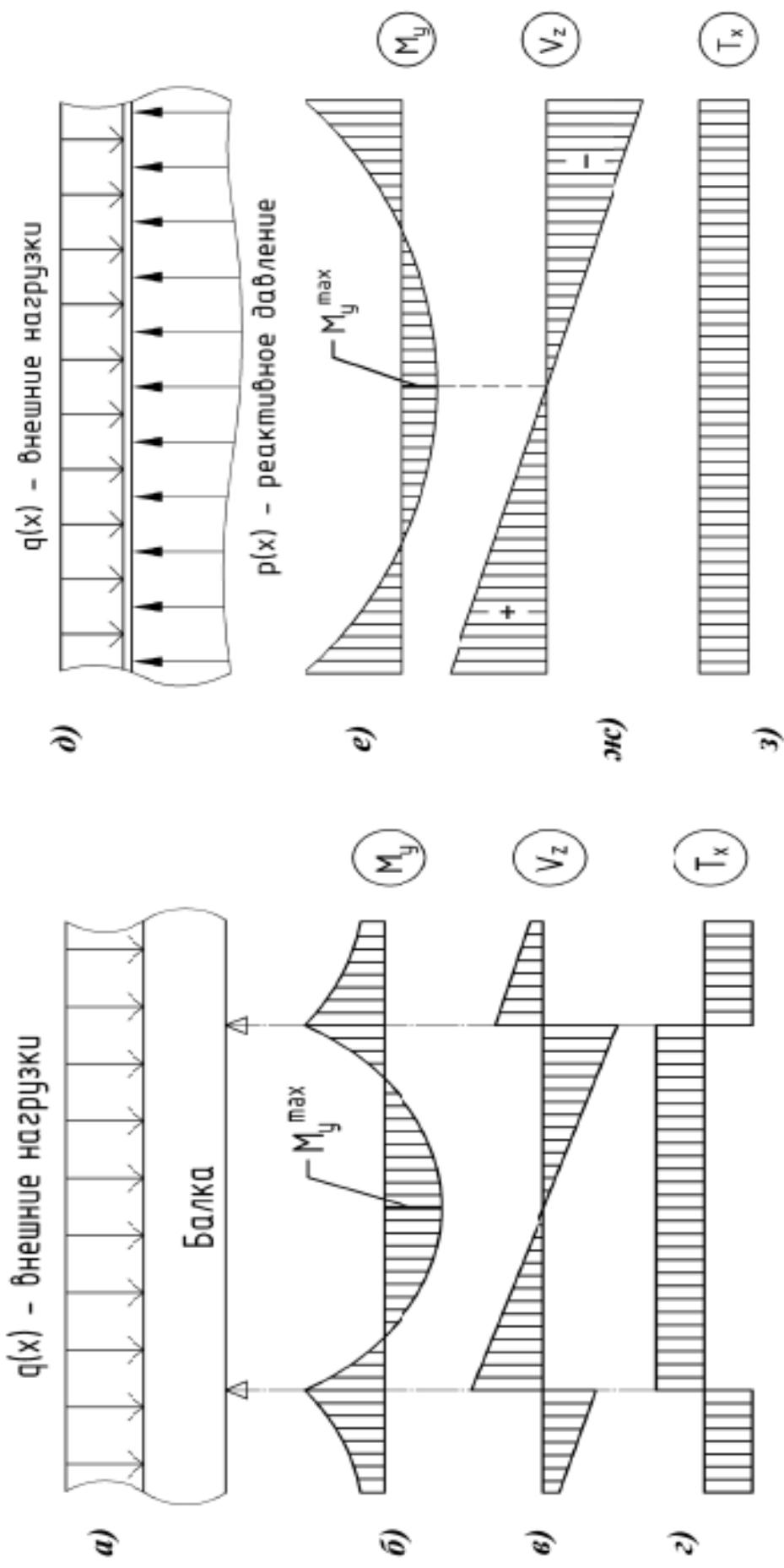


Рис. 1.3. Балка пространственной системы (a) с эпюрами усилий в ней (б)–(г) и балка из системы перекрестных фундаментных лент (б) с эпюрами усилий в ней (е)–(3)

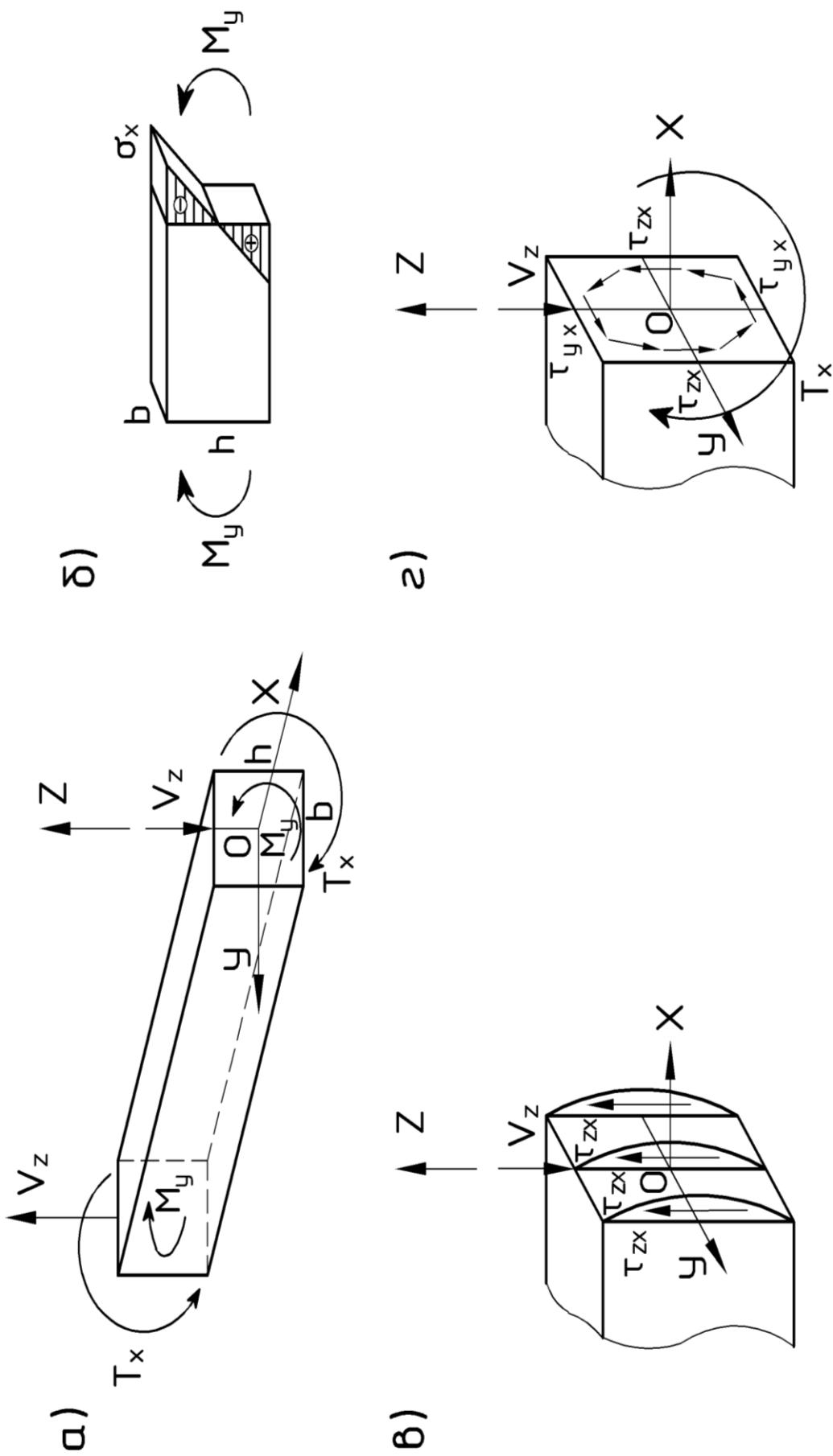


Рис. 1.4. Внутренние усилия в поперечном сечении пространственного стержня: *а* – общая схема; *б* – от действия изгибающего момента; *в* – от действия поперечной силы; *г* – от действия кручущего момента;  $M_y$  – изгибающий момент;  $T_x$  – кручящий момент;  $V_z$  – поперечная сила;  $b, h$  – размеры сечения

Соответствующий тензор напряжений от действия только поперечной силы  $V_z$  (рис. 1.4,  $\sigma$ ), принимает вид:

$$T_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.4)$$

где  $\left( \tau_{xz} = \frac{V_z \cdot S_{oy}}{b \cdot I_y} \right) \cdot z.$

От действия только крутящего момента  $T_x$  (рис. 1.3,  $\sigma$ ) тензор напряжений, описывающий напряжённое состояние записывается в виде:

$$T_i = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.5)$$

где  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$  – определяются формулами теории упругости в виде быстросходящихся рядов.

Таким образом, напряжённое состояние в любой точке прямоугольного сечения балки, испытывающей деформацию плоского изгиба с кручением, описывается тензором напряжений:

$$T_i = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.6)$$

Для определения величин и направлений главных напряжений определяются инварианты напряжённого состояния. Для тензора напряжений (1.6):

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_x \\ I_2 &= \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 = -\tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 < 0 \\ I_3 &= |T_i| = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

Главные напряжения находятся из решения кубического уравнения:

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0. \quad (1.8)$$

$$\sigma^3 - \sigma_x \sigma^2 - (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2) \sigma = 0. \quad (1.9)$$

Теперь, для более глубокого анализа сущности расчета, рассмотрим ниже каждый из характерных случаев, реализуемых в различных сечениях пространственных стержней (см. рис. 1.3), в отдельности.

*Случай 1.* Рассмотрим сечение балки, на которое действует крутящий момент  $T_x$  и максимальный изгибающий момент  $M_y^{max}$  (рис. 1.5,  $\delta$ ). Напряженное состояние любой точки этого сечения описывается тензором напряжений  $T_h$ , отличающемуся от (1.6) только значениями касательных напряжений, – здесь они вызваны только крутящим моментом. При этом для каждой из четырех характерных точек сечения с наибольшими касательными напряжениями, будем иметь:

$$T_i^A = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad T_i^{AI} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad T_i^{AI} = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.10)$$

Таким образом, в точках  $B$  и  $B'$  прямоугольного сечения реализуется состояние чистого сдвига. В этих местах главные напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  направлены под углом  $45^\circ$  к осям  $OX$  и  $OZ$  и лежат в плоскости, параллельной  $XOZ$ .

Главные напряжения  $\sigma_2 = 0$ . Если считать, что  $b < h$ , то  $\tau_{xy} < \tau_{xz}$ , и может получиться, что первая трещина образуется точках  $B$  и  $B'$ . Рассмотрим этот вопрос подробнее. Для точки  $A$  (не для точки  $A'$ , где бетон работает на растяжение!) последовательно находим главные напряжения:

$$\left. \begin{aligned} I_1^A &= \sigma_x (< 0) \\ I_2^A &= -\tau_{xy}^2 (< 0); \quad \sigma^3 - \sigma_x \sigma^2 - \tau_{xy}^2 \sigma = 0 \\ I_3^A &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{xy}^2}; \quad \sigma_2 = 0; \quad \sigma_{31} = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{xy}^2}. \quad (1.12)$$

Если учесть, что  $\sigma_x < 0$ , то очевидно, для точки  $A$   $\sigma_1 < |\tau_{xy}|$ , а так как  $b < h$ , то напряжение в точке  $B$  будет больше напряжения в точке  $A$  (оба – растягивающие)  $\sigma_1^B < \sigma_1^A$ . Отсюда следует вывод, что при действии крутящего и изгибающего моментов трещины образуются посередине

вертикальной стороны балки, и их плоскость перпендикулярна плоскости  $XOZ$  и составляет  $45^\circ$  с осями  $OX$  и  $OZ$  (рис. 1.5, *a* и рис 1.5, *б*), так как направляющие косинусы

$$l = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad m = 0; \quad n = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad l^2 + m^2 + n^2 = 1. \quad (1.13)$$

В соответствии с уравнением (12) производим проверку направляющих косинусов:

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1, \quad (1.14)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 0^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1,$$

что и подтверждает их правильность.

*Случай 2.* Рассмотрим сечение балки с  $M_y=0$  и при совместном действии поперечной силы и крутящего момента. Напряженное состояние каждой точки такого сечения (рис. 1.5, *в*) описывается тензором напряжений  $T_1$ , который представляет собой сумму тензоров (1.4) и (1.5) с суммированием касательных напряжений  $\tau_{xz}$ , вызванных поперечной силой  $V$  и крутящим моментом  $T_x$ . Исходя из этого (рис. 1.5, *в* и рис. 1.5, *а*), можно сделать вывод, что первая трещина образуется в точке  $B$  под углом  $45^\circ$  к продольной оси балки и становится винтовой, последовательно огибая  $A$  и  $A'$ , а затем и  $B'$ , так как все эти точки находятся в условиях чистого сдвига.

*Случай 3.* Рассмотрим общий случай сечения при совместном действии изгибающего и крутящего моментов и поперечной силы. Напряженное состояние любой точки такого сечения (рис. 1.5, *г*) описывается тензором напряжений (1.6). Можно отметить, что направление  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  в точках  $B$  и  $B'$  подобно направлению  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  в случае, представленном на рисунке 3,в.

Величины  $\sigma_1$  в точке  $A$  удовлетворяют неравенству  $\sigma_1 < |\tau_{zx}|$ .

Поэтому первая трещина образуется в точке  $B$  и будет направлена, как изображено на рис. 1.5, *а*. Далее справедливо все, отмеченное для случая 1. Следовательно, при совместном действии изгибающего и крутящего

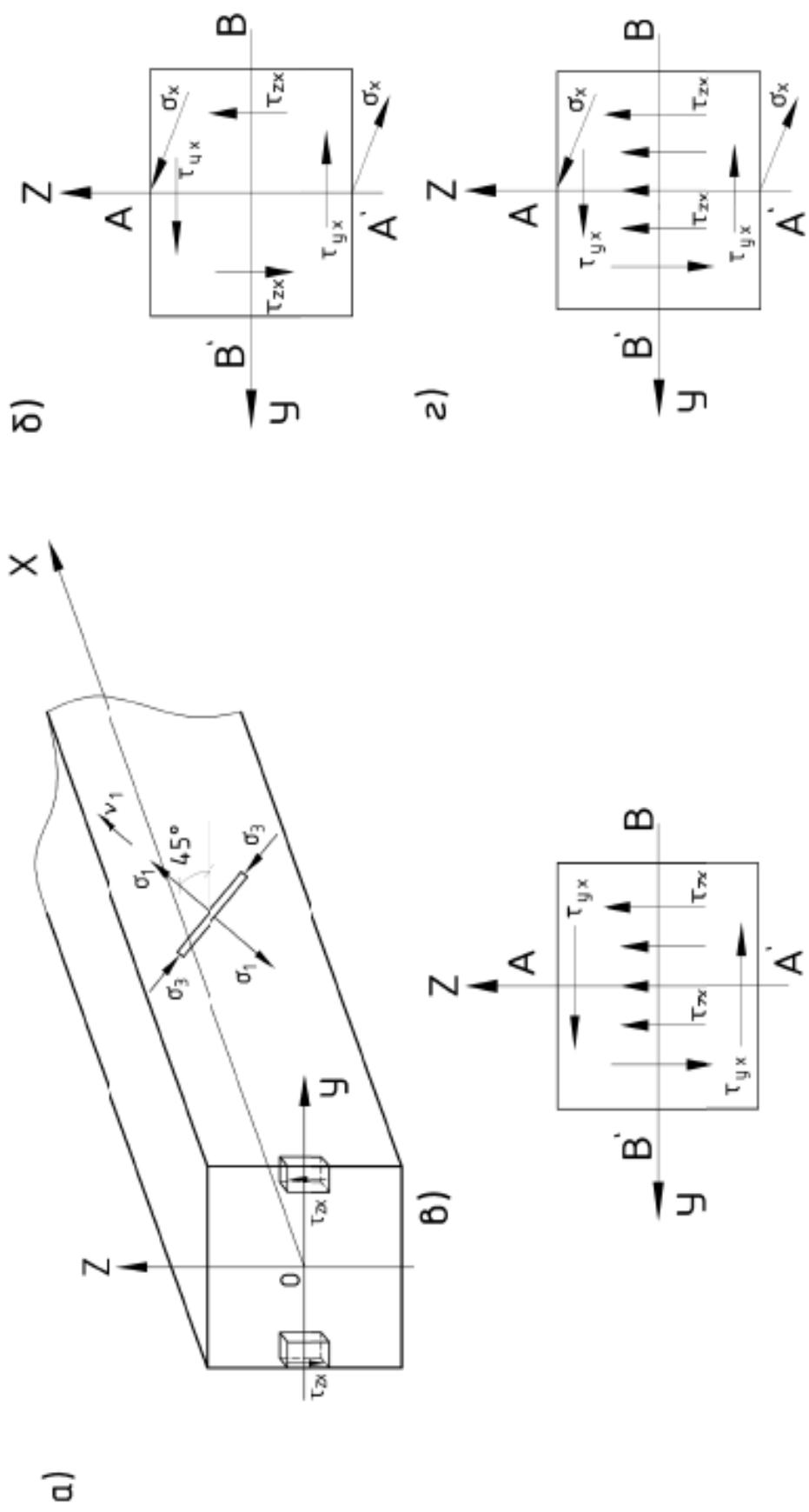


Рис. 1.5. К образованию пространственной трещины в балке прямоугольного сечения в упругой стадии при совместном действии крутящего и изгибающего момента и поперечной силы: *a* – общая схема; *б* – характерное распределение напряжений в поперечном сечении балки от действия крутящего и изгибающего момента; *в* – характерное распределение касательных напряжений в поперечном сечении балки при совместном действии поперечной силы и крутящего момента; *г* – характерное распределение напряжений в в поперечном сечении балки при совместном действии изгибающего и крутящего момента и поперечной силы

моментов и поперечной силы на балку прямоугольного сечения, первая трещина образуется в середине высоты сечения и направлена под углом  $45^\circ$  к продольной оси элемента.

Далее, несмотря на верно выполненный анализ напряженно – деформированного состояния в упругой стадии, автор при попытке распространить его на неупругую стадию, допускает ряд ошибочных утверждений. Он пишет: «Для того, чтобы обобщить полученные выше результаты для случая работы материала сечения в неупругой стадии, нам следует лишь *предположить*, что при работе в неупругой стадии не меняется вид напряженного состояния, то есть каждая балка работает на поперечный изгиб с кручением. Это предположение, безусловно, справедливо, поэтому все вышеперечисленные выводы будут справедливы и для неупругой работы балок системы.». Однако здесь следует заметить, что хотя в неупругой стадии и не меняется характер внешних воздействий, – каждая балка действительно работает на поперечный изгиб с кручением, но изменяется распределение эпюр внутренних деформаций и напряжений в различных поперечных сечениях, вызванное их пластическим перераспределением. Так, например, эпюра касательных напряжений в растянутой зоне железобетонного элемента перед образованием трещин видоизменяется вслед за эпюрой постоянных нормальных напряжений и т.п. Это может привести к тому, что точка образования трещин с середины боковой грани сечения переместится на нижнюю грань, а в общем случае, при учете поля местных напряжений – будет неизвестной. Такое положение вещей безусловно требует проведения дополнительных научных исследований и в первую очередь, конечно же, – экспериментальных.

**Метод условной трубы.** Сопротивление железобетонного элемента уподобляется условной трубе и крутящий момент воспринимается потоками сдвигающих напряжений в стенках трубы. Теория расчета базируется на результатах опытов, о том, что сопротивление сплошного сечения

железобетонной конструкции при кручении приближается к сопротивлению железобетонных конструкций, имеющих полое сечение.

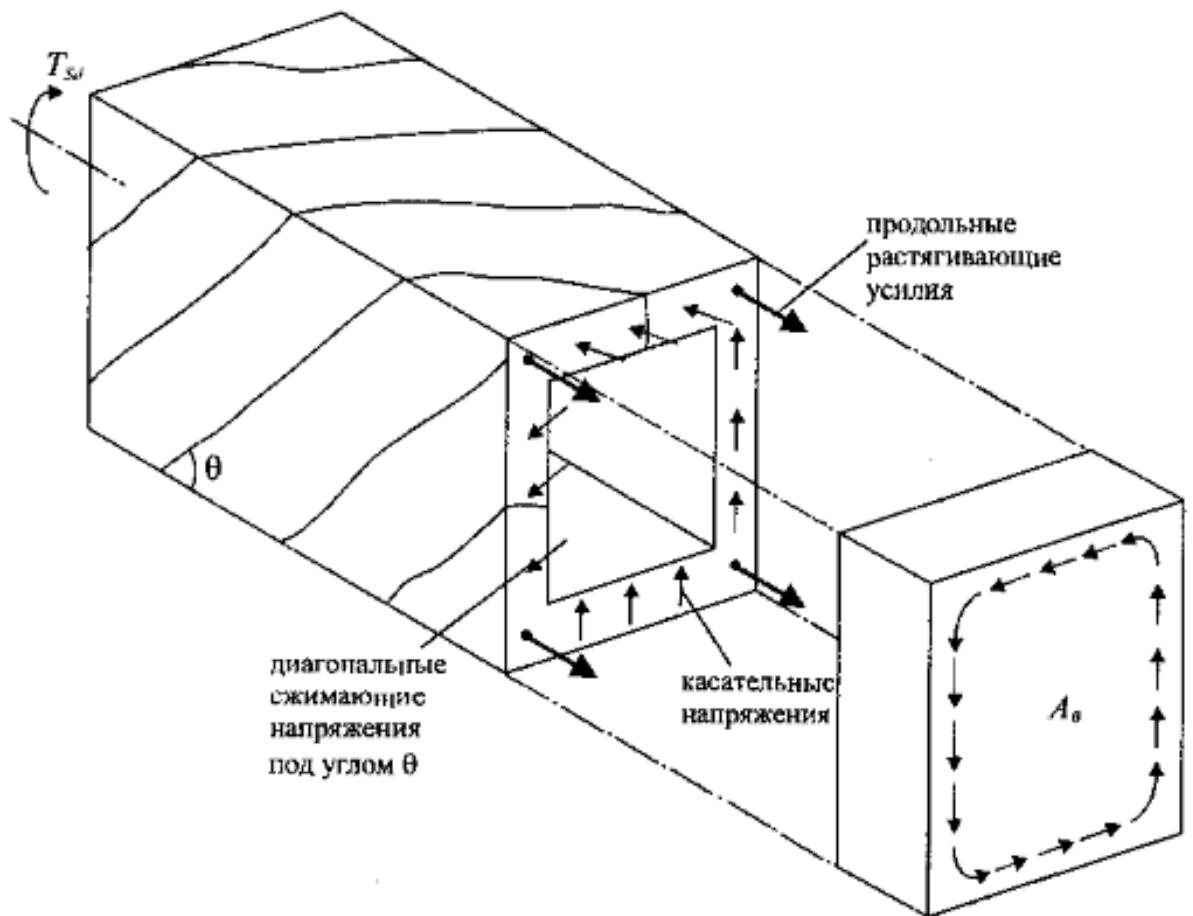


Рис. 1.6. К расчету прочности железобетонных элементов при кручении по методу тонкостенной трубы

Из условия равновесия для такой пространственной системы, Е. Рауш [192], получил зависимости для оценки сопротивления элементов кручению, которые армированы замкнутыми хомутами:

$$T_n = 2 \cdot \frac{A_l \cdot A_t \cdot f_{ty}}{s} \quad (1.15)$$

где  $A_l$  – площадь сечения, ограниченная осями хомутов;

$A_t$  – площадь поперечного сечения одного арматурного хомута;

$f_{ty}$  – предел текучести арматуры хомутов;

$s$  – шаг замкнутых хомутов.

Предложенная формула существенно завышает (на 30..50%) действительное сопротивление (в частности прочность конструкции), сопротивляющейся кручению. Вследствие этого, предложенная формула неоднократно корректировалась теми или иными параметрами, приведенными в работе [86].

В зарубежных нормах на основе модели тонкостенной трубы – аналоге пространственной фермы достаточно часто используются такие подходы, хотя они весьма приближены.

Конструкция сплошного сечения при кручении рассматривается до трещинообразования как тонкостенная труба, имеющая коробчатое поперечное сечение в балочной конструкции (рис. 1.6).

После трещинообразования в балочной конструкции при кручении, в ее пространственном сопротивлении участвуют в основном замкнутые хомуты и продольная арматура, расположенная у наружных граней ее поперечного сечения. Расчетная модель тонкостенной трубы строится на рабочей предпосылке о том, что сопротивление кручению обеспечивается контурным слоем поперечного сечения, равномерно рассредоточенным в замкнутых хомутах [30]. Коробчатое и сплошное сечения моделируются тонкостенной трубой до и после образования винтообразных трещин.

**Метод расчета коробчатых сечений.** В подходе принятом Б.Е. Улицким [137] коробчатый элемент делится на отдельные пластины (рис. 1.7 и рис. 1.8).

По линиям сечения в общем случае будут действовать неизвестные усилия  $S(x)$ ,  $T(x)$ ,  $H(x)$ , и моменты  $m(x)$ .

Внешний момент  $M_t$ , неизвестные усилия  $T(x)$ ,  $S(x)$ ,  $H(x)$  и моменты  $m(x)$  удобно выразить, разложив их в ряды Фурье, в которых после определения неизвестных коэффициентов Фурье  $T_n$ ,  $S_n$ ,  $H_n$ ,  $m_n$ , получим законы изменения неизвестных функций  $T(x)$ ,  $S(x)$ ,  $H(x)$  и  $m(x)$ .

Теперь рассмотрим вертикальные перемещения для сечения 1:

$$W_{np}^1 = W_{np,Mt}^1 - W_{np,S1}^1 - W_{np,S4}^1 - W_{np,m1}^1 + W_{np,m4}^1, \quad (1.16)$$

где  $W_{np,Mt}^1; W_{np,S1}^1; W_{np,S4}^1; W_{np,m1}^1; W_{np,m4}^1$  – вертикальное перемещение правой кромки пластины 1 от соответствующего внешнего момента  $M_t$ ; сил  $S_1, S_4$ , погонных моментов  $m_1, m_4$ .

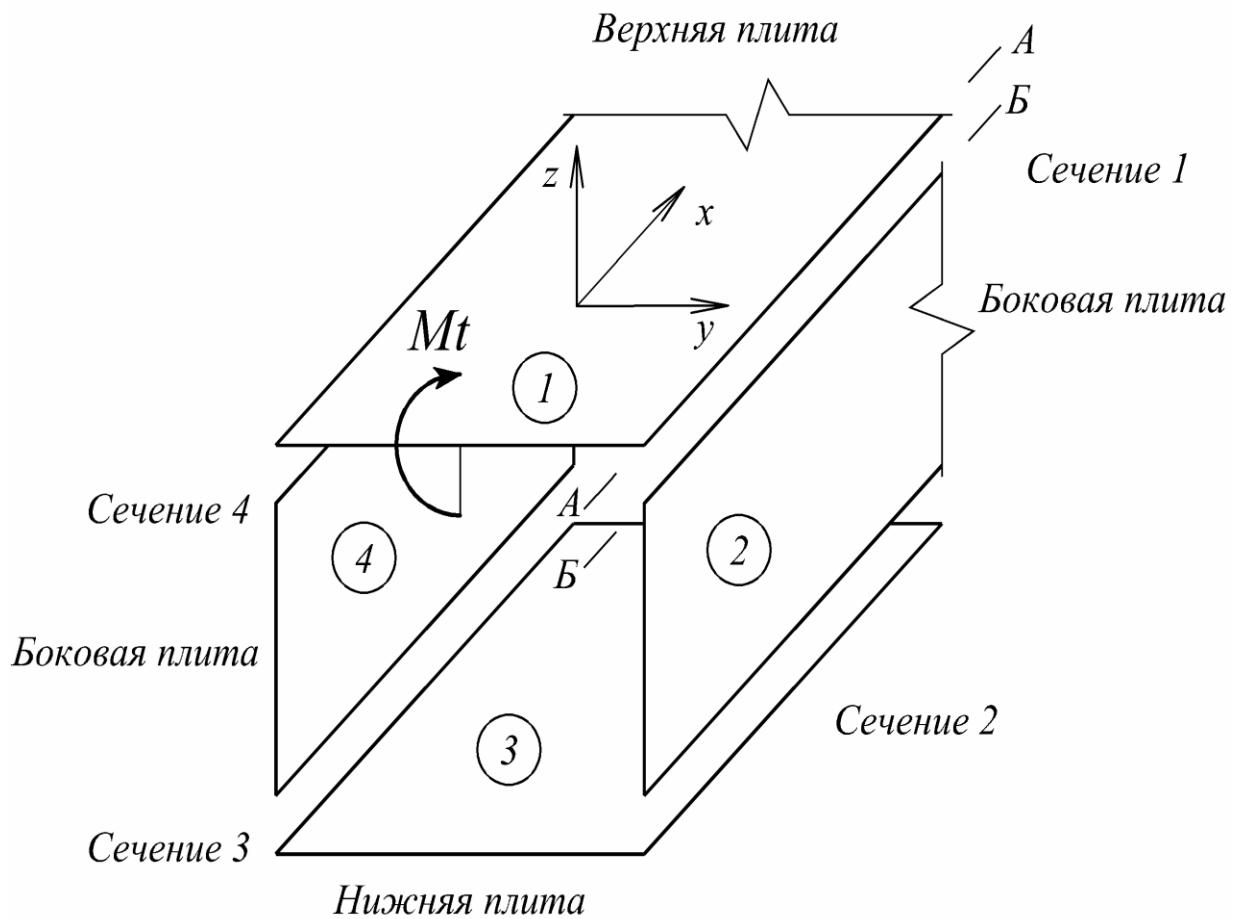


Рис. 1.7. Схема разделения коробчатого элемента на отдельные пластины

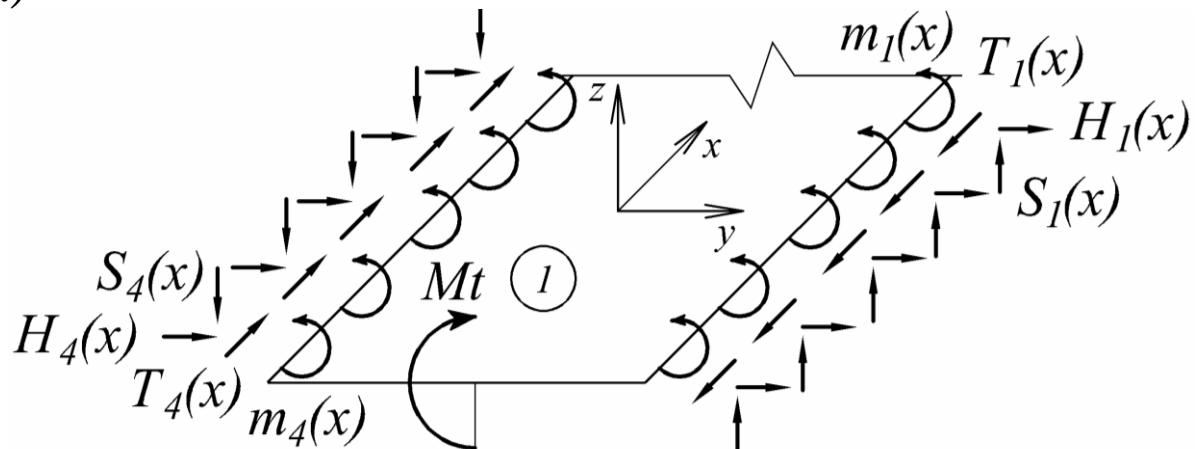
Вертикальное перемещение правой кромки пластины 2:

$$W_{np}^2 = W_{np,S1}^2 - W_{np,T1}^2, \quad (1.17)$$

где  $W_{np,S1}^2; W_{np,T1}^2$  вертикальное перемещение правой кромки пластины 2 от соответствующих сил  $S_1, T_1$ .

Используя условие совместности деформаций, приравниваются вертикальные перемещения для пластины 1 и пластины 2.

*a)*



*б)*

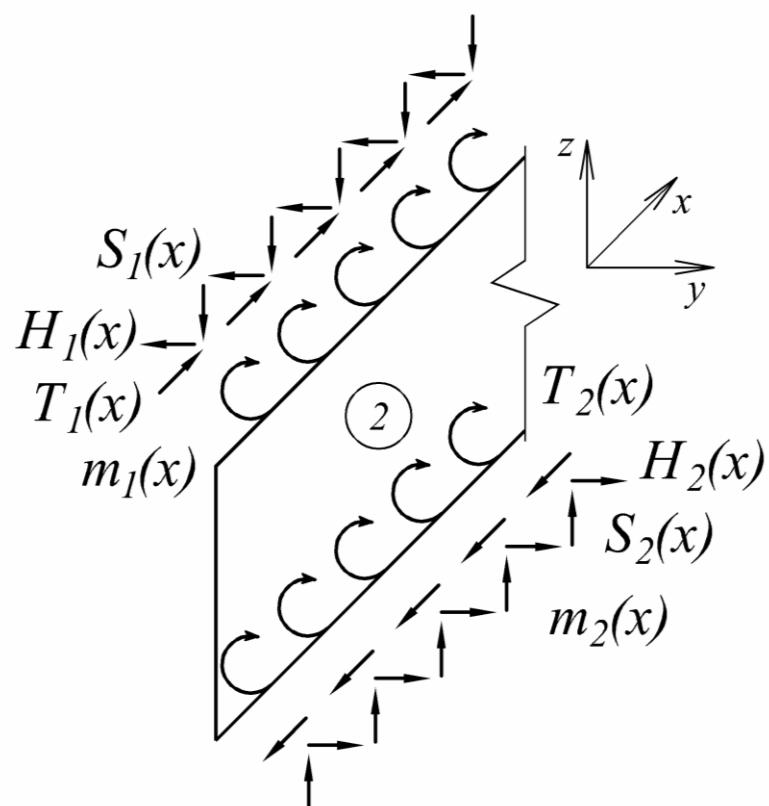


Рис. 1.8. Схема усилий, действующих по линиям разреза в верхней (*a*) и в боковой (*б*) пластинах

Угловые, поперечные и продольные перемещения определяются подобно вертикальным. В итоге записываются первые четыре уравнения системы для сечения 1 с угловыми перемещениями

$\Phi_{np,Mt}^1; \Phi_{np,SI}^1; \Phi_{np,S4}^1; \Phi_{np,m1}^1; \Phi_{np,m4}^1$  правой кромки пластины 1 соответствующих внешнему моменту  $M_t$ , силам  $S_1, S_4$  и погонным моментам  $m_1, m_4$ ; а также с угловыми перемещениями  $\Phi_{np,m1}^2; \Phi_{np,m2}^2; \Phi_{np,H1}^2; \Phi_{np,H2}^2$  правой кромки пластины 2 от погонных моментов  $m_1, m_2$ , сил  $H_1, H_2$ . В уравнениях также присутствуют поперечные перемещения правой кромки пластины 1  $V_{np,H1}^1; V_{np,T1}^1$  от соответствующих сил  $H_1, T_1$ ; и поперечные перемещения правой кромки пластины 2  $V_{np,H1}^2; V_{np,H2}^2; V_{np,m1}^2; V_{np,m2}^2$  от соответствующих сил  $H_1, H_2$ , погонных моментов  $m_1, m_2$ ; В этих же уравнениях содержатся продольные перемещения правой кромки пластины 1  $U_{np,H1}^1; U_{np,T1}^1$  от соответствующих сил  $H_1, T_1$ ; и продольные перемещения правой кромки пластины 2  $U_{np,T1}^2; U_{np,SI}^2$  от соответствующих сил  $T_1, S_1$ .

Вертикальные, продольные, поперечные и угловые перемещения для сечений 2,3,4 определяются аналогично как для сечения 1.

Составляющие системы уравнений определяются по методике Б.Е. Улицкого [137].

Подставляя условия константов в ряды, а ряды в уравнения, приравнивая соответствующие члены рядов в левых и правых частях этих уравнений, получена система шестнадцати линейных алгебраических уравнений для неизвестных коэффициентов Фурье искомых усилий.

Система уравнений без особой сложности решается с помощью программного комплекса Mathcad.

Обратная подстановка найденных числовых значений коэффициентов  $s_n, t_n, h_n, m_n$  в ряды, дает возможность определить искомые функции усилий  $S(x), T(x), H(x)$ , и моментов  $m(x)$ , которые нужно исследовать.

Преимуществом данного метода является то, что численное решение системы уравнений может быть получено при различных геометрических и физических параметрах задачи.

Недостатком данного метода является то, что учет нелинейных свойств бетона и различного вида трещин невозможен, потому что теория Б.Е. Улицкого [137] предусматривает, что отдельные элементы, на которые условно вскрывается блок между нормальными трещинами, рассчитываются по методам теории упругости как сплошное изотропное тело.

Известно, что важным отличием железобетонных элементов является образование в них нормальных трещин.

В настоящее время для определения НДС используются, как правило, численные методы [52, 92, 97 и др.], прежде всего МКЭ с применением программных комплексов (таких, как «Лира» и т.п.), но учет различного вида трещин и нелинейных свойств бетона резко усложняет решение такой задачи.

Для упрощения решения задачи профессором Т.Н. Азизовым [3–12] использован следующий подход. Для определения напряженно-деформированного состояния плитных конструкций принимается стержневая аппроксимация. Коробчатый элемент разбивается продольными плоскостями на отдельные пластины с одновременной разбивкой на условные единичные стержни (рис. 1.9) для возможности учета нелинейных свойств бетона и различного вида трещин.

Общая линия разреза сечения 1 от неизвестных усилий  $S_1(x)$ ,  $H_1(x)$ ,  $T_1(x)$  и моментов  $m_1(x)$  претерпевает соответствующие вертикальные, горизонтальные, угловые и продольные перемещения. При этом кривизна в вертикальном направлении (вторая производная вертикального перемещения) для верхней плиты зависит:

- от внешнего крутящего момента  $M_t$ ; от кручения силами  $S_1$  и  $S_4$ ; от кручения моментами  $m_1$  и  $m_4$ ; от сгиба плиты (условных стержней единичной ширины) в поперечном направлении силой  $S_1$ ;
- от изгиба плиты (условных стержней единичной ширины) в поперечном направлении моментами  $m_1$ ; от сгиба плиты в вертикальном направлении (как элемента) силами  $S_1$ ,  $S_4$ .

Вторые производные вертикальных перемещений для боковой плиты зависят от изгиба плиты в вертикальном направлении силами  $S_1, S_2$ ; от изгиба плиты касательными силами  $T_1, T_2$ ; от сжатия - растяжения силами  $S_1$ .

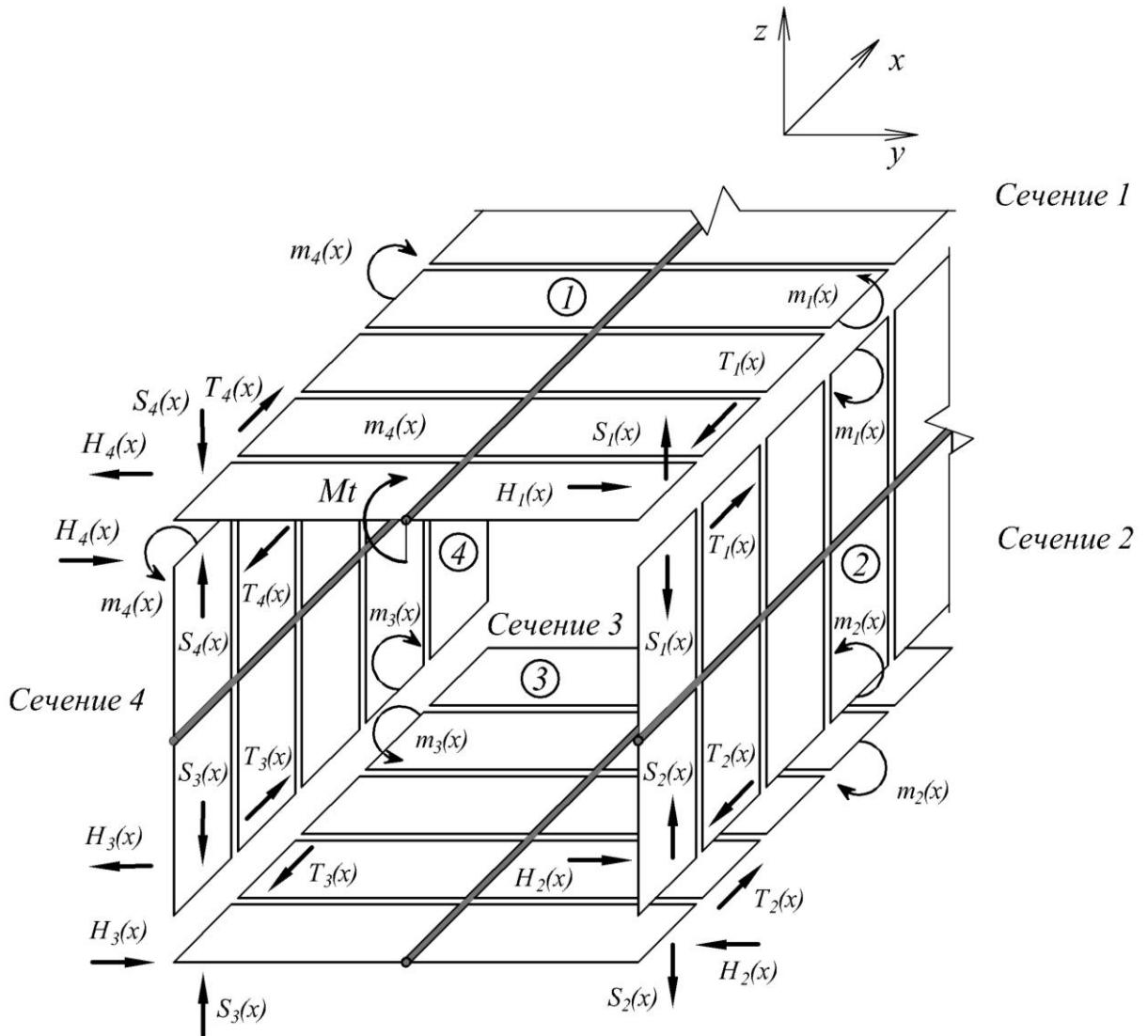


Рис. 1.9. Схема усилий, действующих по линиям разреза коробчатого элемента, разбитого на отдельные пластины с одновременной разбивкой на условные единичные стержни

Используя условие совместности деформаций для первой и второй пластины, получено первое дифференциальное уравнение системы для вертикальных перемещений сечения 1.

Угловые, поперечные и продольные перемещения определяются подобно вертикальным, как для сечения 1 так и для сечений 2, 3, 4.

Всего, таким образом, получается шестнадцать дифференциальных уравнений. Решение системы удобно осуществлять с помощью разложения неизвестных усилий в ряды Фурье.

Подставив ряды в систему дифференциальных уравнений и приравняв соответствующие члены рядов в левых и правых частях этих уравнений и сократив на  $\cos(a'x)$ , получена система линейных уравнений, где неизвестными будут коэффициенты рядов Фурье  $MS_n, m_n, MH_n, T_n$  искомых неизвестных усилий и моментов.

Эта система также без сложности решается с помощью программы *MathCAD*.

Преимуществом данного метода является то, что в расчетах можно учитывать различные виды трещинообразования и нелинейные свойства бетона. Недостатком является то, что полученные результаты являются приближенными.

#### *Анализ исследований С.Х. Байрамукова и С.С. Дюрменовой.*

Накопление большого количества экспериментально-теоретического материала [18, 19, 69] требует анализ разнообразных случаев разрушения и параметров, от которых зависят эти случаи, полученных в экспериментах. Актуальность анализируемых исследований, подтверждается их направленностью на совершенствование методики расчета трещиностойкости железобетонных конструкций сквозного сечения, при кручению и кручении с изгибом. При проведении этих исследований в основу была положена методика, разработанная Касаевым Д. Х. [86–88]. По этой методике теоретическое значение момента образования трещин опытной балки сплошного сечения предлагается определять по формуле:

$$T_{crc} = \left( 0,88 + 0,08 \cdot \frac{h}{b} \right) \cdot R_{bt} \cdot W_{T,pl}, \quad (1.18)$$

где  $W_{T,pl} = \frac{\sqrt{2}}{3,43} \cdot b \cdot h^2$  –упругопластический момент сопротивления образца сплошного сечения;  $b$  и  $h$  - ширина и высота поперечного сечения балки соответственно.

Как будет вести себя балка со сквозным отверстием под действием крутящего момента неизвестно. Поэтому автором и были осуществлены расчеты по трем вариантам:

первый вариант – расчет как сплошной балки по формуле (1.18);

второй вариант – расчет отдельно для каждой ветви балки с последующим удвоением результата, т. е. по формуле:

$$T_{crc} = 2 \cdot \left( 0,88 + 0,08 \cdot \frac{h}{d} \right) \cdot R_{bt} \cdot W_{T,pl,b}, \quad (1.19)$$

где момент сопротивления сечения ветви балки равен  $W_{T,pl} = \frac{\sqrt{2}}{3,43} \cdot d \cdot b^2$ ;

$$W_{T,pl} = \frac{\sqrt{2}}{3,43} \cdot b \cdot h^2.$$

$b$  и  $d$  – высота и ширина сечения ветви соответственно;

третий вариант – расчет по формуле (1) за вычетом размеров отверстия, т. е. по формуле

$$T_{crc} = \left( 0,88 + 0,08 \cdot \frac{2d}{b} \right) \cdot R_{bt} \cdot W_{T,pl}, \quad (1.20)$$

$$\text{где } W_{T,pl} = \frac{2 \cdot (J_{b0} + \alpha \cdot J_{sh} + \alpha \cdot J'_{sh})}{d - x} \cdot b \cdot h^2$$

$$J_{b0} = \frac{\sqrt{2} \cdot b \cdot x^3}{12} + \sqrt{2} \cdot b \cdot x \cdot \left( \frac{x}{2} \right)^2; \quad x = \frac{\alpha \cdot A_s \cdot (d - x) + d^2 \cdot \sqrt{b}}{\alpha \cdot A_s + 2\sqrt{2} \cdot b \cdot d};$$

$$J_{sh} = A_s \cdot (d - x - \Delta)^2; \quad S_{b0} = \sqrt{2} \cdot b \cdot x^2; \quad J'_{sh} = A_s \cdot (d - \Delta)^2.$$

$d$  – высота сечения ветви;  $b$  – ширина сечения балки.

За основу принимался тот вариант расчета, в котором получена наилучшая сходимость результатов опыта и расчета.

Анализ результатов сравнения показывает, что средние значения отношения опытных и теоретических моментов образования трещин опытных образцов серии I составляют для:

- варианта 1 - 0,775 при максимальных и минимальных значениях 0,96 и 0,63 соответственно.

- варианта 2 - 1,415 при максимальных и минимальных значениях 1,62 и 1,2 соответственно;
- варианта 3 – 1,28 при максимальных и минимальных значениях 1,44 и 1,09 соответственно;

Проведенный анализ показал, что наилучшая сходимость результатов расчета с опытными данными наблюдается в третьем варианте расчета элементов со сквозными отверстиями по трещиностойкости при кручении и поэтому он был принят за основу. При исследовании сквозных балок на действие изгиба с кручением в основу была положена методика, разработанная в исследовании [86–88].

Предложенный в работах [86–88] расчетный аппарат по трещинообразованию железобетона был разработан на основе метода графиков взаимодействия.

В результате проведенных исследований для элементов прямоугольного сечения была определена предельная область по образованию трещин при кручении с изгибом (рис. 1.10).

Эта область описывается следующими выражениями:

$$1) \text{ при } \psi < 0,65 \text{ и } M_{Tcrc} / M_{crc} < 2/3, T_{Mcrc} = T_{crc}; \quad (1.21)$$

$$2) \text{ при } 0,65 \leq \psi \leq 0,95, T_{Mcrc} = T_{crc} + M_{Tcrc} / M_{crc} = 5/3 \quad (1.22)$$

$$3) \text{ при } \psi > 0,95 \text{ и } T_{Mcrc} / T_{crc} < 2/3, M_{Tcrc} = M_{crc}, \quad (1.23)$$

$\psi = Mcrc \cdot b^2 / T_{Mcrc} \cdot h^2$  – соотношение между действующими моментами и моментами инерции сечения относительно главных осей.

Плотность образования трещин в балках со сквозными отверстиями при изгибе с кручением существенно выше, чем при кручении. Длина отверстия практически не оказывает заметного влияния на трещиностойкость элементов со сквозными отверстиями. Предложенная формула (1.20) позволяет, хотя и достаточно приближенно, оценить трещиностойкость железобетонных элементов со сквозными отверстиями при кручении.

Анализ показывает, что при интенсивном кручении с изгибом, изгиб не оказывает существенного влияния и трещиностойкость может определяться из расчета только на кручение, то есть по формуле (1.21).

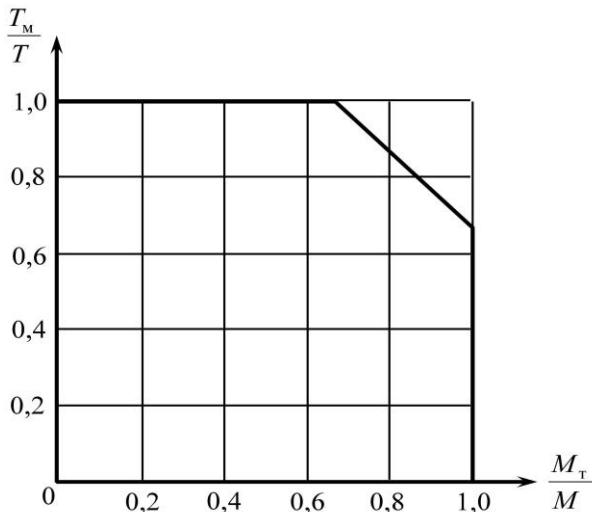


Рис. 1.10. График взаимодействия изгибающих и крутящих моментов при трещинообразовании можно произвести формулой (1.21), для элементов прямоугольного сечения.

Проведенными исследованиями установлено, что момент образования трещин при кручении балок со сквозными отверстиями опережал в среднем на 8...10 % момент образования трещин балки-эталона сплошного сечения.

По мнению авторов, что оценку трещиностойкости железобетонных элементов со сквозными отверстиями при интенсивном кручении с изгибом

**Схема В.Н. Байкова.** Рассмотрим участок железобетонного бруса, подверженный изгибу моментом  $M_H$ , действующим в плоскости  $YOZ$  (при отсутствии поперечной силы в нормальном сечении), и кручению моментом  $M_k$ , действующим перпендикулярно оси  $OZ$  (рис. 1.11, а).

Рассматривались брусья, армированные продольной и поперечной арматурой в таком количестве, что на границе несущей способности элемента арматура успевает достичь предела текучести (физического или технического), кроме того, крутящие моменты, численно не превышающие изгибающих,  $\frac{M_k}{M_H} \leq 1$ , поскольку рассматривается превалирующее действие изгиба над кручением, а не наоборот.

В изотропном сплошном брусе от крутящего момента в нормальных сечениях возникают касательные напряжения, компоненты  $\tau_x$  и  $\tau_y$  которых

изображены на рис. 1.11, б. Наибольшее значение  $\tau_x$  и  $\tau_y$  имеют на серединах сторон периметра нормального сечения и снижаются до нуля на сторонах сечения, перпендикулярных их направлениям. На каждом элементе  $ABC\bar{D}$  (с единичными размерами), выделенном на боковых сторонах бруса, действуют одновременно четыре касательных усилия  $\tau_y$  или  $\tau_x$ .

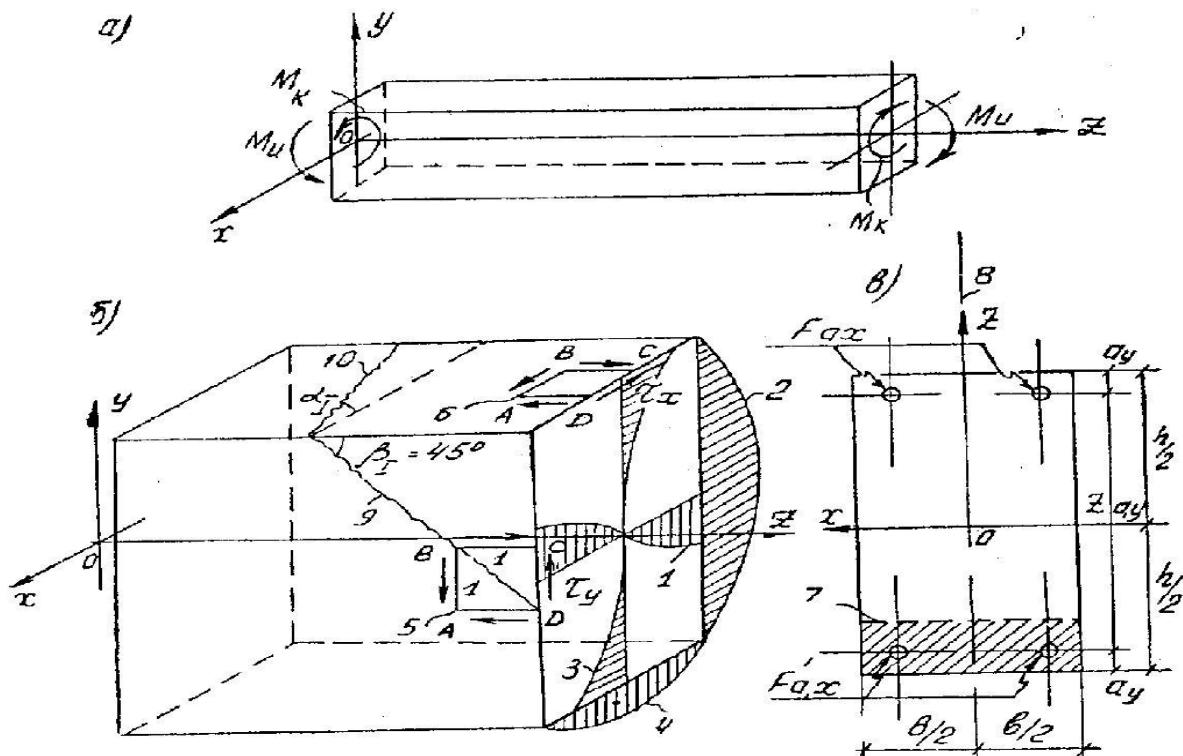


Рис. 1.11. Расчетные схемы бруса: *а* — общий вид; *б* — участок с эпюрами касательных напряжений и указанием направления трещин; *в* — поперечное сечение;

1 — эпюра  $\tau_y$  для сечения  $y=0$ ; 2 — то же, для сечения  $x=0$ ; 3 — эпюра  $\tau_x$  для сечения  $x=0$ ; 4 — то же, для сечения  $y=-h/2$ ; 5 — элемент единичных размеров, выходящий на сторону;  $x=b/2$ ; 6 — то же, на сторону  $y=h/2$ ; 7 — сжатая зона при действии  $M_H$ ; 8 — ось симметрии поперечного сечения бруса; 9 — направление наклонной трещины вследствие действия касательных напряжений  $\tau_y$  от кручения; 10 — то же, вследствие действия касательных напряжений  $\tau_x$  от кручения и нормальных напряжений от изгиба (на рис. не указаны)

Так может быть представлено пространственное напряженное состояние бруса, находящегося под действием крутящего момента  $M_k$ .

Напряжениям  $\tau_y$  соответствуют два главных нормальных напряжения, равные им по величине: одно из них — растягивающее, другое — сжимающее; направлены они под углом  $\alpha_{\text{эл.}I} = -\alpha_{\text{эл.}II} = -45^\circ$  по отношению к оси  $oz$ . Растягивающие главные напряжения являются причиной образования наклонных трещин в бетоне по сторонам  $x = b/2$  (рис. 1.11,  $\delta$ ); эти трещины на противоположных сторонах бруса, ориентированы перпендикулярно друг другу. Сжимающие главные напряжения на каждой боковой стороне бруса воспринимаются бетонными полосами, расположенными между соседними наклонными трещинами.

После образования трещин, подобно тому как это имеет место при изгибе, вследствие повышенной деформативности арматуры (вблизи трещин) в сравнении с деформативностью бетона, внутренние сжимающие напряжения в бетоне концентрируются в периферийных зонах сечения бруса. Сплошное сечение бруса начинает работать подобно полому, в котором «поток» касательных сил равномерно циркулирует по периферийным полосовым зонам бруса.

Крутящий момент  $M_{k,y}$  (часть полного крутящего момента  $M_k$ ) образованный суммированием действия касательных напряжений  $\tau_y$ , равновелик крутящему моменту  $M_{k,x}$ , образованному суммарным действием касательных напряжений  $\tau_x$ . Отсюда,

$$M_{k,x} = M_{k,y} = \frac{Mk}{2} \quad (1.24)$$

Моменты  $M_H$  и  $M_{k,x}$  могут быть геометрически сложены, поскольку оба действуют в плоскостях, перпендикулярных координатной плоскости  $XOZ$ :

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_{x,I}^{\text{ГЛ}} \\ \bar{M}_{x,II}^{\text{ГЛ}} \end{aligned} \right\} = \frac{\bar{M}_H}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\bar{M}_H}{2} \right)^2 + \bar{M}_{k,x}^2} = \frac{1}{2} \left( \bar{M}_H \pm \sqrt{\bar{M}_H^2 + \bar{M}_K^2} \right), \quad (1.25)$$

где

$$\bar{M}_H = \frac{M_H}{b}; \bar{M}_{k,x} = \frac{M_{k,x}}{b}.$$

Углы наклона главных моментов-векторов  $\alpha_I$  и  $\alpha_{II}$  находятся из соотношения:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 2\alpha_I \\ \operatorname{tg} 2\alpha_{II} \end{cases} = \mp \frac{2\bar{M}_{k,x}}{\bar{M}_H} = \mp \frac{M_K}{M_H}. \quad (1.26)$$

Угол  $\alpha_I$  на стороне  $y = h/2$  бруса определяет направление трещины, возникающей вследствие совместного действия изгиба и кручения; из-за наличия  $M_H$  он обычно значительно меньше  $45^\circ$ .

Значение суммарного главного момента-вектора, действующего в сечении, определяемом углом  $\alpha_I$  (рис. 1.12), равно:

$$M^{ГЛ}_{x,I} = \bar{M}^{ГЛ}_{x,I} \frac{b}{\cos \alpha_I} \quad (1.27)$$

Этому моменту соответствует равнодействующая усилий, которая должна быть воспринята арматурой в растянутой зоне:

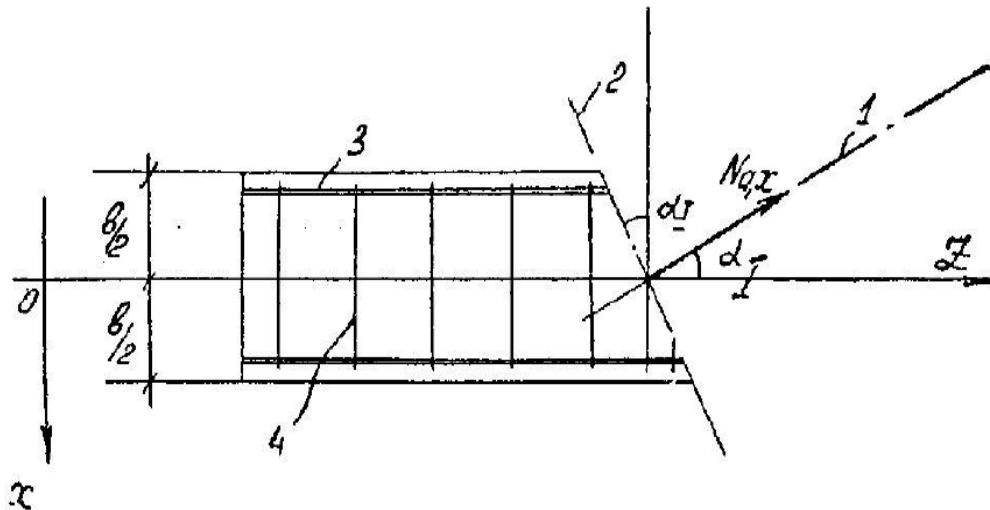


Рис. 1.12. Участок бруса:

1 — направление главного момента-вектора  $M^{ГЛ}_{x,I}$ ; 2 — направление трещины на стороне  $y = h/2$ ; 3 — стержни продольной арматуры; 4 — стержни поперечной арматуры

$$N_{a,x} = M^{ГЛ}_{x,I} : z_y \quad (1.28)$$

где  $z_y$  – плечо внутренней пары сил данного железобетонного сечения.

Наклонная трещина на стороне  $y = h/2$  бруса пересекает незначительное количество поперечных стержней, ими можно пренебречь и положить, что усилие  $N_{a,x}$  должно восприниматься только стержнями продольной арматуры. В ней проекция усилия  $N_{a,x}$  на ось этих стержней вызывает нормальные напряжения, а проекция того же усилия на перпендикулярное направление вызывает в продольной арматуре касательные напряжения.

Байков В.Н. [17], Фомичев В.И. [160] провели исследования по определению несущей способности железобетонных элементов при действии изгибающего и крутящего моментов еще одним способом.

При расчете таких элементов ими были использованы зависимости, принятые в теории изгиба, в частности:

$$M_H = \sigma_H F_a \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) - \sigma_{a,c} F'_a \left( \frac{x}{2} - a' \right). \quad (1.29)$$

Или (при  $F_a = F'_a$ )

$$M_H = \sigma_H F_a z_a. \quad (1.30)$$

В данных формулах в качестве прочностной характеристики продольной арматуры вводится сниженный предел текучести  $\sigma_H = k\sigma_T$ , где  $k \leq 1$ . Этим приемом учитывалось явление более раннего наступления пластического состояния стали, находящейся в условиях сложного напряженного состояния, в сравнении с пределом текучести  $\sigma_T$  при одноосном растяжении. При определении величины  $k$  использовано условие текучести Губера – Мизеса – Генки [2, 3] для случая, когда сталь напряжена продольным растягивающим усилием в направлении оси  $z$  и двумя касательными усилиями, действующими в плоскостях осей  $XZ$  и  $YZ$ ,

$$\sigma_z^2 + 3\tau_{xz}^2 + 3\tau_{yz}^2 = \sigma_T^2, \quad (1.31)$$

где

$$\sigma_z = \sigma_H + \sigma_{kx} + \sigma_{ky}; \sigma_{kx} = \frac{1M_k}{2M_H} \sigma_H; \quad (1.32)$$

$$\sigma_{ky} = \frac{1}{2} \frac{M_k}{M_H} \frac{z_y}{z_x} \frac{F_{ay}}{F_{ax}} k_x \sigma_H; \quad (1.33)$$

$$\tau_{xz} = \frac{1}{2} \frac{M_k}{M_H} \sigma_H; \quad \tau_{yz} = \frac{1}{2} \frac{M_k}{M_H} \frac{z_y}{z_x} \frac{F_{ay}}{F_{ax}} k_x \sigma_H, \quad (1.34)$$

Влияние поперечной арматуры на несущую способность в рассматриваемых исследованиях учитывалось введением в расчетные формулы коэффициента  $k$ , определяемого по формуле:

$$k_x = \frac{1}{1 + \frac{2F_x}{F_{ay}}}, \quad (1.35)$$

где  $F_x$  – площадь сечения вертикальных хомутов, пересекаемых наклонной трещиной под углом  $45^\circ$ ;  $F_{ay}$  – площадь сечения продольной арматуры, растянутой вследствие изгиба элемента.

**Анализ исследований Г.В.Мурашкина.** Анализируя имеющиеся в настоящее время исследования трещиностойкости элементов при кручении с изгибом, можно отметить, что подавляющее большинство теоретических и экспериментальных исследований проводились в основном для ненапряженных элементов. Однако, так как большая часть конструкций, работающих на кручение с изгибом, применяется с предварительным напряжением продольной арматуры, необходимо рассмотреть так же имеющиеся исследования, направленные на изучение влияния предварительного напряжения на трещиностойкость и прочность железобетонных элементов.

Первые экспериментальные исследования элементов с предварительно напряженной продольной арматурой на кручение с изгибом были проведены в сороковых годах шведским ученым Г. Нилендером. Испытания образцов прямоугольного сечения показали, что предварительное обжатие бетона до  $0,3 R_{np}$  и выше, помимо значительного увеличения момента образования трещин, может повысить их прочность почти в 2 раза.

Впоследствии эксперименты с предварительно напряженными элементами проводились Г. Кованом (Австралия) [177], П. Зиа (США) [197], П. Свэми (Индия) и некоторыми другими исследователями. Большинство из них отмечали, что предварительное обжатие бетона может увеличивать прочность при кручении с изгибом, однако каких-либо практических рекомендаций по его учету не было предложено.

Г.В. Мурашкин [132, 133], проводивший специальные эксперименты на образцах прямоугольного сечения, отмечал, что эффективность воздействия предварительного напряжения на трещиностойкость и несущую способность зависит от конструкции железобетонного элемента, в основном от соотношения продольного и поперечного армирования, а также от соотношения действующих крутящих и изгибающих моментов. Увеличение прочности происходит за счет дополнительных напряжений в верхней арматуре, попадающей к моменту разрушения в растянутую зону и более позднего образования пространственных трещин (в слабо армированных элементах). Им впервые были даны конкретные рекомендации по учету предварительного напряжения. В расчетных формулах оно учитывалось при определении высоты сжатой зоны бетона и напряжения в арматуре.

Исследования, проведенные Г.В. Мурашкиным по определению момента образования трещин в элементах прямоугольного сечения с ненапрягаемой и предварительно напряженной арматурой при кручении с изгибом [132, 133] позволили оценить трещиностойкость таких элементов. В теоретических разработках была использована теория максимальных растягивающих напряжений. Неупругие свойства бетона, расположенного в растянутой от изгиба зоне, было предложено учитывать путем использования коэффициента  $\gamma = 1,75$  по своей природе подобного применяемому при изгибе. В результате этих исследований были выведены расчетные формулы для определения момента образования трещин в элементах прямоугольного сечения с предварительно напряженной продольной арматурой.

Используя аналогичный подход, Э.Г. Елагин (ныне НИИЖБ имени А.А. Гвоздева) вывел расчетную формулу для определения момента образования трещин в элементах кольцевого сечения при кручении с изгибом [70–72].

$$M_{KT} = R_p W_{KT} \left( \sqrt{\left( \frac{W_{KT}}{2\chi\gamma W_0} \right)^2 + \frac{N_0}{F_{np} R_{bt} \gamma} + 1} - \frac{W_{KT}}{2\chi\gamma W_0} \right), \quad (1.36)$$

где  $W_{KT}$  – пластический момент сопротивления при кручении;  $W_0$  – упругий момент сопротивления при изгибе;  $R_{bt}$  – сопротивление бетона на растяжение;  $\chi$  – отношение крутящего момента к изгибающему;  $\gamma$  – коэффициент, учитывающий пластические свойства бетона;  $N_0$  – усилие предварительного обжатия бетона с учетом всех потерь.

Для элементов с ненапрягаемой продольной арматурой теоретические значения моментов образования трещин, определяются по формуле (1.33) имеют достаточное соответствие с опытом. Однако при наличии предварительного обжатия бетона теоретические моменты образования трещин значительно отличаются от опытных. Это обстоятельство вызывает необходимость дальнейшего изучения трещиностойкости железобетонных элементов при кручении с изгибом.

**Анализ экспериментально-теоретических исследований**  
**В.И. Морозова, И. В. Бахотского.** В 2013 году на кафедре железобетонных и каменных конструкций Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета под руководством д.т.н., проф. Морозова В.И. были проведены экспериментально-теоретические исследования железобетонных и фиброжелезобетонных конструкций, подвергнутых изгибу с кручением [22, 130].

Здесь изучалось влияние дисперсного армирования стальной фиброй железобетонных конструкций при кратковременном совместном действии кручения и изгиба.

Программа исследования для анализа сопротивления фиброжелезобетонных конструкций, при совместном действии кручения с

изгибом предусматривала изготовление 36 конструкций. Конструкции делились на 3 серии, одна из которых была из железобетонных образцов (без фибрового армирования), а две другие отличались процентом фибрового армирования (1,5% и 3,0%). Размеры прямоугольные железобетонных и фиброжелезобетонных балок составляли 1200×180×120 мм. Их армирование поперечными замкнутыми хомутами из арматуры B500 Ø6 мм и продольной арматурой A400 Ø10 приведено на рис. 1.13.

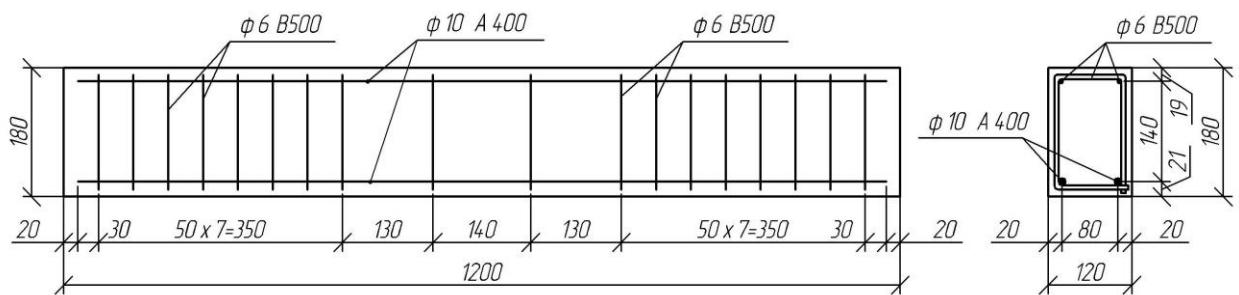


Рис. 1.13. Схема армирования фиброжелезобетонной балки

В фиброжелезобетонных конструкциях армирование выполнялось путем добавления в бетонную матрицу стальной проволочной фибры «Танис».

Для проведения экспериментальных исследований при кручении с изгибом в соответствии с расчетной схемой (рис. 1.14) была разработана специальная экспериментальная установка (рис. 1.15, 1.16).

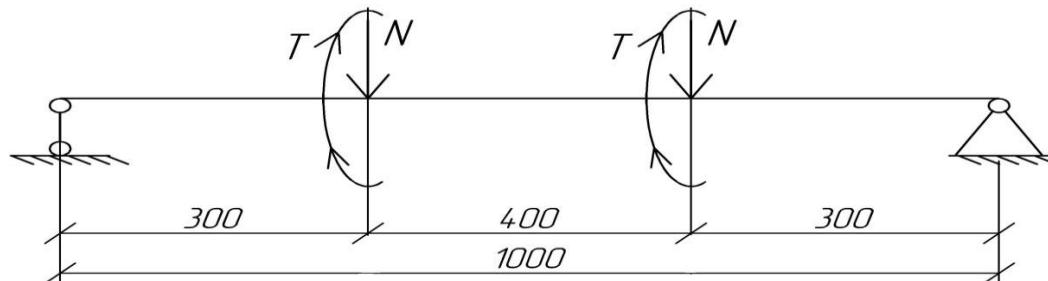


Рис. 1.14. Расчетная схема, реализованная в экспериментальных исследованиях

Благодаря разработанной установке и были проведены испытания фиброжелезобетонных конструкций при кручении с изгибом. Установка

давала возможность равномерно выполнять нагружение с эксцентрикитетом относительно продольной оси конструкции обоих поперечных сечений конструкции, расположенных в третях пролета. Разработанная установка позволяла обеспечить жесткое защемление поперечных сечений балки в третях пролета. Для этого использовался захват, представляющий собой единую металлическую конструкцию с подвижной горизонтальной и вертикальной пластиной для обжатия конструкции в соответствии с расчетной схемой.

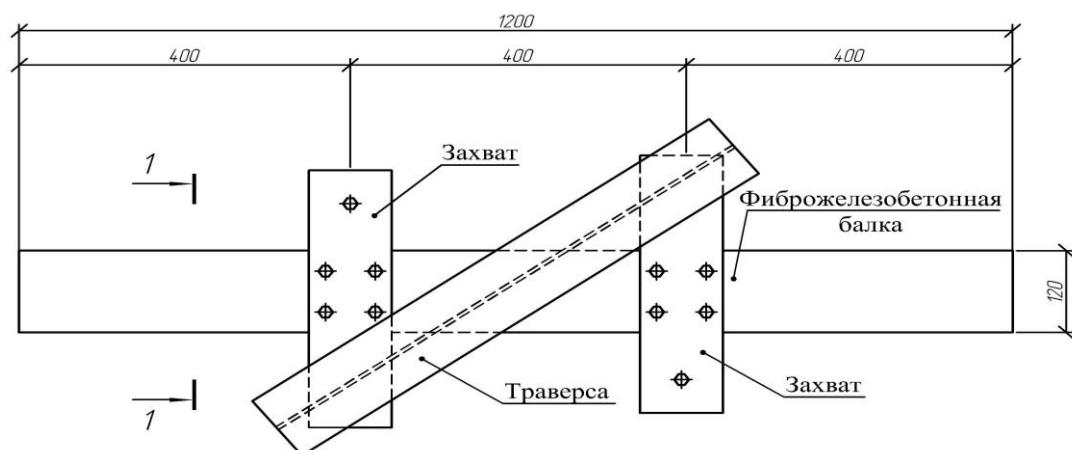


Рис. 1.15. Экспериментальная установка (вид сверху)

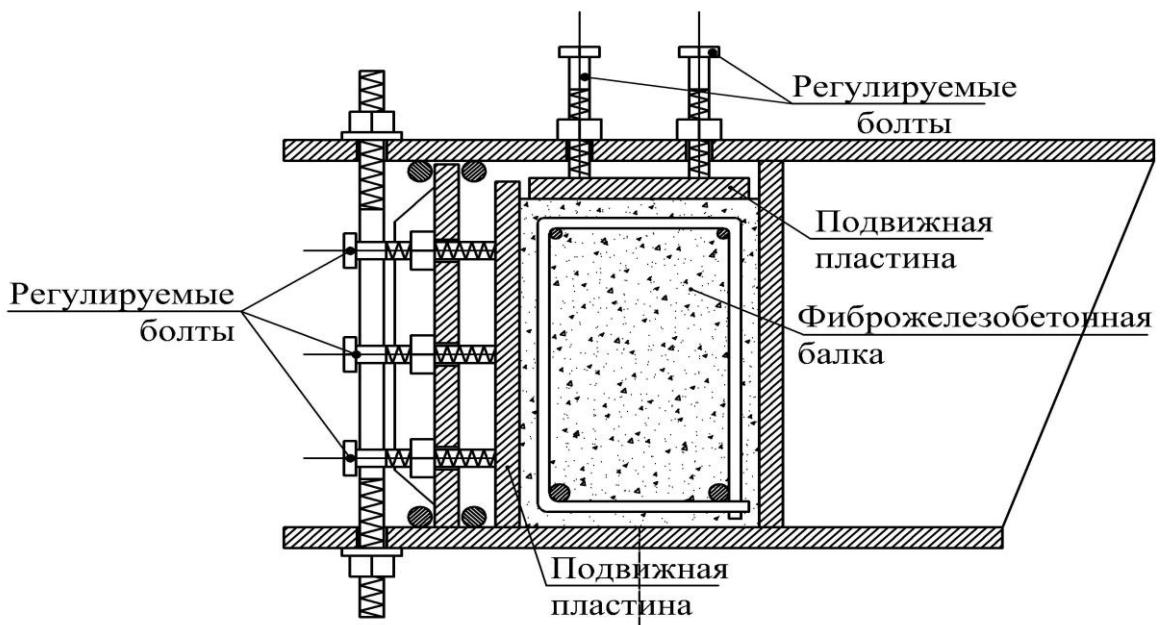


Рис. 1.16. Экспериментальная установка (поперечное сечение 1 – 1)

Подвижность и жесткую фиксацию вертикальных и горизонтальных пластин обеспечивали продольные и поперечные болты, которые были установлены и обварены на наружной поверхности захватывающих пластин. Захваты были развернуты друг относительно друга на  $180^\circ$ .

Характер трещинообразования и развития пространственных трещин, приведен на рис. 1.17.

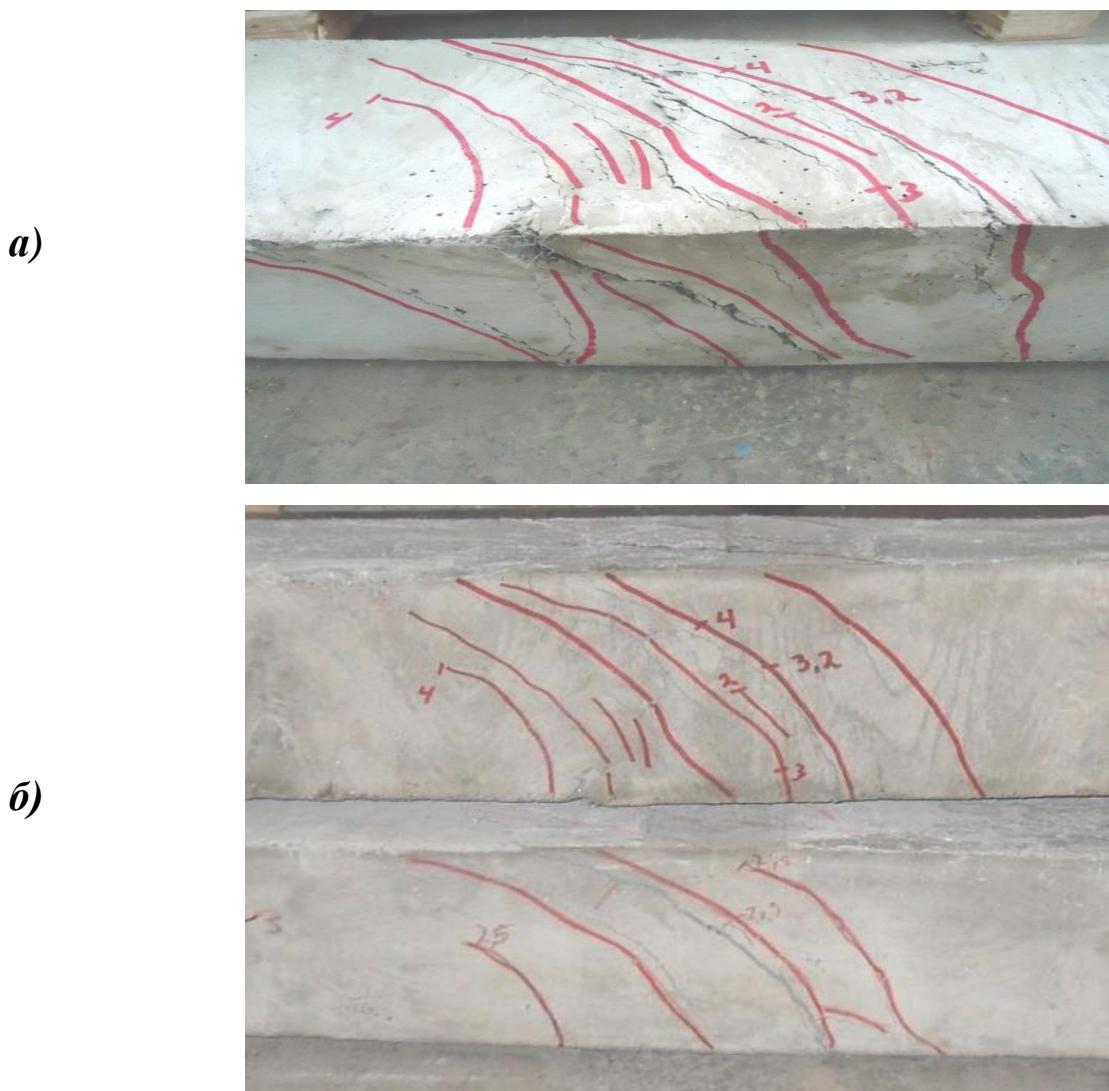


Рис. 1.17. Характер трещинообразования в опытных железобетонных и фиброжелезобетонных балках: *а* – центральный фрагмент фиброжелезобетонной балки с содержанием фибрового армирования 1,5% (боковая и нижняя поверхность); *б* – центральный фрагмент опытных балок снизу – железобетонная; вверху – фиброжелезобетонная с содержанием фибрового армирования 1,5%)

В результате экспериментальных исследований установлено существенное (до 1,5 раз) повышение несущей способности фиброжелезобетонных конструкций по сравнению с обычными железобетонными балками.

Экспериментально подтверждено, что железобетонные и фиброжелезобетонные конструкции разрушались с образованием геометрически сложной пространственной поверхности разрушения. Трещины развивались под углом около 45 градусов к продольной оси конструкции. Ширина раскрытия трещин в фиброжелезобетонных конструкциях была меньшей по сравнению с железобетонными. Меньшим было и расстояние между винтообразными трещинами. Уменьшение расстояния между пространственными трещинами достигало в 2,0 – 2,5 раза, а ширина раскрытия трещин в балках с фибровым армированием снижалась в 1,5 – 1,8 раза.

Такой результат объясняется наличием дисперсного фибрового армирования в растянутой зоне фиброжелезобетонных конструкций. Бетонная матрица с включением в нее фибрового армирования значительно повышает свою предельную растяжимость по сравнению с железобетонными конструкциями. Это повлияло на повышение трещиностойкости, и несущей способности, а также вызывало большее количество трещин с меньшей шириной их раскрытия. Это говорит о целесообразности применения в таких конструкциях арматуры высоких классов.

Дисперсно-армированный железобетон сглаживает концентрацию напряжений при воздействии изгиба и кручения. При этом плавно накапливаются микроразрушения по объему конструкций с включением механизма ограничения и торможения их роста.

Таким образом, бетонная матрица скрепляет стальные фибры в единый монолит и представляет собой среду, которая на них передает нагрузку, а в случае разрыва отдельных волокон, – способствует перераспределению напряжений.

В фиброжелезобетонной конструкции при изгибе с кручением в экспериментах наблюдалось образование спиральной трещины по геометрически сложной пространственной поверхности. Спиральная трещина развивается в пределах трех граней фиброжелезобетонного элемента с замыкающей ее сжатой зоной по четвертой грани.

Результаты экспериментов подтверждают целесообразность фибрового армирования при разработке эффективных строительных конструкций.

В диссертации Бахотского И.В. кроме экспериментальных исследований были выполнены теоретическое исследования сопротивления фиброжелезобетонных конструкций при кручении с изгибом. Численное моделирование сопротивления фиброжелезобетонной конструкции, подверженной совместному воздействию кручения с изгибом, выполнялось с использованием программного комплекса “Лира”, в том числе в нелинейной постановке.

В задачи численного эксперимента включалось наряду с определением характера напряженно-деформированного состояния фиброжелезобетонной балки, также моделирование предполагаемой поверхности развития пространственной трещины на основе численных значений главных сжимающих и растягивающих напряжений с учетом направления главных площадок. В численном эксперименте фиброжелезобетонная балка была разбита на объемные (для моделирования фибробетона) и стержневые элементы (для моделирования арматуры). Объемные элементы представляли собой прямоугольные параллелепипеды.

В качестве критерия для определения расположения трещин в фиброжелезобетонной балке использован, силовой фактор. Считалось, что трещины образуются в материале при достижении главных растягивающих напряжений значений, равных пределам прочности на растяжение. Данный подход базируется на основных положениях первой теории прочности (теория наибольших нормальных напряжений), которая не вполне адекватно описывает особенности сопротивления железобетона [46]. С помощью

направления главных площадок растягивающих (сжимающих) напряжений определено направление развития трещин. Для нахождения “поверхности разрушения” условно вырезана центральная часть балки и рассмотрено характерное продольное сечение с максимальными значениями главных растягивающих напряжений.

При выполнении нелинейного расчета в ПК «Лира-САПР», введены характеристики материалов с учетом их нелинейности на основе диаграммы “напряжения – деформации”, полученных в исследовании.

С помощью построенной модели “поверхности разрушения” удается определить координаты точек (далее контрольные вершины) объемных элементов, через которые проходит “поверхность разрушения”. Таким образом, на основании численных экспериментов были определены вид, форма, а также численные координаты точек (контрольных вершин) предполагаемой поверхности разрушения.

Полученные на предыдущих этапах результаты экспериментально-теоретического исследования и принятая процедура получения поверхности разрушения дала возможность перейти к построению практической методики расчета фиброжелезобетонных конструкций, подверженных совместному воздействию кручения с изгибом.

Авторами, на основании проведенных экспериментов, правильно делается вывод о том, что введение фибрового армирования создает необходимые условия для реализации повышенных предельных деформаций (а не напряжений) под нагрузками, что, в известной мере способствует достижению во всех арматурных стержнях, пересекающих поверхность разрушения, напряжений, равных расчетным сопротивлениям.

В этих исследованиях впервые получены экспериментальные данные по напряженно-деформированному состоянию и прочности фиброжелезобетонных элементов, подверженных совместному воздействию кручения с изгибом. Следует отдать должное и проведенным глубоким

численным исследованиям на базе программного комплекса “Лира-САПР” в нелинейной постановке с практическим построением уравнения поверхности пространственной трещины с использованием методов математического анализа. В итоге авторами разработана расчетно-теоретическая модель, положенная в основу практической методики оценки напряженно – деформированного состояния, учитывающая специфику работы фиброжелезобетонных конструкций на совместное действие кручения с изгибом.

### **1.3. Выводы по главе 1**

На основе проведенного анализа существующих научных исследований и нормативных документов, научных разработок отечественных и зарубежных ученых, посвященных исследованию железобетонных балок в условиях сложного сопротивления – кручения с изгибом, необходимо сделать следующие выводы:

1) поскольку при кручении с изгибом момент образования трещин и величины угла их наклона существенно влияют на напряженное состояние, в первую очередь возникает необходимость в исследовании вопросов трещинообразования, а затем уже прочности и деформативности элементов прямоугольного сечения.

2) действующие нормативные документы не дают четкого алгоритма расчета железобетонных балок в условиях сложного напряженно-деформированного состояния, особенно работающих при совместном действии моментов изгиба и кручения;

3) отсутствуют рекомендации и соответствующие нормативные документы по определению предельных состояний первой и второй группы, для конструкций работающих в условиях сложного напряженно-деформированного состояния на изгиб с кручением с точки зрения

обеспечения их трещиностойкости при одновременном снижении их себестоимости.

4) при совместном действии изгибающего и крутящего моментов и поперечной силы в железобетонных конструкциях прямоугольного сечения первая спиральная пространственная трещина, образуется посередине высоты сечения в предположении упругого сопротивления железобетонной конструкции и направлена под углом  $45^\circ$  к продольной оси элемента;

5) для того чтобы обобщить полученные выше результаты для случая работы материала сечения в неупругой стадии, следует провести дополнительные научные исследования (в первую очередь, – экспериментальные) различных зон чистого изгиба с кручением и поперечного изгиба с кручением. При этом расчетные формулы для определения обобщенной трещинообразующей реакции железобетонных конструкций при кручении с изгибом необходимо строить с использованием не только упругого момента сопротивления при изгибе, но и предельного сопротивления бетона растяжения, пластического момента сопротивления при кручении, учета отношения крутящего момента к изгибающему.

6) проведенные экспериментальные исследования также доказывают эффективность использования фибрового армирования, которое повышает эффективность работы конструкций в условиях кручения с изгибом, что обусловлено их повышенной трещиностойкостью, жесткостью, прочностью, а также вязким характером разрушения конструкции и создают предпосылки для использования арматуры повышенных классов. Трещины в фиброжелезобетонных элементах имеют меньшую ширину раскрытия по сравнению с железобетонными и меньший шаг. Снижение шага трещин наблюдается в 2,0 – 2,5 раза, а ширина раскрытия трещин в предельном состоянии уменьшается на 1,5 – 1,8;

7) на основе методов математического анализа получено выражение, описывающее поверхность пространственной трещины. Результаты численных экспериментов, выполненные с использованием программного

комплекса Лира-САПР, в том числе в нелинейной постановке, свидетельствуют об адекватности полученных результатов и возможности получения геометрически достоверной поверхности пространственной трещины, которая может быть использована в практической методике расчета.

## ГЛАВА 2. РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТРЕЩИН В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ ПРИ КРУЧЕНИИ С ИЗГИБОМ

### 2.1. Построение расчетной модели образования пространственных трещин первого типа в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом

Сопротивление трещинообразованию пространственных трещин в железобетонных конструкциях само по себе явление достаточно сложное (а в условиях сложного сопротивления кручению с изгибом, оно еще более усложняется), и для феноменологического описания этого явления требуется привлечение ряда гипотез [194].

Принимая во внимание предложенную в работах [30, 49] классификацию наклонных трещин, для построения расчетной модели деформирования железобетонных конструкций при образовании пространственных трещин при кручении с изгибом, будем рассматривать нормальные трещины и следующие три типа пространственных трещин:

- пересекающие продольную и поперечную арматуру; образующиеся на нижней и боковой грани, где  $M > M_{crc}$ ,  $M_t > M_{t,crc}$  и  $Q \geq Q_{crc}$ , – первый тип;
- пересекающие только поперечную арматуру, *образуются в произвольной точке внутри объема конструкции*, где  $M < M_{crc}$ ,  $M_t > M_{t,crc}$  и  $Q > Q_{crc}$  и прилегающие своей вершиной к сосредоточенной силе, – второй тип;
- пересекающие только поперечную арматуру, образуются *в произвольной точке внутри объема конструкции*, где  $M < M_{crc}$ ,  $M_t < M_{t,crc}$ ,  $Q > Q_{crc}$ , и не прилегающие своей вершиной к сосредоточенной силе, которые могут выходить в любую точку верхней или боковой сжатой грани железобетонной стержневой конструкции, – третий тип.

В основу построения расчетной модели трещинообразования при кручении с изгибом для пространственных трещин первого типа [61, 141, 142, 194], положены следующие расчетные предпосылки:

- 1) образование первой пространственной трещины первого типа происходит в точке  $A$  (рис. 2.1 и 2.4); при этом, минимальная обобщенная нагрузка, выраженная в виде  $R_{\text{sup,rc}}$ , и абсцисса точки  $A$  отыскивается из условия экстремума функции многих переменных;
- 2) в качестве критерия образования пространственной трещины принимается условие достижения главными деформациями удлинения бетона  $\varepsilon_{bt}$  своих предельных значений  $\varepsilon_{bt,ul}$  [30];
- 3) эпюры нормальных и касательных напряжений в поперечном сечении, проходящем через точку  $A$ , аппроксимируются между точками 1 и 2 (рис. 2.2) линейными зависимостями [30].

Сопротивление стержневых железобетонных конструкций образованию первой пространственной трещины на их нижней грани рис. 2.1, *a* (принимая во внимание функциональные изменения эпюр  $M_t$ ,  $M$  и  $Q_y$  – рис. 2.1, *б–г*) при кручении с изгибом, случай 1, описывается на основании следующих уравнений:

1. Уравнения связи между нормальными напряжениями  $\sigma_x$  в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры (рис. 2.2, *a*) и обобщенной внешней нагрузкой, выраженной через опорную реакцию  $R_{\text{sup}}$ , в виде обобщенной нагрузки в момент образования первой пространственной трещины, включающее изгибающий момент  $P_0 \cdot e_{0,p}$  от усилия предварительного напряжения продольную силу  $N$  и усилие предварительного

напряжения  $P_0$ , а также местные воздействия  $\frac{R_{\text{sup}}}{b \cdot h} \cdot \varphi_x$  ( $\varphi_x$  – коэффициент учета местных нормальных напряжений  $\sigma_x$  в направлении оси  $x$  от опорных реакций, по своему физическому смыслу принимается в соответствии с [134, 135, табл. 39]):

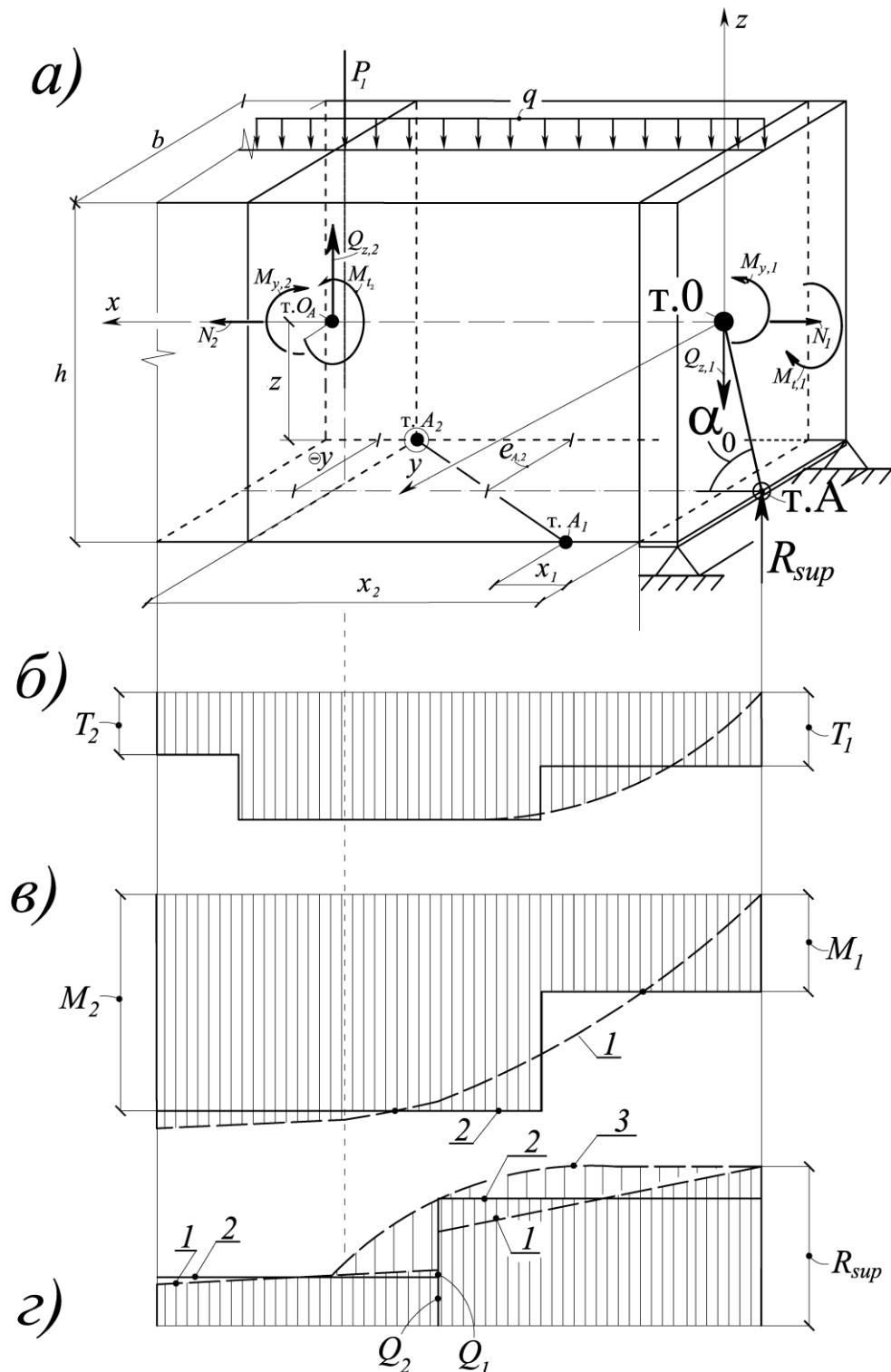


Рис. 2.1. Расчетная схема к образованию пространственных трещин первого типа (случай 1): *а* – схема усилий и выбор системы координат к образованию первой пространственной трещины; *б, в, г* – эпюры  $M_t$ ,  $M$  и  $Q_y$  соответственно;

1 – действительная эпюра; 2 – принимаемая для расчета; 3 – эпюра поперечных сил от местного поля касательных напряжений

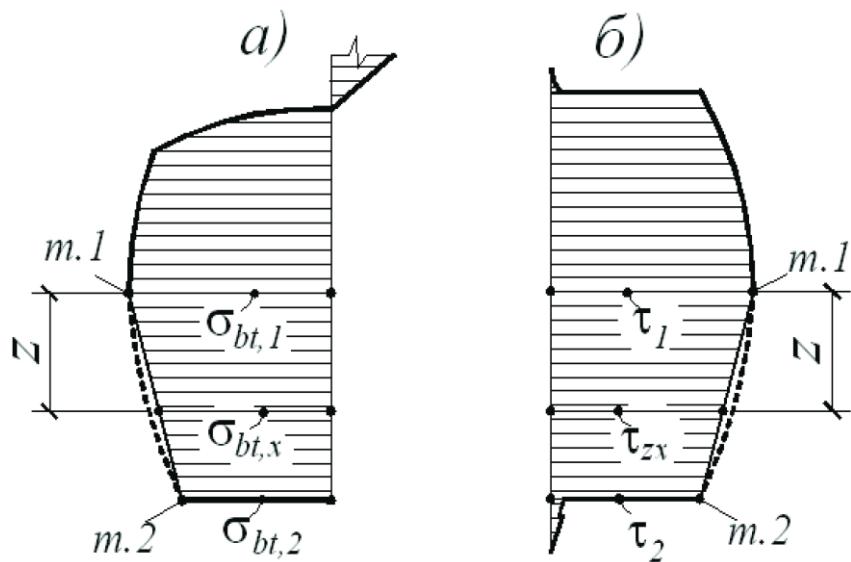


Рис. 2.2. Эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{bt,i}$  (а) и касательных напряжений  $\tau_{zx}$  (б) в поперечном сечении, проходящем через точку  $A$  в соответствии с предпосылкой 3

$$\sigma_x = \frac{N}{A_{red}} \pm \frac{R_{sup} \cdot x \cdot z}{I_{red}} \pm \frac{P_0 \cdot e_{0,p} \cdot z}{I_{red}} + \frac{R_{sup}}{b \cdot h} \cdot \varphi_x, \quad (2.1)$$

$$\sigma_x = \frac{N}{A_{red}} \pm \frac{R_{sup} \cdot x \cdot (-0,5h)}{I_{red}} \pm \frac{P_0 \cdot e_{0,p} \cdot (-0,5h)}{I_{red}} + \frac{R_{sup}}{b \cdot h} \cdot \varphi_x. \quad (2.2)$$

Отсюда следует,

$$R_{sup} = \frac{\sigma_x \cdot A_{red} \cdot I_{red} - N \cdot I_{red} \mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red} \cdot (-0,5h)}{\pm x \cdot (-0,5h) \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}}. \quad (2.3)$$

*Примечание:* в приведенных формулах и последующих формулах (2.99) все не расшифрованные обозначения соответствуют общепринятым обозначениям в механике твердого деформируемого тела и теории железобетона.

2. Уравнения для определения касательных напряжений кручения  $\tau_t$  [146] в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры в соответствии с рис. 2.3:

$$\tau_t = \frac{M_t \cdot \rho}{I_t} = \frac{M_t}{I_t} \sqrt{z^2 + y^2} \leq \tau_{t,u}, \quad (2.4)$$

где  $I_t = 0,85I_{t,red}$ ;  $\tau_{t,u}$  – предельное касательное напряжение, вызванное кручением и определяемое из экспериментальных исследований при испытании бетонных цилиндров;  $\tau_t$  момент инерции при кручении в общем случае для сложного сечения равен сумме моментов инерции отдельных сечений.

$$I_t = I_{1t} + I_{2t} + \dots = \sum I_{it}; \quad (2.5)$$

$$M_{1t} = M_t \frac{I_{1t}}{I_t}; \quad (2.6)$$

$$M_{2t} = M_t \frac{I_{2t}}{I_t}, \quad (2.7)$$

$$M_{it} = M_t \frac{I_{it}}{I_t}. \quad (2.8)$$

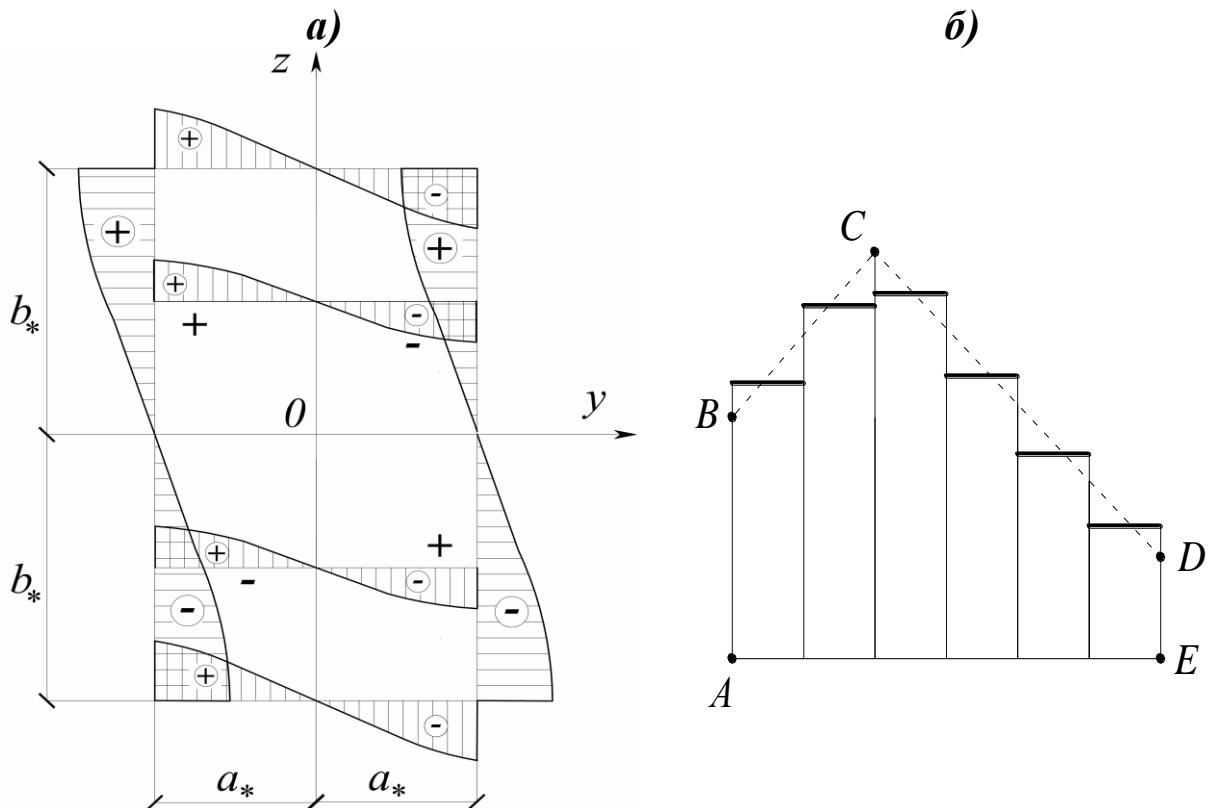


Рис. 2.3. Эпюры касательных напряжений при кручении, положительные и отрицательные зоны депланации поперечных прямоугольных сечений (a) и схема аппроксимации сложной фигуры поперечного сечения ABCDE вписанными прямоугольниками (б)

Учитывая, что в рассматриваемом случае это уравнение выражается в равенство  $y = -0,5b$ , то из него можно определить  $\tau_t$  при  $M_y = 0$  (т. е. в случае 1).

$$\tau_t = \frac{M_t}{I_t} \sqrt{z^2 + y^2} \leq \tau_{t,u}. \quad (2.9)$$

В рассматриваемом случае,  $y = -0,5b$ ,  $z = -0,5h$ , тогда

$$\tau_t = \frac{M_t}{2I_t} \sqrt{b^2 + h^2} \leq \tau_{t,u}. \quad (2.10)$$

3. Уравнения для определения касательных напряжений  $\tau_{zx}$  в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры в соответствии с рис. 2.2, б, –

$$\tau_{zx} = \tau_2 + (\tau_1 - \tau_2) \cdot \frac{h - z_d - h'_{f,-}(-0,5h)}{h - z_d - h'_{f,-}} + \tau_{zx,loc} \leq \tau_u, \quad (2.11)$$

где  $z_d$  – расстояние от центра тяжести сечения до нижней грани);  $\tau_u$  – предельное касательное напряжение, вызванное поперечными силами и определяемое из экспериментальных исследований при испытании бетонных призм.

При этом уравнения связи между касательными напряжениями в поперечном сечении железобетонного стержня и обобщенной нагрузкой  $R_{sup}$  –  $\tau_2$  и  $\tau_1$  учитывают поперечную силу не только от опорной реакции (с учетом местных напряжений), но и от отгибаемых арматурных стержней.

Из зависимости (2.11) следует:

$$z = \frac{(R_{sup} - Q_{inc})B_1 + \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_{xz} - \tau_{zx}}{(R_{sup} - Q_{inc}) \cdot B_2} \leq \pm 0,5h, \quad (2.12)$$

где

$$B_1 = \frac{S_{n,ax}}{I_{red} \cdot b}. \quad (2.13)$$

– Для случая, если в тавровом сечении полка сверху:

$$B_2 = \frac{1}{I_{red} \cdot b \cdot (h - z_d - h_f')} \quad (2.14)$$

– Для случая, если в тавровом сечении полка снизу:

$$B_2 = \frac{1}{I_{red} \cdot b \cdot (z_d - h_f)} \cdot \quad (2.15)$$

Для прямоугольных сечений параметр  $h_f'$  принимается равным  $(h - z_d)/3$ , а параметр  $h_f$  принимается равным  $z_d/3$ .

Учитывая, что в рассматриваемом случае отпадает необходимость в отыскании координаты  $z$ , (уравнение выражается в равенство  $z = -0,5h$ ), то уравнение (2.12) целесообразно использовать для определения  $\tau_{zx}$ . Тогда, выполняя алгебраические преобразования, получим:

$$\tau_{zx} = (R_{sup} - Q_{inc})(-0,5h \cdot B_2 - B_1) - \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_{zx} \leq \tau_u. \quad (2.16)$$

4. Уравнения связи внешней нагрузки (выраженной через опорную реакцию  $R_{sup}$ ) и нормальными напряжениями  $\sigma_z$  в точке, с координатами в которой они определяются, записанного с учетом местных полей от опорной реакции и сосредоточенной силы, а также с учетом предварительного напряжения в хомутах и отгиба:

$$\sigma_z = \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_z + k \cdot \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_{2,z} + \frac{\sigma_{sw,p} \cdot A_{sw,p}}{s_{sw,p} \cdot b} + \frac{\sigma_{inc,p} \cdot A_{inc,p}}{s_{inc,p} \cdot b} \cdot \sin \theta, \quad (2.17)$$

где  $\varphi_z$  – коэффициент учета местных нормальных напряжений  $\sigma_z$  в направлении оси  $z$  от опорных реакций.

Обозначим,

$$B_3 = \frac{\sigma_{sw,p} \cdot A_{sw,p}}{s_{sw,p} \cdot b} + \frac{\sigma_{inc,p} \cdot A_{inc,p}}{s_{inc,p} \cdot b} \cdot \sin \theta. \quad (2.18)$$

Тогда,

$$\sigma_z = \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}) + B_3, \quad (2.19)$$

где  $k \cdot \varphi_{2,z}$  – коэффициент учета местных нормальных напряжений  $\sigma_z$  в направлении оси  $z$  от сосредоточенных сил.

5. Условия образования пространственных трещин при кручении с изгибом, где главные деформации удлинения бетона равны  $\varepsilon_{bt,ul}$ .

Тогда,

$$\varepsilon^3 - S_1 \varepsilon^2 - S_2 \varepsilon - S_3 = 0, \quad (2.20)$$

где  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  – первый, второй и третий инварианты деформированного состояния, соответственно.

Учитывая, что  $\sigma_y = 0$ , но тем не менее, на деформированное состояние боковой грани оказывает влияние деформации  $\varepsilon_y$ , которые равны

$$\varepsilon_y = -\frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z); \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_x + \sigma_{x,d} - \mu\sigma_z]; \quad (2.22)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \mu\sigma_x]. \quad (2.23)$$

Деформации, связанные с депланацией поперечного сечения определяются из зависимости:

$$\varepsilon_{x,d} = \frac{w}{x}, \quad (2.24)$$

где  $\varepsilon_{x,d}$  – относительные деформации депланации поперечного сечения, расположенного на расстоянии  $x$  от опоры;  $w$  – абсолютные деформации депланации поперечного сечения, расположенного на расстоянии  $x$  от опоры;  $w = \frac{M_t}{G \cdot I_t} \cdot f(x, z)$ . Принимая во внимание [146] можно записать:

$$f(x, z) = \beta_t \cdot x \cdot z, \quad \beta_t = \frac{a_*^2 - b_*^2}{a_*^2 + b_*^2}, \quad \sigma_{x,d} = \varepsilon_{x,d} \cdot E, \quad (2.25)$$

где  $a_*$  и  $b_*$  – параметры, равные половине высоты и ширины сечения, соответственно, (см. рис. 2.3, а.)

Записываем инварианты напряженно-деформированного состояния, выраженные через деформации:

$$S_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z; \quad (2.26)$$

$$S_2 = -\varepsilon_x \varepsilon_z - \varepsilon_x \varepsilon_y - \varepsilon_z \varepsilon_y + \frac{1}{4} \gamma_{xz}^2 + \frac{1}{4} \gamma_{xy}^2 + \frac{1}{4} \gamma_{zy}^2; \quad (2.27)$$

$$S_3 = \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z + \frac{1}{4} \gamma_{xz} \gamma_{xy} \gamma_{zy} - \frac{1}{4} \varepsilon_x \cdot \gamma_{zy}^2 - \frac{1}{4} \varepsilon_y \cdot \gamma_{xz}^2 - \frac{1}{4} \varepsilon_z \cdot \gamma_{xy}^2. \quad (2.28)$$

Подставляя (2.26)–(2.28) в формулу (2.20), будем иметь:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{btul}^3 - (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \varepsilon_{btul}^2 - \left( -\varepsilon_x \varepsilon_z - \varepsilon_x \varepsilon_y - \varepsilon_z \varepsilon_y + \frac{1}{4} \gamma_{xz}^2 + \frac{1}{4} \gamma_{xy}^2 + \frac{1}{4} \gamma_{zy}^2 \right) \varepsilon_{btul} - \\ - \left( \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z + \frac{1}{4} \gamma_{xz} \gamma_{xy} \gamma_{zy} - \frac{1}{4} \varepsilon_x \cdot \gamma_{zy}^2 - \frac{1}{4} \varepsilon_y \cdot \gamma_{xz}^2 - \frac{1}{4} \varepsilon_z \cdot \gamma_{xy}^2 \right) = 0. \end{aligned}$$

Выполняя соответствующие алгебраические преобразования, получим:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x \varepsilon_z \varepsilon_{btul} - \varepsilon_x \varepsilon_{btul}^2 + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_{btul} - \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z + \\ + \frac{1}{4} \varepsilon_x \cdot \gamma_{zy}^2 - \frac{1}{4} \gamma_{xz}^2 \varepsilon_{btul} + \frac{1}{4} \varepsilon_y \cdot \gamma_{xz}^2 - \frac{1}{4} \gamma_{xz} \gamma_{xy} \gamma_{zy} + \varepsilon_{btul}^3 - \\ - \varepsilon_y \varepsilon_{btul}^2 - \varepsilon_z \varepsilon_{btul}^2 + \varepsilon_z \varepsilon_y \varepsilon_{btul} - \frac{1}{4} \gamma_{xy}^2 \varepsilon_{btul} - \frac{1}{4} \gamma_{zy}^2 \varepsilon_{btul} + \frac{1}{4} \varepsilon_z \cdot \gamma_{xy}^2 = 0; \end{aligned}$$

Тогда,

$$\varepsilon_x = \frac{\gamma_{xz}^2 (\varepsilon_y - \varepsilon_{btul}) - \gamma_{xz} \gamma_{xy} \gamma_{zy} + 4 \varepsilon_{btul}^3 - 4 \varepsilon_{btul}^2 (\varepsilon_y + \varepsilon_z) + \varepsilon_{btul} (4 \varepsilon_z \varepsilon_y - \gamma_{xy}^2 - \gamma_{zy}^2) + \varepsilon_z \cdot \gamma_{xy}^2}{4 (\varepsilon_z \varepsilon_{btul} - \varepsilon_{btul}^2 + \varepsilon_y \varepsilon_{btul} - \varepsilon_y \varepsilon_z + \gamma_{zy}^2)}. \quad (2.29)$$

Зная, что

$$\tau_{zx} = \frac{E}{(1+\mu)} \gamma_{zx}, \quad \tau_{yz} = \frac{E}{(1+\mu)} \gamma_{yz}, \quad \tau_{xy} = \frac{E}{(1+\mu)} \gamma_{xy}, \quad (2.30)$$

выражаются  $\gamma_{zx}$ ,  $\gamma_{yz}$ ,  $\gamma_{xy}$  через соответствующие  $\tau$  из равенств (2.30):

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx} (1+\mu)}{E}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz} (1+\mu)}{E}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy} (1+\mu)}{E}. \quad (2.31)$$

Учитывая, что  $\sigma_y = 0$ ,  $\tau_{yz} = 0$ ;  $\tau_{yx} = \tau_{xy} = \tau_t$ , из уравнений (2.31), будем иметь:

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}(1+\mu)}{E}, \gamma_{yz} = 0, \gamma_{xy} = \frac{\tau_t(1+\mu)}{E}. \quad (2.32)$$

Подставляя (2.32) в выражение (2.29), получим:

$$\varepsilon_x = \frac{\gamma^2 (\varepsilon_y - \varepsilon_{btul}) + 4\varepsilon_{btul}^3 - 4\varepsilon_{btul}^2 (\varepsilon_y + \varepsilon_z) + \varepsilon_{btul} (4\varepsilon_z \varepsilon_y - \gamma^2) + \varepsilon_z \cdot \gamma^2}{4(\varepsilon_z \varepsilon_{btul} - \varepsilon_{btul}^2 + \varepsilon_y \varepsilon_{btul} - \varepsilon_y \varepsilon_z)},$$

где  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  вычисляются по формулам (2.21)–(2.23), а  $\gamma_{xy}, \gamma_{zx}, \gamma_{yz}$  – по (2.32), соответственно.

Располагая деформациями  $\varepsilon_x$ , напряжение  $\sigma_x$  определяется по формуле (2.22) из которой следует:

$$\sigma_x = \varepsilon_x E - \sigma_{x,d} + \mu \sigma_z. \quad (2.33)$$

6. Используя полученные уравнения и соотношения между изгибающим ( $M_{bend}$ ) и крутящим ( $M_t$ ) моментом  $M_{bend}/M_t = \eta$ , составим функцию многих переменных  $F(R_{sup}, \sigma_z, \sigma_x, \tau_{zx}, \tau_t, x, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5)$ .

Физическая интерпретация полученного решения состоит в том, что оно позволяет отыскивать минимальную обобщенную нагрузку  $R_{sup,crc}$ , которая соответствует образованию первой пространственной трещины и абсциссе точки (точка  $A$  на рис. 2.1) ее образования.

**Второй случай** образования пространственных трещин первого типа на боковой грани в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом рассмотрен на рис. 2.4, базируется на тех же предпосылках и описывается теми же уравнениями, которые были рассмотрены в случае 1.

Затем, используя полученные уравнения и соотношения между крутящим моментом ( $M_t$ ) и поперечной силой ( $Q_z$ )  $\left(\frac{Q_z}{M_t} = \eta_1\right)$ , аналогично как и для случая 1 составляется функция многих переменных  $F(R_{sup}, \sigma_z, \sigma_x, \tau_{zx}, \tau_t, x, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5)$ .

Физическая интерпретация полученного решения состоит в том, что оно позволяет отыскивать минимальное обобщенную нагрузку  $R_{sup,crc}$ , которая

соответствует образованию первой пространственной трещины на боковой грани и абсциссу точки  $A$  (точка  $A$  на рис. 2.4) ее образования.

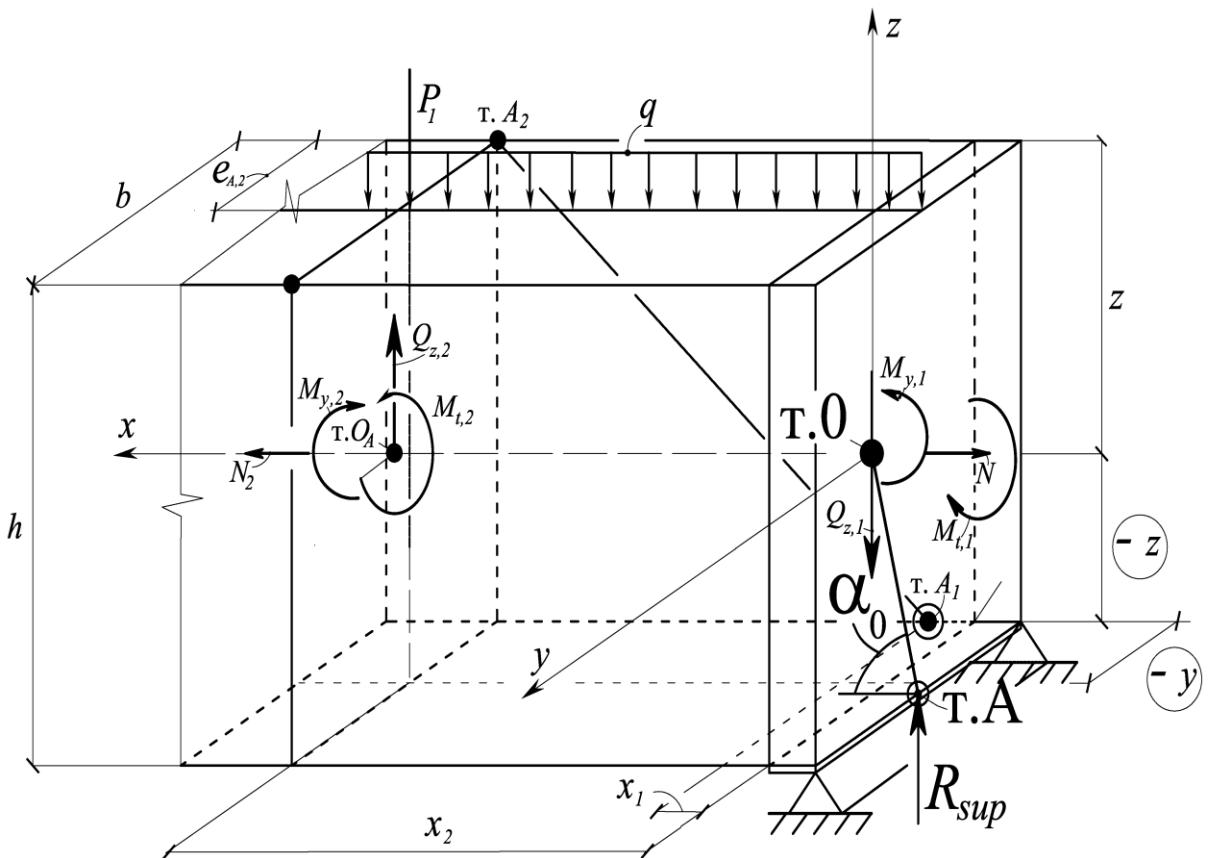


Рис. 2.4. Расчетная схема (с внутренними усилиями и выбором системы координат) к образованию пространственных трещин первого типа (случай 2)

После определения абсциссы  $x$  точки  $A$  (см. рис. 2.4), в которой образуется пространственная трещина первого типа на боковой грани и отыскания обобщенной нагрузки трещинообразования, выраженной в виде функции через опорную реакцию  $R_{sup}$  можно определить пространственное расположение главных площадок, в окрестности этой точки, в плоскости которой будет располагаться начало пространственной трещины, т. е. другими словами определить направление развития этой трещины). Так как для рассматриваемого случая  $\sigma_y = 0$ ,  $\tau_{yz} = 0$ , а  $\tau_{xy} = \tau_t$ ,  $\sigma = \sigma_1 = \beta \cdot R_{bt}$  ( $\beta$  – коэффициент, учитывающий снижение предельных главных (минимальных) растягивающих напряжений по сравнению с нормальными

растягивающими напряжениями  $\sigma_x = R_{bt}$ ) то используется второе и третье уравнения (2.52), (2.53) из которых отыскиваются направляющие косинусы.

В итоге получено решение задачи образования пространственных трещин первого типа для двух случаев их образования (на нижней и боковой грани, соответственно) в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом, которое может быть использовано при различных схемах нагружения, продольного (с возможностью учета предварительного напряжения) и поперечного армирования, классах бетона, геометрических характеристиках сечения.

## **2.2. Метод определения минимальной нагрузки и координат образования пространственных трещин первого типа в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом**

Сопротивление стержневых железобетонных конструкций образованию первой пространственной трещины на их нижней грани осуществляется на основании следующих уравнений.

1. Уравнения связи между нормальными напряжениями  $\sigma_x$  в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры (рис. 2.2, *a*) и обобщенной внешней нагрузкой, выраженной через опорную реакцию  $R_{sup}$ , в виде обобщенной нагрузки в момент образования первой пространственной трещины, включающее изгибающий момент  $P_0 \cdot e_{0,p}$  от усилия предварительного напряжения  $P_0$ , а также местное воздействия  $\frac{R_{sup}}{b \cdot h} \cdot \varphi_x$ , определяемые в соответствии с формулой (2.3).

2. Уравнение для определения касательных напряжений кручения  $\tau_t$  [146] в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры в соответствии с рис. 2.3 и формулой (2.10).

3. Уравнение для определения касательных напряжений  $\tau_{zx}$  в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры в соответствии с рис. 2.2,  $\delta$ , в соответствии с уравнением (2.16).

4. Уравнение связи внешней нагрузки (выраженной через опорную реакцию  $R_{sup}$ ) и нормальными напряжениями  $\sigma_z$  в точке, с координатами в которой они определяются, записанного с учетом местных полей от опорной реакции и сосредоточенной силы, а также с учетом предварительного напряжения в хомутах и отгибах, определяемое по формуле (2.19)

5. Условия (2.20) образования пространственных трещин при кручении с изгибом, где главные деформации удлинения бетона равны  $\varepsilon_{bt,ul}$ . Располагая деформациями  $\varepsilon_x$ , напряжение  $\sigma_x$  определяется по формуле (2.33).

6. Используя полученные уравнения и соотношения между изгибающим ( $M_{bend}$ ) и крутящим ( $M_t$ ) моментом  $M_{bend}/M_t = \eta$ , составим функцию многих переменных с использованием множителей Лагранжа  $\lambda_i$ :

$$\begin{aligned}
 F(R_{sup}, \sigma_z, \sigma_x, \tau_{zx}, \tau_t, x, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5) = & \\
 = & \frac{\sigma_x \cdot A_{red} \cdot I_{red} - N \cdot I_{red} \mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red} \cdot (-0,5h)}{\pm x \cdot (-0,5h) \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}} + \\
 & + \left[ \sigma_z - \left( \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}) + B_3 \right) \right] \lambda_1 + \\
 & + \left[ \sigma_x - (\varepsilon_x E - \sigma_{x,d} + \mu \sigma_z) \right] \lambda_2 + \\
 & + \left[ \tau_{zx} - \left( (R_{sup} - Q_{inc}) \cdot (-0,5h \cdot B_2 - B_1) - \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_{zx} \right) \right] \lambda_3 + \\
 & + \left[ \tau_t - \frac{M_t}{2I_t} \sqrt{b^2 + h^2} \right] \lambda_4 + \\
 & + \left[ R_{sup} - \frac{\sigma_x \cdot A_{red} \cdot I_{red} - N \cdot I_{red} \mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red} \cdot (-0,5h)}{\pm x \cdot (-0,5h) \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}} \right] \lambda_5. \tag{2.34}
 \end{aligned}$$

Из условия экстремума функции многих переменных (2.34), записываем уравнения, которые выражают равенства нулю ее частных производных по соответствующим переменным  $R_{\text{sup}}$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$ ,  $\tau_{zx}$ ,  $\tau_t$ ,  $x$ :

$$\frac{\partial F}{\partial R_{\text{sup}}} = \frac{(\varphi_z + k \cdot \varphi_{z,z})}{A_{\text{red}}} \cdot \lambda_1 + \left( 0,5h \cdot B_2 + B_1 + \frac{\varphi_{zx}}{A_{\text{red}}} \right) \lambda_3 + \lambda_5; \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_z} = \lambda_1 + \mu \lambda_2; \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_x} = \frac{A_{\text{red}} \cdot I_{\text{red}}}{\pm x \cdot (-0,5h) \cdot A_{\text{red}} + \varphi_x \cdot I_{\text{red}}} (1 - \lambda_5) + \lambda_2; \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau_{zx}} = \lambda_3; \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau_t} = \lambda_4; \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \left[ \frac{\left[ \mp (0,5h) \cdot A_{\text{red}} + \frac{\varphi_{x,i+1} - \varphi_{x,i-1}}{2\Delta x} \cdot I_{\text{red}} \right] (\sigma_x \cdot A_{\text{red}} \cdot I_{\text{red}} - N \cdot I_{\text{red}} \mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{\text{red}} \cdot (-0,5h))}{[\pm x \cdot (-0,5h) \cdot A_{\text{red}} + \varphi_x \cdot I_{\text{red}}]^2} \right] (\lambda_5 - 1) -$$

$$- \frac{R_{\text{sup}}}{A_{\text{red}}} \cdot \frac{\varphi_{zx,i+1} - \varphi_{zx,i-1}}{2\Delta x} \cdot \lambda_3, \quad (2.40)$$

где  $\varphi_{zx,i+1}$  и  $\varphi_{zx,i-1}$  – коэффициент учета местных касательных напряжений  $\tau_{xz}$  в направлении оси  $z$  от опорных реакций в смежных ячейках, которые по своему физическому смыслу принимается в соответствии с [134, 135, табл. 39];  $\Delta x$  – шаг, используемый при табулировании табл. 39 [135].

Используя выражения (2.35)–(2.40) и приравнивая нулю полученные частные производные, получим следующую систему уравнений для нахождения  $\lambda_i$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z})}{A_{red}} \cdot \lambda_1 + \left( 0,5h \cdot B_2 + B_1 + \frac{\varphi_{zx}}{A_{red}} \right) \lambda_3 + \lambda_5 = 0; \\ \lambda_1 + \mu \lambda_2 = 0; \\ \lambda_3 = 0; \\ \lambda_4 = 0; \\ \frac{A_{red} \cdot I_{red}}{\pm x \cdot (-0,5h) \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}} (1 - \lambda_5) + \lambda_2 = 0. \end{array} \right. \quad (2.41)$$

Выполнив соответствующие алгебраические преобразования уравнений системы (2.41) можно записать:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_5 = -\frac{(\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z})}{A_{red}} \cdot \lambda_1; \\ \lambda_2 = -\frac{\lambda_1}{\mu}; \\ \lambda_3 = 0; \\ \lambda_4 = 0; \\ \frac{A_{red} \cdot I_{red}}{\pm x \cdot (-0,5h) \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}} (1 - \lambda_5) + \lambda_2 = 0. \end{array} \right. \quad (2.42)$$

Подставляя первое и второе уравнения системы (2.42) в пятое, получим:

$$\frac{A_{red} \cdot I_{red}}{\pm x \cdot (-0,5h) \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}} \left( 1 + \frac{(\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z})}{A_{red}} \cdot \lambda_1 \right) - \frac{\lambda_1}{\mu} = 0. \quad (2.43)$$

Решая уравнение (2.43) относительно переменной  $\lambda_1$ , получим следующее алгебраическое выражение:

$$\lambda_1 = -\frac{A_{red} \cdot I_{red}}{\varphi_x \cdot I_{red} - \mu \cdot I_{red} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}) \mp x \cdot (0,5h) \cdot A_{red}}. \quad (2.44)$$

Используя второе уравнение системы (2.42) и формулу (2.44), получим аналитическую зависимость для определения параметра  $\lambda_2$ :

$$\lambda_2 = \frac{A_{red} \cdot I_{red}}{\mu^2 \cdot I_{red} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}) \pm \mu \cdot x \cdot (0,5h) \cdot A_{red} - \mu \cdot \varphi_x \cdot I_{red}}. \quad (2.45)$$

Аналогично, используя первое уравнение системы (2.42) и формулу (2.44), получим выражение для определения параметра  $\lambda_1$ :

$$\lambda_3 = \frac{I_{red} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z})}{\mu \cdot I_{red} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}) \pm x \cdot (0,5h) \cdot A_{red} - \varphi_x \cdot I_{red}}. \quad (2.46)$$

Приравнивая нулю частную производную, полученную в выражении (2.40) и подставляя в нее выражение (2.46) с учетом того, что  $\lambda_3 = 0$ , будем иметь:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\left[ \mp (0,5h) \cdot A_{red} + \frac{\varphi_{x,i+1} - \varphi_{x,i-1}}{2\Delta x} \cdot I_{red} \right] (\sigma_x \cdot A_{red} \cdot I_{red} - N \cdot I_{red} \mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red} \cdot (-0,5h))}{[\pm x \cdot (-0,5h) \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}]^2} \right] \times \\ & \times \left( \frac{I_{red} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z})}{\mu \cdot I_{red} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}) \pm x \cdot (0,5h) \cdot A_{red} - \varphi_x \cdot I_{red}} - 1 \right) = 0. \quad (2.47) \end{aligned}$$

Запишем выражение (2.47), для упрощения алгебраических преобразований в следующем виде:

$$\frac{a_4[a_1 + a_2]}{[\pm x \cdot a_1 - a_3]^2} \cdot \left( \frac{a_5}{a_6 - x \cdot a_1 + a_3} - 1 \right) = 0, \quad (2.48)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= \mp (0,5h) \cdot A_{red}; \quad a_2 = \frac{\varphi_{x,i+1} - \varphi_{x,i-1}}{2\Delta x} \cdot I_{red}; \\ a_3 &= -\varphi_x \cdot I_{red}; \quad a_4 = \sigma_x \cdot A_{red} \cdot I_{red} - N \cdot I_{red} - P_0 \cdot e_{0,p} \cdot a_1; \\ a_5 &= I_{red} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}); \quad a_6 = \mu \cdot I_{red} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}). \end{aligned}$$

Приравнивая числитель выражения (2.48) нулю, получим выражение для нахождения переменной координаты  $x$ :

$$\begin{aligned} a_4(a_1 + a_2)(a_5 - a_6 + x \cdot a_1 - a_3) &= 0; \\ a_5 - a_6 + x \cdot a_1 - a_3 &= 0; \\ x &= \frac{a_3 - a_5 + a_6}{a_1}, \end{aligned} \quad (2.49)$$

Подставляя значения параметров  $a_1 \dots a_6$  в уравнение (2.49), имеем выражение для нахождения переменной координаты образования первой пространственной трещины первого типа (случай 1):

$$x = \frac{-\varphi_x \cdot I_{red} - I_{red} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}) + \mu \cdot I_{red} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z})}{\mp (0,5h) \cdot A_{red}};$$

$$x = \frac{I_{red} [\varphi_x + \varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z} - \mu \cdot \varphi_z - \mu \cdot k \cdot \varphi_{2,z}]}{\pm (0,5h) \cdot A_{red}}. \quad (2.50)$$

Физическая интерпретация полученного решения состоит в том, что оно позволяет отыскивать минимальное обобщенную нагрузку  $R_{sup,crc}$ , которая соответствует образованию первой пространственной трещины и абсциссе точки ее образования (точка  $A$  на рис. 2.1).

После определения абсциссы в которой образуется пространственная трещина первого типа на боковой грани и отыскания обобщенной нагрузки трещинообразования, выраженной в виде функции через опорную реакцию  $R_{sup}$  можно определить пространственное расположение главных площадок, в окрестности этой точки, в плоскости которой будет располагаться начало пространственной трещины, т. е. другими словами определить направление развития этой трещины). Определение направляющих косинусов  $l, m, n$  выполняется по уравнениям:

$$(\sigma_x - \sigma) \cdot l + \tau_{xy} \cdot m + \tau_{xz} \cdot n = 0; \quad (2.51)$$

$$\tau_{yx} \cdot l + (\sigma_y - \sigma) \cdot m + \tau_{yz} \cdot n = 0; \quad (2.52)$$

$$\tau_{zx} \cdot l + \tau_{yz} \cdot m + (\sigma_z - \sigma) \cdot n = 0; \quad (2.53)$$

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1. \quad (2.54)$$

Так как для рассматриваемого случая (случай 2, рис. 2.4)  $\sigma_y = 0$ ,  $\tau_{yz} = 0$ , а  $\tau_{xy} = \tau_t$ ,  $\sigma = \sigma_1 = \beta \cdot R_{bt}$  и при этом из первых трех уравнений используется только два (любые на выбор, в данном случае, – второе и третье, с тем, чтобы количество уравнений равнялось количеству неизвестных направляющих косинусов), то формулы (2.51)–(2.54) примут вид:

$$\tau_t \cdot l_1 - \beta \cdot R_{bt} \cdot m_1 = 0, \quad (2.55)$$

$$\tau_{zx} \cdot l_1 + (\sigma_z - \beta \cdot R_{bt}) \cdot n_1 = 0; \quad (2.56)$$

$$l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 = 1. \quad (2.57)$$

### 2.3. Разработка расчетной модели образования пространственных трещин второго и третьего типов в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом

В основу построения расчетной модели трещинообразования при кручении с изгибом для пространственных трещин второго (третьего) типа положены следующие расчетные предпосылки:

- образование первой пространственной трещины происходит в точке  $A$  (рис. 2.5) с координатами  $x, y, z$  определяемыми из условия минимума опорной реакции  $R_{sup}$  как обобщенной нагрузки, выраженной в виде функции многих переменных;
- в качестве критерия образования пространственной трещины принимается условие достижения главными деформациями удлинения бетона  $\varepsilon_{bt}$  своих предельных значений  $\varepsilon_{bt,ul}$  [49];
- эпюры нормальных и касательных напряжений в поперечном сечении, проходящем через точку  $A$ , аппроксимируются между точками 1 и 2 (рис. 2.6) линейными зависимостями [30, 49].

Сопротивление стержневых железобетонных элементов образованию первой пространственной трещины при кручении с изгибом осуществляется на основании следующих уравнений (рис. 2.5, 2.7):

1. Уравнения связи между нормальными напряжениями  $\sigma_x$  и внешней нагрузкой, выраженной через опорную реакцию  $R_{sup}$ , в виде обобщенной нагрузки в момент образования пространственных трещин, определяемого для нормальных напряжений в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры с учетом продольной силы  $N$ , усилия предварительного напряжения, изгибающего момента  $R_{sup} \cdot x$  от внешних сил

и от усилия предварительного напряжения  $P_0 \cdot e_{0,p}$ , а также с учетом местных

воздействий  $\frac{R_{\text{sup}}}{b \cdot h} \cdot \varphi_x$ :

$$\sigma_x = \frac{N}{A_{\text{red}}} \pm \frac{R_{\text{sup}} \cdot x \cdot z}{I_{\text{red}}} \pm \frac{P_0 \cdot e_{0,p} \cdot z}{I_{\text{red}}} + \frac{R_{\text{sup}}}{b \cdot h} \cdot \varphi_x. \quad (2.58)$$

Отсюда следует,

$$R_{\text{sup}} = \frac{\sigma_x \cdot A_{\text{red}} \cdot I_{\text{red}} - N \cdot I_{\text{red}} \mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{\text{red}} \cdot z}{\pm x \cdot z \cdot A_{\text{red}} + \varphi_x \cdot I_{\text{red}}}. \quad (2.59)$$

2. Уравнения для определения касательных напряжений кручения  $\tau_t$  [146] в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры в соответствии с рис. 2.3.

$$\tau_t = \frac{M_t \cdot \rho}{I_t} = \frac{M_t}{I_t} \sqrt{z^2 + y^2} \leq \tau_{t,u}, \quad (2.60)$$

где момент инерции при кручении в общем случае для сложного сечения равен сумме моментов инерции отдельных сечений.

$$It = I_{1t} + I_{2t} + \dots = \sum I_{it}; \quad (2.61)$$

$$M_{1t} = M_t \frac{I_{1t}}{I_t}; \quad M_{2t} = M_t \frac{I_{2t}}{I_t}; \quad \dots M_{it} = M_t \frac{I_{it}}{I_t}; \quad (2.62)$$

$$\frac{\tau_t \cdot I_t}{M_t} = \sqrt{z^2 + y^2}; \quad \left( \frac{\tau_t \cdot I_t}{M_t} \right)^2 = z^2 + y^2; \quad y^2 = \left( \frac{\tau_t \cdot I_t}{M_t} \right)^2 - z^2, \quad (2.63)$$

Выполняя алгебраические преобразования, из уравнения (2.60) получим формулу для определения координаты  $y$ :

$$y = \pm \frac{\sqrt{\tau_t^2 \cdot I_t^2 - M_t^2 \cdot z^2}}{M_t} \leq \pm 0,5b. \quad (2.64)$$

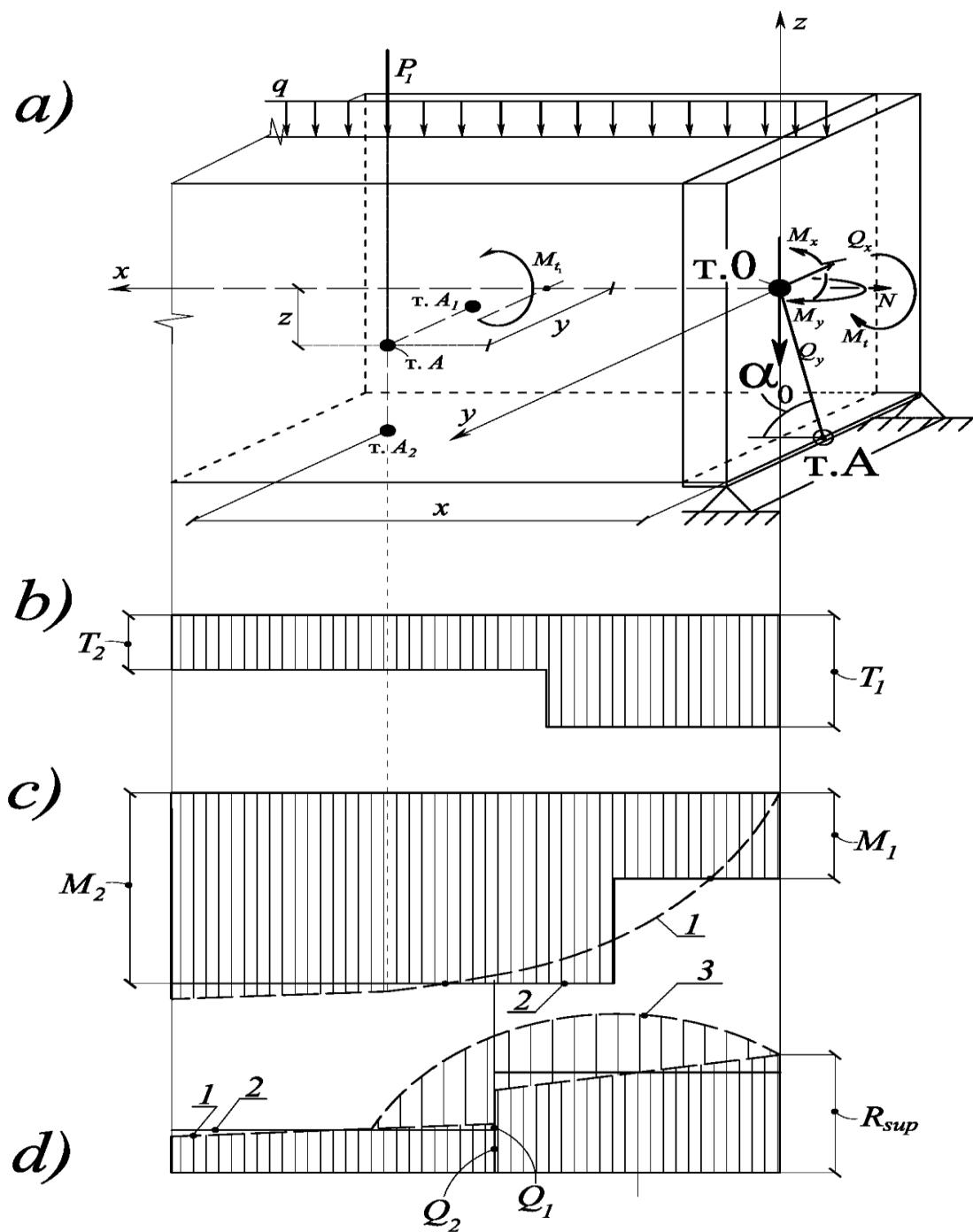


Рис. 2.5. Расчетная схема к определению образования пространственных трещин второго (третьего) типа: *а* – схема усилий и схема выбора системы координат к образованию первой пространственной трещины; *б, с, д* – эпюры  $M_t$ ,  $M$  и  $Q_y$  соответственно;

1 – действительная эпюра; 2 – принимаемая для расчета; 3 – эпюра поперечных сил от местного поля касательных напряжений

3. Уравнения для определения касательных напряжений  $\tau_{xz}$  в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры в соответствии с рис. 2.6, *a*, *б*:

$$\tau_{xz} = \tau_2 + (\tau_1 - \tau_2) \cdot \frac{h - z_d - h'_f - z}{h - z_d - h'_f} + \tau_{xz,loc} \leq 0,5 \tau_u. \quad (2.65)$$

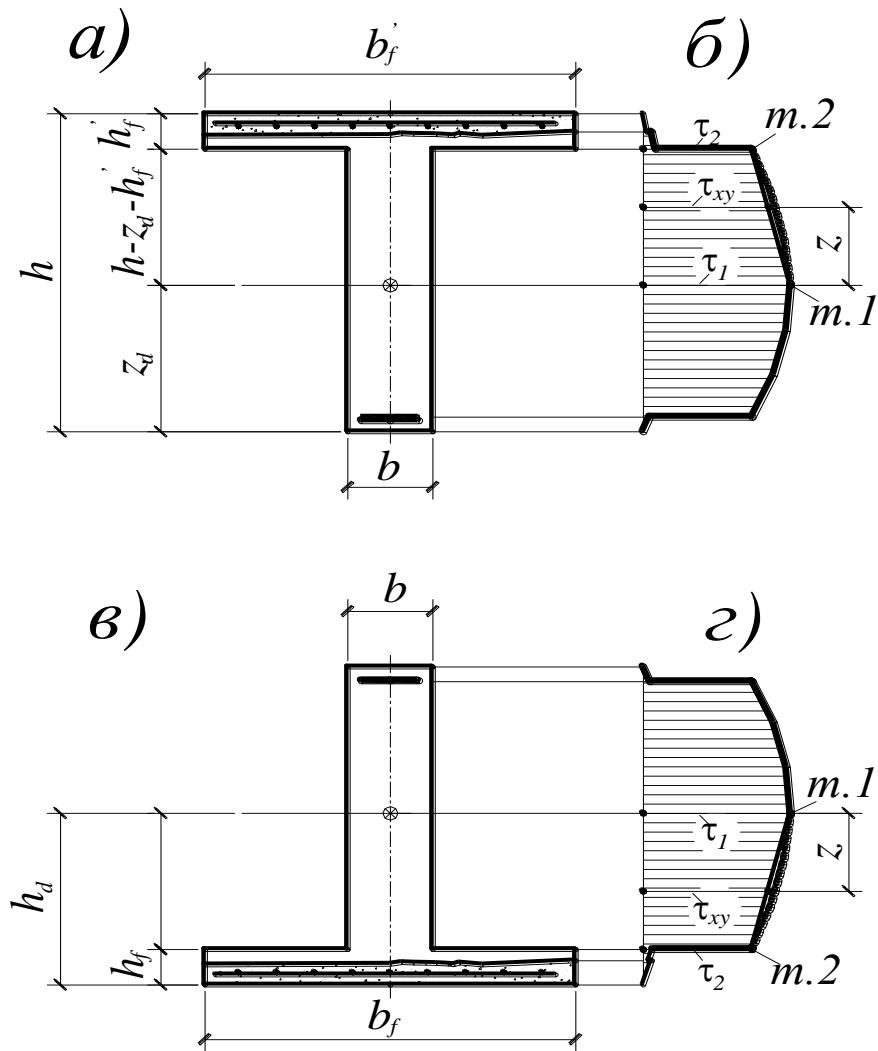


Рис. 2.6. Поперечные сечения и эпюры касательных напряжений: *а*, *б* – случай I; *в*, *г* – случай II

При этом уравнения связи между касательными напряжениями в поперечном сечении железобетонного стержня и обобщенной нагрузкой  $R_{sup}$  –  $\tau_2$  и  $\tau_1$  (рис. 2.6, *б*, *г*) учитывают поперечную силу не только от опорной реакции (с учетом местных напряжений), но и от отгибаемых арматурных стержней.

Из зависимости (2.65) следует,

$$z = \frac{(R_{sup} - Q_{inc})B_1 + \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_{xz} - \tau_{xz}}{(R_{sup} - Q_{inc}) \cdot B_2} \leq \pm 0,5h. \quad (2.66)$$

где

$$B_1 = \frac{S_{n,ax}}{I_{red} \cdot b}; \quad (2.67)$$

$$B_2 = \frac{1}{I_{red} \cdot b \cdot (h - z_d - h'_f)} \text{ (для случая I (рис. 2.6, a, б);} \quad (2.68)$$

$$B_2 = \frac{1}{I_{red} \cdot b \cdot (z_d - h_f)} \text{ (для случая II (рис. 2, в, г).} \quad (2.69)$$

Для прямоугольных сечений параметр  $h'_f$  принимается равным  $(h - z_d)/3$ , а параметр  $h_f$  принимается равным  $z_d/3$ .

4. Уравнения связи внешней нагрузки (выраженной через опорную реакцию  $R_{sup}$ ) и нормальными напряжениями  $\sigma_z$  в точке, с координатами в которой они определяются, записанного с учетом местных полей от опорной реакции и сосредоточенной силы, а также с учетом предварительного напряжения в хомутах и отгибах:

$$\sigma_z = \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_z + k \cdot \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_{2,z} + \frac{\sigma_{sw,p} \cdot A_{sw,p}}{S_{sw,p} \cdot b} + \frac{\sigma_{inc,p} \cdot A_{inc,p}}{S_{inc,p} \cdot b} \cdot \sin \theta. \quad (2.70)$$

Обозначим,

$$B_3 = \frac{\sigma_{sw,p} \cdot A_{sw,p}}{S_{sw,p} \cdot b} + \frac{\sigma_{inc,p} \cdot A_{inc,p}}{S_{inc,p} \cdot b} \cdot \sin \theta. \quad (2.71)$$

Тогда,

$$\sigma_z = \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}) + B_3. \quad (2.72)$$

5. Уравнения для определения главных растягивающих напряжений (принимая их равными  $R_{bt}$ ). Из этого уравнения отыскивается  $\sigma_x$ :

$$\sigma^3 - \sigma^2 \cdot S_1 + \sigma \cdot S_2 - S_3 = 0, \quad (2.73)$$

где  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  – первый, второй и третий инварианты напряженного состояния, соответственно.

Учитывая, что  $\sigma_y = 0$ ,  $\tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$ ,  $\tau_{yx} = \tau_t$  будем иметь:  $S_1 = \sigma_x + \sigma_z$ ,  $S_2 = \sigma_x \sigma_z - \tau_{zx}^2$ ;  $S_3 = 0$ .

Из уравнения (2.73) отыскивается  $\sigma_x$ . Подставляя в него  $\sigma = R_{bt}$  значения вариантов напряженного состояния получим напряжения  $\sigma_x$  в поперечном сечении, расположенному на расстоянии  $x$  от опоры:

$$\begin{aligned} \sigma^3 - \sigma^2 \cdot (\sigma_x + \sigma_z) + \sigma \cdot (\sigma_x \sigma_z - \tau_{zx}^2) - 0 &= 0; \\ \sigma^2 - \sigma \cdot (\sigma_x + \sigma_z) + (\sigma_x \sigma_z - \tau_{zx}^2) &= 0; \\ \sigma &= R_{bt}; \\ R_{bt}^2 - R_{bt} \cdot (\sigma_x + \sigma_z) + (\sigma_x \sigma_z - \tau_{zx}^2) &= 0; \\ R_{bt}^2 - R_{bt} \cdot \sigma_x - R_{bt} \cdot \sigma_z + \sigma_x \sigma_z - \tau_{zx}^2 &= 0; \\ \sigma_x (\sigma_z - R_{bt}) &= \tau_{zx}^2 + R_{bt} \cdot \sigma_z - R_{bt}^2; \\ \sigma_x &= \frac{\tau_{zx}^2 + R_{bt} \cdot \sigma_z - R_{bt}^2}{\sigma_z - R_{bt}}. \end{aligned} \quad (2.74)$$

6. Применимально к деформациям, уравнение (2.73) принимает следующий вид:

$$\varepsilon^3 - \varepsilon^2 \cdot S_1 + \varepsilon \cdot S_2 - S_3 = 0, \quad (2.75)$$

где  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  – первый, второй и третий инварианты тензора деформаций, соответственно (см. уравнения 2.26-2.28)

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \sigma_y &= 0; \\ \varepsilon_y &= -\frac{\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_z); \\ \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu \sigma_z + \sigma_{x,d}]; \\ \varepsilon_{x,d} &= \frac{w}{x}, \quad \varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu \sigma_x], \quad \text{где } w = \frac{M}{G \cdot I_t} \cdot f(x, z) \end{aligned}$$

и принимая во внимание зависимости [146] будем иметь,

$$f(x, z) = \beta \cdot x \cdot z \quad \beta_t = \frac{a_*^2 - b_*^2}{a_*^2 + b_*^2},$$

В итоге, получим уравнение для определения деформаций сдвига:

$$\gamma_{xz} = \pm \sqrt{\frac{4\epsilon_{bt,ul}\epsilon_x\epsilon_z - 4\epsilon_{bt,ul}^2(\epsilon_x + \epsilon_z) - 4\epsilon_{bt,ul}\epsilon_x\epsilon_z \left[ \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) \right] \cdot (\epsilon_z + \epsilon_x) + \left[ \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) \right] (4\epsilon_{bt,ul}^2 + 4\epsilon_x\epsilon_z)}{\left( \epsilon_{bt,ul} + \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) \right)}}. \quad (2.76)$$

Тогда, используя выражение (2.76), записывается уравнение для определения касательных напряжений  $\tau_{xz}$

$$\tau_{xz} = \pm \frac{E}{(1+\mu)} \sqrt{\frac{4\epsilon_{bt,ul}\epsilon_x\epsilon_z - 4\epsilon_{bt,ul}^2(\epsilon_x + \epsilon_z) + 4\epsilon_{bt,ul}\epsilon_x\epsilon_y\epsilon_z \cdot (\epsilon_z + \epsilon_x) - \epsilon_y(4\epsilon_{bt,ul}^2 + 4\epsilon_x\epsilon_z)}{(\epsilon_{bt,ul} - \epsilon_y)}} \leq \tau_u. \quad (2.77)$$

7. Используя соотношение между изгибающим и крутящим моментом задано  $\frac{M_{bond}}{M_t} = \eta$ , будем иметь:

$$\tau_t = \frac{R_{sup} \cdot x \cdot \sqrt{z^2 + y^2}}{I_t \cdot \eta} \leq \tau_{t,u}. \quad (2.78)$$

8. Используя полученные уравнения, составляется функция многих переменных  $F(R_{sup}, y, z\sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}, \tau_t, x\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7)$  и из условия экстремума этой функции, записываются уравнения, которые выражают равенства нулю ее частных производных.

Физическая интерпретация полученного решения состоит в том, что оно позволяет находить минимальное обобщенную нагрузку  $R_{sup,rc}$ , которая соответствует образованию первой пространственной трещины и координаты точки (точка  $A$  на рис. 2.5) ее образования.

После определения координат  $(x, y, z)$  точки  $A$  (см. рис. 2.5), в которой образуется первая пространственная трещина и отыскания обобщенной нагрузки трещинообразования, выраженной в виде функции через опорную реакцию  $R_{sup}$ , можно определить пространственное расположение главных площадок в окрестности этой точки, в плоскости которой будет

располагаться начало пространственной трещины, т. е. другими словами определить направление развития этой трещины. Определение направляющих косинусов  $l_1, m_1, n_1$  выполняется по уравнениям (2.51)–(2.54).

При этом из первых трех уравнений используется только два (любые на выбор), так чтобы количество уравнений равнялось количеству неизвестных направляющих косинусов.

В итоге получено решение задачи образования пространственных трещин второго (третьего) типа для железобетонных конструкций при кручении с изгибом, которое может быть использовано при различных схемах загружения, продольного (с возможностью учета предварительного напряжения) и поперечного армирования, классах бетона, геометрических характеристиках сечения.

#### **2.4. Метод определения минимальной нагрузки и координат образования пространственных трещин второго и третьего типов в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом**

В работах [141-142] были предложены рабочие предпосылки и расчетная модель образования пространственных трещин в произвольной точке железобетонных конструкциях при кручении с изгибом. Основные из них базируются на том, что образование первой пространственной трещины происходит в точке  $A$  (см. рис. 2.5) абсцисса которой и минимальная обобщенная нагрузка, выраженная в виде  $R_{\text{sup,cr}}$ , отыскивается из условия экстремума функции многих переменных. При этом в качестве критерия образования пространственной трещины принято условие достижения главными деформациями удлинения бетона  $\varepsilon_{bt}$  своих предельных значений  $\varepsilon_{bt,ul}$ .

Продолжая эти исследования и опираясь на разрешающие уравнения, полученные в работе [142], можно построить функцию

$F(R_{\text{sup}}, z, y, \sigma_y, \sigma_x, \tau_{xy}, \tau_t, x, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7)$  с помощью которой предоставляется возможность отыскания минимального значения обобщенной нагрузки и координат образования первой пространственной трещины.

Сопротивление стержневых железобетонных конструкций образованию первой пространственной трещины в произвольной точке конструкции при кручении с изгибом, осуществляется на основании следующих уравнений (см. рис. 2.5):

1. Уравнения связи между нормальными напряжениями  $\sigma_x$  и обобщенной внешней нагрузкой, выраженной через опорную реакцию  $R_{\text{sup}}$ , в виде обобщенной нагрузки в момент образования первой пространственной трещины, включающее изгибательный момент от усилия предварительного напряжения, продольную силу и усилие предварительного напряжения, а

также с учетом местные воздействия  $\frac{R_{\text{sup}}}{b \cdot h} \cdot \varphi_x$  (параметры  $\varphi_x$  и т.п. (см. ниже)

по своему физическому смыслу и обозначению соответствуют нормам [27]). Из уравнения (2.59) находится неизвестное  $R_{\text{sup}}$ .

2. Уравнения для определения касательных напряжений кручения  $\tau_t$  в поперечном сечении (см. уравнения 2.60), расположенному на расстоянии  $x$  от опоры. Из уравнения (2.64) находим неизвестную координату  $y$ .

3. Уравнения для определения касательных напряжений  $\tau_{xz}$  в поперечном сечении, расположенному на расстоянии  $x$  от опоры. При этом уравнения связи между касательными напряжениями в поперечном сечении железобетонного стержня и обобщенной нагрузкой  $R_{\text{sup}} - \tau_2$  и  $\tau_1$  учитывают поперечную силу не только от опорной реакции (с учетом местных напряжений), но и от отгибаемых арматурных стержней [164]. Из уравнения (2.66) определяется неизвестная координата образования пространственных трещин второго и третьего типов  $z$ .

4. Уравнения связи внешней нагрузки (выраженной через опорную реакцию  $R_{\text{sup}}$ ) и нормальными напряжениями  $\sigma_z$  в точке, с координатами в

которой они определяются, записанного с учетом местных полей напряжений от опорной реакции и сосредоточенной силы, а также с учетом предварительного напряжения в хомутах и отгибах. Из уравнения (2.72) определяется неизвестное  $\sigma_z$ .

5. Уравнения для определения главных растягивающих напряжений (принимая их равными  $R_{bt}$ ) записываемые в виде выражений (2.73) и (2.74).

6. Условия образования пространственных трещин при кручении с изгибом, где главные деформации удлинения бетона равны  $\varepsilon_{bt,ul}$  определяются в соответствии с формулой (2.75). Касательные напряжения  $\tau_{xz}$  вычисляются по формуле (2.77).

7. Используя соотношение между изгибающим и крутящим моментом задано  $\frac{M_{bond}}{M_t} = \eta$ , определяются касательные усилия  $\tau_t$  от действия крутящего момента в соответствии с формулой (2.78).

Для полученных уравнений (2.59)–(2.78), составляется функция многих переменных  $F$ :

$$\begin{aligned}
 F(R_{sup}, y, z, \sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}, \tau_t, x, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7) = & \\
 = \frac{\sigma_x \cdot A_{red} \cdot I_{red} - N \cdot I_{red} \mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red} \cdot z}{\pm x \cdot z \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}} + & \\
 + \left[ y \mp \frac{\sqrt{\tau_t^2 \cdot I_t^2 - M_t^2 \cdot z^2}}{M_t} \right] \lambda_1 + & \\
 + \left[ z - \left( \frac{(R_{sup} - Q_{inc})B_1 + \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_{xz} - \tau_{xz}}{(R_{sup} - Q_{inc}) \cdot B_2} \right) \right] \lambda_2 + & \\
 + \left[ \sigma_z - \left( \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}) + B_3 \right) \right] \lambda_3 + & \\
 + \left[ \sigma_x - \frac{\tau_{xz}^2 + R_{bt} \cdot \sigma_z - R_{bt}^2}{\sigma_z - R_{bt}} \right] \lambda_4 + &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[ \tau_{xz} \mp \frac{E}{(1+\mu)} \sqrt{\frac{4\mathcal{E}_{bt,ul}\mathcal{E}_x\mathcal{E}_z - 4\mathcal{E}_{bt,ul}^2(\mathcal{E}_x + \mathcal{E}_z) + 4\mathcal{E}_{bt,ul}\mathcal{E}_x\mathcal{E}_y\mathcal{E}_z \cdot (\mathcal{E}_z + \mathcal{E}_x) - \mathcal{E}_y(4\mathcal{E}_{bt,ul}^2 + 4\mathcal{E}_x\mathcal{E}_z)}{(\mathcal{E}_{bt,ul} - \mathcal{E}_y)}} \right] \lambda_5 + \\
& + \left[ \tau_t - \frac{R_{sup} \cdot x \cdot \sqrt{z^2 + y^2}}{I_t \cdot \eta} \right] \lambda_6 + \\
& + \left[ R_{sup} - \frac{\sigma_x \cdot A_{red} \cdot I_{red} - N \cdot I_{red} \mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red} \cdot z}{\pm x \cdot z \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}} \right] \lambda_7. \quad (2.79)
\end{aligned}$$

Производя дифференцирование полученной функции (2.79) по соответствующим переменным, будем иметь следующие выражения:

$$\frac{\partial F}{\partial R_{sup}} = \left[ \frac{\frac{\varphi_{xz}}{A_{red}} Q_{inc} - \tau_{xz}}{(R_{sup} - Q_{inc})^2 \cdot B_2} \right] \lambda_2 - \left[ \frac{\varphi_z + k \cdot \varphi_{z,z}}{A_{red}} \right] \cdot \lambda_3 - \left( \frac{x \cdot \sqrt{z^2 + y^2}}{I_t \cdot \eta} \right) \cdot \lambda_6 + \lambda_7. \quad (2.80)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \lambda_1 + - \frac{R_{sup} \cdot x \cdot y}{I_t \cdot \eta \sqrt{z^2 + y^2}} \cdot \lambda_6. \quad (2.81)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial z} &= \left[ \frac{(\mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red}) \cdot (x \cdot z \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}) - \left( x \cdot A_{red} + \frac{\varphi_{x,i+1} - \varphi_{x,i-1}}{2\Delta z} \cdot I_{red} \right) (\sigma_x \cdot A_{red} \cdot I_{red} - N \cdot I_{red} \mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red} \cdot z)}{(x \cdot z \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red})^2} \right] \times \\
&\times (\lambda_7 - 1) \pm \left( \frac{z}{\sqrt{\tau_t^2 \cdot I_t^2 - z^2}} \right) M_t \cdot \lambda_1 + \left[ \frac{A_{red} \cdot B_2 (R_{sup} - Q_{inc}) - R_{sup} \cdot \frac{\varphi_{xz,i+1} - \varphi_{xz,i-1}}{2\Delta z}}{A_{red} (R_{sup} - Q_{inc}) \cdot B_2} \right] \lambda_2 - \\
&- \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \left( \frac{\varphi_{z,i+1} - \varphi_{z,i-1}}{2\Delta z} + k \cdot \frac{\varphi_{2z,i+1} - \varphi_{2z,i-1}}{2\Delta z} \right) \lambda_3 - \frac{R_{sup} \cdot x \cdot z}{I_t \cdot \eta \cdot \sqrt{z^2 + y^2}} \cdot \lambda_6. \quad (2.82)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_z} = \lambda_3 + \frac{\tau_{xz}^2}{(\sigma_z - R_{bt})^2} \lambda_4. \quad (2.83)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_x} = \frac{A_{red} \cdot I_{red}}{\pm x \cdot z \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}} (1 - \lambda_7) + \lambda_4. \quad (2.84)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau_{xz}} = \frac{1}{(R_{sup} - Q_{inc}) \cdot B_2} \cdot \lambda_2 - \frac{2\tau_{xz}}{\sigma_z - R_{bt}} \lambda_4 + \lambda_5. \quad (2.85)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau_t} = \mp \frac{\tau_t}{\sqrt{\tau_t^2 - I_t^2 - z^2} M_t} \lambda_1 + \lambda_6. \quad (2.86)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} = & \frac{\left( \pm z \cdot A_{red} + \frac{\varphi_{x,i+1} - \varphi_{x,i-1}}{2\Delta x} \cdot I_{red} \right) \left( \sigma_x \cdot A_{red} \cdot I_{red} - N \cdot I_{red} \mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red} \cdot z \right)}{\left( \pm x \cdot z \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red} \right)^2} (\lambda_7 - 1) + \\ & - \left( \frac{R_{sup} \cdot \frac{\varphi_{xz,i+1} - \varphi_{xz,i-1}}{2\Delta x}}{A_{red} (R_{sup} - Q_{inc}) \cdot B_2} \right) \lambda_2 - \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \left( \frac{\varphi_{z,i+1} - \varphi_{z,i-1}}{2\Delta x} + k \cdot \frac{\varphi_{2z,i+1} - \varphi_{2z,i-1}}{2\Delta x} \right) \lambda_3 - \\ & - \frac{R_{sup} \sqrt{z^2 + y^2}}{I_t \cdot \eta} \cdot \lambda_6. \end{aligned} \quad (2.87)$$

Используя эти выражения и приравнивая нулю частные производные, получим следующую систему уравнений:

$$\left[ \frac{\frac{\varphi_{xz}}{A_{red}} Q_{inc} - \tau_{xz}}{(R_{sup} - Q_{inc})^2 \cdot B_2} \right] \lambda_2 - \left[ \frac{\varphi_z + k \cdot \varphi_{2z}}{A_{red}} \right] \cdot \lambda_3 - \left( \frac{x \cdot \sqrt{z^2 + y^2}}{I_t \cdot \eta} \right) \cdot \lambda_6 + \lambda_7 = 0; \quad (2.88)$$

$$\lambda_1 - \frac{R_{sup} \cdot x \cdot y}{I_t \cdot \eta \sqrt{z^2 + y^2}} \cdot \lambda_6 = 0; \quad (2.89)$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{(\mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red}) \cdot (x \cdot z \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}) - \left( x \cdot A_{red} + \frac{\varphi_{x,i+1} - \varphi_{x,i-1}}{2\Delta z} \cdot I_{red} \right) \left( \sigma_x \cdot A_{red} \cdot I_{red} - N \cdot I_{red} \mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red} \cdot z \right)}{(x \cdot z \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red})^2} \right] \times \\ & \times (\lambda_7 - 1) \pm \frac{z}{\sqrt{\tau_t^2 - I_t^2 - z^2} M_t} \cdot \lambda_1 + \left[ \frac{A_{red} \cdot B_2 (R_{sup} - Q_{inc}) - R_{sup} \cdot \frac{\varphi_{xz,i+1} - \varphi_{xz,i-1}}{2\Delta z}}{A_{red} (R_{sup} - Q_{inc}) \cdot B_2} \right] \lambda_2 - \\ & - \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \left( \frac{\varphi_{z,i+1} - \varphi_{z,i-1}}{2\Delta z} + k \cdot \frac{\varphi_{2z,i+1} - \varphi_{2z,i-1}}{2\Delta z} \right) \lambda_3 - \frac{R_{sup} \cdot x \cdot z}{I_t \cdot \eta \cdot \sqrt{z^2 + y^2}} \cdot \lambda_6 = 0; \end{aligned} \quad (2.90)$$

$$\lambda_3 + \frac{\tau_{xz}^2}{(\sigma_z - R_{bt})^2} \lambda_4 = 0; \quad (2.91)$$

$$\frac{A_{red} \cdot I_{red}}{\pm x \cdot z \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}} (1 - \lambda_7) + \lambda_4 = 0; \quad (2.92)$$

$$\frac{1}{(R_{\text{sup}} - Q_{\text{inc}}) \cdot B_2} \cdot \lambda_2 - \frac{2\tau_{zx}}{\sigma_z - R_{bt}} \lambda_4 + \lambda_5 = 0; \quad (2.93)$$

$$\mp \frac{\tau_t}{\sqrt{\tau_t^2 \cdot I_t^2 - z^2} M_t} \lambda_1 + \lambda_6 = 0; \quad (2.94)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\left( \pm z \cdot A_{\text{red}} + \frac{\varphi_{x,i+1} - \varphi_{x,i-1}}{2\Delta x} \cdot I_{\text{red}} \right) \left( \sigma_x \cdot A_{\text{red}} \cdot I_{\text{red}} - N \cdot I_{\text{red}} \mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{\text{red}} \cdot z \right)}{(\pm x \cdot z \cdot A_{\text{red}} + \varphi_x \cdot I_{\text{red}})^2} (\lambda_7 - 1) + \\ & - \left( \frac{R_{\text{sup}} \cdot \frac{\varphi_{xz,i+1} - \varphi_{xz,i-1}}{2\Delta x}}{A_{\text{red}} (R_{\text{sup}} - Q_{\text{inc}}) \cdot B_2} \right) \lambda_2 - \frac{R_{\text{sup}}}{A_{\text{red}}} \cdot \left( \frac{\varphi_{z,i+1} - \varphi_{z,i-1}}{2\Delta x} + k \cdot \frac{\varphi_{2z,i+1} - \varphi_{2z,i-1}}{2\Delta x} \right) \lambda_3 - \\ & - \frac{R_{\text{sup}} \sqrt{z^2 + y^2}}{I_t \cdot \eta} \cdot \lambda_6 = 0. \end{aligned} \quad (2.95)$$

Из решения этой системы уравнений, после алгебраических преобразований, получим формулу для определения координаты  $x$  точки образования пространственной трещины

$$x = \frac{\pm M_t \cdot I_t \cdot \eta \sqrt{z^2 + y^2} \cdot \sqrt{\tau_t^2 \cdot I_t^2 - z^2}}{\tau_t \cdot R_{\text{sup}} \cdot y}. \quad (2.96)$$

При этом все разрешающие уравнения и определяемые из них параметры оказываются «замкнутыми в» в единое решение задачи по определению минимальной нагрузки и координат образования пространственной трещины в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом.

После определения абсциссы  $x$  точки  $A$  (рис. 2.5), в которой образуется пространственная трещина первого типа на боковой грани и отыскания обобщенной нагрузки трещинообразования, выраженной в виде функции через опорную реакцию  $R_{\text{sup}}$  можно определить пространственное расположение главных площадок, в окрестности этой точки, в плоскости которой будет располагаться начало пространственной трещины, т. е. другими словами определить направление развития этой трещины).

Определение направляющих косинусов  $l, m, n$  выполняется по уравнениям (2.51)–(2.54), приведенным в подразделе 2.5.

Так как для рассматриваемой задачи (см. рис. 2.5)  $\sigma_y = 0$ ,  $\tau_{yz} = 0$ , а  $\tau_{xy} = \tau_t$ ,  $\sigma = \sigma_1 = \beta \cdot R_{bt}$  и при этом из первых трех уравнений используется только два (любые на выбор, в данном случае, – второе и третье, с тем, чтобы количество уравнений равнялось количеству неизвестных направляющих косинусов), то формулы (2.55)–(2.57) примут вид.

$$\tau_t \cdot l_1 - \beta \cdot R_{bt} \cdot m_1 = 0, \quad (2.97)$$

$$\tau_{zx} \cdot l_1 + (\sigma_z - \beta \cdot R_{bt}) \cdot n_1 = 0; \quad (2.98)$$

$$l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 = 1. \quad (2.99)$$

Физическая интерпретация полученного решения состоит в том, что оно позволяет находить минимальное обобщенную нагрузку, которая соответствует образованию первой пространственной трещины в произвольной точке внутри объема конструкции.

Уместно заметить что, уравнения построены таким образом, чтобы разрешающая система не превращалась в распадающуюся. С другой стороны происходит неоправданное усложнение определяющих уравнений, что приводит к громоздкости решения на многих десятках страниц. Отыскание «разумной середины» здесь, как и в любой расчетной модели, всегда, требует глубокого анализа и «увязки» предлагаемых уравнений с рабочими предпосылками и конечно же не исключает элементов творческой интуиции.

Построенный метод распространяется на пространственные трещины второго типа, пересекающие только поперечную арматуру, которые образуются в произвольной точке внутри объема конструкции при поперечной силе, превышающей трещинообразующую и прилегающие своей вершиной к сосредоточенной силе, а также на пространственные трещины третьего типа, пересекающие только поперечную арматуру, которые образуются в произвольной точке внутри объема конструкции при поперечной силе, превышающей трещинообразующую, которые могут

выходить в любую точку верхней или боковой сжатой грани железобетонной конструкции.

Физическая интерпретация полученного решения состоит в том, что оно позволяет находить минимальную обобщенную нагрузку, которая соответствует образованию первой пространственной трещины в произвольной точке конструкции и соответствующих координат ее образования.

## 2.5. Выводы по главе 2

1. Уточнена классификация пространственных трещин в железобетонных стержневых конструкциях при кручении с изгибом, включающая: пространственные трещины первого типа, пересекающие продольную и поперечную арматуру, которые образуются на нижней или боковой грани при внутренних усилиях, превышающих трещинообразующие; пространственные трещины второго типа, пересекающие только поперечную арматуру, которые образуются в произвольной точке внутри объема конструкции при поперечной силе, превышающей трещинообразующую и прилегающие своей вершиной к сосредоточенной силе; пространственные трещины третьего типа, пересекающие только поперечную арматуру, которые образуются в произвольной точке внутри объема конструкции при поперечной силе, превышающей трещинообразующую, которые могут выходить в любую точку верхней или боковой сжатой грани железобетонной конструкции.

2. Предложена расчетная модель образования пространственных трещин первого типа в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом, базирующаяся на рабочих предпосылках (основная из которых заключается в том, что в качестве критерия образования пространственной трещины принимается условие достижения главными деформациями удлинения бетона  $\varepsilon_{bt}$  своих предельных значений  $\varepsilon_{bt,ul}$  ) и построенных специальным образом уравнениях.

3. Физическая интерпретация полученного аналитического решения состоит в том, что оно позволяет находить минимальную обобщенную нагрузку, которая соответствует образованию первой пространственной трещины на нижней или боковой грани, и соответствующие абсциссы точек их образования.

4. Предложена расчетная модель образования пространственных трещин второго и третьего типов в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом, базирующаяся на рабочих предпосылках и построенных специальным образом уравнениях. Физическая интерпретация предложенной модели состоит в том, что она позволяет определять минимальное обобщенное значение нагрузки, которая соответствует образованию первой пространственной трещины второго (третьего) типов и координаты точки ее образования.

## ГЛАВА 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ С ИЗГИБОМ

### **3.1. Программа экспериментальных исследований. Цель и задачи исследований.**

Экспериментальные исследования трещиностойкости железобетонных конструкций при кручении с изгибом проведены лишь в отдельных случаях с ограниченным количеством изучаемых параметров [30, 49]. На сегодняшний день практически отсутствуют фактические данные о напряженно-деформированном состоянии и координатах появления пространственных трещин, не изучены возникающие при этом эффекты, связанные с нарушением сплошности железобетона. Мало опытных данных о длине и приращении трещин при увеличении нагрузки. В тоже время, отмеченные параметры являются определяющими для анализа сопротивления областей, прилегающим к местам пересечения трещинами рабочей арматуры, где, как показали последние исследования [30, 49 и др.], возникает эффект нарушения сплошности (деформационный эффект). Влияние такого эффекта на равновесие усилий в поперечном сечении по результатам исследований проф. В.М. Бондаренко, Вл. И. Колчунова [30], может составлять около 40%. Это становится особенно актуальным, когда речь идет о таком дифференциальном параметре, как трещиностойкость.

**Цель и задачи эксперимента.** Экспериментальные исследования проведены **с целью** проверки предлагаемой расчетной модели, положенных в ее основу рабочих предпосылок и выявления закономерностей трещинообразования железобетонных конструкций при их сопротивлении кручению с изгибом

В процессе экспериментальных исследований [108, 112] решались следующие **задачи**:

- разработка методики экспериментальных исследований трещиностойкости железобетонных конструкций по пространственным сечениям;
- проверка предлагаемого расчетного аппарата по уточненному расчету трещиностойкости железобетонных конструкций по пространственным сечениям с учетом эффекта нарушения сплошности;
- изучение закономерностей напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций при сложном сопротивлении;
- экспериментальное определение следующих параметров: значение опорной реакции  $R_{sup,crc}$  в момент образования различных пространственных трещин; координат  $x$  и  $y$  их образования, – расстояние по горизонтали  $x$  и по вертикали  $y$  от опорной реакции и от геометрической оси, соответственно; фактической высоты сжатой зоны  $x_{fact}$  и высоты сжатого бетона над наклонной трещиной  $x_B$  в сечении I–I (поперечное сечение, проходящее в конце пространственной трещины); прогибов; ширины раскрытия трещин на уровне оси продольной и поперечной растянутой арматуры вдоль всего профиля пространственных трещин; изменения расстояния между трещинами  $l_{crc}$  и длины трещин  $h_{crc}$  по мере увеличения нагрузки (с проверкой многоуровневого процесса образования трещин); деформаций сжатого бетона и средних деформаций арматуры в расчетных сечениях.

**Конструкции опытных образцов.** Программа исследований включала лабораторные испытания трех серий железобетонных конструкций. Объем и основные параметры экспериментальных конструкций приведены в таблице 3.1 и на рис. 3.1 – 3.3.

Количество испытываемых конструкций принято с учетом варьирования длины образца, класса бетона и плеча приложения нагрузки (от половины ширины образца до точки приложения силы от траверсы).

## Серии, объем и характеристики основных экспериментальных конструкций

№ се- рии	Шифр конструкции	Кол-во испы- таний	<i>h</i> , мм	<i>b</i> , мм	<i>l</i> , мм	Плечо приложения нагрузки (от половины ширины образца до точки приложения силы от травер- сы), мм	Арматура растянуто- й зоны, диаметр – мм, класс	Арматура сжатой зоны, диаметр – мм, класс	Класс бе- тона
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	КИП –I–2,0	2	252	97,4	2002	350	2Ø10 A400C	2Ø10 A400C	B20
	КИП –I–2,0	2	248	97,6	1996	350	2Ø10 A400C	2Ø10 A400C	B20
	КИП –I–2,0	2	246	98,4	1998	350	2Ø10 A400C	2Ø10 A400C	B20
	КИП –I–2,0	2	253	97,6	2004	350	2Ø10 A400C	2Ø10 A400C	B20
II	КИП –II–1,6	2	251	97,9	1598	320	2Ø10 A400C	2Ø10 A400C	B20
	КИП –II–1,6	2	247	98,9	1596	320	2Ø10 A400C	2Ø10 A400C	B20
	КИП –II–1,6	2	246	98,7	1603	320	2Ø10 A400C	2Ø10 A400C	B20
	КИП –II–1,6	2	253	98,1	1602	320	2Ø10 A400C	2Ø10 A400C	B20
III	КИП–III–1,2	2	249	99,0	1196	290	2Ø10 A400C	2Ø10 A400C	B20
	КИП–III–1,2	2	251	99,0	1198	290	2Ø10 A400C	2Ø10 A400C	B20
	КИП–III–1,2	2	248	97,2	1204	290	2Ø10 A400C	2Ø10 A400C	B20
	КИП–III–1,2	2	252	98,5	1202	290	2Ø10 A400C	2Ø10 A400C	B20

\***Примечание.** Шифр конструкции включает: **К** – кручение, **И** – изгиб, **П** – прямоугольное поперечное сечение, номер серии, 0,8; 1,2; 1,6 – длина конструкции. Арматура поперечных хомутов Ø6A240C раскатывалась из бухты вручную, а не с помощью валков, чтобы не произошла вытяжка на площадке текучести.

Для доведения до разрушения второй части опытной конструкции, использовались специальные стяжки, состоящие из шпилек и металлических пластин.

Механические характеристики арматуры определялись в соответствии с действующими стандартами. При этом было испытано по пять стержней длиной 400 мм каждого диаметра ( $\varnothing 6$ А240С,  $\varnothing 10$ А400С,  $\varnothing 16$ А400С).

Фактическая физическая (условная) граница текучести для арматурных стержней составила: гладкой арматуры А240С $\varnothing 6$ мм – 256,4 МПа, гладкой арматуры А240С $\varnothing 10$ мм – 256,2 МПа, арматурных стержней периодического профиля А400С $\varnothing 10$ мм – 425,5 МПа, А400С $\varnothing 16$ мм – 427,8 МПа.

Изготовление балок осуществлялось в лаборатории строительных конструкций кафедры промышленного и гражданского строительства Юго-Западного Государственного университета. Все образцы были изготовлены за две бетонировки. Состав бетонов (по весу) приведен в табл. 3.3. При этом использовался щебень крупностью 5-10 мм. Фракции просеивались в лаборатории строительных материалов перед бетонировкой строго по ситам.

Значения механических характеристик арматурной стали приведены в таблице 3.2.

Бетонированию предшествовала лабораторная проверка расчетных составов и их корректировка.

Одновременно с основными железобетонными конструкциями для определения прочностных и деформативных характеристик бетона в возрасте 28 суток и в момент испытаний, – изготавливались вспомогательные бетонные образцы из бетонов того же состава: кубы 100×100×100 – 12 шт., бетонные призмы сечения 100×100×400 – 12 шт.

При этом фактическая прочность кубов бетона на сжатие в соответствии с ГОСТ 10180–90 составила: для сжатой зоны балок всех серий домоноличиванных новым бетоном 37,5 МПа, для образцов всех серий 25,6 МПа.

### Значения механических характеристик арматурной стали

Диаметр, класс арматуры	$N$ образца	$A_s$ , $\text{мм}^2$	$P_u$ , кН	Физическая (условная) граница текучести, $\sigma_{su} (\sigma_{0,2})$ , МПа
1	2	3	4	5
круг A240C $\varnothing$ 6,5мм	1	33,2	8,53	256,2
	2	33,2	8,48	254,8
	3	33,2	8,56	258,4
Среднее		33,2	8,52	256,47
A240C $\varnothing$ 10мм	1	78,5	20,12	256,6
	2	78,5	20,06	255,1
	3	78,5	20,18	257,9
Среднее		78,5	20,12	256,53
A400C $\varnothing$ 10мм	1	78,5	33,36	425,8
	2	78,5	33,34	424,1
	3	78,5	33,42	426,4
Среднее		78,5	33,37	425,43
A400C $\varnothing$ 16мм	1	201,0	85,66	425,3
	2	201,0	86,16	429,7
	3	201,0	86,18	428,3
Среднее		201,0	86,00	427,77

Для призм сплошного сечения фактическая прочность бетона на сжатие составила: при проектном классе бетона В20 – 19,47 МПа. Соответственно нормативное значение призменной прочности -15,17 МПа; расчетное значение призменной прочности – 11,65 МПа.

### Состав бетона опытных образцов

Класс бетона	$R$ , МПа	В:Ц	Марка цемента	Расход материала на 1 м <sup>3</sup> бетона в кг				Осадка конуса, см
				цемент	песок	щебень	вода	
B20	25,18	0,6	M400	335	740	1108	200	6–8

Фактическая прочность бетона на растяжение составила: для проектного класса бетона B20 – 1,667 МПа. Нормативное значение прочности бетона на растяжение составило: 1,300 МПа.

Начальный модуль упругости бетона для проектного класса бетона B20 составило  $2,77 \cdot 10^4$  МПа.

Полученные характеристики бетонов и арматуры удовлетворяют требуемым условиям, согласно которым выполнено разделение опытных железобетонных образцов на три серии (см. табл. 3.1).

Конструкции арматурных каркасов и опалубка для бетонирования основных образцов приведена на рис. 3.1. Они включают четыре деревянные формы, покрытые металлическим листом.



Рис. 3.1. Конструкции каркасов (a) и опалубочные формы (б)

**Методика проведения эксперимента.** Железобетонные образцы испытывались в горизонтальном положении (со свободным доступом к

растянутой зоне). Это позволило детально изучить картину образования, развития и раскрытия трещин. Испытательная установка обеспечила реализацию намеченной схемы нагружения с заданной длиной и варьированием плеча приложения нагрузки (рис. 3.2).

Размещение механических приборов показано на рис. 3.3. Здесь же показаны зоны установки электротензорезисторов с базой 20 мм.

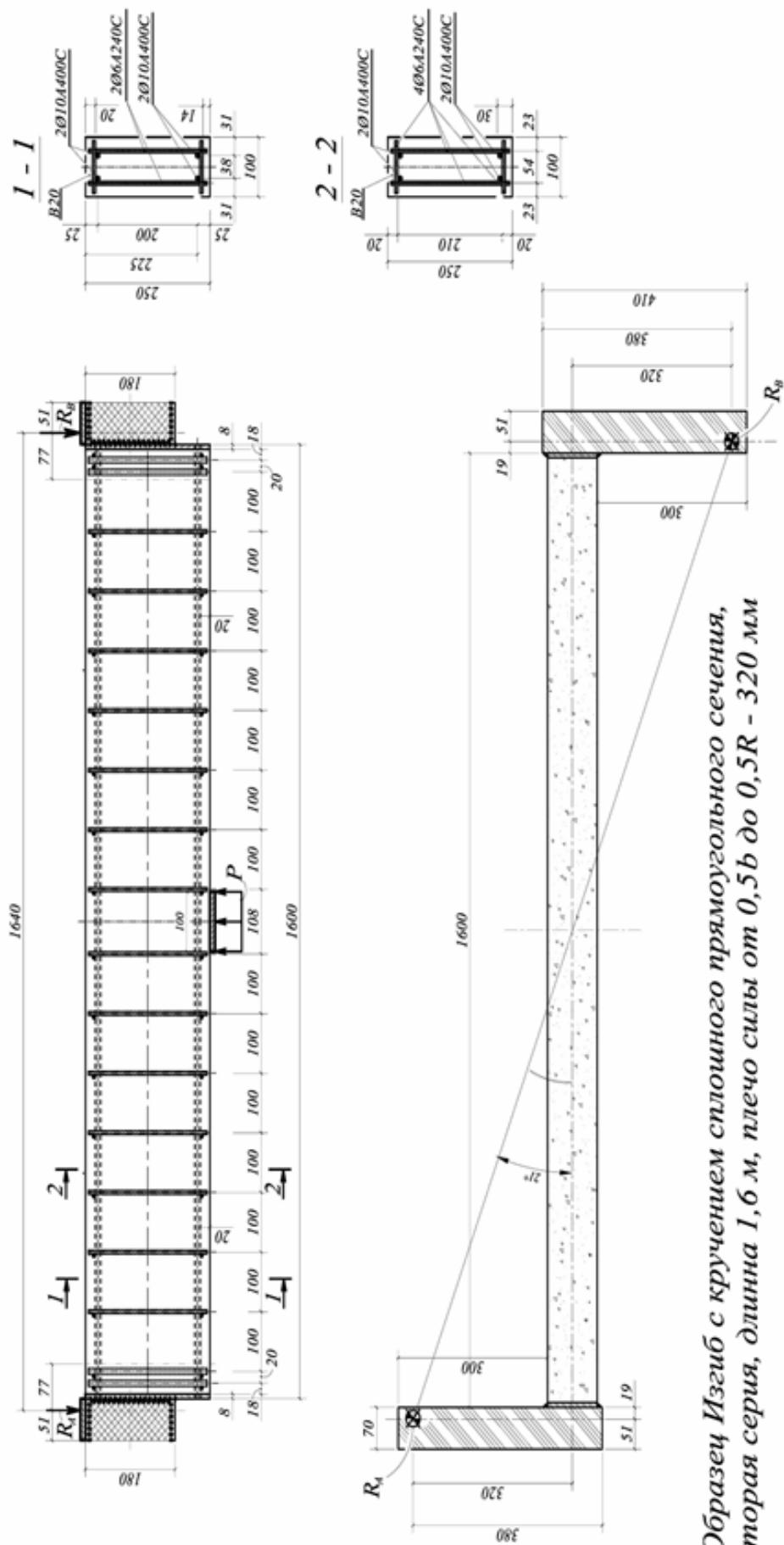
Учитывая, что исследования такого дифференциального параметра, как ширина раскрытия трещин, проводилось с позиции механики разрушения, то это нашло отражение в методике проведения эксперимента. В частности, электротензорезисторы устанавливались по высоте расчетных поперечных сечений экспериментальных конструкций всех основных серий, в фибровых волокнах; в местах определения нулевой точки, т. е. перехода от удлинения к укорочению, а также в сжатой зоне бетона (рис. 3.3). Целью установки электротензорезисторов являлось изучение распределения деформаций по высоте сжатой зоны и в окрестностях, прилегающим к фибрам; а также определение размеров сжатой зоны и фактической высоты развития пространственных трещин.

При разработке методики экспериментальных исследований была предусмотрена установка трех групп электротензорезисторов на основные опытные железобетонные конструкции.

На рис. 3.3 приняты следующие обозначения: **ИБ1** – индикатор часового типа с ценой деления 0,001мм для измерения линейных перемещений бетона, расположенный на сжатой фибре бетона, установленный на базе 250 мм; **ИБ2** – то же, для измерения линейных перемещений сжатого бетона на расстоянии 30 мм выше оси индикатора **ИБ1**, установленный на базе 250 мм; **ИБ3** – то же, для измерения линейных перемещений сжатого бетона 50 мм выше оси индикатора **ИБ1**, установленный на базе 250 мм; **ИА1** – индикатор часового типа с ценой деления 0,001мм для измерения линейных перемещений растянутой

Количество - 2 им

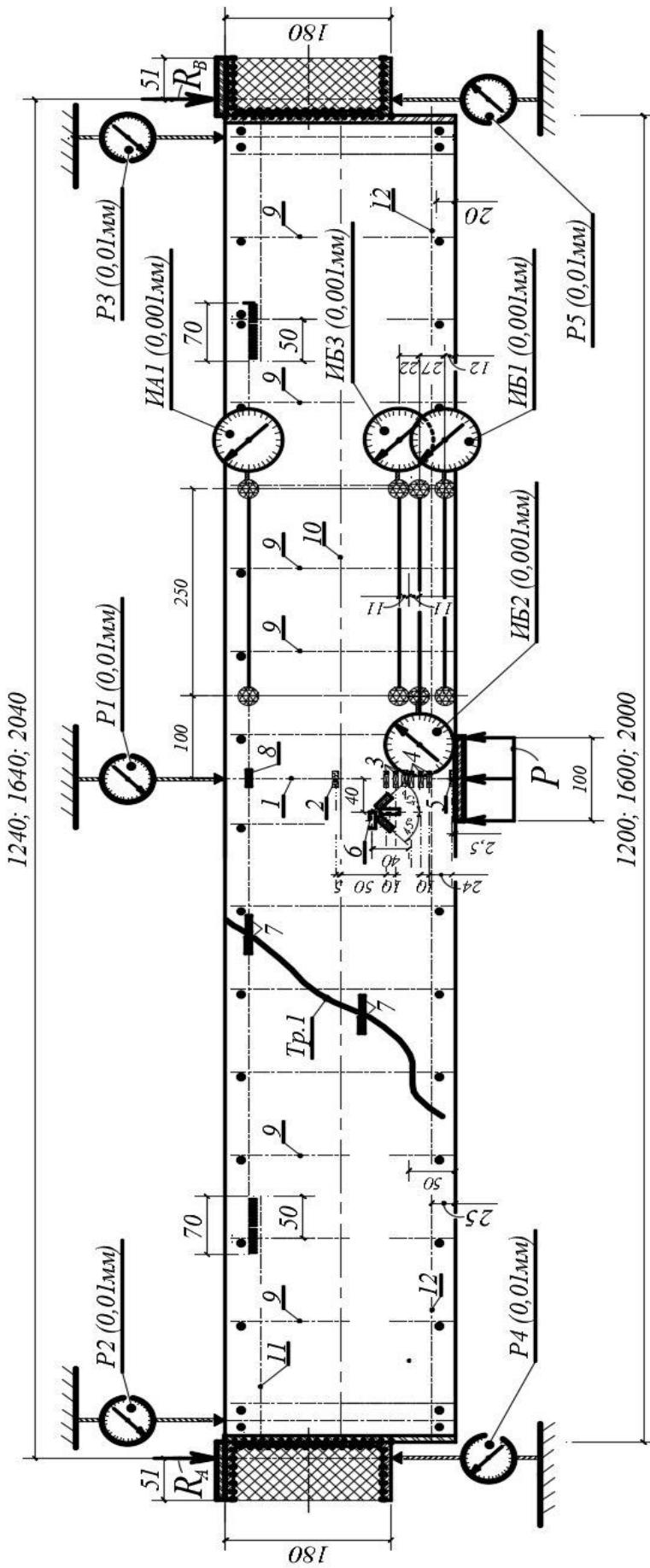
KIII-II-1,6



Образец Изгиб с кручением сплошного прямоугольного сечения, второй серия, длина 1,6 м, плечо силы от 0,5b до 0,5R - 320 млн

второй серии сплошного сечения КИП-II-1,6

Рис. 3.2. Конструкция, армирование и схема нагружения оптного образца



арматуры, установленный на базе 250 мм; **P1** – прогибомер, индикатор часового типа с ценой деления 0,01 мм для измерения перемещений испытываемой конструкции, установленный на уровне ее геометрического центра; **P2** – прогибомер, индикатор часового типа с ценой деления 0,01 мм для измерения перемещений испытываемой конструкции, установленный в правой части (на краю) конструкции по центру ширины образца; **P3** – прогибомер, индикатор часового типа с ценой деления 0,01 мм для измерения перемещений испытываемой конструкции, установленный в левой части (на краю) конструкции по центру ширины образца; **P4** – прогибомер, индикатор часового типа с ценой деления 0,01 мм для измерения перемещений левой консоли (левого края образца) испытываемой конструкции, установленный по центру ширины образца; **P5** – прогибомер, индикатор часового типа с ценой деления 0,01 мм для измерения перемещений правой консоли (правого края образца) действия испытываемой конструкции, установленный по центру половины ширины образца; **P6, P7** – прогибомеры, индикаторы часового типа с ценой деления 0,01 мм для измерения углов кручения по обоим торцам образца, на расстояниях 300 мм по горизонтали от геометрического центра поперечного сечения испытываемой конструкции.

**I группа электротензорезисторов** (см.рис. 3.3). Электротензорезисторы устанавливаются по высоте среднего по длине железобетонной конструкции поперечного сечения, экспериментальных железобетонных конструкций основных серий в фибровых волокнах, в местах определения нулевой точки, т. е. перехода от удлинения к укорочению. Целью установки электротензорезисторов этой группы являлось изучение распределения деформаций по всей высоте сжатой зоны, определение размеров сжатой зоны и фактической высоты развития трещин. Для обеспечения надежности и дополнения опытной информации предусматривались розетки, составляющие II группу электротензорезисторов, расположенные в двух одинаково напряженных симметричных сечениях.

Это позволило изучить распределение деформаций по всей высоте сжатой зоны, определить размеры сжатой зоны и фактическую высоту развития трещин. Электротензорезисторы установлены цепочкой по высоте образцов (см.рис. 3.3, и рис. 3.4, 3.5 ).

**II группа электротензорезисторов** – розетки, образованные четырьмя электротензорезисторами под углом 45°, наклеенные на бетон. Схема размещения электротензорезисторов **II группы** приведена на рис. 3.3 и 3.4.

**III группа электротензорезисторов** – электротензорезисторы, устанавливаемые на берегах образуемых трещин на уровне оси растянутой арматуры. Схема размещения электротензорезисторов **III группы** приведена на рис. 3.3, рис. 3.4, б, и рис. 3.5.

Для повышения достоверности экспериментальных данных работы электротензорезисторов дублировались (там, где это возможно) с помощью механических приборов (с ценой деления 0,001мм) (см.рис. 3.3). При этом также устанавливались механические приборы вдоль оси наиболее растянутой арматуры (рис. 3.3, рис. 3.4, а), которые дают возможность определить средние деформации арматуры и в сочетании с другими механическими приборами и тензорезисторами, и экспериментально – проверить гипотезу плоских сечений в среднем поперечном сечении конструкции для средних деформаций бетона и арматуры.

С целью исключения влияния окружающего бетона на положение гаек при деформациях (установленных на рабочую арматуру), на гайки надевались специальные резиновые трубки, а торцы гаек закрывались пластилином.

Перед началом испытаний производилось тщательное освидетельствование конструкции, т.е. отмечались начальные трещины, раковины, искривления и др.

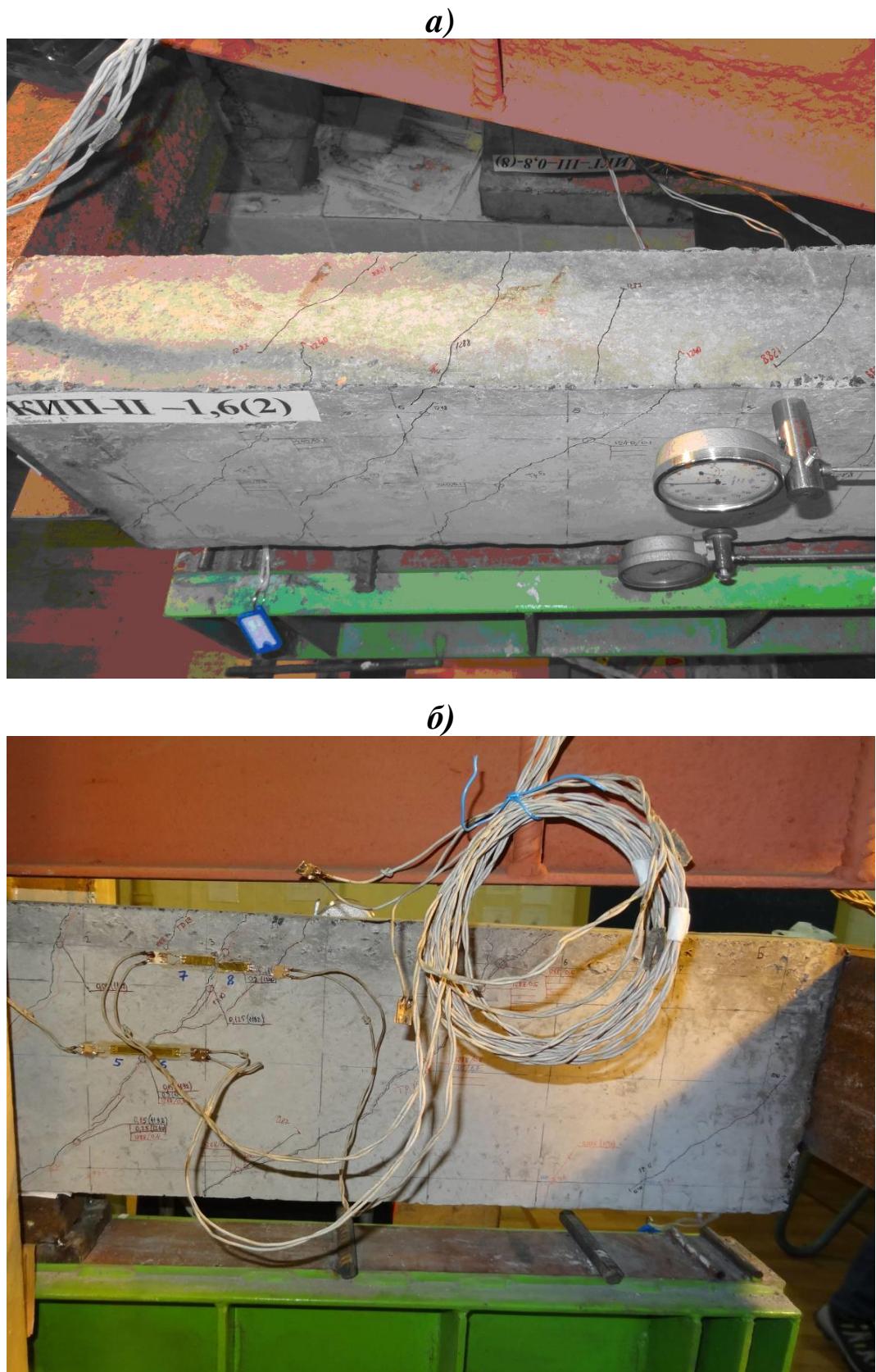


Рис. 3.4. Общий вид установки механических приборов (а) и электротензорезисторов (б) на опытные железобетонные конструкции

С целью извлечения максимума информации каждый образец испытывался с доведением до разрушения. Нагружение железобетонных конструкций осуществлялось плавно, – мелкими ступенями, составляющими  $0,1M_{crc}$ . Это необходимо для выявления особенностей деформирования при образовании трещин первого, второго и т.п. уровней. Выдержка на ступенях контрольной нагрузки по трещиностойкости и жесткости осуществлялась в течение не менее часа. Выдержка на всех ступенях, кроме контрольной, для проверки жесткости и трещиностойкости составлялась не менее 30 минут. В процессе кратковременного нагружения отсчеты по механическим приборам и датчикам снимались дважды на этапе: сразу после приложения нагрузки и после выдержки.

Перед ожидаемым моментом трещинообразования растянутая зона каждой балки тщательно осматривалась, появление трещин фиксировалось визуально и с помощью микроскопа МПБ-2 с 24-х кратным увеличением и ценой деления 0,05мм. По мере дальнейшего нагружения проводились наблюдения за появлением новых трещин и развитием уже имеющихся; замерялась ширина раскрытия трещин на двух боковых гранях в выше отмеченных уровнях (расположенных выше оси арматуры на 20 мм и 30 мм, соответственно) вдоль всего профиля трещины.

Зарисовка трещин производилась на специальных планшетах. Во время проведения экспериментальных исследований, с помощью микроскопа МПБ-2 замерялась также ширина раскрытия трещин на уровне оси продольной рабочей арматуры и рабочих поперечных стержней, а также в нескольких местах вдоль профиля трещины, по направлению развития трещины. Картина трещин, их раскрытие и распространение на каждой ступени наносилась с помощью карандашной кальки на специальные планшеты в масштабе 1:1.

Таким образом, на основании разработанной методики экспериментальных исследований железобетонных конструкций, представляется возможным проверить предложенную расчетную модель и рабочие гипотезы [30, 49, 141, 142], а также получить достоверные данные о расчетных параметрах и напряженно-деформированном состоянии в исследуемых областях при действии изгибающего, кручущего моментов и поперечной силы.

### 3.2. Результаты экспериментальных исследований трещинообразования железобетонных конструкций при кручении с изгибом

Экспериментальные исследования позволили проверить зависимости для определения основных параметров трещиностойкости железобетонных конструкций,  $R_{supcrc}$  (табл. 3.4) и координат образования пространственных трещин, табл. 3.5, рис. 3.6–3.11<sup>1</sup>. Экспериментально были определены следующие параметры: значения опорной реакции  $R_{supcrc}$  в момент образования наклонных трещин в пролете «среза»; фактическую высоту сжатой зоны  $x_{fact}$  в сечении I–I (поперечное сечение, проходящее через конец пространственной трещины, в зоне действия сосредоточенной силы) и высоту сжатого бетона над пространственной трещиной; расстояние по

<sup>1</sup> **Примечание:** на всех рис. 3.8–3.11 введены следующие обозначения:

$1\varnothing A_s$  – значение ширины раскрытия трещин на уровне оси растянутой арматуры;  $3\varnothing A_s$  – значение ширины раскрытия трещин на оси, которая удалена на три диаметра растянутой арматуры от уровня ее оси;  $0,5h$  – значение ширины раскрытия трещин на средине геометрического центра, проходящего посередине высоты конструкции;  $1\varnothing A'_s$  – значение ширины раскрытия трещин на уровне оси сжатой арматуры;  $5\varnothing A'_s$  – значение ширины раскрытия трещин на удалении пяти диаметров арматуры от уровня оси сжатой арматуры.

горизонтали  $x$  и по вертикали  $y$  от опорной реакции и от геометрической оси, соответственно; прогибов; ширины раскрытия трещин на уровне оси продольной и поперечной растянутой арматуры вдоль всего профиля трещин; изменения расстояния между трещинами  $l_{crc}$  и длины трещин  $h_{crc}$  по мере увеличения нагрузки, с проверкой многоуровневого процесса образования трещин; деформаций сжатого бетона и арматуры и др. Полученная экспериментальная информация дает более полное представление об особенностях деформирования железобетона при сложном сопротивлении.

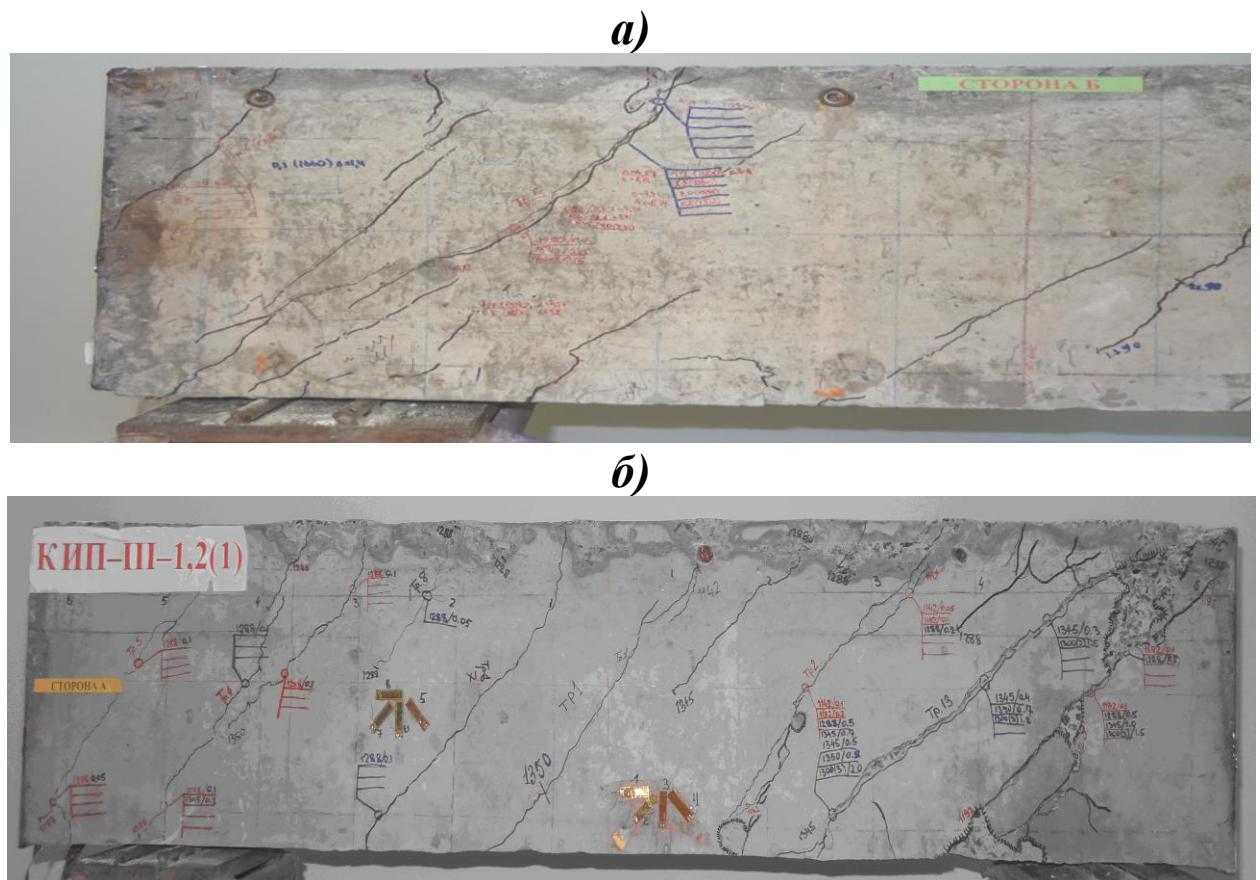


Рис. 3.6. Картина образования и развития трещин при проведении испытаний железобетонных конструкций второй и третьей серии на кручение с изгибом: *а* – КИП-II-1,6(3) левая половина со стороны Б; *б* – КИП-III-1,2(1) со стороны А

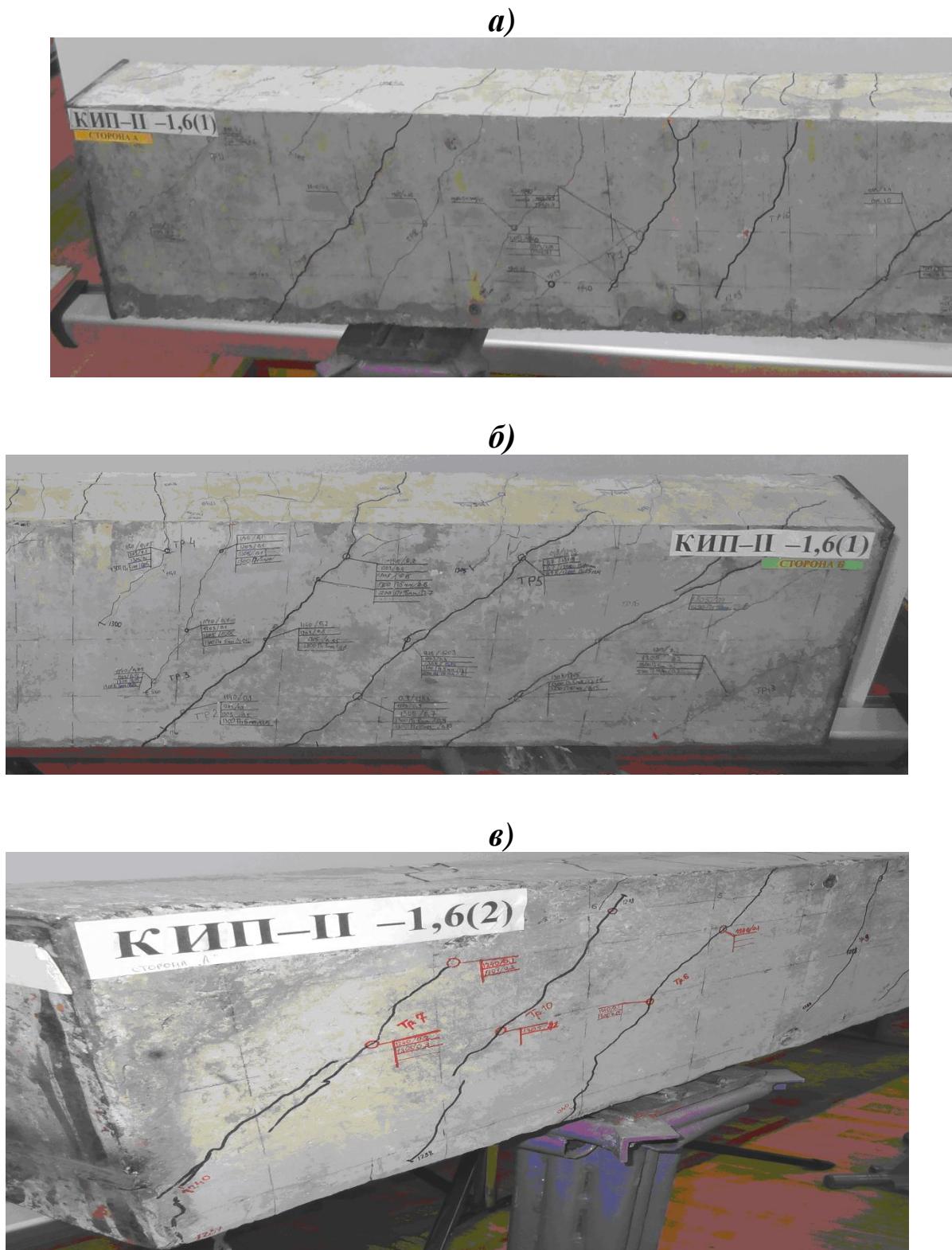


Рис. 3.7. Картина трещинообразования в опытных железобетонных конструкциях второй серии: *а* – левая половина со стороны А опытной конструкции КИП-II-1,6(1); *б* – правая половина опытной конструкции со стороны Б КИП-II-1,6(1); *в* – левая половина опытной конструкции со стороны А КИП-II-1,6(2)

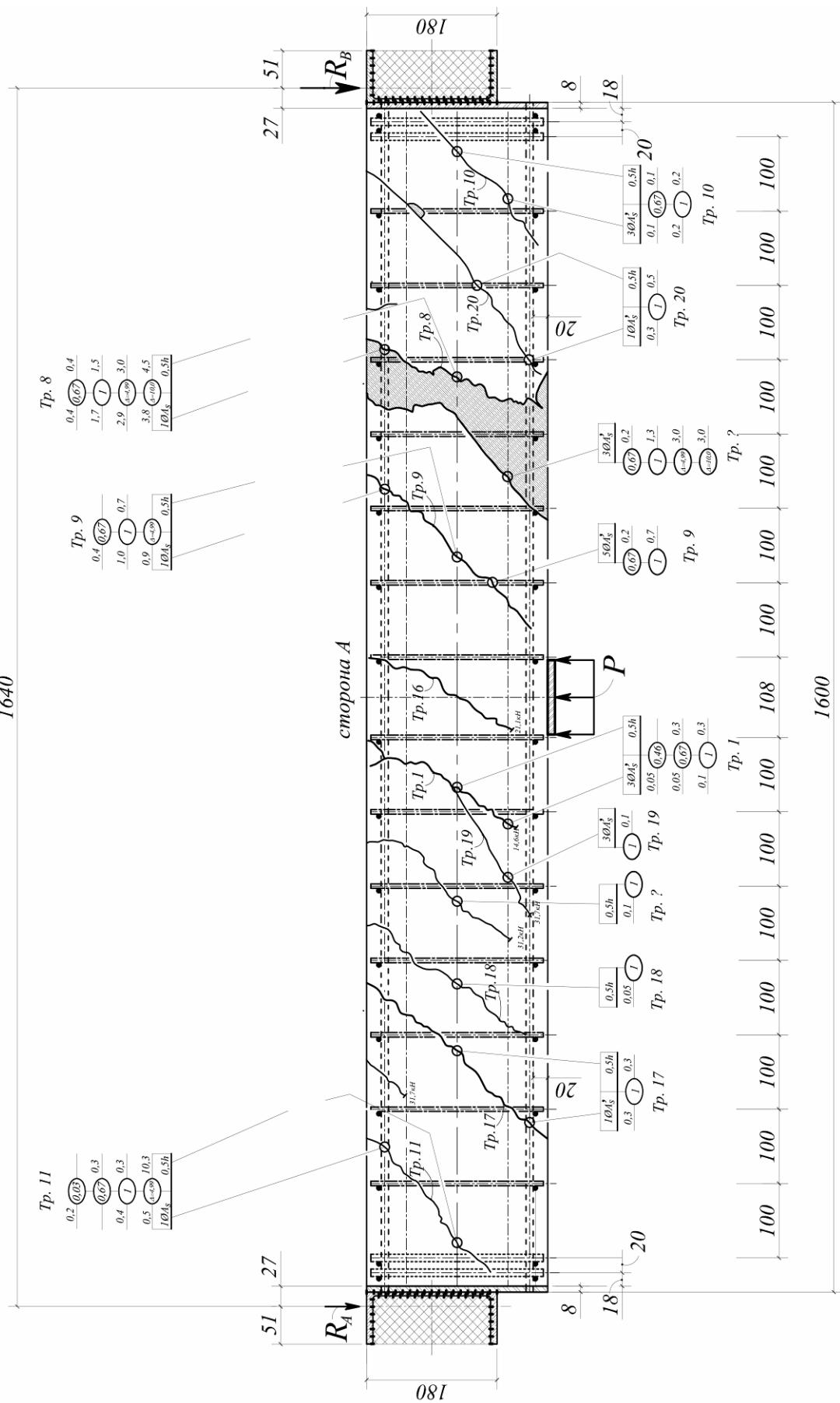


Рис. 3.8. Схема трещин опытной конструкции второй серии КИП -П-1,6(1) на стороне А (в овалах показаны отношения между нагрузкой на конкретной ступени и разрушающей нагрузкой

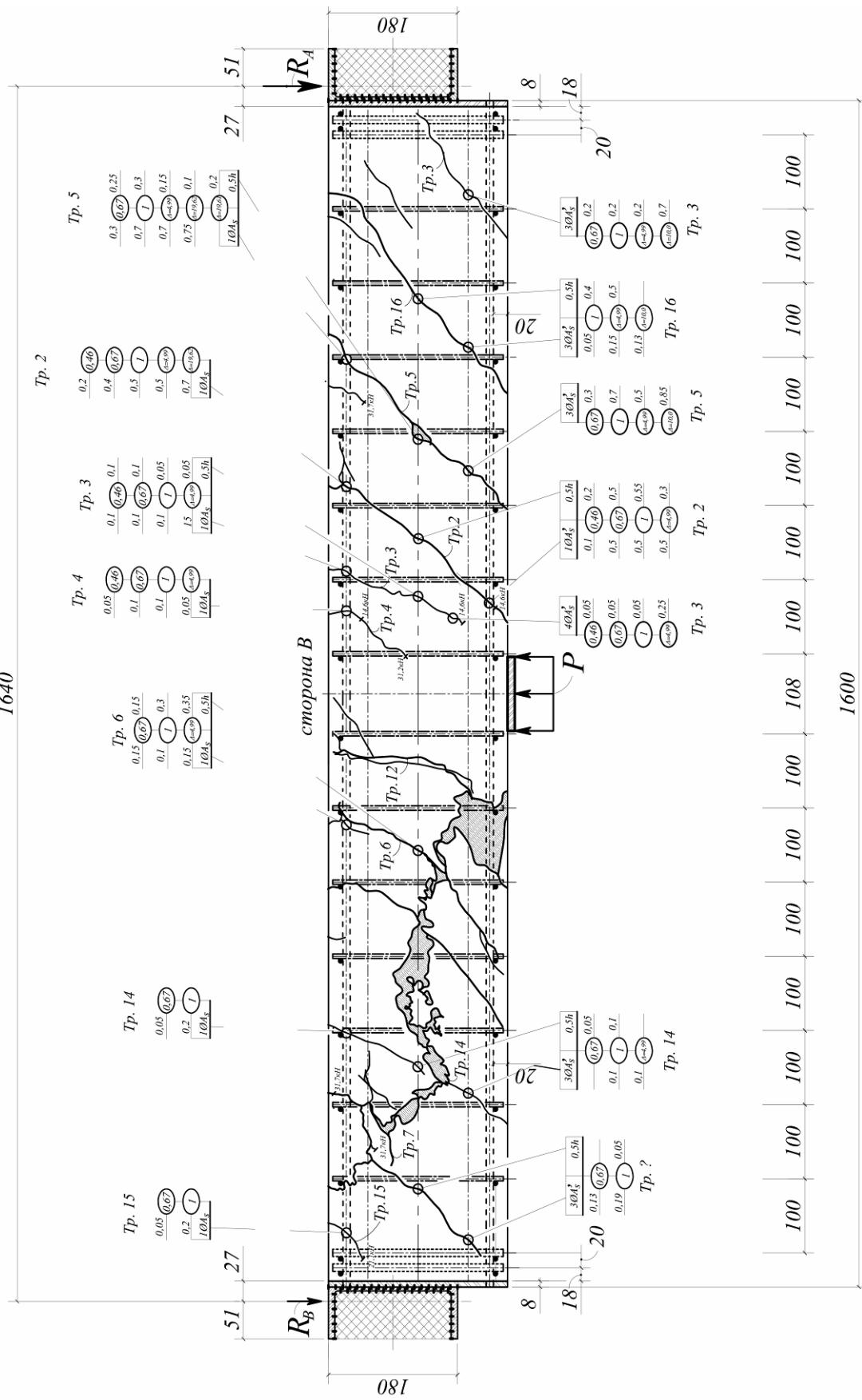


Рис. 3.9. Схема трещин опытной конструкции второй серии КИП –П-1,6(1) на стороне В (в овалах показаны отношения между нагрузкой на конкретной ступени и разрушающей нагрузкой

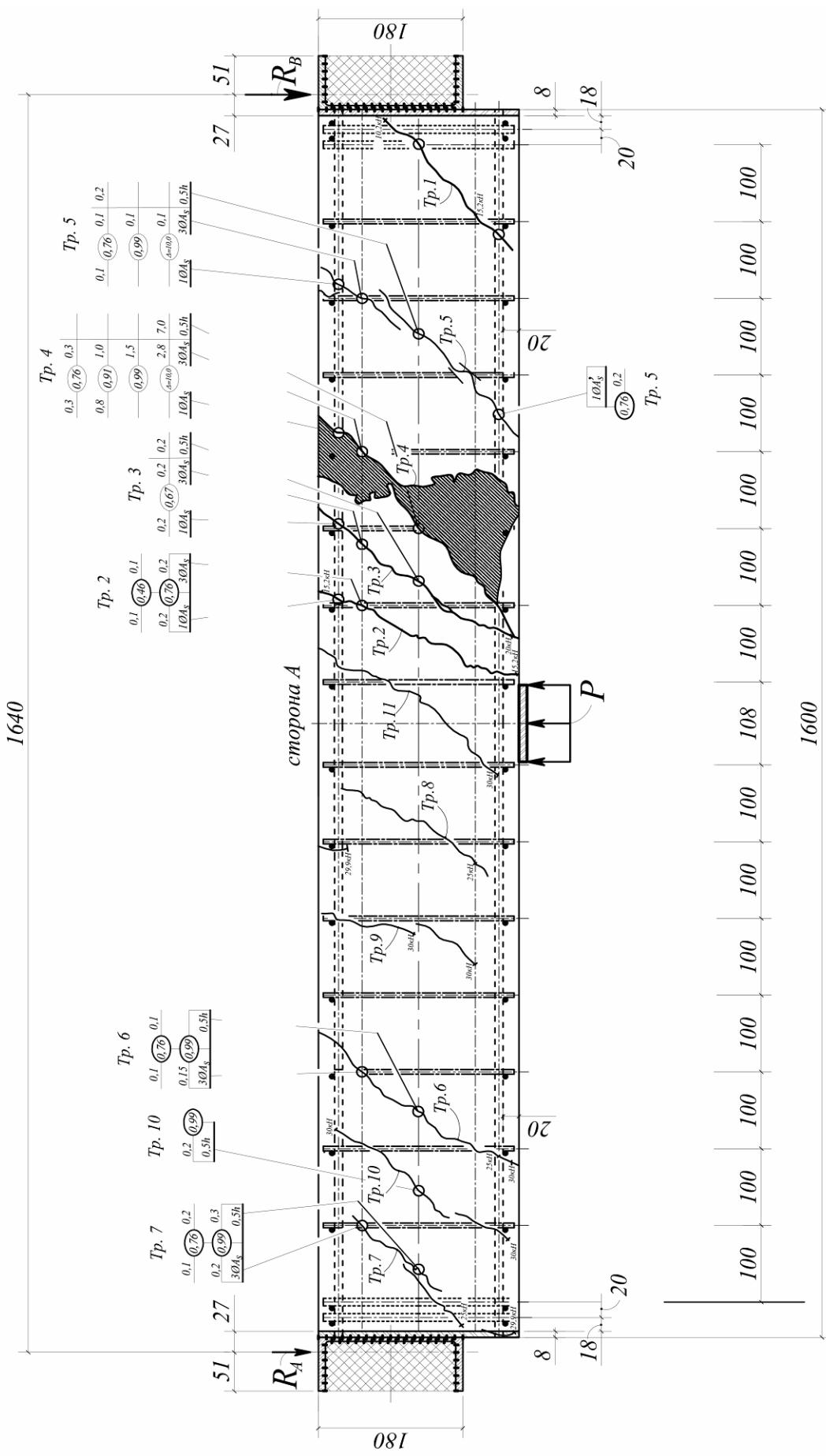


Рис. 3.10. Схема трещин опытной конструкции второй серии КИП-II-1,6(2) на стороне А (в овалах показаны отношения между нагрузкой на конкретной ступени и разрушающей нагрузкой

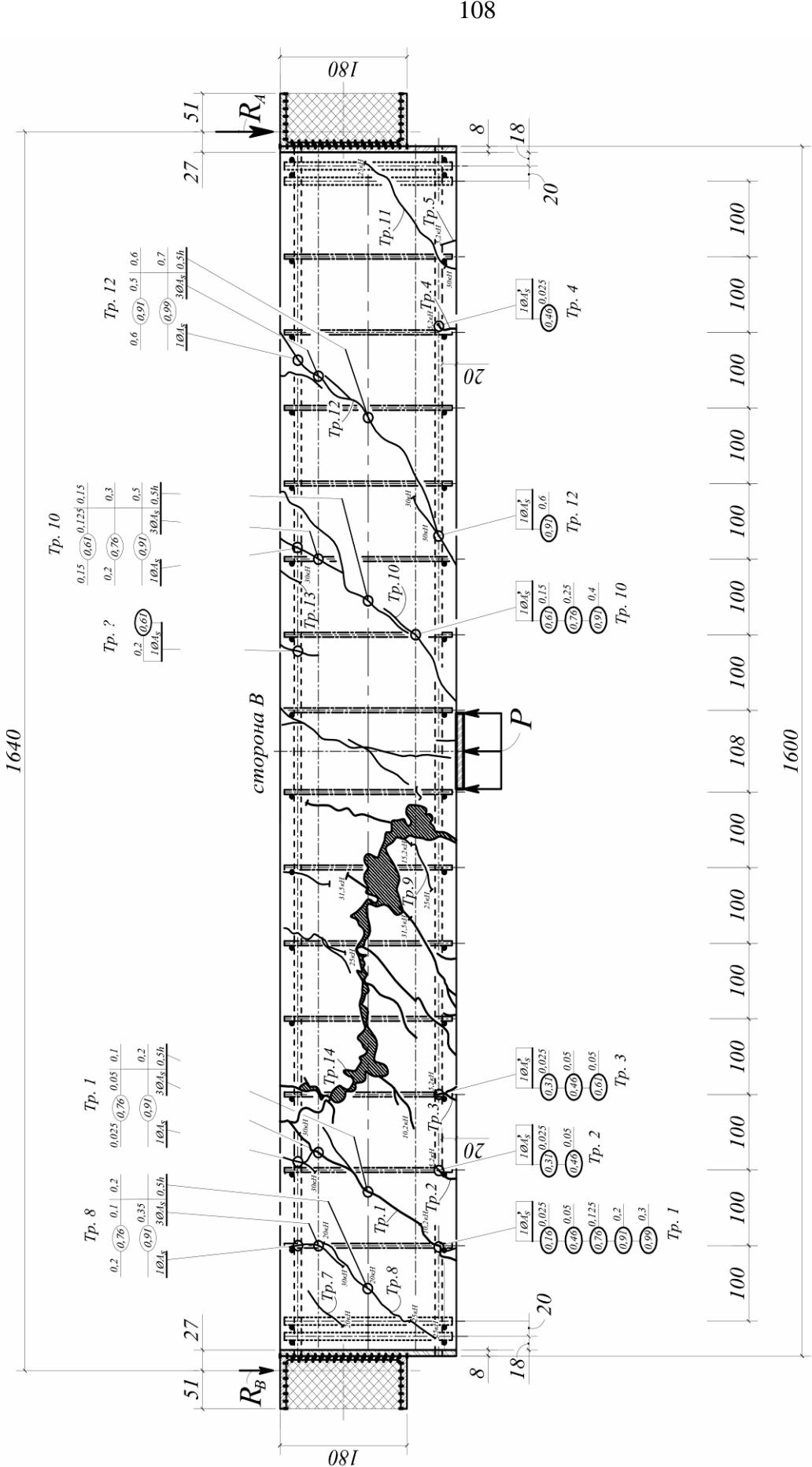


Рис. 3.11. Схема трещин опытной конструкции второй серии КИШ -II-1,6(2) на стороне В (в овалах показаны отношения между нагрузкой на конкретной ступени и разрушающей нагрузкой

Таблица 3.4

**Экспериментальные параметры трещиностойкости железобетонных конструкций  
при кручении с изгибом**

Шифр образца	$R_{\text{sup},crc}}$ , $\kappa H$	$R_{\text{sup,max}}$ , $\kappa H$	$\frac{P_{\text{max}}}{\kappa H}$	Сту- пень напру- жения, $\frac{P_i}{P_{\text{max}}}$	Трещины первого уровня				Трещины второго уровня			
					$a_{crc,1}$ , $MM$	$a_{crc,2}$ , $MM$	$a_{crc,3}$ , $MM$	$l'_{crc}$ , $MM$	$a_{crc,1}$ , $MM$	$a_{crc,2}$ , $MM$	$a_{crc,3}$ , $MM$	$l''_{crc}$ , $MM$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
КИП-I-2,0(1)	3,92	12,25	24,5	0,58	0,052	0,1	0,077	1033	—	—	—	—
				0,72	0,11	0,15	0,158	536	0,05	0,075	0,159	261
				0,86	0,153	0,23	0,254	536	0,125	0,114	0,158	128
КИП-I-2,0(2)	4,21	14,45	28,9	0,47	0,12	0,051	—	1056	—	—	—	—
				0,78	0,33	0,31	0,4	512	0,136	0,15	0,159	272
				0,41	—	0,057	0,1	1040	—	—	—	—
КИП-I-2,0(3)	4,42	13,30	26,6	0,62	0,154	0,312	0,2	492	—	0,1	0,114	224
				0,82	0,21	0,357	0,45	492	0,057	0,1	0,157	142
				0,51	—	0,16	0,15	1024	—	—	—	—
КИП-I-2,0(4)	3,82	14,10	28,2	0,68	0,051	0,158	0,3	458	—	0,05	0,159	236
				0,85	0,257	0,424	1,05	458	0,151	0,3	0,353	105
				0,33	—	0,112	0,1	470	—	—	—	—
КИП-II-1,6(1)	5,3	15,85	31,7	0,46	0,053	0,157	0,2	174	0,058	0,15	0,25	165
				0,67	0,251	0,254	0,4	174	0,153	0,25	0,4	85

Окончание табл. 3.4.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
КИП -II-1,6(2)	5,1	16,4	32,8	0,61	0,075	0,112	—	470	0,053	0,135	0,21	226	
	0,91	0,823	1,05	0,214	0,22	106	0,145	0,154	0,21	226			
			0,91	0,823	1,05	0,71	106	0,641	0,51	0,52	144		
КИП -II-1,6(3)	5,0	12,0	24,0	0,42	—	0,051	0,14	229	—	—	—	—	
	0,66	0,134	0,255	0,22	94	—	0,145	0,128	116				
	0,83	0,258	0,251	0,25	94	0,112	0,263	0,113	48				
КИП -II-1,6(4)	5,0	15,0	30,0	0,50	0,051	0,112	0,153	242	—	—	—	—	
	0,67	0,134	0,312	0,22	242	—	0,053	0,127	96				
	0,87	0,121	0,237	0,21	242	0,055	0,225	0,212	55				
КИП -III-1,2(1)	7,4	18,2	36,4	0,55	0,112	0,271	0,212	248	—	—	—	—	
	0,82	0,259	0,486	0,536	248	0,117	0,251	0,312	71				
КИП -III-1,2(2)	7,2	17,3	34,6	0,46	0,054	0,057	0,14	307	—	—	—	—	
	0,71	0,171	0,257	0,118	295	—	0,127	0,17	168				
	0,86	0,154	0,35	0,11	301	—	1,24	0,88	154				
КИП -III-1,2(3)	7,3	16,7	33,4	0,44	0,053	0,112	0,19	—	—	—	—	—	
	0,60	0,152	0,232	0,13	162	0,058	0,151	0,153	134				
	0,90	0,215	0,354	0,41	162	0,112	0,287	0,325	68				
КИП -III-1,2(4)	6,8	17,5	35,1	0,28	—	0,051	492	—	—	—	—	—	
	0,57	0,115	0,212	0,12	492	—	0,112	0,051	244				
	0,88	0,236	0,578	0,351	492	0,157	0,257	0,887	165				

**Примечание:**  $a_{erc,1}$  – ширина раскрытия трещин на уровне оси рабочей арматуры,  $mm$ ;  $a_{erc,2}$  – то же, на удалении трех диаметров от оси рабочей арматуры,  $mm$ ;  $a_{erc,3}$  – то же, на уровне средины высоты сечения,  $mm$ ;  $l'_{erc}$  – расстояние между трещинами первого уровня на ступени нагружения на уровне оси рабочей арматуры,  $mm$ ;  $l''_{erc}$  – расстояние между трещинами второго уровня на ступени нагружения на уровне оси рабочей арматуры,  $mm$

Таким образом, экспериментальными исследованиями выявлены закономерности и определены параметры трещинообразования железобетонных конструкций при кручении с изгибом. К важнейшим из них относятся: обобщенная нагрузка  $R_{supcrc}$ , координаты образования пространственных трещин, ширина раскрытия трещин на уровне оси продольной и поперечной растянутой арматуры вдоль всего профиля трещин; изменения расстояния между трещинами  $l_{crc}$  и длины трещин  $h_{crc}$  по мере увеличения деформационной нагрузки (с проверкой многоуровневого процесса образования трещин); деформаций сжатого бетона и арматуры (рис. 3.12), и (рис. 3.13, рис. 3.14) при сложном напряженно-деформированном состоянии. Для приведены также графики прогибов в опытной конструкции КИП – II-1,6.

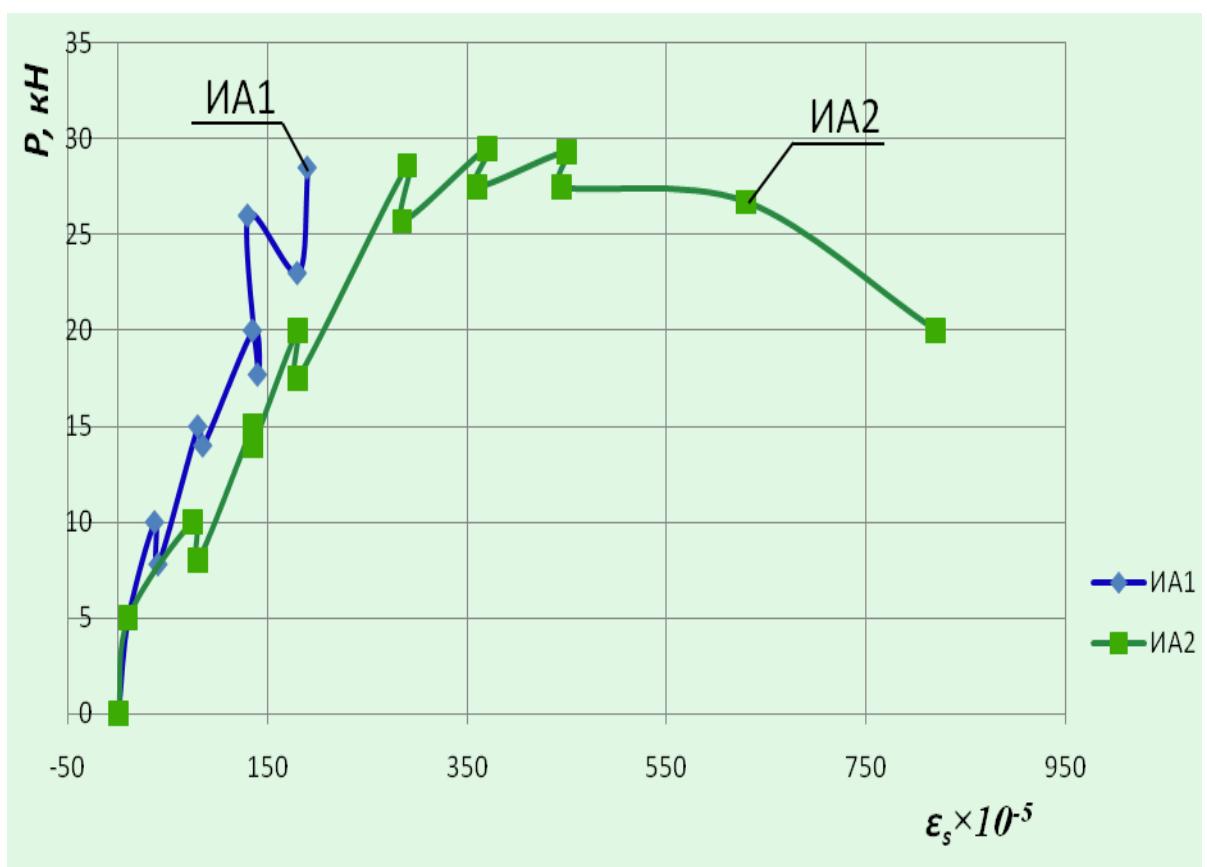


Рис. 3.12. Графики зависимости деформаций арматуры конструкции КИП-II-1,6

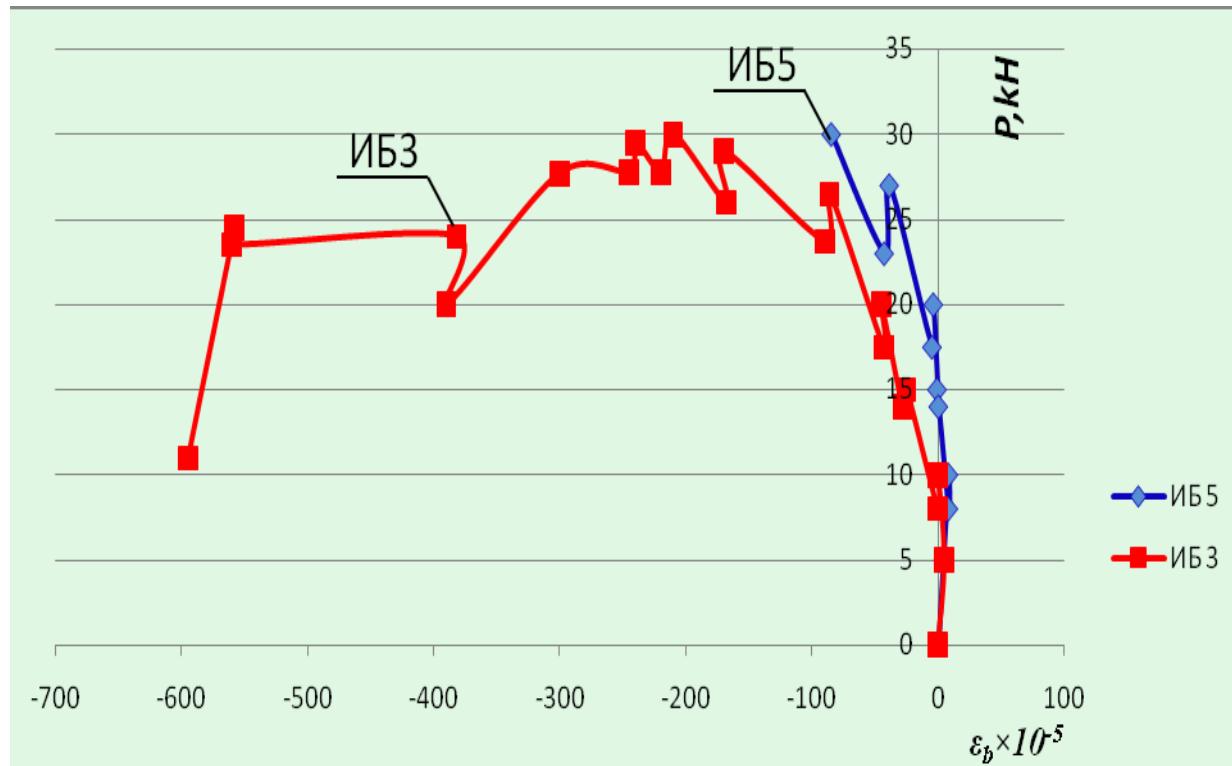


Рис. 3.13 Графики зависимости деформаций бетона конструкции КИП–II–1,6

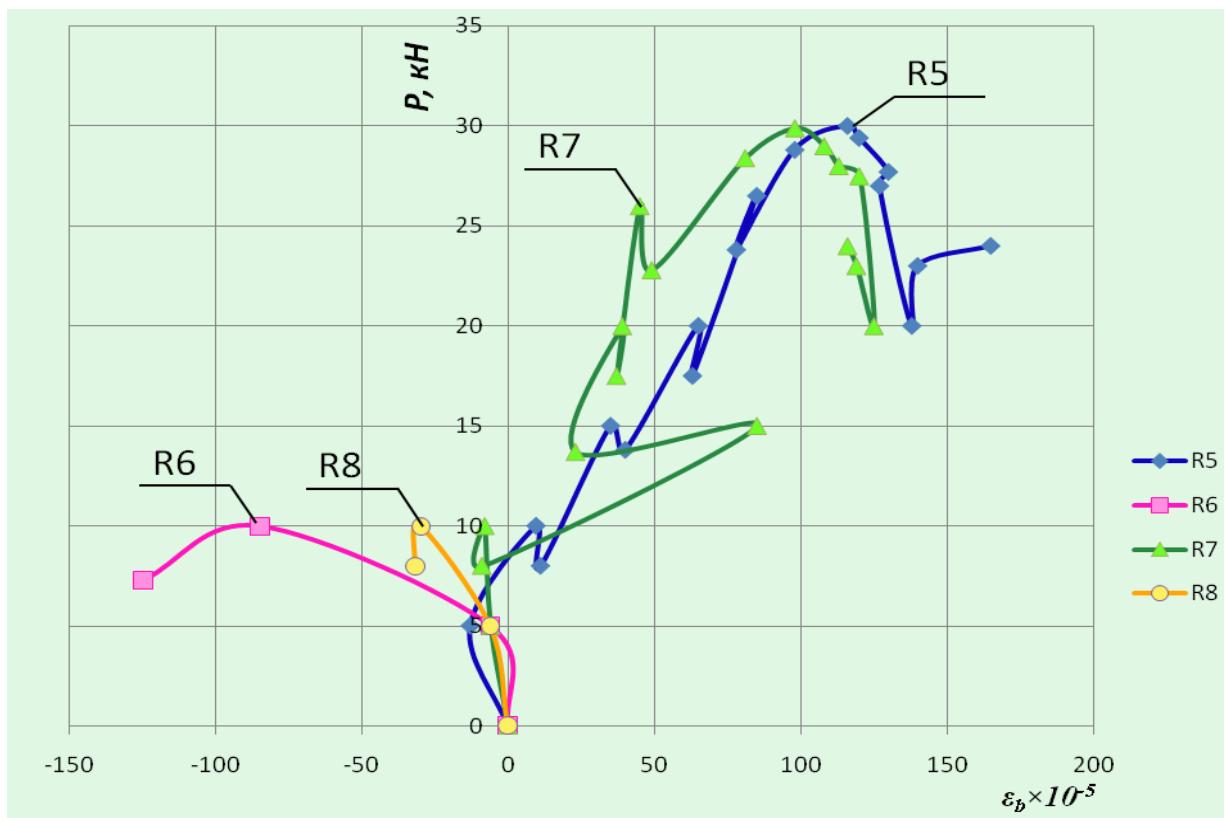


Рис. 3.14. Графики зависимости деформаций бетона по показаниям розетки тензорезисторов в опытной конструкции КИП–II–1,6

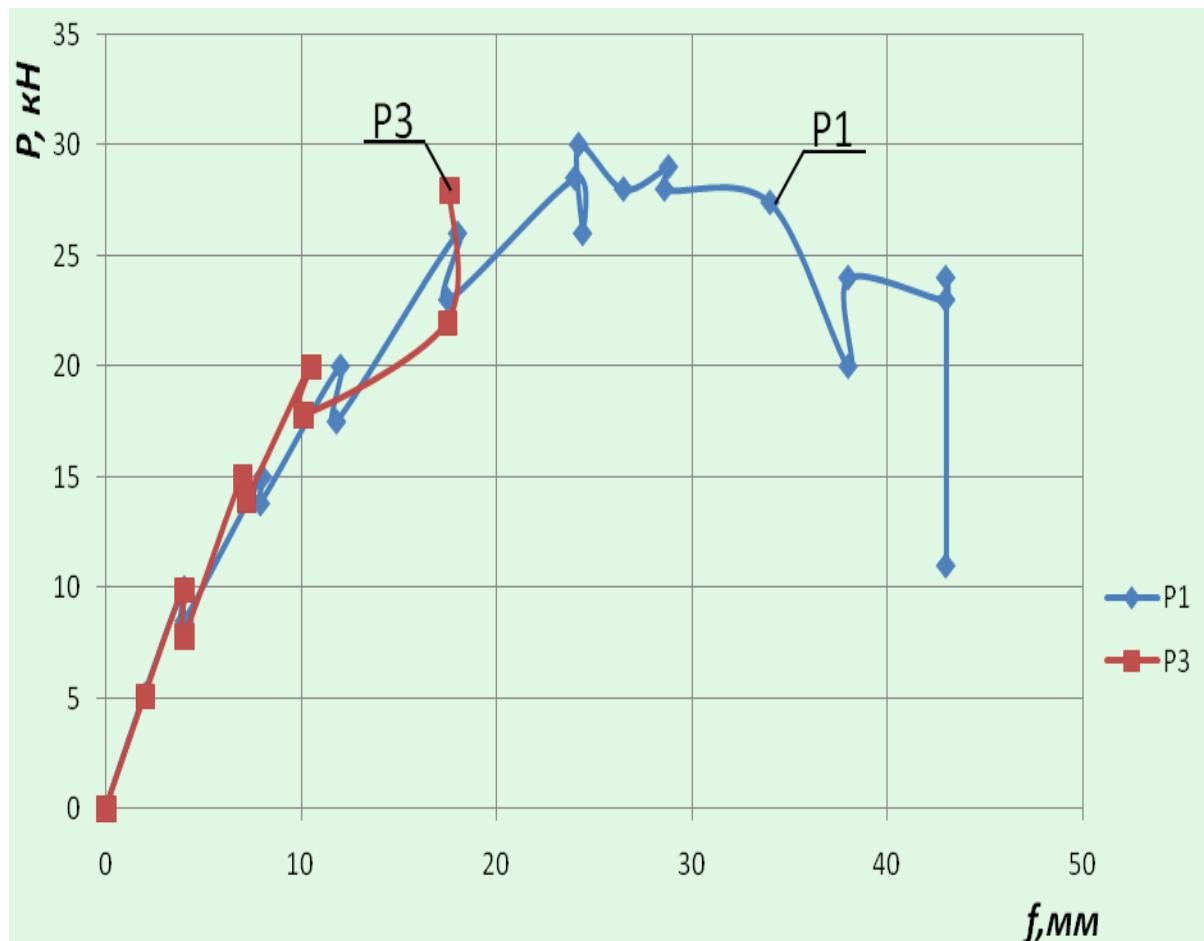


Рис. 3.15. Графики зависимости прогибов в конструкции КИП–II–1,6

### 3.3. Анализ образования и развития трещин с использованием журнала испытаний железобетонных конструкций при кручении с изгибом

В процессе экспериментальных исследований в специальном журнале фиксировался процесс образования и развития трещин в опытных образцах при сложном сопротивлении. Журнал испытаний образца второй серии КИП –II–1,6(1). Проанализируем и рассмотрим картину трещинообразования стороны  $A$  опытной конструкции КИП –II–1,6(1) второй серии (см.рис.3.10)

**Нагрузка 10 кН.** Появилась Тр.1 на высоте 3 см ниже трех диаметров растянутой арматуры и продлилась до первого правого хомута

приблизительно 3 см ниже половины высоты образца от первого левого хомута до первого правого, проходит через электротензорезистор R1.

**Нагрузка 15,1 кН.** Появилась Тр.2 между первым и третьим хомутом справа, которая пересекала второй хомут и опускалась к розетке (образованной четырьмя тензорезисторами). При этом датчики R3 и R6 вышли из строя. Тр.2 выходит на верхнюю грань и проходит вглубь на 15мм.

Ширина раскрытия Тр.2 на пересечении со вторым хомутом 0,2 мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры составила– 0,1мм.

Появилась новая наклонная Тр.3 на расстоянии 15мм выше шва между вторым и четвертым хомутом справа дошла до гайки механического прибора ИА1.

Ширина раскрытия Тр.3 на половине высоты – 0,15 мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры ширина раскрытия составила 0,1 мм.

Появилась новая наклонная Тр.4 от пятого левого хомута до седьмого хомута, которая началась на расстоянии 20 см выше шва между бетонами и продлилась вниз, по направлению растянутой арматуры.

Ширина раскрытия Тр.4 на пересечении с вертикальным хомутом составила 0,1мм; на уровне половины высоты сечения образца – 0,1 мм; на уровне шестого хомута – 0,05 мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры составила 0,1 мм.

Появилась новая Тр.5 между четвертым и вторым хомутом слева от шва между бетонами до верхней грани. Ширина раскрытия этой трещины на уровне растянутой арматуры составила 0,05мм; на уровне шва между бетонами – 0,05 мм; на уровне половины высоты образца – 0,1 мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,1 мм.

**Нагрузка 20 кН.** Появилась Тр.6 между пятым и четвертым хомутом слева, от пятого хомута на удалении 10 мм влево и от шва до удаления трех диаметров от оси растянутой арматуры по направлению вправо; на уровне

половины высоты сечения – 0,1 мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,05 мм.

Появилась новая Тр.7 слева на удалении 50 мм от сжатой грани и до оси растянутой арматуры между седьмым и пятым хомутом слева; ширина раскрытия на пересечении с вертикальной осью седьмого хомута составила 0,05мм; на уровне половины высоты сечения – 0,15 мм; на пересечении с вертикальной осью шестого хомута – 0,1мм.

Появилась новая Тр.8, которая начиналась на удалении 50 мм от сжатой грани и продолжалась выше уровня средины высоты на 1 см между шестым и восьмым хомутом; ширина раскрытия на уровне оси вертикального седьмого хомута составила 0,1мм.

Тр.5 на уровне шва между бетонами составила 0,2 мм; на уровне средины высоты образца – 0,1 мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,15мм; на уровне растянутой арматуры – 0,1 мм.

Тр. 2 (справа) на уровне оси второго вертикального хомута – 0,15 мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,1мм.

Тр.3 (справа) на уровне половины высоты образца – 0,25мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,1мм.

Тр. 4 (справа) на уровне пересечения с осью вертикального пятого хомута составила 0,15 мм; на уровне половины высоты образца – 0,1мм; на уровне пересечения с осью вертикального шестого хомута – 0,15 мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,1мм.

На верхней растянутой грани появились следующие новые трещины:

- Тр.1<sup>ВГ</sup> на уровне пятого и шестого хомута слева верхней грани, которая прошла через всю ширину грани до стороны Б;
- Тр.3<sup>ВГ</sup> образовалась между пятым и третьим хомутом, начинается от уровня растянутой арматуры и прошла между четвертым и третьим хомутом стороны Б;

– Тр.4<sup>ВГ</sup> образовалась между четвертым и вторым хомутом, началась на верхней растянутой грани слева, прошла через всю ширину грани рядом с Тр.1 стороны Б

**Нагрузка 26 кН.** Появилась Тр.9 на уровне выше 5 мм от шва между бетонами и продлилась до седьмого хомута с левой стороны между восьмым и седьмым хомутом до удаления трех диаметров от растянутой арматуры.

Появилась Тр.10 между третьим и пятым хомутом справа (начало трещины на удалении 55 мм выше шва между бетонами до уровня оси растянутой арматуры, не доходя до него на 10 мм.

Тр.8 продлилась вниз и прошла вдоль шва между бетонами на 80 мм, и в последствии перешла на бетон усиления на 15 мм; справа продлилась до восьмого хомута не доходя 30 мм до швеллера; ширина ее раскрытия на уровне оси вертикального седьмого хомута составила 0,2мм.

Ширина раскрытия Тр.2 на уровне второго вертикального хомута составила 0,2мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры составила 0,3мм.

Тр.3 продлилась по шву на 40мм, опустилась до бабышки механического прибора ИБ2; ширина ее раскрытия на уровне половины высоты образца составила 0,5мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры составила 0,5мм.

Ширина раскрытия Тр.4 на уровне оси вертикального пятого хомута составила 0,2мм; на уровне половины высоты образца – 0,2мм; на уровне оси вертикального шестого хомута составила 0,2мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры составила 0,1мм.

Ширина раскрытия Тр.5 на уровне шва между бетонами составила 0,1мм; на уровне половины высоты образца – 0,2мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,15 мм; на уровне оси растянутой арматуры – 0,1 мм.

Тр.6 опустилась ниже и пошла на удалении 5 см от сжатой грани на 400 мм влево; ширина ее раскрытия на удалении 5 см от сжатой грани составила 0,2 мм; на уровне половины высоты образца составила 0,15мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры составила 0,1мм.

Тр.7 продлилась ниже по бетону усиления на 25 мм ниже; ширина ее раскрытия составила: на уровне пересечения с осью седьмого вертикального хомута – 0,1мм; на уровне половины высоты образца – 0,2мм; на уровне пересечения с осью шестого вертикального хомута – 0,1мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,1 мм; на уровне оси растянутой арматуры – 0,1 мм.

**Нагрузка 29,2 кН.** Тр.1 продлилась до шва между бетонами слева между первым и вторым хомутом, опустилась до нижней грани.

Ширина раскрытия Тр.2 выше на 50 мм уровня половины высоты образца составила 0,35мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,35 мм.

Ширина раскрытия Тр.3 на уровне половины высоты образца составила 1,0мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,5 мм.

Тр.4 на пересечении с вертикальной осью пятого хомута составила 0,3мм; на уровне половины высоты образца – 0,3мм; на пересечении с вертикальной осью шестого хомута – 0,4мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,29 мм.

Ширина раскрытия Тр.5 на уровне шва между бетонами составила 0,25мм; на уровне половины высоты образца – 0,3мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,2 мм; на уровне оси растянутой арматуры – 0,1 мм.

Ширина раскрытия Тр.6 на пересечении с швом между бетонами составила 0,4мм; на уровне половины высоты образца – 0,2мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,2 мм.

Ширина раскрытия Тр.7 на пересечении с вертикальной осью седьмого хомута составила 0,2мм; на пересечении с вертикальной осью шестого хомута – 0,2мм; на уровне половины высоты образца – 0,25мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,15 мм; и на уровне оси растянутой арматуры – 0,1мм.

Ширина раскрытия Тр.8 на пересечении с вертикальной осью седьмого хомута составила 0,4мм.

Появилась новая Тр.12 между третьим и четвертым хомутом слева на 10 мм выше оси растянутой арматуры, затем развивалась на удалении 50 мм от сжатой грани и ее развитие, остановилась между первым и вторым хомутом.

Появилась новая Тр.13 между пятым и четвертым хомутом слева от шва между бетонами и развивались до нижней грани, а затем перешла по нижней грани балки до боковой грани стороны Б.

Появилась новая Тр.14 между вторым и третьим хомутом от нижней грани, затем она прошла до третьего и четвертого хомута в направлении до уровня шва между бетонами.

**Нагрузка 29,5 кН.** Появилась новая Тр5<sup>ВГ</sup> на верхней грани стороны А и затем она распространилась до стороны Б между шестым и четвертым хомутом слева.

Тр.14 началась между седьмым и восьмым хомутом в нижней грани и прошла через шестой вертикальный хомут и половину высоты образца, а затем поднялась выше на 50 мм, продлилась по нижней грани.

Появилась Тр. 4<sup>ВГ</sup> между четвертым и вторым хомутом. Она началась на уровне оси растянутой арматуры и распространилась до верхней грани стороны Б.

Ширина раскрытия Тр.2 на пересечении с вертикальной осью второго хомута составила 0,55мм; на на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,45 мм.

Ширина раскрытия Тр.3 на уровне половины высоты образца составила 1,0мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,65 мм.

Ширина раскрытия Тр.4 на пересечении с вертикальной осью пятого хомута составила 0,5мм; на уровне половины высоты образца – 0,3мм; на пересечении с вертикальной осью шестого хомута – 0,4мм; и на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,25мм.

Ширина раскрытия Тр.5 на удалении 50 см от сжатой грани составила 0,15мм; на уровне половины высоты образца – 0,3мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,3мм; и на уровне оси растянутой арматуры – 0,1мм.

Ширина раскрытия Тр.6 на удалении 5 см от сжатой грани составила 0,2мм; на уровне половины высоты образца – 0,2мм; и на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,2мм.

Ширина раскрытия Тр.7 на уровне шва между бетонами составила 0,2мм; на уровне половины высоты образца сечения – 0,3мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,2мм; на пересечении с осью вертикального шестого хомута – 0,2 мм; и на уровне оси растянутой арматуры – 0,1мм.

Ширина раскрытия Тр.8 на пересечении с осью вертикального седьмого хомута составила 0,35 мм.

**Нагрузка 29,5 кН.** Появилась новая Тр5<sup>ВГ</sup> на верхней грани стороны А и распространялась до стороны Б между шестым и четвертым хомутом слева.

Тр.14 (при  $\Delta = 3.0\text{мм}$ ) началась между седьмым и восьмым хомутом в нижней грани и прошла через шестой вертикальный хомут и половину высоты образца, затем она поднялась выше половины образца, на 50 мм и распространилась по нижней грани.

Появилась Тр. 4<sup>ВГ</sup> между четвертым и вторым хомутом, началась на уровне оси растянутой арматуры и дошла до верхней грани стороны Б.

Ширина раскрытия Тр.2 на пересечении с вертикальной осью второго хомута составила 0,55мм; и на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,45 мм.

Ширина раскрытия Тр.3 на уровне половины высоты образца составила 1,0мм; и на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,65 мм.

Ширина раскрытия Тр.4 на пересечении с вертикальной осью пятого хомута составила 0,5мм; на уровне половины высоты образца – 0,3мм; на пересечении с вертикальной осью шестого хомута –0,4мм; и на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,25мм.

Ширина раскрытия Тр.5 на удалении 50 м от сжатой грани составила 0,15мм; на уровне половины высоты образца – 0,3мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,3мм; на уровне оси растянутой арматуры – 0,1мм.

Ширина раскрытия Тр.6 на удалении 50 мм от сжатой грани уровне шва между бетонами составила 0,2мм; на уровне половины высоты образца – 0,2мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,2мм.

Ширина раскрытия Тр.7 на на удалении 50 мм от сжатой грани составила 0,2мм; на уровне половины высоты образца – 0,3мм; на удалении трех диаметров растянутой арматуры – 0,2мм; на пересечении с осью вертикального шестого хомута – 0,2 мм; на уровне оси растянутой арматуры – 0,1мм.

Ширина раскрытия Тр.8 на пересечении с осью вертикального седьмого хомута – 0,35 мм.

Был проведен также анализ экспериментальных параметров образования пространственных трещин в опытных образцах всех серий при рассматриваемом напряженном состоянии. Результат анализа экспериментальных параметров приведен в табл. 3.5.

Таблица 3.5.

**Анализ экспериментальных параметров образования пространственных трещин при кручении с изгибом**

<b>№ n/n</b>	<b>Шифр конструкции</b>	$R_{supu,exp}$ , кН	$\frac{R_{supcrc,exp}}{R_{supu,exp}}$	$R_{supcrc,exp}$ , кН	$x_{exp}$ , см	$y_{exp}$ , см	$z_{exp}$ , см
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
1	КИП –I-2,0(1)А (левая сторона)	12,3	0,35	4,305	36,4	4,95	-5,9
2	КИП –I-2,0(1)А (правая сторона)	12,8	0,31	3,97	-48,3	4,87	-5,8
3	КИП –I-2,0(1)В (левая сторона)	13,1	0,33	4,323	-39,8	-4,82	-5,9
4	КИП –I-2,0(1)В (правая сторона)	12,5	0,32	4,02	43,7	-4,84	-6,2
5	КИП –I-2,0(2)А (левая сторона)	11,8	0,38	4,48	32,6	4,95	-6,5
6	КИП –I-2,0(2)А (правая сторона)	13,2	0,36	4,75	-47,6	4,97	-5,9
7	КИП –I-2,0(2)В (левая сторона)	12,4	0,32	3,97	-38,6	-4,85	-7,9
8	КИП –I-2,0(2)В (правая сторона)	12,6	0,41	5,17	44,1	-4,75	-6,3
9	КИП –I-2,0(3)А (левая сторона)	13,4	0,36	4,82	32,9	4,92	-5,9
10	КИП –I-2,0(3)А (правая сторона)	12,8	0,32	4,10	-48,1	4,85	-5,7
11	КИП –I-2,0(3)В (левая сторона)	12,5	0,29	3,63	-39,1	-4,94	-6,8
12	КИП –I-2,0(3)В (правая сторона)	13,7	0,40	5,48	47,2	-4,97	-6,5
13	КИП –I-2,0(4)А (левая сторона)	11,9	0,39	4,64	51,3	4,81	-7,0
14	КИП –I-2,0(4)А (правая сторона)	12,8	0,34	4,35	-39,4	4,87	-7,1
15	КИП –I-2,0(4)В (левая сторона)	11,5	0,27	3,11	-48	-4,91	-6,4
16	КИП –I-2,0(4)В (правая сторона)	13,2	0,33	4,36	49,2	-4,93	-6,2
17	КИП –II –1,6(1)А (левая сторона)	15,8	0,38	6,00	31,8	4,87	-6,4
18	КИП –II –1,6(1)А (правая сторона)	17,2	0,34	5,85	-37,7	4,85	-6,8

Продолжение табл. 3.5

<b>№ n/n</b>	<b>Шифр конструкции</b>	$R_{supu,exp}$ , кН	$\frac{R_{supcrc,exp}}{R_{supu,exp}}$	$R_{supcrc,exp}$ , кН	$x_{exp}$ , см	$y_{exp}$ , см	$z_{exp}$ , см
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
19	КИП –II –1,6(1)В (левая сторона)	16,4	0,35	5,74	-38,9	-4,97	-8,1
20	КИП –II –1,6(1)В (правая сторона)	15,6	0,29	4,52	38,6	-4,88	-6,5
21	КИП –II –1,6(2)А (левая сторона)	16,4	0,31	5,08	39,1	4,98	-5,4
22	КИП –II –1,6(2)А (правая сторона)	15,7	0,29	4,55	-31,1	4,93	-5,8
23	КИП –II –1,6(2)В (левая сторона)	16,8	0,27	4,54	-42,8	-4,88	-5,5
24	КИП –II –1,6(2)В (правая сторона)	16,3	0,29	4,73	41,3	-4,99	-5,7
25	КИП –II –1,6(3)А (левая сторона)	15,5	0,32	4,96	39,1	4,95	-6,2
26	КИП –II –1,6(3)А (правая сторона)	16,1	0,33	5,31	-41,1	4,89	-6,4
27	КИП –II –1,6(3)В (левая сторона)	16,8	0,34	5,71	-31,5	-4,97	-5,9
28	КИП –II –1,6(3)В (правая сторона)	16,4	0,33	5,41	38,4	-4,93	-5,8
29	КИП –II –1,6(4)А (левая сторона)	15,8	0,38	6,00	38,2	4,88	-7,9
30	КИП –II –1,6(4)А (правая сторона)	16,3	0,36	5,87	-42,3	4,89	-7,1
31	КИП –II –1,6(4)В (левая сторона)	15,5	0,34	5,27	-44,4	-4,98	-6,4
32	КИП –II –1,6(4)В (правая сторона)	16,2	0,36	5,83	41,3	-4,87	-6,2
33	КИП –III –1,2(1)А (левая сторона)	19,4	0,34	6,60	31,7	4,93	-7,4
34	КИП –III –1,2(1)А (правая сторона)	18,8	0,33	6,20	-33,4	4,98	-7,1
35	КИП –III –1,2(1)В (левая сторона)	17,6	0,34	5,98	-21,2	-4,97	-5,4
36	КИП –III –1,2(1)В (правая сторона)	19,1	0,37	7,07	27,9	-4,92	-6,2
37	КИП –III –1,2(2)А (левая сторона)	17,9	0,32	5,73	25,7	4,98	-5,8
38	КИП –III –1,2(2)А (правая сторона)	18,4	0,33	6,07	-28,3	4,94	-6,4
39	КИП –III –1,2(2)В (левая сторона)	18,9	0,36	6,80	-29,4	-4,97	-6,3

Окончание табл. 3.5

<b>№ n/n</b>	<b>Шифр конструкции</b>	<b><math>R_{supu,exp}</math>, кН</b>	<b><math>\frac{R_{supcrc,exp}}{R_{supu,exp}}</math></b>	<b><math>R_{supcrc,exp}</math>, кН</b>	<b><math>x_{exp}</math>, см</b>	<b><math>y_{exp}</math>, см</b>	<b><math>z_{exp}</math>, см</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
40	КИП –III –1,2(2)В (правая сторона)	19,3	0,41	7,91	24,2	-4,91	-6,7
41	КИП –III –1,2(3)А (левая сторона)	19,7	0,33	6,50	34,1	4,86	-5,3
42	КИП –III –1,2(3)А (правая сторона)	18,6	0,32	5,95	-27,4	4,84	-5,8
43	КИП –III –1,2(3)В (левая сторона)	17,3	0,33	5,71	-32,6	-4,92	-6,1
44	КИП –III –1,2(3)В (правая сторона)	17,7	0,32	5,66	27,1	-4,84	-5,9
45	КИП –III –1,2(4)А (левая сторона)	18,5	0,29	5,37	32,8	4,93	-6,4
46	КИП –III –1,2(4)А (правая сторона)	19,7	0,31	6,11	-29,8	4,89	-6,9
47	КИП –III –1,2(4)В (левая сторона)	18,2	0,33	6,01	-24,2	-4,92	-6,7
48	КИП –III –1,2(4)В (правая сторона)	17,8	0,36	6,41	27,3	-4,96	-6,2

В результате анализа трещинообразования железобетонных конструкций при изгибе с кручением построены графики зависимости трещинообразующей нагрузки  $R_{supcrc}$  от длины испытанных конструкций (рис. 3.14). Их анализ показывает, что с увеличением длины образца (1200мм, 1600мм и 2000 мм), значение трещинообразующей нагрузки нелинейно уменьшается на 46 %.

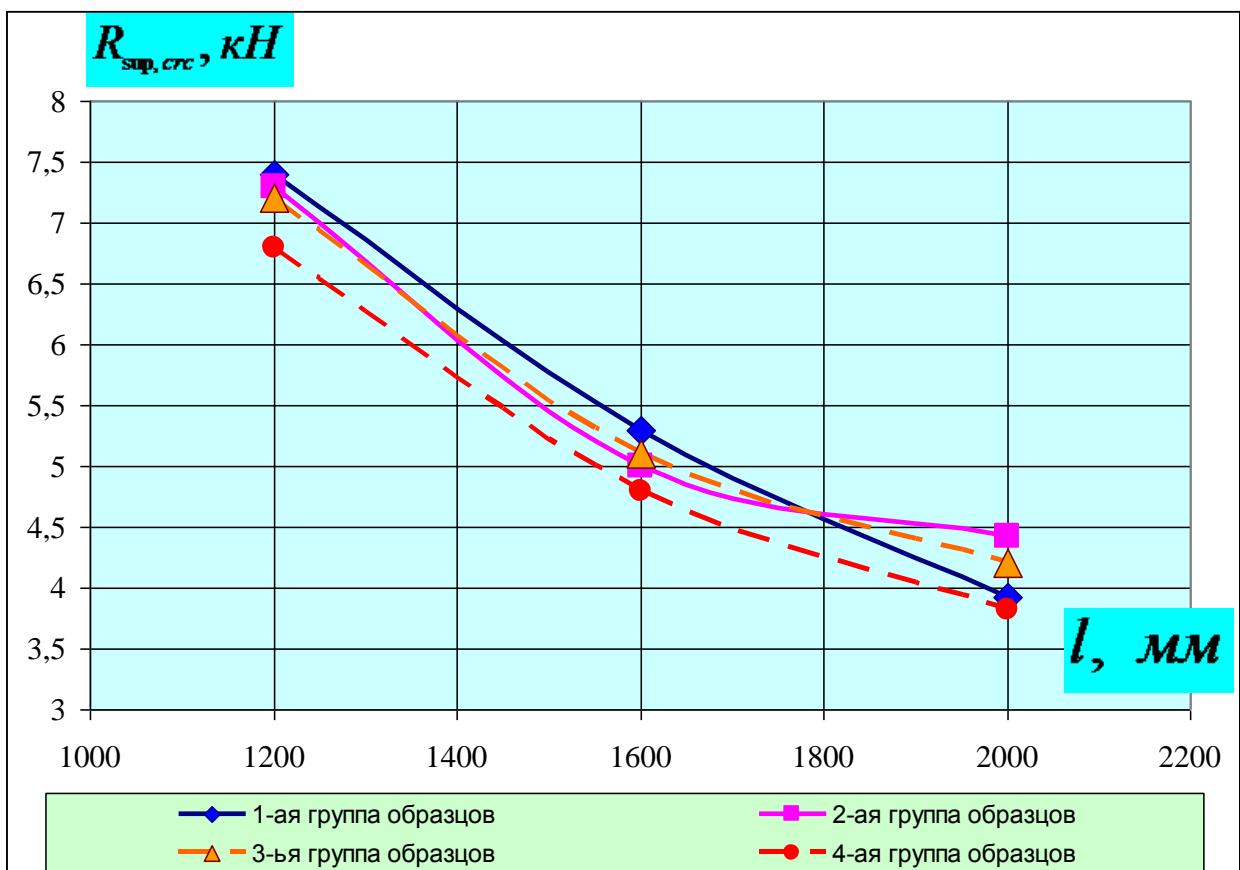


Рис. 3.14. График зависимости трещинообразующей экспериментальной обобщенной нагрузки  $R_{sup,crc}$  от длины экспериментальных конструкций

Проведенные экспериментальные исследования, представили возможность проверки достоверности расчетного аппарата трещиностойкости железобетонных конструкций при действии кручения с изгибом, расстояний между трещинами (при проверке многоуровневого процесса их образования) и позволили убедиться в адекватности рабочих гипотез при варьировании длины образцов, крутящего и изгибающего моментов, класса бетона.

### 3.4. Выводы по главе 3

1. Разработана программа и методика экспериментальных исследований сопротивления железобетонных конструкций при кручении с изгибом. Сформулированы цель и задачи экспериментальных исследований, основные из которых сводятся к определению координат образования пространственных трещин  $(x; y; z)$  и обобщенной трещинообразующей нагрузки  $R_{supcrc}$ .

2. На основании экспериментальных исследований железобетонных конструкций сплошного сечения, получены опытные данные о сложном напряженно-деформированном состоянии в исследуемых областях сложного сопротивления при действии изгибающего и крутящего моментов.

Для испытанных опытных образцов получены экспериментальные параметры трещиностойкости, такие как: значения обобщенной трещинообразующей нагрузки  $R_{supcrc}$  и ее уровень относительно предельной нагрузки; расстояние между трещинами на разных уровнях трещинообразования; ширина раскрытия трещин на уровне оси рабочей арматуры и вдоль всего профиля трещины на различных ступенях нагружения координаты точек  $(x; y; z)$  образования трещин и схемы образования и развития трещин железобетонных конструкций при кручении с изгибом.

3. Получены опытные зависимости деформаций бетона по показаниям розетки электротензорезисторов, деформаций рабочей арматуры в зависимости от уровня нагружения. Для повышения достоверности опытных данных показания электротензорезисторов продублированы механическими приборами.

4. Выполнен анализ образования и развития трещин с использованием журнала испытаний железобетонных конструкций при кручении с изгибом.

Построены графики опытных зависимостей обобщенной трещинообразующей нагрузки  $R_{super}$  экспериментальных железобетонных конструкций от длины образцов прямоугольного поперечного сечения. Их анализ показал, что с увеличением длины образца от 1200мм до 2000 мм, значение трещинообразующей нагрузки нелинейно уменьшается до 46 %.

## ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И СОПОСТАВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ ПРИ КРУЧЕНИИ С ИЗГИБОМ

### 4.1. Алгоритм расчета трещинообразования в железобетонных конструкциях по пространственным сечениям

Пространственные трещины второго и третьего образуются в точке с координатами  $(x; y; z)$ , где главные деформации удлинения бетона достигают своих предельных значений. Для практических расчетов удобнее выражать сопротивление бетона образованию пространственной трещины второго и третьего типа (если трещина не пересекает продольную растянутую арматуру) через значение обобщенной нагрузки  $R_{sup,crc}$ . При этом во избежание громоздкости алгебраических выражений в место подстановки неизвестных в общую зависимость, целесообразно использовать итерационный процесс. На первом шаге итерации значение  $R_{sup,crc}$  рекомендуется принимать равным 0,2 от  $R_{sup,u}$  ( $R_{sup,u}$  – величина опорной реакции в момент разрушения железобетонной конструкции).

При выполнении численных исследований разработан алгоритм решения задачи образования пространственных трещин первого, второго и третьего типов (если трещина не пересекает продольную растянутую арматуру) железобетонных конструкций при различных схемах загружения, продольного (с возможностью учета предварительного напряжения) и поперечного армирования, классах бетона, геометрических характеристиках сечения. Сопротивление стержневых железобетонных конструкций образованию первой пространственной трещины второго и третьего типов на их нижней грани (см. рис. 2.5, *а*; рис. 2.5, *б–г*) при кручении с изгибом, случай 1, осуществляется на основании нижеприведенных уравнений.

Алгоритм включает следующие основные этапы.

1. Выполняется расчет по прочности нормальных сечений и на первом шаге итерации  $R_{sup,crc}$  принимается равным 0,2 от  $R_{sup,u}$ ;  $\sigma_x$  принимаются равными нулю, а координаты точки образования первой пространственной трещины назначаются в точке на нейтральной оси, расположенной между опорой и силой.

2. Записываются уравнение связи между нормальными напряжениями  $\sigma_x$  и внешней нагрузкой, выраженной через опорную реакцию  $R_{sup}$ . Из этого уравнения находится неизвестное  $R_{sup}$ :

$$R_{sup} = \frac{\sigma_x \cdot A_{red} \cdot I_{red} - N \cdot I_{red} \mp P_0 \cdot e_{0,p} \cdot A_{red} \cdot z}{\pm x \cdot z \cdot A_{red} + \varphi_x \cdot I_{red}}. \quad (4.1)$$

3. Записывается уравнение для определения касательных напряжений кручения  $\tau_t$  в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры. Из этого уравнения находится неизвестная координата  $y$ :

$$y = \pm \frac{\sqrt{\tau_t^2 \cdot I_t^2 - M_t^2 \cdot z^2}}{M_t} \leq \pm 0,5b. \quad (4.2)$$

4. Записывается уравнение для определения касательных напряжений  $\tau_{xz}$  в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры. При этом уравнение связи между касательными напряжениями в поперечном сечении железобетонного стержня и обобщенной нагрузкой  $R_{sup}$  –  $\tau_2$  и  $\tau_1$  учитывает поперечную силу не только от опорной реакции но и от отгибаемых стержней. Из этого уравнения (4.3) определяется неизвестная координата образования пространственных трещин второго и третьего типов типа:

$$z = - \frac{(R_{sup} - Q_{inc})B_1 + \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_{xz} - \tau_{xz}}{(R_{sup} - Q_{inc}) \cdot B_2} \leq \pm 0,5h, \quad (4.3)$$

где касательные напряжения  $\tau_{xz}$  определяются по формуле (2.65), а параметры  $B_1$  – по формуле (2.67) и  $B_2$  по формулам (2.68) или (2.69).

Для прямоугольных сечений параметр  $h'_f$  принимается равным  $\frac{1}{3}(h - z_d)$ , а параметр  $h_f$  принимается равным  $\frac{1}{3}z_d$ .

5. Записывается уравнение связи внешней нагрузки (выраженной через опорную реакцию  $R_{sup}$ ) и нормальными напряжениями  $\sigma_z$  в точке, с координатами в которой они определяются. Из этого уравнения определяется неизвестное напряжение  $\sigma_z$ :

$$\sigma_z = \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}) + B_3, \quad (4.4)$$

где  $B_3$  определяется в соответствии с формулой (2.71).

6. Записываются уравнения для определения главных растягивающих напряжений (принимая их равными  $R_{bt}$ ) в соответствии с выражениями (2.74) и из этих уравнений находится  $\sigma_x$ :

$$\sigma_x = \frac{\tau_{zx}^2 + R_{bt} \cdot \sigma_z - R_{bt}^2}{\sigma_z - R_{bt}}. \quad (4.5)$$

7. Применимально к деформациям из уравнения (2.75) для определения главных деформаций удлинения записывается зависимость для определения  $\gamma_{xz}$  (при этом учитывается, что  $\sigma_y = 0$ ) :  $\varepsilon_y = -\frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z)$ ;

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_x - \mu\sigma_z + \sigma_{x,d}]; \quad \varepsilon_{x,d} = \frac{w}{x}, \quad \varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_y - \mu\sigma_x], \quad \text{где} \quad w = \frac{M}{G \cdot I_t} \cdot f(x, z);$$

$$f(x, z) = \beta \cdot x \cdot z \quad \beta = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\gamma_{xz} = \pm \sqrt{\frac{4\epsilon_{bt,ul}\epsilon_x\epsilon_z - 4\epsilon_{bt,ul}^2(\epsilon_x + \epsilon_z) - 4\epsilon_{bt,ul}\epsilon_x\epsilon_z \left[ \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) \right] \cdot (\epsilon_z + \epsilon_x) + \left[ \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) \right] (4\epsilon_{bt,ul}^2 + 4\epsilon_x\epsilon_z)}{\left( \epsilon_{bt,ul} + \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) \right)}}. \quad (4.6)$$

8. С учетом выражения (4.6), записывается уравнение для определения касательных напряжений  $\tau_{xz}$

$$\tau_{xz} = \pm \frac{E}{(1+\mu)} \sqrt{\frac{4\epsilon_{bt,ul}\epsilon_x\epsilon_z - 4\epsilon_{bt,ul}^2(\epsilon_x + \epsilon_z) + 4\epsilon_{bt,ul}\epsilon_x\epsilon_y\epsilon_z \cdot (\epsilon_z + \epsilon_x) - \epsilon_y(4\epsilon_{bt,ul}^2 + 4\epsilon_x\epsilon_z)}{(\epsilon_{bt,ul} - \epsilon_y)}} \leq \tau_u. \quad (4.7)$$

9. Используя соотношение между изгибающим и крутящим моментом задано  $\frac{M_{bond}}{M_t} = \eta$ , определяются касательные усилия  $\tau_t$  от действия крутящего момента:

$$\tau_t = \frac{R_{sup} \cdot x \cdot \sqrt{z^2 + y^2}}{I_t \cdot \eta} \leq \tau_{t,u}. \quad (4.9)$$

10. Из условия экстремума функции многих переменных  $R_{sup}$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$ ,  $\tau_{zx}$ ,  $\tau_t$ ,  $x$ , определяется координата  $x$  точки образования пространственной трещины по формуле.

$$x = \frac{I_{red} [\varphi_x + \varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z} - \mu \cdot \varphi_z - \mu \cdot k \cdot \varphi_{2,z}]}{\pm (0,5h) \cdot A_{red}}. \quad (4.10)$$

При этом все разрешающие уравнения и определяемые из них параметры оказываются «замкнутыми в» в единое решение задачи определения минимальной нагрузки и координат образования пространственной трещины в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом.

После определения абсциссы  $x$  точки  $A$  (см. рис. 2.5), в которой образуется пространственная трещина первого типа на боковой грани и отыскания обобщенной нагрузки трещинообразования, выраженной в виде функции через опорную реакцию  $R_{sup}$  определяется пространственное расположение главных площадок, в окрестности этой точки, в плоскости

которой будет располагаться начало пространственной трещины, т. е. другими словами определить направление развития этой трещины. При этом, определение направляющих косинусов  $l, m, n$  выполняется по уравнениям (2.97)–(2.99).

#### 4.2. Пример расчета трещинообразования железобетонной конструкции второй серии КИП-II-1,6 по пространственным сечениям

Рассмотрим пример расчета железобетонной конструкции **второй серии КИП-II-1,6** по *предлагаемой* методике при кручении с изгибом

1. Задаются исходные данные для выполнения расчета:

а) геометрические характеристики сечения

$$h = 25\text{cm}, a_s = a'_s = 2,5\text{cm}, h_0 = h - a_s = 25 - 2,5 = 22,5\text{cm}, b = 10\text{cm},$$

$$t_b = t_1 = 2 \cdot d = 2,0\text{cm}, t_* = 1,5 \cdot d = 1,5\text{cm}.$$

$$P_{u,exp} = 32,8\kappa H, P_{crc,exp} = 5,2\kappa H; R_{supu,exp} = 16,4\kappa H; R_{supcrc,exp} = 2,6\kappa H.$$

б) задается этап нагружения —  $\frac{P}{P_u} = 0,7$ ,  $P = 22,96\kappa H$ ,  $R_{sup,exp} = 11,48\kappa H$

в) параметры

$$\alpha'_s = \frac{E'_s}{\nu'_b \cdot E_b} = \frac{20000 \frac{\kappa H}{\text{см}^2}}{0,45 \cdot 2700 \frac{\kappa H}{\text{см}^2}} = 16,46,$$

$$\alpha_s = \frac{E_s}{\nu_b \cdot E_b} = \frac{20000 \frac{\kappa H}{\text{см}^2}}{0,85 \cdot 2700 \frac{\kappa H}{\text{см}^2}} = 8,72,$$

2. Вычисляются геометрические характеристики сечения:

$$\begin{aligned} \text{приведенная площадь } A_{red} &= A_b + \alpha_s A_s + \alpha'_s A'_s = \\ &= 25\text{cm} \cdot 10\text{cm} + 8,72 \cdot 1,57\text{cm}^2 + 16,46\text{cm} \cdot 1,57\text{cm}^2 = 289,53\text{cm}^2. \end{aligned}$$

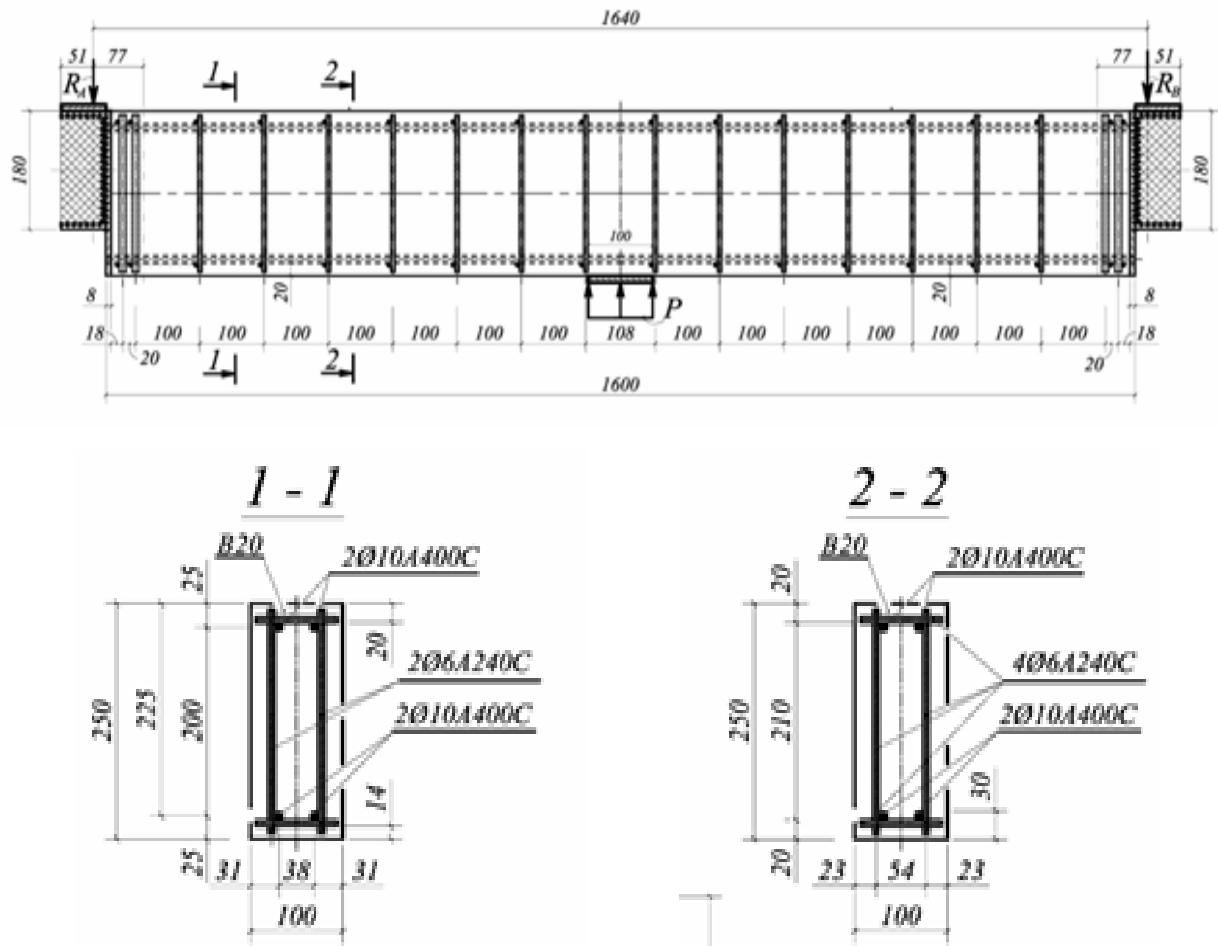


Рис. 4.1. Конструкция, армирование и схема нагружения опытного образца второй серии КИП-II-1,6

приведенный статический момент

$$\begin{aligned}
 S_{red} &= S_b + \alpha_s A_s a_s + \alpha'_s A'_s (h - a'_s) = b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + \alpha_s A_s a_s + \alpha'_s A'_s (h - a'_s) = \\
 &= 10 \text{cm} \cdot 25 \text{cm} \cdot \frac{25 \text{cm}}{2} + 8,72 \cdot 1,57 \text{cm}^2 \cdot 2,5 \text{cm} + \\
 &+ 16,46 \cdot 1,57 \text{cm}^2 \cdot (25 \text{cm} - 2,5 \text{cm}) = 3125 \text{cm}^3 + 34,25 \text{cm}^3 + 581,45 \text{cm}^3 = 3740,7 \text{cm}^3
 \end{aligned}$$

расстояние до центра сечения  $y_{red} = \frac{S_{red}}{A_{red}} = \frac{3740,7 \text{cm}^3}{289,53 \text{cm}^2} = 12,91 \text{cm}$ ,

момент инерции приведенного сечения

$$I_{red} \approx I_b + \alpha_s A_s y_s^2 + \alpha'_s A'_s y'_s^2 = \frac{b \cdot h^3}{12} + \alpha_s A_s (y_{red} - a_s)^2 + \alpha'_s A'_s (h - y_{red} - a'_s)^2 =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{10cm \cdot (25cm)^3}{12} + 8,72 \cdot 1,57cm^2 \times (12,91cm - 2,5cm)^2 + \\
&+ 16,46 \cdot 1,57cm^2 (25cm - 12,91cm - 2,5cm)^2 = \\
&= 13020,8cm^4 + 1483,6cm^4 + 2376,7cm^4 = 16881,1cm^4.
\end{aligned}$$

момент инерции прямоугольного сечения при кручении

$$I_t = \beta \cdot b \cdot h^3, \text{ где } \beta = 0,239 \text{ при } \frac{h_0}{b} = \frac{22,5cm}{10cm} = 2,25,$$

$$I_t = \beta \cdot b \cdot h_0^3 = 0,239 \cdot 10cm \cdot (22,5cm)^3 = 27223,7cm^4.$$

3. Вычисляются характеристики бетона и арматуры:

Класс бетона B20, тяжелый,

$$\begin{aligned}
R_b &= \frac{R_{bn}}{1 - 1,64 \cdot 0,135} = \frac{1,5 \frac{\kappa H}{cm^2}}{0,7786} = 1,93 \frac{\kappa H}{cm^2}, \\
R_{bt} &= \frac{R_{bt,n}}{1 - 1,64 \cdot 0,135} = \frac{0,14 \frac{\kappa H}{cm^2}}{0,7786} = 0,18 \frac{\kappa H}{cm^2}, \quad \nu_{b,2} = 0,85 \div 1, \quad \nu_{b,1} = 0,45. \\
E_b &= 2700 \frac{\kappa H}{cm^2}, \quad G = 0,3E_b = 900 \frac{\kappa H}{cm^2}, \quad E(\lambda) = 0,85E_b = 2295 \frac{\kappa H}{cm^2}.
\end{aligned}$$

Рабочая растянутая арматура 2Ø10A400C в сечении 2–2,

$$R_s = \frac{R_{sn}}{\gamma_s} = \frac{39 \frac{\kappa H}{cm^2}}{1} = 39 \frac{\kappa H}{cm^2}, \quad E_s = 2 \cdot 10^4 \frac{\kappa H}{cm^2}, \quad A_s = 1,57cm^2,$$

$$S_s = 2 \cdot 2\pi r = 2\pi d = 6,28cm.$$

Конструктивная сжатая арматура 2Ø10A400C в сечении 2–2,

$$R_{sc} = \frac{R_{scn}}{\gamma_s} = \frac{39 \frac{\kappa H}{cm^2}}{1} = 39 \frac{\kappa H}{cm^2}, \quad E_s = 2 \cdot 10^4 \frac{\kappa H}{cm^2}, \quad A'_s = 1,57cm^2,$$

$$S_{sc} = 2 \cdot 2\pi r = 2\pi d = 6,28cm.$$

4. Определяются расчетные параметры:

В соответствии с п. 1, на первом шаге итерации принимается

$$R_{sup,crc} = 0,2R_{supu,exp} = 0,2 \cdot 16,4 = 3,28\kappa H;$$

$y = -0,5b = -5\text{cm}$ ,  $z = -0,5h = -12,25\text{cm}$ ,  $N = 0\kappa H$ , тогда

определяется обобщенная нагрузка  $R_{\text{sup}}$  по следующей процедуре:

*В соответствии с п. 2* на первом шаге итерации принимается:  
 $x = 0,5l = 80\text{cm}$ ;

$$\sigma_x = \frac{N}{A_{\text{red}}} \pm \frac{R_{\text{sup}} \cdot x \cdot z}{I_{\text{red}}} \pm \frac{P_0 \cdot e_{0,p} \cdot z}{I_{\text{red}}} + \frac{R_{\text{sup}}}{b \cdot h} \cdot \varphi_x,$$

$$0,18 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} = \frac{0\kappa H}{289,53\text{cm}^2} + \frac{R_{\text{sup}} \cdot 80,0\text{cm} \cdot 12,25\text{cm}}{16881,1\text{cm}^4} + \frac{0 \cdot 12,25\text{cm}}{16881,1\text{cm}^4} + \frac{R_{\text{sup}}}{10\text{cm} \cdot 25\text{cm}} \cdot 0,31;$$

$$0,18 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} = \frac{R_{\text{sup}} \cdot 80,0\text{cm} \cdot 11,75\text{cm}}{16881,1\text{cm}^4} + \frac{R_{\text{sup}}}{10\text{cm} \cdot 25\text{cm}} \cdot 0,31;$$

$$0,18 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} = 0,0568 R_{\text{sup}} \frac{1}{\text{cm}^2} + 0,00124 R_{\text{sup}} \frac{1}{\text{cm}^2};$$

$$0,18 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} = 0,05804 R_{\text{sup}} \frac{1}{\text{cm}^2};$$

$$R_{\text{sup}} = 3,1013\kappa H.$$

Здесь параметр  $\varphi_x = 0,31$  при  $x = 0,05h$  и координате  $z = 0,5h$  принимается в соответствии с [135, табл. 39].

*В соответствии с п. 3* из уравнения для определения касательных напряжений кручения  $\tau_t$  [146] в поперечном сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры, находится неизвестная координата  $y$ .

Для этого определяется величина крутящего момента  $M_t$  из следующего соотношения:

$$\frac{M_t}{M_{\text{bend}}} = \frac{l_t}{l_{\text{bend}}};$$

$R_{\text{sup,exp}} = 11,48\kappa H$ ,  $l_{\text{bend}} = 0,5l = 80\text{cm}$ ;  $l_t = 32\text{cm}$  (плечо усилия, вызывающее крутящий момент).

$$M_{\text{bend}} = R_{\text{sup,exp}} \cdot 0,5l = 11,48\kappa H \cdot 0,5 \cdot 160\text{cm} = 918,4\kappa H \cdot \text{cm};$$

$$M_t = \frac{M_{\text{bend}} \cdot l_t}{l_{\text{bend}}} = \frac{918,4\kappa H \cdot \text{cm} \cdot 32\text{cm}}{80\text{cm}} = 367,36\kappa H \cdot \text{cm};$$

$$\gamma = 0,781; \alpha = 0,252 \text{ при } \frac{h_0}{b} = 2,25;$$

$$\tau_{max} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{M_t}{\alpha \cdot h_0 \cdot b^2} = \frac{367,36 \kappa H \cdot cm}{0,252 \cdot 22,5 cm \cdot (10 cm)^2} = 0,648 \frac{\kappa H}{cm^2};$$

$$\tau_t = \gamma \cdot \tau_{max} = 0,781 \cdot 0,648 \frac{\kappa H}{cm^2} = 0,506 \frac{\kappa H}{cm^2};$$

$$\tau_t = \gamma \cdot \tau_{max} \leq \tau_{t,u}, \text{ где } \tau_{t,u} \leq 2,2 R_{bt} = 2,2 \cdot 0,18 \frac{\kappa H}{cm^2} = 0,396 \frac{\kappa H}{cm^2}.$$

При этом срабатывает ограничение, и для дальнейших расчетов принимается

$$\tau_t = 0,396 \frac{\kappa H}{cm^2}.$$

$$y = \pm \frac{\sqrt{\tau_t^2 \cdot I_t^2 - M_t^2 z^2}}{M_t} \leq \pm 0,5b;$$

$$y = \pm \frac{\sqrt{\left(0,396 \frac{\kappa H}{cm^2}\right)^2 \cdot (27223,7 cm^4)^2 - (367,36 \kappa H \cdot cm)^2 \cdot (11,75 cm)^2}}{367,36 \kappa H \cdot cm} = \pm 26,89 cm.$$

Полученное значение координаты  $y$  ограничивается следующим выражением:  $y \leq \pm 0,5b = \pm 5 cm$ .

В соответствии с п. 4 для определения координаты  $z$  находятся параметры:

$$\tau_1 = \frac{QS}{I \cdot b} = \frac{22,96 \kappa H \cdot 3740,7 cm^3}{16881,1 cm^4 \cdot 10 cm} = 0,509 \frac{\kappa H}{cm^2}; \tau_2 = 0,8 \cdot \tau_1 = 0,8 \cdot 0,509 \frac{\kappa H}{cm^2} = 0,407 \frac{\kappa H}{cm^2}.$$

Для прямоугольных сечений параметр  $h'_f$  принимается равным  $\frac{1}{3}(h - z_d)$ , а параметр  $h_f$  принимается равным  $\frac{1}{3}z_d$ .

При  $x = 0,3h_0 = 6,75 cm$  вычисляются параметры  $B_1$  и  $B_2$  по формулам,

$$B_1 = \frac{S_{n,ax}}{I_{red} \cdot b} = \frac{10 cm \cdot 6,75 cm \cdot 6,75 cm \cdot 0,5}{15129,4 cm^4 \cdot 10 cm} = \frac{2278,125 cm^3}{151294} = 0,01507;$$

$$h'_f = \frac{1}{3}(h - y_{red}) = \frac{1}{3}(25 cm - 12,91 cm) = 4,03 cm;$$

$$B_2 = \frac{1}{I_{red} \cdot b \cdot (h - y_d - h_f')}.$$

$$B_2 = \frac{1}{15129,4 \text{cm}^4 \cdot 10 \text{cm} \cdot (25 \text{cm} - 12,91 \text{cm} - 4,03 \text{cm})} = 0,00000082.$$

Тогда,

$$\tau_{xy} = (R_{sup} - Q_{inc})B_1 - (R_{sup} - Q_{inc}) \cdot B_2 \cdot y + \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_{xy}.$$

В нашем случае  $Q_{inc} = 0$  и

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= (3,1013\kappa H - 0)0,01507 - (3,1013\kappa H - 0) \cdot 0,00000082 \cdot (-5 \text{cm}) + \frac{3,1013\kappa H}{289,53 \text{cm}^2} \cdot 0 = \\ &= 0,09201013 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2}. \end{aligned}$$

В рассматриваемом случае, параметр  $B_3 = 0$ .

По формуле (2.65) находим:

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= \tau_2 + (\tau_1 - \tau_2) \cdot \frac{h - z_d - h_f' - z}{h - z_d - h_f'} + \tau_{xz,loc} = \\ &= 0,407 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} + \left( 0,509 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} - 0,407 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} \right) \cdot \frac{25 \text{cm} - 12,91 \text{cm} - 4,03 \text{cm} + 11,75 \text{cm}}{25 \text{cm} - 12,91 \text{cm} - 4,03 \text{cm}} + 0. \\ \tau_{xz} &= 0,657 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} \leq \tau_{xz,u} \leq 2,2R_{bt} = 2,2 \cdot 0,18 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} = 0,396 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2}. \end{aligned}$$

Для дальнейших расчетов принимается  $\tau_{xz} = 0,396 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2}$ .

Определяется координата образования  $z$  первой пространственной трещины по формуле (4.3):

$$\begin{aligned} z &= \frac{(R_{sup} - Q_{inc})B_1 + \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot \varphi_{xz} - \tau_{xz}}{(R_{sup} - Q_{inc}) \cdot B_2} \leq 0,5h; \\ z &= \frac{(3,1013\kappa H - 0) \cdot 0,01507 + \frac{3,1013\kappa H}{289,53 \text{cm}^2} \cdot 0,57 - 0,396 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2}}{(3,1013\kappa H - 0) \cdot 0,00000082} = -134939 \text{cm}. \end{aligned}$$

Здесь параметр  $\varphi_{xz} = 0,57$ , при  $x = 0.05h$  и координате  $z = 0.5h$  принимается в соответствии с [135, табл. 39].

Для дальнейших расчетов принимается  $z = -11,75\text{cm}$ .

В соответствии с п. 5 определяется неизвестное  $\sigma_z$  по формуле (4.4);

$$\begin{aligned}\sigma_z &= \frac{R_{sup}}{A_{red}} \cdot (\varphi_z + 0,5 \cdot \varphi_{2,z}) + B_3 = \\ &= \frac{3,1013\kappa H}{289,53\text{cm}^2} \cdot (0,93 + 0,5 \cdot 0) + B_3 = 0,00996 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2}.\end{aligned}$$

Здесь параметр  $\varphi_z = 0,93$  при  $x = 0.05h$  и координате  $z = 0.5h$  принимается в соответствии с [135, табл. 39] в зависимости от минимального удаления по координате  $x$ .

Учитывая, что в дальнейшем сжатие принимается со знаком «минус», а растяжение со знаком «плюс», для дальнейших расчетов принимается

$$\sigma_z = -0,00996 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2}.$$

В соответствии с п. 6 определяется величина напряжения  $\sigma_x$ . Для этого предварительно определяются параметры:

$$S_1 = \sigma_x + \sigma_z;$$

$$S_1 = 0,18 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} - 0,00996 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} = 0,17004 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2};$$

$$S_2 = -\sigma_x \sigma_z + \tau_{zx}^2;$$

$$S_2 = -0,18 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} \cdot \left( -0,00996 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} \right) + \left( 0,396 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} \right)^2 = 0,0017928 + 0,156816 = 0,1586;$$

$$S_3 = -\sigma_z \cdot \tau_{xy}^2 = -\sigma_z \cdot \tau_t^2 = -\left( -0,00996 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} \right) \cdot \left( 0,396 \frac{\kappa H}{\text{cm}^2} \right)^2 = 0,00156.$$

Деформации, связанные с депланацией поперечного сечения определяются из зависимости (2.24) в такой последовательности:

$$a = 0,5h = 12,5\text{cm}; b = 5\text{cm}, z = -11,75\text{cm} M_t = 367,36\kappa H \cdot \text{cm}, I_t = 27223,7\text{cm}^4;$$

$$G = 0,3E_b = 900 \frac{\kappa H}{cm^2}, E(\lambda) = 0,85E_b = 2295 \frac{\kappa H}{cm^2};$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x,d} &= \frac{w}{x} = \frac{\frac{M_t}{G \cdot I_t} \cdot f(x, z)}{x} = \frac{M_t}{G \cdot I_t} \cdot \left( \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \right) \cdot z = \\ &= \frac{367,36 \kappa H \cdot cm}{900 \frac{\kappa H}{cm^2} \cdot 27223,7 cm^4} \cdot \left( \frac{156,25 cm^2 - 25 cm^2}{156,25 cm^2 + 25 cm^2} \right) \cdot (11,75 cm) = 0,000127574. \end{aligned}$$

Тогда,

$$\sigma_{x,d} = \varepsilon_{x,d} \cdot E(\lambda) = 0,29278 \frac{\kappa H}{cm^2};$$

$$\sigma_{x,d} = 0,000127574 \cdot 2295 \frac{\kappa H}{cm^2} = 0,29278 \frac{\kappa H}{cm^2};$$

$$\gamma_{zx} = \frac{2\tau_{zx}(1+\mu)}{E};$$

$$\gamma_{zx} = \frac{2 \cdot 0,396 \frac{\kappa H}{cm^2} (1 + 0,17)}{2295 \frac{\kappa H}{cm^2}} = 0,000404;$$

$$\gamma_{yz} = \frac{2 \cdot \tau_{yz}(1+\mu)}{E} = 0;$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2 \cdot \tau_{xy}(1+\mu)}{E};$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2 \cdot \tau_{xy}(1+\mu)}{E} = \frac{\tau_t(1+\mu)}{0,85E_b} = \frac{\left(0,396 \frac{\kappa H}{cm^2}\right) \cdot 1,17}{2295 \frac{\kappa H}{cm^2}} = 0,000404;$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_z);$$

$$\varepsilon_y = -\frac{0,17}{2295 \frac{\kappa H}{cm^2}} \left( 0,18 \frac{\kappa H}{cm^2} + \left[ -0,00996 \frac{\kappa H}{cm^2} \right] \right) = -0,0000126;$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu \sigma_x];$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{2295 \frac{\kappa H}{cm^2}} \left[ \left( -0,00996 \frac{\kappa H}{cm^2} \right) - 0,17 \cdot 0,18 \frac{\kappa H}{cm^2} \right] = -0,0000177 ;$$

$$\varepsilon_{btul} = \frac{2R_{bt}}{0,85E_b} ;$$

$$\varepsilon_{btul} = \frac{2 \cdot 0,18 \frac{\kappa H}{cm^2}}{2295 \frac{\kappa H}{cm^2}} = 0,000156863 ;$$

$$\varepsilon_x = \frac{\gamma^2 (\varepsilon_y - \varepsilon_{btul}) + 4\varepsilon_{btul}^3 - 4\varepsilon_{btul}^2 (\varepsilon_y + \varepsilon_z) + \varepsilon_{btul} (4\varepsilon_z \varepsilon_y - \gamma_{xy}^2) + \varepsilon_z \cdot \gamma_{xy}^2}{4(\varepsilon_z \varepsilon_{btul} - \varepsilon_{btul}^2 + \varepsilon_y \varepsilon_{btul} - \varepsilon_y \varepsilon_z)}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{(0,000404)^2 (-0,0000126 - 0,000157) + 4 \cdot (0,000157)^3}{4((-0,0000177)(0,000157) - (0,000157)^2 + (-0,0000126)[0,000157 + 0,0000177])} - \\ &- \frac{4 \cdot (0,000157)^2 ((-0,0000126) + (-0,0000177))}{4((-0,0000177)(0,000157) - (0,000157)^2 + (-0,0000126)[0,000157 + 0,0000177])} + \\ &+ \frac{0,000157 (4 \cdot (-0,0000177) \cdot (-0,0000126) - (0,000404)^2) + (-0,0000177) \cdot (0,000404)^2}{4((-0,0000177)(0,000157) - (0,000157)^2 + (-0,0000126)[0,000157 + 0,0000177])} = \\ &= 0,000102955 - 0,00002521 + 0,000239408 = 0,00031716. \end{aligned}$$

Располагая значениями деформаций  $\varepsilon_x$ , напряжение  $\sigma_x$  определяется по формуле (2.22):

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \varepsilon_x E - \sigma_{x,d} + \mu \sigma_z = \\ &= 0,00031716 \cdot 2295 \frac{\kappa H}{cm^2} - 0,29278 \frac{\kappa H}{cm^2} + 0,17 \cdot \left( -0,00996 \frac{\kappa H}{cm^2} \right) = 0,4334 \frac{\kappa H}{cm^2} \leq R_{bt} \end{aligned}$$

Для дальнейшего расчета принимаем,  $\sigma_x = 0,18 \frac{\kappa H}{cm^2}$ .

В соответствии с п. 9 определяются касательные усилия  $\tau_t$  по формуле (4.9):

$$\tau_{max} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{M_t}{\alpha \cdot h_0 \cdot b^2} = \frac{367,36 \kappa H \cdot cm}{0,252 \cdot 22,5 cm \cdot (10 cm)^2} = 0,648 \frac{\kappa H}{cm^2} ;$$

$$M_{bend} = R_{sup,exp} \cdot 0,5l = 11,48 \kappa H \cdot 0,5 \cdot 160 cm = 918,4 \kappa H \cdot cm ;$$

$$\frac{M_{bond}}{M_t} = \frac{918,4 \kappa H \cdot cm}{367,36 \kappa H \cdot cm} = 2,5.$$

Принимая первоначальные значения координат находим:

$$\begin{aligned} \tau_t &= \frac{R_{sup} \cdot x \cdot \sqrt{z^2 + y^2}}{I_t \cdot \eta} = \\ &= \frac{5,88 \kappa H \cdot 80 cm \cdot \sqrt{138,062 cm^2 + 25 cm^2}}{27223,7 cm^4 \cdot 2,5} = 0,088 \frac{\kappa H}{cm^2}. \end{aligned}$$

В соответствии с п. 10 отыскивается координата образования первой пространственной трещины первого типа (случай 1)  $x$  в соответствии с формулой (2.50):

$$\begin{aligned} x &= \frac{I_{red} [\varphi_x + \varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z} - \mu \cdot \varphi_z - \mu \cdot k \cdot \varphi_{2,z}]}{\pm (0,5h) \cdot A_{red}} = \\ &= \frac{15129,4 cm^4 [0,31 + 0,93 + 0 - 0,17 \cdot 0,93 - 0,17 \cdot 0]}{\pm (0,5 \cdot 25 cm) \cdot 289,53 cm^2} = \pm 4,52 cm. \end{aligned}$$

В итоге, расчета имеем:  $R_{sup,crc} = 3,1013 \kappa H$ , что практически совпадает с  $R_{sup,crc,exp}$  и составляет  $0,189 R_{supi,exp}$ .

При этом координаты точки образования пространственной трещины составляют  $x = 4,52 cm$ ;  $y = -5 cm$ ;  $z = -12,5 cm$ .

### 4.3. Сопоставительный анализ теоретических и опытных значений параметров трещинообразования железобетонных конструкций

В соответствии с поставленными задачами выполнено сопоставление опытных значений опорных реакций и координат образования первой пространственной трещины железобетонных конструкций автора [108, 112].

Для удобства вычислений, несмотря на то, что предлагаемый способ ориентирован на выполнение расчета вручную, при численном анализе максимально использовался прикладной пакет математических программ **MS Excel** и **MathCAD**.

Результаты сопоставительного анализа координат образования первой пространственной трещины приведены в табл. 4.1. Кроме этого была собрана представительная статистическая выборка из 184 опытов (включающая опыты и других авторов). Сопоставление выполнялось по предлагаемой методике, по нормативной методике и по методике ЕКБ-ФИП.

Выбор нормативной методики обусловлен во-первых тем, что она является общепризнанной, а во вторых, тем, что целый ряд других методик содержит то или иное количество опытных параметров или вообще трудно поддаются экспериментальной оценке.

Результаты таких расчетов по обозначенным методикам представлены на рис. 4.2 – 4.9 и в таблицах 4.1 и 4.2. В результате анализа трещинообразования железобетонных конструкций при кручении с изгибом построены зависимости трещинообразующей нагрузки  $R_{supcrc}$  от длины испытанных конструкций (рис. 4.2). Их анализ показывает, что с увеличением длины образца (1200мм, 1600мм и 2000 мм), значение трещинообразующей нагрузки нелинейно уменьшается до 46 %, при этом отклонение экспериментальных и теоретических значений  $R_{supcrc}$  не превышает 8%.

Проведенный анализ показывает хорошее согласование теоретических и опытных значений опорных реакций, соответствующих образованию первой пространственной трещины железобетонных конструкций по предлагаемому способу.

Таблица 4.1

**Сопоставительный анализ теоретических и экспериментальных параметров образования пространственных трещин при кручении с изгибом**

№ n/n	Шифр конструкции	$R_{sup,crc,exp}$ , $\kappa H$	$R_{sup,crc,exp}$ , $R_{sup,cur,exp}$	$R_{sup,crc,exp}$ , $\kappa H$	$R_{sup,crc,thor}$ , $R_{sup,crc,exp}$	$R_{sup,crc,thor}$ , $R_{sup,crc,exp}$	$x_{exp}$ , $cM$	$x_{theor}$ , $x_{exp}$	$y_{exp}$ , $cM$	$y_{theor}$ , $y_{exp}$	$z_{exp}$ , $cM$	$z_{theor}$ , $z_{exp}$	
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
1	КИП -1-2,0(1)А (левая сторона)	12,3	0,35	4,305	3,92	0,91	36,4	42,5	1,17	4,95	4,64	0,94	-5,9
2	КИП -1-2,0(1)А (правая сторона)	12,8	0,31	3,97	3,92	0,99	-48,3	-42,5	0,88	4,87	4,64	0,95	-5,8
3	КИП -1-2,0(1)В (левая сторона)	13,1	0,33	4,323	3,92	0,91	-39,8	-42,5	1,07	-4,82	-4,64	0,96	-5,8
4	КИП -1-2,0(1)В (правая сторона)	12,5	0,32	4,02	3,92	0,98	43,7	42,5	0,97	-4,84	-4,64	0,96	-6,2
5	КИП -1-2,0(2)А (левая сторона)	11,8	0,38	4,48	3,46	0,77	32,6	44,5	1,37	4,95	4,78	0,97	-6,5
6	КИП -1-2,0(2)А (правая сторона)	13,2	0,36	4,75	3,46	0,73	-47,6	-44,5	0,93	4,97	4,78	0,96	-5,9
7	КИП -1-2,0(2)В (левая сторона)	12,4	0,32	3,97	3,46	0,87	-38,6	-44,5	1,15	-4,85	-4,78	0,99	-7,9
8	КИП -1-2,0(2)В (правая сторона)	12,6	0,41	5,17	3,46	0,67	44,1	44,5	1,01	-4,75	-4,78	1,01	-6,3
9	КИП -1-2,0(3)А (левая сторона)	13,4	0,36	4,82	4,05	0,84	32,9	43,9	1,33	4,92	4,63	0,94	-5,9
10	КИП -1-2,0(3)А (правая сторона)	12,8	0,32	4,10	4,05	0,99	-48,1	-43,9	0,91	4,85	4,63	0,95	-5,7
11	КИП -1-2,0(3)В (левая сторона)	12,5	0,29	3,63	4,05	1,12	-39,1	-43,9	1,12	-4,94	-4,63	0,94	-6,8
12	КИП -1-2,0(3)В (правая сторона)	13,7	0,40	5,48	4,05	0,74	47,2	43,9	0,93	-4,97	-4,63	0,93	-6,5

Продолжение табл. 4.1

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>
13	КИП -I-2,0(4)А (левая сторона)	11,9	0,39	4,64	3,77	0,81	51,3	42,8	0,83	4,81	4,59	0,95	-7,0	-7,77	1,11
14	КИП -I-2,0(4)А (правая сторона)	12,8	0,34	4,35	3,77	0,87	-39,4	-42,8	1,09	4,87	4,59	0,94	-7,1	-8,1	1,02
15	КИП -I-2,0(4)В (левая сторона)	11,5	0,27	3,11	3,77	1,21	-48	-42,8	0,89	-4,91	-4,59	0,93	-6,4	-8,1	1,09
16	КИП -I-2,0(4)В (правая сторона)	13,2	0,33	4,36	3,77	0,87	49,2	42,8	0,87	-4,93	-4,59	0,93	-6,2	-8,1	1,16
17	КИП -II-1,6(1)А (левая сторона)	15,8	0,38	6,00	5,45	0,91	31,8	34,6	1,09	4,87	4,91	1,01	-6,4	-7,4	1,17
18	КИП -II-1,6(1)А (правая сторона)	17,2	0,34	5,85	5,45	0,93	-37,7	-34,6	0,92	4,85	4,91	1,01	-6,8	-7,4	1,14
19	КИП -II-1,6(1)В (левая сторона)	16,4	0,35	5,74	5,45	0,95	-38,9	-34,6	0,89	-4,97	-4,91	0,99	-8,1	-7,4	0,93
20	КИП -II-1,6(1)В (правая сторона)	15,6	0,29	4,52	5,45	1,20	38,6	34,6	0,90	-4,88	-4,91	1,01	-6,5	-7,4	0,97
21	КИП -II-1,6(2)А (левая сторона)	16,4	0,31	5,08	5,81	1,14	39,1	38,2	0,98	4,98	4,79	0,96	-5,4	-6,8	1,15
22	КИП -II-1,6(2)А (правая сторона)	15,7	0,29	4,55	5,81	1,28	-31,1	-38,2	1,23	4,93	4,79	0,97	-5,8	-6,8	1,08
23	КИП -II-1,6(2)В (левая сторона)	16,8	0,27	4,54	5,81	1,28	-42,8	-38,2	0,89	-4,88	-4,79	0,98	-5,5	-6,8	1,12
24	КИП -II-1,6(2)В (правая сторона)	16,3	0,29	4,73	5,81	1,23	41,3	38,2	0,92	-4,99	-4,79	0,96	-5,7	-6,8	1,16

Продолжение табл. 4.1

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>
25	КИП -II -1,6(3)A (левая сторона)	15,5	0,32	4,96	5,24	1,06	39,1	36,7	0,94	4,95	4,53	0,92	-6,2	-7,01	1,13
26	КИП -II -1,6(3)A (правая сторона)	16,1	0,33	5,31	5,24	0,99	-41,1	-36,7	0,89	4,89	4,53	0,93	-6,4	-8,1	0,87
27	КИП -II -1,6(3)B (левая сторона)	16,8	0,34	5,71	5,24	0,92	-31,5	-36,7	1,17	-4,97	-4,53	0,91	-5,9	-8,1	0,86
28	КИП -II -1,6(3)B (правая сторона)	16,4	0,33	5,41	5,24	0,97	38,4	36,7	0,96	-4,93	-4,53	0,92	-5,8	-8,1	1,15
29	КИП -II -1,6(4)A (левая сторона)	15,8	0,38	6,00	5,75	0,96	38,2	35,9	0,94	4,88	4,77	0,98	-7,9	-7,4	1,08
30	КИП -II -1,6(4)A (правая сторона)	16,3	0,36	5,87	5,75	0,98	-42,3	-35,9	0,85	4,89	4,77	0,98	-7,1	-7,4	1,14
31	КИП -II -1,6(4)B (левая сторона)	15,5	0,34	5,27	5,75	1,09	-44,4	-35,9	0,81	-4,98	-4,77	0,96	-6,4	-7,4	0,91
32	КИП -II -1,6(4)B (правая сторона)	16,2	0,36	5,83	5,75	0,99	41,3	35,9	0,87	-4,87	-4,77	0,98	-6,2	-7,4	1,04
33	КИП -III -1,2(1)A (левая сторона)	19,4	0,34	6,60	6,95	1,05	31,7	26,8	0,85	4,93	4,62	0,94	-7,4	-6,8	1,17
34	КИП -III -1,2(1)A (правая сторона)	18,8	0,33	6,20	6,95	1,12	-33,4	-26,8	0,80	4,98	4,62	0,93	-7,1	-6,8	1,09
35	КИП -III -1,2(1)B (левая сторона)	17,6	0,34	5,98	6,95	1,16	-21,2	-26,8	1,26	-4,97	-4,62	0,93	-5,4	-6,8	1,12
36	КИП -III -1,2(1)B (правая сторона)	19,1	0,37	7,07	6,95	0,98	27,9	26,8	0,96	-4,92	-4,62	0,94	-6,2	-6,8	1,14

## Окончание табл. 4.1

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>
37	КИП –III –1,2(2)A (левая сторона)	17,9	0,32	5,73	7,61	1,33	25,7	31,4	1,22	4,98	4,72	0,95	-5,8	-4,87	0,84
38	КИП –III –1,2(2)A (правая сторона)	18,4	0,33	6,07	7,61	1,25	-28,3	-31,4	1,11	4,94	4,72	0,96	-6,4	-5,88	0,92
39	КИП –III –1,2(2)B (левая сторона)	18,9	0,36	6,80	7,61	1,12	-29,4	-31,4	1,07	-4,97	-4,72	0,95	-6,3	-5,54	0,88
40	КИП –III –1,2(2)B (правая сторона)	19,3	0,41	7,91	7,61	0,96	24,2	31,4	1,30	-4,91	-4,72	0,96	-6,7	-7,30	1,09
41	КИП –III –1,2(3)A (левая сторона)	19,7	0,33	6,50	7,48	1,15	34,1	29,7	0,87	4,86	4,81	0,99	-5,3	-5,36	1,012
42	КИП –III –1,2(3)A (правая сторона)	18,6	0,32	5,95	7,48	1,26	-27,4	-29,7	1,08	4,84	4,81	0,99	-5,8	-4,81	0,83
43	КИП –III –1,2(3)B (левая сторона)	17,3	0,33	5,71	7,48	1,31	-32,6	-29,7	0,91	-4,92	-4,81	0,98	-6,1	-5,73	0,94
44	КИП –III –1,2(3)B (правая сторона)	17,7	0,32	5,66	7,48	1,32	27,1	29,7	1,10	-4,84	-4,81	0,99	-5,9	-6,25	1,06
45	КИП –III –1,2(4)A (левая сторона)	18,5	0,29	5,37	7,83	1,46	32,8	26,2	0,80	4,93	4,78	0,97	-6,4	-6,97	1,09
46	КИП –III –1,2(4)A (правая сторона)	19,7	0,31	6,11	7,83	1,28	-29,8	-26,2	0,88	4,89	4,78	0,98	-6,9	-7,38	1,07
47	КИП –III –1,2(4)B (левая сторона)	18,2	0,33	6,01	7,83	1,30	-24,2	-26,2	1,08	-4,92	-4,78	0,97	-6,7	-7,77	1,16
48	КИП –III –1,2(4)B (правая сторона)	17,8	0,36	6,41	7,83	1,22	27,3	26,2	0,96	-4,96	-4,78	0,96	-6,2	-7,07	1,14

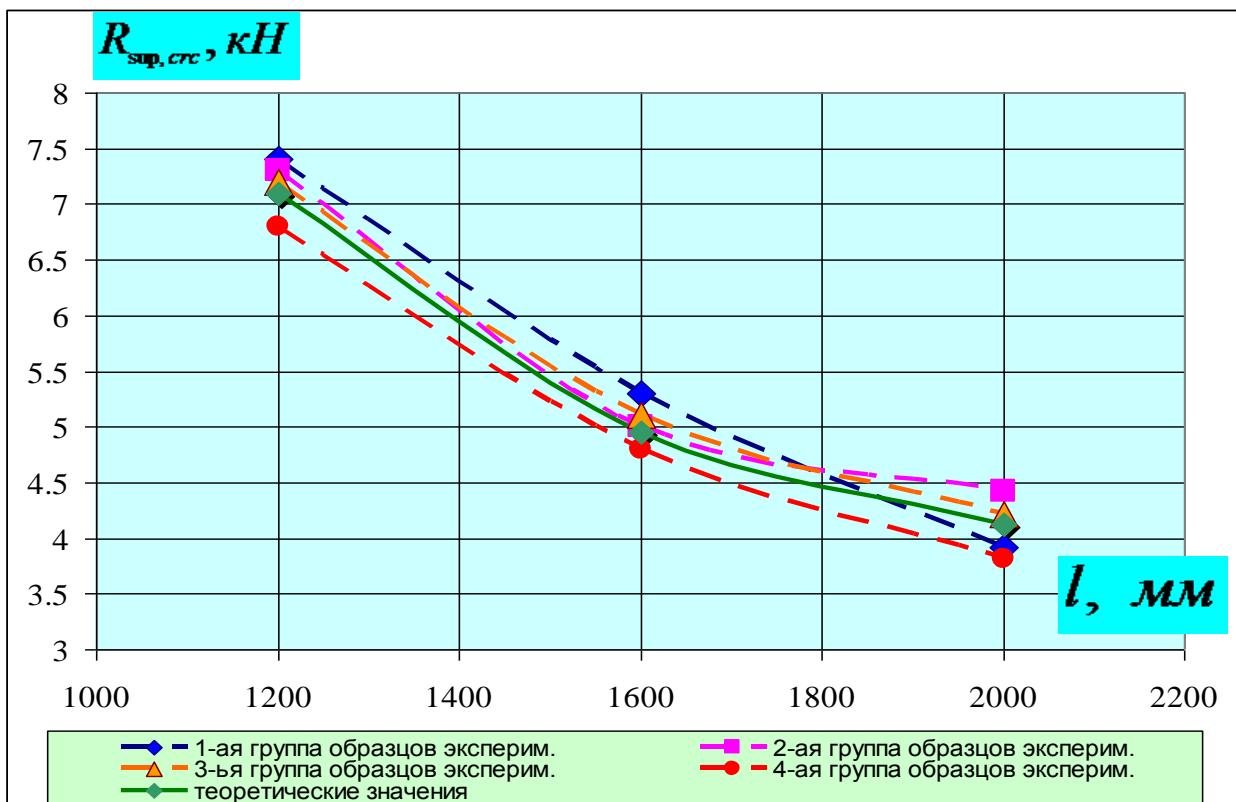


Рис. 4.2. График зависимости трещинообразующей экспериментальной и теоретической обобщенной нагрузки  $R_{\text{sup},\text{crc}}$  от длины экспериментальных конструкций

Проведенный анализ показывает хорошее согласование расчетных и опытных параметров трещинообразования при сложном сопротивлении – кручении с изгибом железобетонных конструкций по предлагаемой методике ( $C_V=0,1163$ ,  $\sigma=0,115$ ,  $\bar{X}=0,989$ ) и, следовательно, приемлемость расчетных предпосылок, положенных в основу предложенной методики.

При этом, расчетные значения, вычисленные по методикам норм ( $C_V=0,1872$ ,  $\sigma=0,167$ ,  $\bar{X}=0,892$ ) и кодекса, как правило, меньше опытных значений. Особенно это характерно для кодекса, т.е. эта методика работает в запас трещинообразования ( $C_V=0,1795$ ,  $\sigma=0,142$ ,  $\bar{X}=0,793$ ), в ряде случаев – не оправданный), в то время, как предлагаемая методика дает наилучшее приближение к опытным (рис. 4.3–4.9).

При этом для методики норм обнаружены довольно существенные отклонения расчетных значений от опытных при обработке натурных

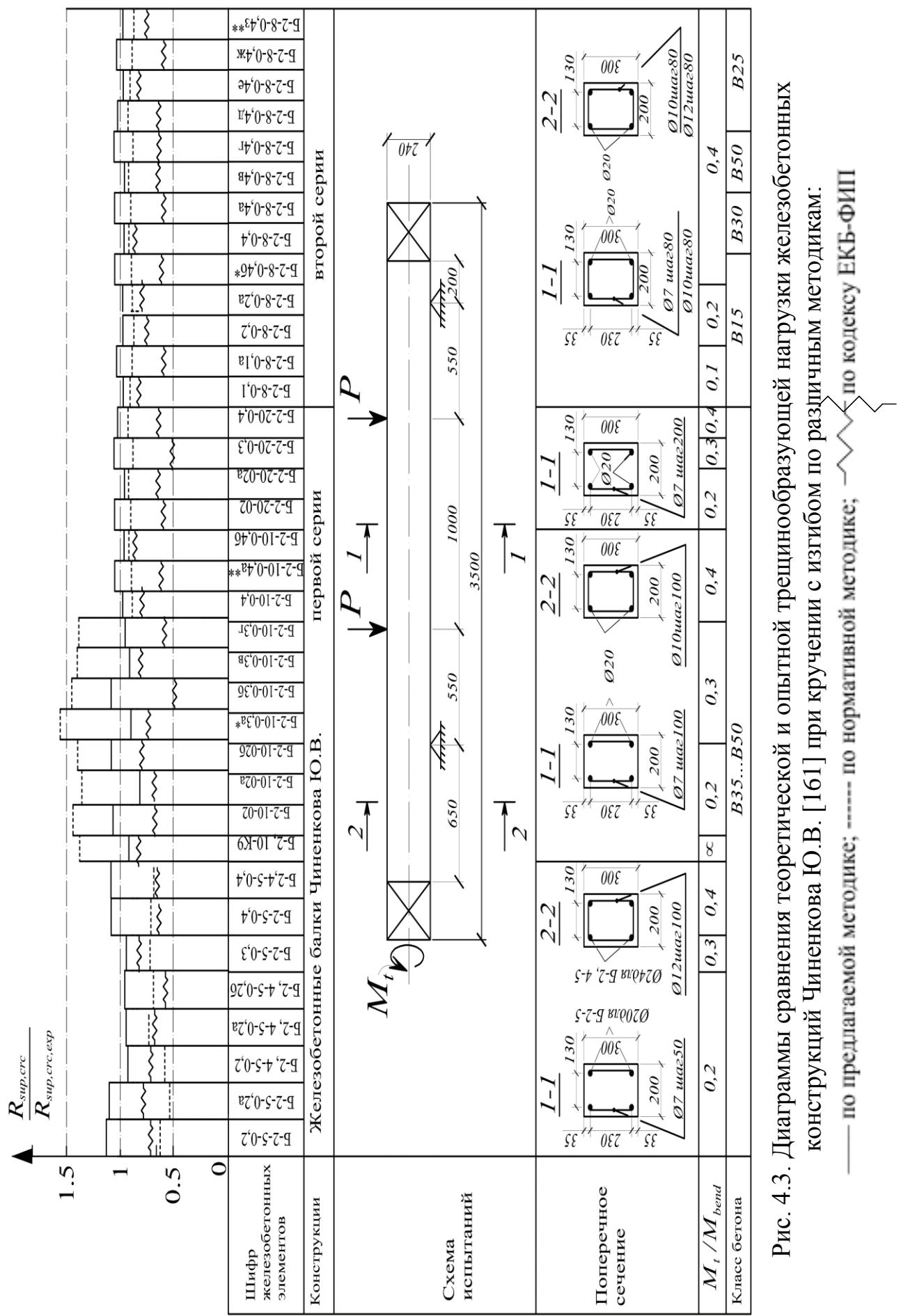


Рис. 4.3. Диаграммы сравнения теоретической и опытной трещинообразующей нагрузки железобетонных конструкций Чиненкова Ю.В. [161] при кручении с изгибом по различным методикам:  
— по предлагаемой методике; — по нормативной методике; — по кодексу ЕКБ-ФИП

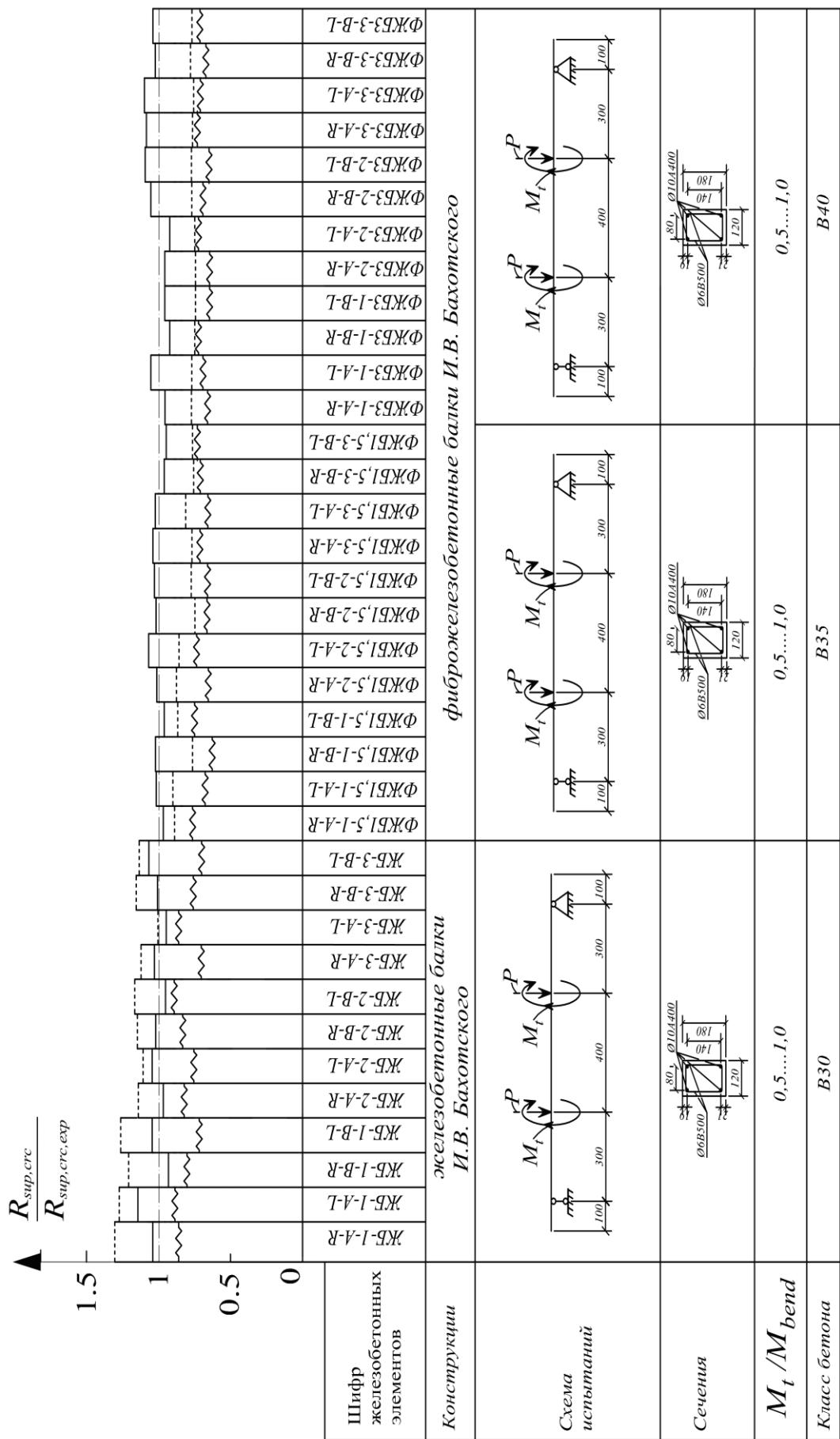


Рис. 4.4. Диаграммы сравнения теоретической и опытной трещинообразующей нагрузки железобетонных и фиброжелезобетонных конструкций Бахотского И.В. [22] при кручении с изгибом по различным методикам:

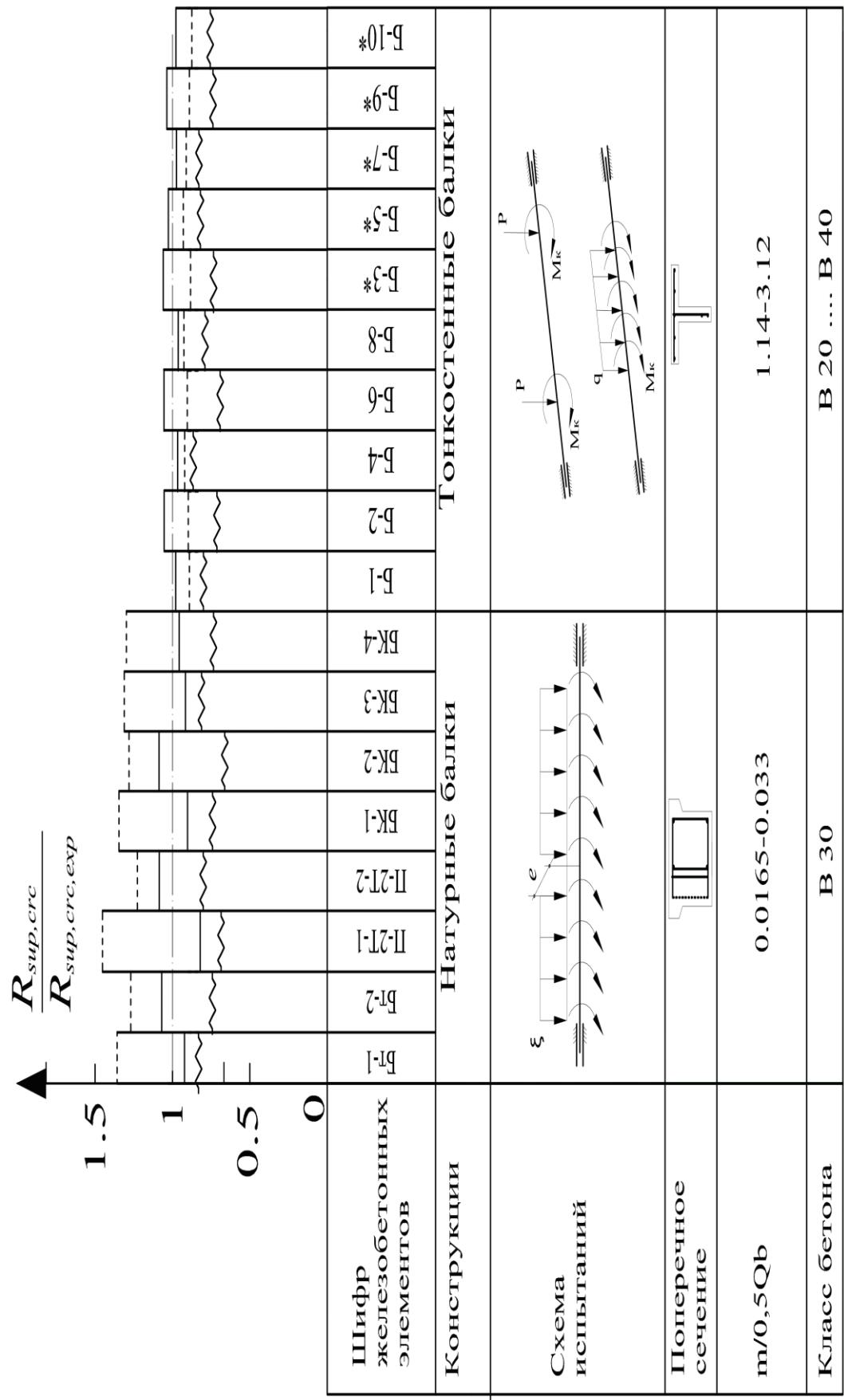


Рис. 4.5. Диаграммы сравнения теоретической и опытной трещинообразующей нагрузки железобетонных конструкций Тимофеева Н. И. [154] при кручении и кручении с изгиблом по различным методикам:

— по предлагаемой методике; - - - по нормативной методике; - - - - по кодексу ЕКб-ФИП

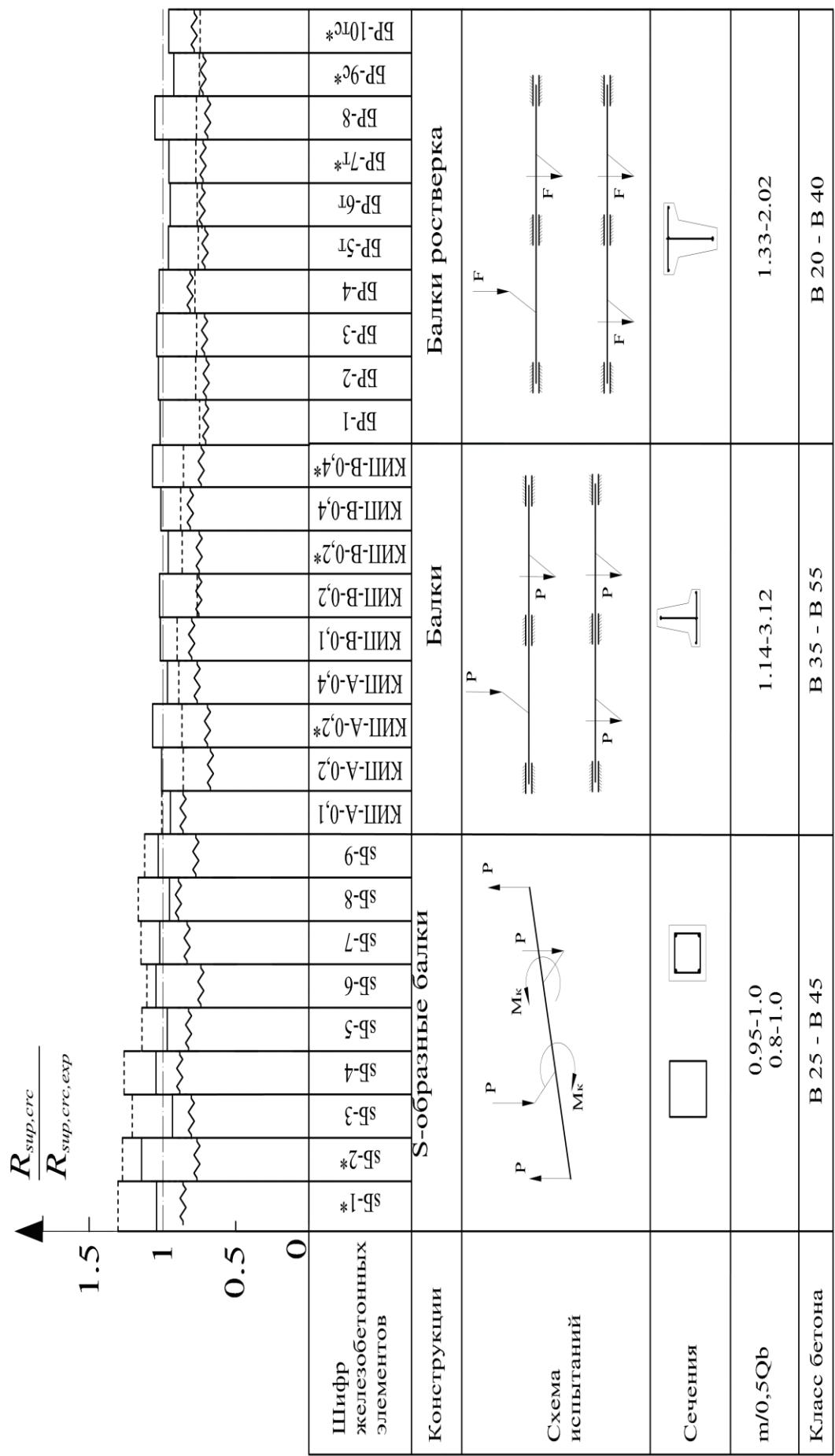


Рис. 4.6. Диаграммы сравнения теоретической и опытной трещинообразующей нагрузки железобетонных конструкций Тимофеева Н. И [154] при кручении и кручении с изгиблением по различным методикам:

— по предлагаемой методике; — по ЕКБ-ФИП

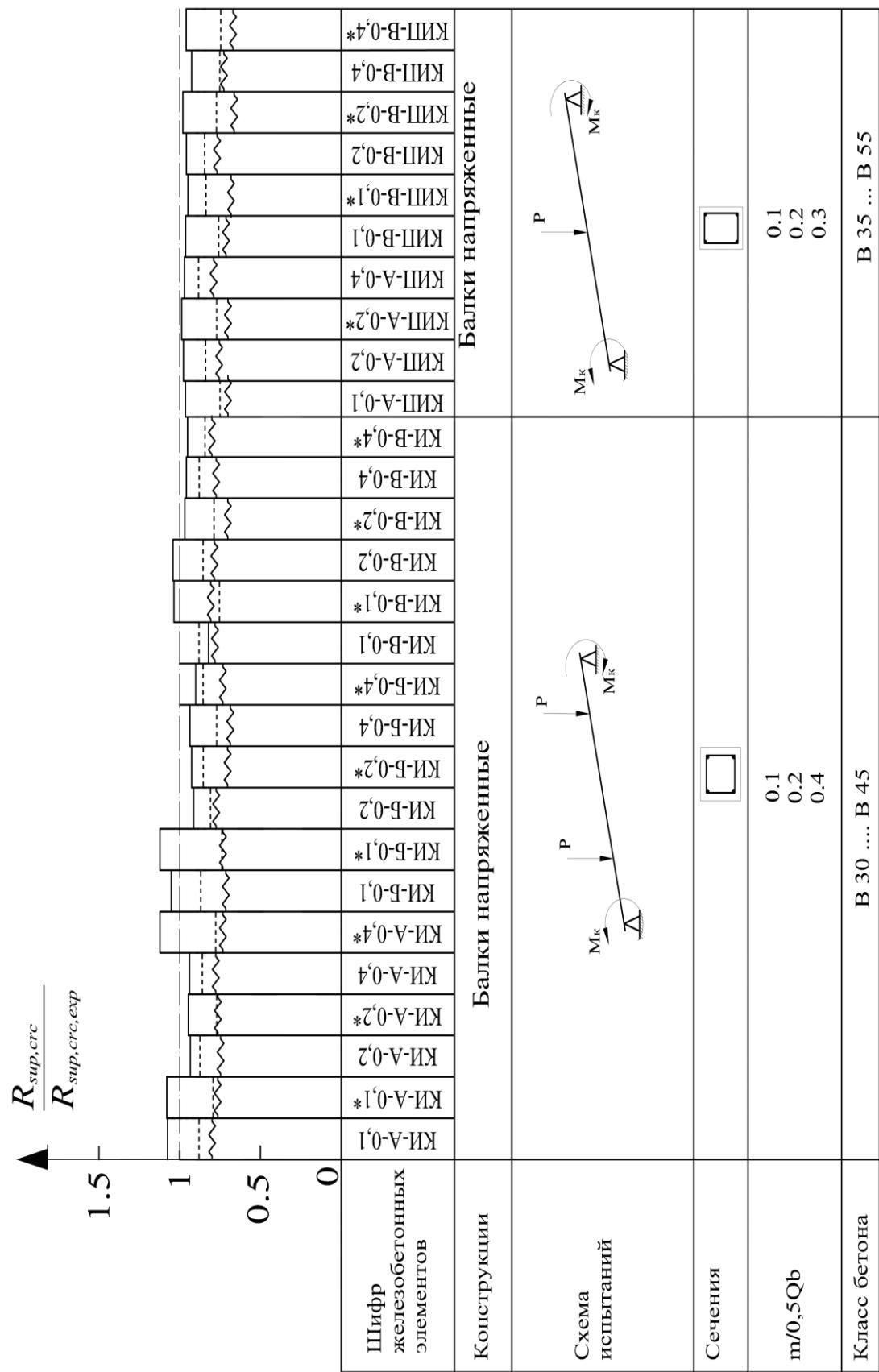


Рис. 4.7. Диаграммы сравнения теоретической и опытной трещинообразующей нагрузки железобетонных конструкций  
Тимофеева Н. И [154] при кручении и кручении с изгиблом по различным методикам:

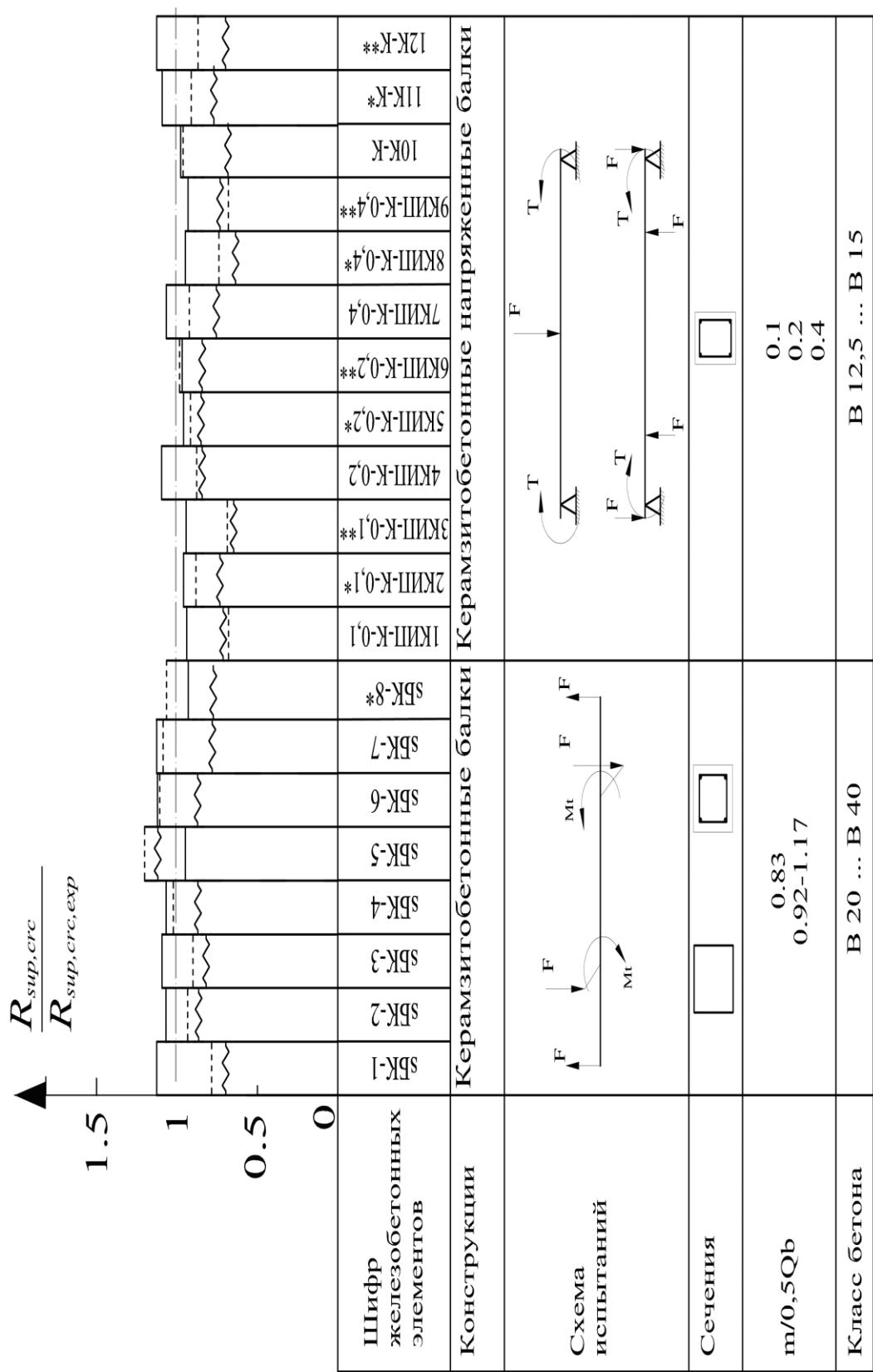


Рис. 4.8. Диаграммы сравнения теоретической и опытной трещинообразующей нагрузки железобетонных конструкций Тимофеева Н. И [154] при кручении и кручении с изгиблом по различным методикам:

— по предлагаемой методике; ----- по нормативной методике; ~~~~ по кодексу ЕКБ-ФИП

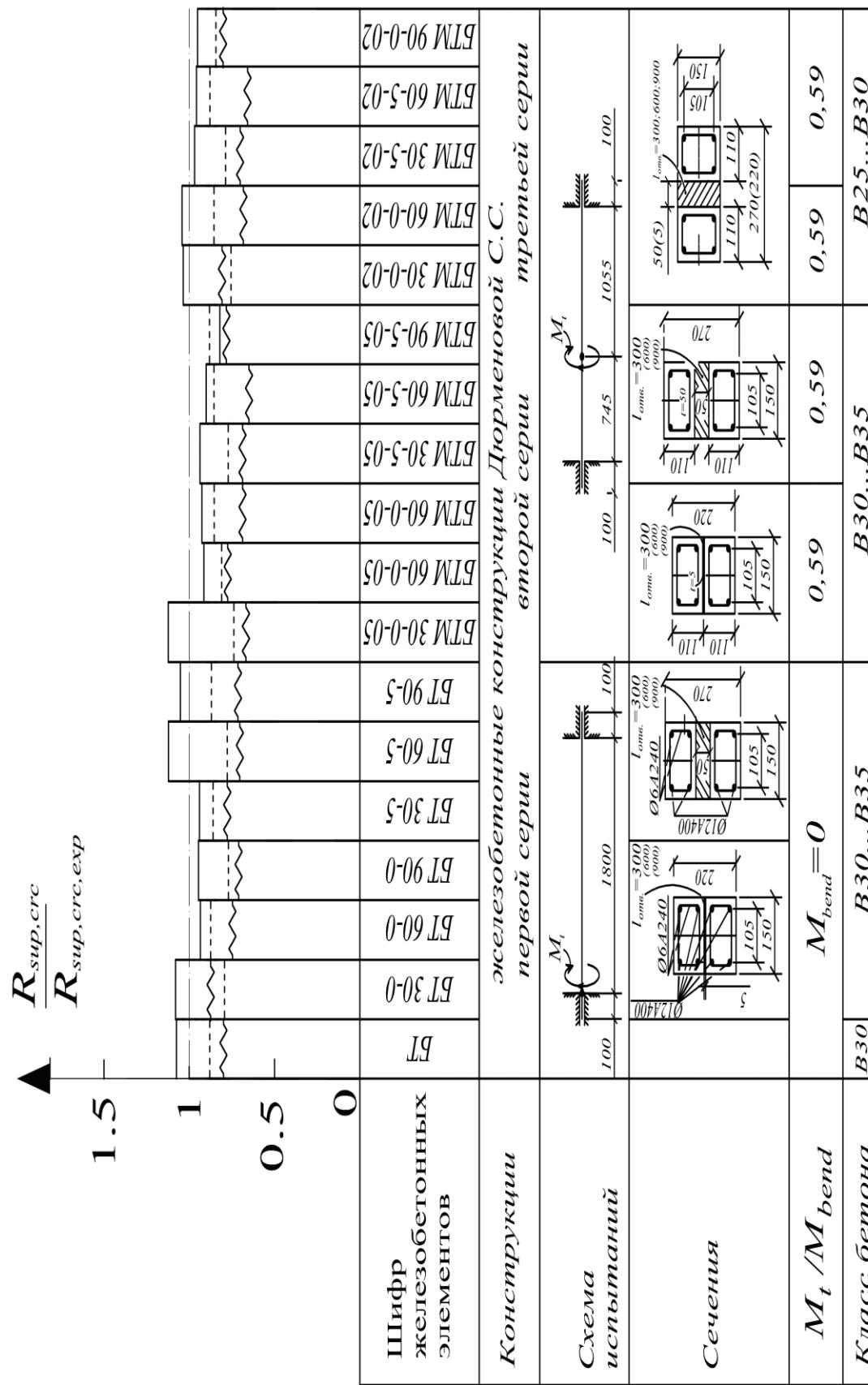


Рис. 4.9. Диаграммы сравнения теоретической и опытной трещинообразующей нагрузки железобетонных конструкций Дюрменовой С.С. [69] при кручении и кручении с изгибом по различным методикам:

— по предлагаемой методике; — по нормативной методике; — по кодексу ЕКб-ФИП

конструкций и, что особенно настораживает, – отклонения здесь не в запас трещинообразования. Таким образом, для методики норм еще имеются недоисследованные области, в которых эта методика не срабатывает. Это указывает на необходимость уточнения положений норм, связанных, в первую очередь, с расположением опасной пространственной трещины. С другой стороны, проведенный статистический анализ показал, что к набору статистической выборки, нужно подходить с предельной степенью осторожности.

Анализ полученных результатов показывает, что методика норм в большинстве случаев (176 из 184) работает лучше по сравнению ЕКБ-ФИП, однако статистики для полной выборки уступают последнему (табл.4.2).

Результаты статистической обработки приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

**Статистики расчётных методик**

Расчётная методика	Количество опытов	Статистики		
		$\bar{X}$	$\sigma$	$C_V$
Предлагаемая методика	184	0,989	0,115	11,63 %
Методика норм[27]	184	0,892	0,167	18,72%
Методика ЕКБ-ФИП [174]	184	0,793	0,142	17,95%

Как видно из табл. 4.2 предлагаемый способ расчёта для исследованного класса конструкций имеет заметные преимущества по сравнению с другими способами.

Из анализа статистических данных следует, что предлагаемая расчетная методика дает приемлемые результаты в оценке трещиностойкости

при кручении с изгибом железобетонных конструкций произвольного сечения (в том числе при наличии входящих углов) при варьировании схемы нагружения, армирования (в том числе предварительно напряженные), соотношения между изгибающим и крутящим моментом, класса и вида бетона и имеет заметные преимущества по сравнению с нормативной методикой [27] и методике ЕКБ-ФИП [174]. Об этом свидетельствует коэффициент вариации  $C_V = 11,63\%$  и значение среднего  $\bar{X}$ , близкое к единице.

#### 4.4. Выводы по главе 4

1. Разработан алгоритм расчета по предлагаемой методике для определения координат образования первой пространственной трещины в железобетонных конструкциях, подверженных кручению с изгибом.

2. Выполнен сопоставительный анализ теоретических и экспериментальных параметров образования пространственных трещин при кручении с изгибом, основные результаты которого представлены в численном виде.

3. Анализ и обработка накопленного опытного материала позволила построить график зависимости трещинообразующей экспериментальной и теоретической обобщенной нагрузки  $R_{sup,crc}$  от длины экспериментальных конструкций. Их анализ показал, что с увеличением длины образца (1200мм, 1600мм и 2000 мм), значение трещинообразующей нагрузки нелинейно уменьшается до 46 %. При этом, расчет по предлагаемой методике не только качественно подтверждает такую закономерность, замеченную в опыте, но и количественно, – теоретическая кривая практически совпадает с экспериментальными. Отклонения достигают не более 8%.

4. Выполнены сопоставительные расчеты в широком диапазоне изменения схем нагружения, класса бетонов, при различных схемах армирования и характеристиках поперечного сечения с использованием

предлагаемой методики расчета, а также по нормативной методике и методике ЕКБ-ФИП.

5. Сопоставление опытных значений обобщенной нагрузки образования пространственных трещин  $R_{supcrc}$  при кручении с изгибом с вычисленными по обозначенным методикам, показывает, что предлагаемая методика дает наилучшее приближение к опытным, о чём свидетельствует коэффициент вариации  $C_V = 11,63\%$  и значение среднего  $\bar{X} = 0,989$ . Это является следствием учета в предлагаемой методике практически всех важнейших параметров, оказывающих влияние на образование пространственных трещин железобетонных конструкций, подвергнутых кручению с изгибом.

Теоретические значения в оценке величины опорной реакции при образовании пространственных трещин, вычисленные по методикам норм и ЕКБ-ФИП дает большие отклонения от опытных значений (хотя нормативный метод работает несколько лучше метода ЕКБ-ФИП).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе проведенного анализа существующих научных исследований и нормативных документов, научных разработок отечественных и зарубежных ученых, посвященных исследованию железобетонных балок в условиях сложного сопротивления – кручения с изгибом и выполненных в данной работе экспериментально-теоретических исследований, необходимо сделать следующие выводы.

1. В настоящее время в России и за рубежом отсутствуют достаточно строгие рекомендации и соответствующие нормативные документы по определению предельных состояний первой и второй группы для железобетонных конструкций, работающих в условиях сложного напряженно-деформированного состояния изгиба с кручением. Действующие нормативные документы опираются либо на слишком упрощенные модели и не отражают действительного сопротивления, либо не дают четкого алгоритма их расчета, и в первую очередь в исследовании вопросов трещинообразования, поскольку при кручении с изгибом момент образования трещин и величины угла их наклона существенно влияют на дальнейшее напряженно-деформированное состояние.

2. В проведенном исследовании обобщена классификация пространственных трещин в железобетонных стержневых конструкциях при кручении с изгибом; построена расчетная модель образования пространственных трещин первого, второго и третьего типов при кручении с изгибом, базирующаяся на критерии образования пространственной трещины в виде условия достижения главными деформациями удлинения бетона  $\varepsilon_{bt}$  своих предельных значений  $\varepsilon_{bt,ul}$ . Уравнения построены таким образом, чтобы разрешающая система не превращалась в распадающуюся. При этом в расчетных зависимостях учитывается физическая нелинейность, депланации поперечных сечений, предварительное напряжение в продольной и

поперечной арматуре и влияния поля местных напряжений. Физическая интерпретация полученного решения состоит в том, что оно позволяет отыскивать минимальную обобщенную нагрузку, которая соответствует образованию первой пространственной трещины первого, второго, третьего типов и координаты точки их образования.

3. Результаты выполненных экспериментальных исследований предоставили возможность проверки достоверности предложенного расчетного аппарата трещинообразования железобетонных конструкций при кручении с изгибом, подтвердили справедливость принятых рабочих гипотез, позволили проверить значения обобщенной трещинообразующей нагрузки  $R_{supcrc}$ , координаты точек образования трещин, получить схемы развития и раскрытия трещин, с определением расстояния между трещинами на разных уровнях трещинообразования вплоть до момента разрушения в опытных железобетонных конструкциях.

4. Построены экспериментальные зависимости обобщенной нагрузки трещинообразования  $R_{supcrc}$  от длины конструкций, из которых следует, что с увеличением длины образца (1200мм, 1600мм и 2000 мм), значение трещинообразующей нагрузки нелинейно уменьшается до 46 %.

5. Разработан алгоритм расчета и выполнен сопоставительный анализ теоретических и экспериментальных параметров образования пространственных трещин при кручении с изгибом, который показал, что расчет по предлагаемой методике не только качественно подтверждает закономерности, полученные в опытах, но и количественно хорошо согласуется, – теоретические кривые практически совпадают с экспериментальными (отклонения достигают не более 8%).

6. Выполненные сопоставительные расчеты опытных значений обобщенной нагрузки образования пространственных трещин  $R_{supcrc}$  при кручении с изгибом с вычисленными по предлагаемой методики расчета, а

также по нормативной методике и методике ЕКБ-ФИП в широком диапазоне изменения схем нагружения, классов бетонов, при различных схемах армирования и характеристиках поперечного сечения по обозначенным методикам, показали, что предлагаемая методика дает наилучшее приближение к опытным. Коэффициент вариации составил  $C_V = 11,63\%$ , а значение среднего  $\bar{X} = 0,989$ . Это является следствием учета в предлагаемой методике практически всех важнейших параметров, оказывающих влияние на образование пространственных трещин железобетонных конструкций, подвергнутых кручению с изгибом. Методики норм и ЕКБ-ФИП дают большие отклонения от опытных значений, хотя нормативный метод работает несколько лучше метода ЕКБ-ФИП. Численными исследованиями также установлено, что при определении координат образования первой пространственной трещины, предлагаемая расчетная модель дает следующие результаты: отклонение по оси  $x$  составляет от 2% до 26%, а по оси  $y$  от 1 до 9%, а по оси  $z$  от 1 до 17%.

Результаты исследований могут быть использованы при совершенствовании нормативной базы строительства, в частности при подготовке новой актуализированной редакции СП 63.13330.2012 «СНиП 52-01-2003 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения, а также в практике проектирования различных типов конструкций испытывающих сложное сопротивление- изгиб с кручением»

**В качестве предложений для дальнейшего развития исследований,** представленных в работе, можно отметить необходимость разработки расчетной модели и методика расчета ширины раскрытия пространственных трещин для железобетонных конструкций при сложном сопротивлении.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авласко Е. В. Экспериментальные исследования многопустотных железобетонных плит безопалубочного формирования при совместном действии изгиба с кручением // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров : сб. науч. Трудов. – Новополоцк : ПГУ, 2012. – Т. 1. – С. 187–191.
2. Авраменко Ю.О. Експериментальні дослідження легких сталезалізобетонних конструкцій / Ю.О. Авраменко, Д.О. Авраменко // Тези 63-ї наук. конф. професорів, викладачів, наук. працівників, асп. та студ. ун-ту. Том 2. – Полтава: ПолтНТУ, 2011. – С. 182 – 184.
3. Азизов Т.Н. Експериментальні дослідження жорсткості та міцності залізобетонних елементів порожнистого трикутного перерізу з нормальними тріщинами при крученні / Т.Н. Азізов, О.С. Мельник // Збірник наукових праць: (галузеве машинобудування, будівництво) / Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка. – Полтава, 2011. – Вип.2(30) – С. 47 – 52.
4. Азизов Т.Н. Жесткость железобетонных элементов при кручении и её влияние на пространственную работу мостов // Механика і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій // Збірник наукових праць. НАН України. Фізиком-мех.інститут ім. В.Г. Карпенка. – Львів, 2009. – С. 576 – 590.
5. Азизов Т.Н. Інженерний метод визначення НДС залізобетонних балок порожнистого перерізу з нормальними тріщинами / Т.Н. Азізов, О.В. Мельник, О.С. Мельник // Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : зб. наук. праць. – Рівне 2011. – Вип. 22. – С. 154 – 161.
6. Азизов Т.Н. Крутильная жесткость тавровых железобетонных элементов с нормальными трещинами / Азизов Т.Н., Стадник В.И. // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Вип.33. – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2009. – С.4 – 11.

7. Азизов Т.Н. Общий подход к определению крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами // Ресурсоекономі матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 17., – Рівне: Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2008. – С. 92 – 99.
8. Азизов Т.Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами // Дороги і мости. Збірник наукових праць. Вип. 7. Том 1. – Київ : ДерждорНДІ, 2007. – С.3 – 8.
9. Азизов Т.Н. Учет кручения полок при расчете ребристых перекрытий / Т.Н. Азизов // Будівельні конструкції: міжвідомчий науково-технічний збірник. –К. : НДІБК, 2003. – Вип. 58. – С.3 – 7
10. Азизов Т.Н., Парамонов Д.Ю. Расчет прочности при кручении железобетонных элементов с нормальными трещинами с применением диаграммы деформирования бетона. // Проблемы современного бетона и железобетона. Матер. III международного симпозиума (Минск, 9-11.11.2011). Том.1. – С.20 – 24.
11. Азізов Т.Н. Розрахунок залізобетонних коробчатих балок при крученні / Т.Н. Азізов, О.В. Мельник, О.С. Мельник // Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне 2010. – Вип. 20. – С.120–124.
12. Азізов Т.Н., Ящук С.М., Срібня Н.М. Розрахунок просторово деформуючихся систем з урахуванням зміни крутильник і згинальних жорсткостей їх елементів // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 18., – Рівне: Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2009. – С. 106 – 111.
13. Алькади С. А. Экспериментальные исследования живучести фрагмента каркаса здания с железобетонными составными элементами, работающими на изгиб с кручением/ С.А. Алькади, А. И. Демьянов, Е. В. Оссовских // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – №5. – С. 72–80.

14. Арзамасцев С.А. Исследование железобетонных элементов, работающих на изгиб с кручением при статическом и кратковременном динамическом воздействии / С.А. Арзамасцев, А.Ю. Кудрявцев // Перспективы развития фундаментальных наук : сб. науч. трудов XI Межд. конф. студентов и молодых ученых; под ред. Е.А. Вайтулевич; Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – 2014. – С. 711–713.
15. Бабич Е.М. Анкеровка в бетоне арматуры серповидного профиля / Е.М. Бабич, Е.Е. Поляновская, А.С. Чапюк // Проблемы современного бетона и железобетона : материалы Третьего междунар. симп. – Минск : Минсктипроект, 2011. – Т. 1. – С. 37–45.
16. Бабич Є.М. Розрахунок нерозрізних залізобетонних балок із використанням деформаційної моделі: Рекомендації / Є.М. Бабич, В.Є. Бабич, М. В. Савицький. – Рівне: НУВГП, 2005. – 37 с.
17. Байков В.Н. Расчет трещиностойкости предварительно напряженных изгибаемых железобетонных элементов // Бетон и железобетон. – 1960. – №7. – С. 31–32.
18. Байрамуков С.Х. Оценка прочности железобетонных элементов, подвергнутых нескольким силовым факторам при статическом и динамическом воздействии : монография / С. Х. Байрамуков, Д. Х. Касаев. – Черкесск : ГОУ ВПО КЧГТА, 2010. – 214 с.
19. Байрамуков С.Х. Трещиностойкость железобетонных элементов со сквозными отверстиями при кручении и при кручении с изгибом /С.Х. Байрамуков, С.С. Дюрменова // Инженерный вестник Дона. – 2013. –Т. 24. – № 1 (24). – С. 57.
20. Барашиков А.Я. Методика розрахунку залізобетонних конструкцій за деформаційною моделлю згідно з проектом нових норм України / А.Я. Барашиков. – Сучасне промислове та цивільне виробництво. – 2005 – Том 1, №1. – С. 13 – 18.

21. Баширов Х. З. Железобетонные составные конструкции зданий и сооружений : монография / Х. З. Баширов, В. И. Колчунов, В. С. Федоров, И. А. Яковенко. – М. : Издательство «ACB», 2017. – 248 с.
22. Бахотский И.В. Экспериментально-теоретическое исследование напряженно-деформированного состояния фиброжелезобетоонных элементов, подверженных воздействию кручения с изгибом / И.В. Бахотский // Вестник гражданских инженеров – 2013 – №4(39) – С.48–55.
23. Берг О. Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона / Олег Янович Берг. – М.: Госстройиздат, 1962. – 96 с.
24. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення : ДБН В.2.6-98:2009. – [Чинний з 2011-07-01]. – К. : Мінгеріонбуд України, Державне підприємство «Укрархбудінформ», 2011. – 71 с. – (Державні будівельні норми).
25. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування : ДСТУ Б.В.2.6–156:2010. – [Чинний з 2011-06-01]. – К. : Мінгеріонбуд України, 2011. – 118 с. – (Національний стандарт України).
26. Бетонные и железобетонные конструкции: СНиП 2.03.01–84\*. – [Введены в действие с 1986–01–01]. – М. : ЦТИП Госстроя СССР, 1989. – 88 с. – (Строительные нормы и правила).
27. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения : СП 63.13330.2012. – [Введены в действие с 2013–01–01]. – М. : Министерство регионального развития РФ, 2012. – 156 с. – (Свод правил. Актуализированная редакция СНиП 52–01–2003).
28. Бетонные и железобетонные конструкции: СНБ 5.03.01-02. – [Введены в действие с 2003–01–01]. – Минск. : Минстройархитектуры, 2003. – 139 с. – (Строительные нормы Беларуси).
29. Бліхарський З.Я. Деформативність залізобетонних балок, підсилиних бетонною обоймою при дії навантаження / З.Я. Бліхарський, Р.Є.

Хміль, І.В. Васильєв, Р.В. Ващкевич // Вісн. Нац. ун-ту "Львів. політехніка". – 2007. – №6. – С. 28 – 32.

30. Бондаренко В.М. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. / В.М. Бондаренко, В.И. Колчунов. – М.: АСВ, 2004. – 472 с.

31. Будівництво у сейсмічних районах України : ДБН В.1.1-12-2014. – [Чинний з 2014-10-01]. – К. : Мінгіріонбуд України, 2014. – 110 с. – (Національний стандарт України).

32. Бурлаченко П.И. Экспериментальное исследование влияния сопротивления бетона сжатию на прочность железобетонных балок, работающих на изгиб с кручением : автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М., 1959. – 20 с.

33. Василевский Ю.И. Методы расчета кольцевых железобетонных сечений в отечественной и зарубежной литературе / Ю.И. Василевский : труд. ОУЗ ММФ. "Гидротехника", – 1964. – Вып. 3.

34. Вахненко П.Ф. Современные методы расчета железобетонных конструкций на сложные виды деформаций [Текст]: научное издание / П.Ф. Вахненко. – К. : Будівельник, 1992. – 112с.

35. Верещага О.І. Напружене-деформований стан і міцність збірних залізобетонних перекрить: Автореф. дис... канд. техн. наук: 05.23.01 / О.І. Верещага; Полтав. нац. техн. ун-т ім. Ю.Кондратюка. – Полтава, 2002. – 18 с. – укр.

36. Вернигор В.А. Несущая способность и деформативность железобетонных балок прямоугольного полого сечения при изгибе с кручением : дис. ... канд. техн. наук. – М., 1988. – 198с.

37. Верюжский Ю. В. Методы механики железобетона / Ю. В. Верюжский, В. И. Колчунов – К. : Кн. изд-во НАУ, 2005. – 653 с.

38. Воскобійник О.П. Про спiввiдношення мiж пружною та пластиичною роботою трубобетонних елементiв та їх залишкових пластичних деформацiй / О. В. Семко, О.П. Воскобійник // Вiсник Одеської державної академiї

будівництва та архітектури. – Одесса : Зовнішрекламсервіс, 2009. – Вип. 34 : в 2-х ч., ч. 1 – С. 453–458.

39. Гвоздев А.А. Задачи и перспективы развития теории железобетона // Строительная механика и расчет сооружений. – М., 1981. – №6. – С.14 – 17.

40. Гвоздев А.А. Новое в проектирование бетонных и железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 1978. – 76 с.

41. Гвоздев А.А., Дмитриев С.А. и др. Новое о прочности железобетона. –М.: Стройиздат, 1977 – 262 с.

42. Гвоздев А.А., Залесов А.С. К расчету прочности наклонных сечений железобетонных элементов // Бетон и железобетон. – 1978. – №1978. – №11. – С.27– 28.

43. Гвоздев А.А. Развитие теории железобетона в СССР / А. А. Гвоздев // Бетон и железобетон. – 1964. – № 8. – С. 3–7.

44. Гвоздев А.А. Современное состояние и задачи теории железобетона / А. А. Гвоздев // Бетон и железобетон. – 1965. – № 2.

45. Гвоздев А.А. Работа железобетона с трещинами при плоском напряженном состоянии / А. А. Гвоздев, Н.И. Карпенко // Строительная механика и расчет сооружений. –1965. – № 2. – С. 20–23.

46. Гениев Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. / Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. – М.:Стройиздат, 1974 – 316 с.

47. Гибшман М.Е. Прочность элементов при совместном действии изгиба с кручением. / М.Е. Гибшман, Е.А. Шастин // Бетон и железобетон. – 1979. – №11. – С. 33 – 34.

48. Гнідець Б.Г. Залізобетонні конструкції з напружуваними стиками і регулюванням зусиль : монографія / Б.Г. Гнідець; Львів. політехніка. – Л., 2008. – 548 с. - Бібліогр.: с. 445 – 470. – укр.

49. Голышев А. Б. Сопротивление железобетона / А. Б. Голышев, В. И. Колчунов. – К.: Основа, 2009. – 432 с.

50. Голышев А. Б. Сопротивление железобетонных конструкций, зданий и сооружений, возводимых в сложных инженерно-геологических условиях: монография / А. Б. Голышев, В. И. Колчунов, И. А. Яковенко. – К. : «Талком», 2015. – 371 с.
51. Голышев А. Б. Теория и расчет железобетонных конструкций с учетом длительных процессов : монография / А .Б. Голышев, В. И. Колчунов. – К. : Талком, 2016. – 264 с.
52. Городецкий А. С. Информационные технологии расчета и проектирования строительных конструкций / А. С. Городецкий, В. С. Шмуклер, А. В. Бондарев. – Киев–Харьков , 2003. – 889 с.
53. Груздев Р. В. Результаты экспериментальных исследований моделей железобетонных колонн на сжатие с кручением / Р. В. Груздев // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2013. – Т. 15. – №6(2). – С. 355–358.
54. ДБН В.2.3-14:2006. Мости та труби: правила проектування / Нац. трансп. ун-т, ін-т "Київсьоюзшляхпроект". – Офіц. вид. – На заміну СНиП 2.05.03-84 Мости трубы. – [Чинні від 2007-02-01]. – К.: Мінбуд України, 2006. – 359 с.
55. ДБН В.2.6-98:2009. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення проектування. – На заміну СНиП 2.03.01-84\*. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.
56. ДСТУ Б В.2.7-214:2009. Бетони. Методи визначення міцності за контрольними зразками:– [Дата введення 2010-09-01.] – К.: Мінрегіонбуд України, 2010. 43 с.
57. ДСТУ Б В.2.7-217:2009. Бетони. Методи визначення призмової міцності, модуля пружності і коефіцієнта Пуасона: ДСТУ Б В.2.7-217:2009. – [Дата введення 2010-09-01.] – К.:Мінрегіонбуд України, 2010. – 11 с.
58. Дем'янов А.И. К задаче динамического догружения арматуры при мгновенном образовании пространственной трещины в железобетонной конструкции при кручении с изгибом / А.И. Дем'янов, В.И. Колчунов, И. А.

Яковенко // Промышленное и гражданское строительство. – 2017. – №9. – С. 18–24.

59. Демьянов А. И. Разработка универсального короткого двухконсольного элемента к сопротивлению железобетонных конструкций при кручении с изгибом / А.И. Демьянов Вл. И. Колчунов, И. А. Яковенко // Известия ВУЗов. Технология текстильной промышленности. – 2017. – №4(367). – С. 258–263.

60. Демьянов А.И. Расчетная модель статико-динамического деформирования в железобетонной центрально-растянутой конструкции в момент разрушения бетонной матрицы / А.И. Демьянов, В.И. Колчунов, Д. С. Сенченко, А.Б. Терских // Строительство и реконструкция. – 2017. – №2(70). – С. 3–9.

61. Демьянов А.И. Расчетные модели статико-динамического деформирования железобетонной конструкции при кручении с изгибом в момент образования пространственной трещины / А.И. Демьянов, В.И. Колчунов, А.С. Сальников, М.М. Михайлов // Строительство и реконструкция. – 2017. – №3(71). – С. 13–22.

62. Демьянов А.И. Экспериментальные исследования деформирования железобетонных конструкций при кручении с изгибом / А. И. Демьянов, В. И. Колчунов, А.А. Покусаев // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – №6. – С. 4–11.

63. Демьянов А.И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом / А. И. Демьянов, А.А. Покусаев, В. И. Колчунов // Строительство и реконструкция. – 2017. – №5(73). – С. 22–31.

64. Демьянов А.И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом и анализ их результатов / А.И. Демьянов, А.С. Сальников, Вл. И. Колчунов // Строительство и реконструкция. – 2017. – №4(72). – С. 17–26.

65. Дмитрієв С.А. Опір ковзанню в бетоні передварительно-напруженій холоднотянутого арматури. – У кн.: Дослідження звичайних і попередньо-

напружені залізобетонних конструкцій / Під ред. А.А. Гвоздєва, С.Б. Михайлова. – М., 1949.

66. Дорофеев В.С. О необходимости и постановке системных экспериментальных исследований прочности, трещиностойкости и деформативности при опорных участков изгибающихся железобетонных элементов, испытывающих сложные деформации, с целью уточнения и развития методов их расчета / В.С. Дорофеев, В.М. Карпюк, А.Г. Аветисян и др. // Будівельні конструкції : міжвідом. наук.-техн. зб. – К.: НДБІК 2005. – Т. 2. – С160-167.

67. Дорофеев В.С. Расчет изгибающихся элементов с учетом полной диаграммы деформирования бетона / В.С. Дорофеев, В.Ю. Барданов – Одесса: ОГАСА, 2003. – 210 с.

68. Дыховичный П.И. Кручение бетонных и железобетонных брусьев / П. И. Дыховичный. – М.-Л., 1938.

69. Дюрменова С. С. Прочность железобетонных балок со сквозными отверстиями при интенсивном кручении : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / С. С. Дюрменова. – Ростов-на-Дону, 2006. – 27 с.

70. Елагин Э.Г. Исследование работы железобетонных элементов кольцевого сечения с напрягаемой и ненапрягаемой арматурой при совместном действии изгибающего и крутящего моментов. "Влияние скорости нагружения, гибкости и крутящих моментов на прочность железобетонных конструкций" : сб. трудов НИИЖБ. – М., 1970. – С. 196–236.

71. Елагин Э.Г. Исследование работы железобетонных элементов кольцевого сечения с напрягаемой и ненапрягаемой арматурой при совместном действии изгибающего и крутящего моментов : дис. канд. техн. наук. – М., 1970.

72. Елагин Э. Г. Сопротивление железобетонных стержней совместному действию изгиба с кручением на стадиях работы с трещинами: автореф. дис... докт. техн. наук. – М., 1994. – 33 с.

73. Жорняк М.С. Розрахунок звичайно армованих залізобетонних елементів прямокутного перетину з одиночною арматурою при згині з крученнем // Сборник научных трудов «Проблемы создания новых машин и технологий», выпуск 2. – Кременчуг: КГПУ, 1999(9) – С.487 – 490.
74. Залесов А.С. Прочность железобетонных элементов на воздействие крутящих моментов и поперечных сил / А.С. Залесов, Г.С. Оганджанян // Новые экспериментальные исследования и методы расчета железобетонных конструкций: сборник научн. Трудов. – М., 1989. – С. 4 – 15.
75. Залесов А.С. Прочность элементов при кручении и згибе со знакопеременной эпюрои изгибающий моментов / А.С. Залесов, Б.П. Хозяинов // Бетон и железобетон. – 1989., №4. – С. 43 – 45.
76. Залесов А.С. Расчет прочности железобетонных элементов при действии поперечных сил и кручения / А.С. Залесов // Бетон и железобетон. – 1976. – №6. – С.22 – 24.
77. Залесов А.С., Лессиг Н.Н. Расчет железобетонных элементов на кручение изгибом на основе кривых взаимодействия // Реферативный сб. тр. ЦНИИС. Межотраслевые вопросы строительства. Отечественный опыт. – М., 1970. – №1.
78. Зубков В.А. Расчет железобетонных центрофугированных опор линий электропередачи на кручение с изгибом / В.А. Зубков, А.А. Прокопович // Энергетическое строительство. – 1973. – № 7.
79. Зубков В.А. Установка для испытания для испытания железобетонных образцов на кручении и на кручение с изгибом : матер. к III Всесоюзной конференции Экспериментальные исследования инженерных: сооружений / В.А. Зубков, А.А. Прокопович. – Новосибирск, 1973.
80. Зулпуев А.М. Расчет перемещений плиты, подвергнутой изгибу и кручению, и построение аппроксимирующей зависимости «М-к и «Н- ф» / А.М. Зулпуев, М.Т. Насиров // Территория науки. – 2015. – № 1. – С. 102-109.

81. Каломов Х.Ш. Прочность и жесткость железобетонных призматических стержней, подверженных сжатию с кручением : дисс. .... канд. техн. наук. – М., 1998. – 215 с.
82. Карабанов Б.В. Практический способ расчета железобетонной балки коробчатого сечения на кручение / Б.В. Карабанов // Бетон и железобетон. – 1994. – №3. – С. 13 – 17.
83. Карпенко Н.И. Деформации железобетонных трубчатых элементов, подвергнутых кручению после образования трещин / Н.И. Карпенко, Э.Г Елагин // Бетон и железобетон. – 1970. – №3. – С. 42–46.
84. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами / Н.И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1976. – 204 с.
85. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона / Н. И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
86. Касаев Д.Х. Исследование преднапряженных переармированных элементов прямоугольного сечения, работающих на кручение и изгиб с кручением Д.Х. Касаев// Бетон и железобетон. – 1971. – №8. – С. 39 – 40.
87. Касаев Д.Х. Прочность элементов железобетонных конструкций при кручении и изгибе с кручением: Монография / Д.Х. Касаев. – Ростов Н/Д.: Изд-во Рост. ун-та, 2001. – 176 с.
88. Касаев Д.Х. Прочность элементов кольцевого сечения при совместном действии изгибающего и крутящего моментов / Д.Х. Касаев // Бетон и железобетон. – 1986. №8. – С.25 – 26.
89. Кінаш Р.І. Методи нормування тимчасових навантажень та оцінювання надійності будівельних конструкцій за умов неповної інформації: Дис. ... докт. техн. наук: 05.23.01. – Київ, 2000. – 530 с.
90. Киселев В.Н. Установка для проведения комплексных исследований на плоский изгиб, стесненное кручение, кручение с изгибом / В.Н. Киселев, И.Г. Целуйко // Вестник Полоцкого государственного

университета. Серия F: Строительство. Прикладные науки. – 2014. – № 8. – С. 59-61.

91. Клименко Є.В. Технічна експлуатація та реконструкція будівель і споруд: Навч. посіб. – К.: “Центр навчальної літератури”, 2004. – 304 с.

92. Клованич С.Ф. Метод конечных элементов в нелинейных расчетах пространственных железобетонных конструкций / С.Ф. Клованич, Д.И. Безушко. –Одесса: ОНМУ, 2009. – 89 с.

93. Клюка О.М. Блок-схема та алгоритм розрахунку міцності просторових перерізів попередньо напруженіх залізобетонних елементів прямокутного профілю з одиночним армуванням при згині з крученнем на основі деформаційної моделі / О.М. Клюка , М.С. Жорняк // Вісник КНУ імені Михайла Остроградського – 2011 – Вип. 1/2011(66) – Ч.1– С.97–103.

94. Клюка О.М. Розрахунок міцності нормальних перерізів залізобетонних елементів при згині з крученнем на основі нелінійної деформаційної моделі: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Кременчук, 2010. – 163 с.

95. Коваль П.М. Ефективні конструкції залізобетонних збірно-монолітних прогонових будов автодорожніх мостів з використанням попередньо-напруженіх балок / П.М. Коваль, А.Є. Фаль, С.В. Стоянович // Теорія і практика будівництва: збірник наукових праць / відп. ред. З.Я. Бліхарський. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2010. – № 664. – С.44 – 52.

96. Кодыш Э. Н. Расчет железобетонных конструкций из тяжелого бетона по прочности, трещиностойкости и деформациям : монография / Э. Н. Кодыш, И. К. Никитин, Н. Н. Трекин. – М.: Изд. АСВ, 2010. – 352с.

97. Козак А. Л. Численное моделирование нелинейных процессов деформирования железобетонных конструкций с учетом трещинообразования : дис...д-ра техн. наук: 05.23.17 / Козак Александр Леонидович ; Киевский технический ун-т строительства и архитектуры. - К., 1995. - 455 с.

98. Колмогоров А.Г. Расчет железобетонных конструкций по российским и зарубежным нормам / А. Г. Колмогоров, В.С. Плевков. – Томск : Изд-во «Печатная мануфактура», 2009. – 496 с.
99. Колчунов Вл. И. Методика экспериментальных исследований конструкций L-образных железобетонных обвязочных ригелей, работающих в условиях кручения с изгибом / Вл. И. Колчунов, А.Г. Сафонов // Известия ОрелГТУ. Серия «Строительство. Транспорт». – Орел : ОрелГТУ. – 2007. – С. 57–61.
100. Колчунов В.И. Моделирование пространственной трещины в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом / В.И. Колчунов, Д.А. Рыпаков // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2016. – №5. – С. 11–16.
101. Колчунов Вл. И. Об учете эффекта нарушения сплошности в железобетоне при проектировании реконструкции предприятий текстильной промышленности // Вл. И. Колчунов, И. А. Яковенко // Известия ВУЗов. Технология текстильной промышленности. – 2016. – №3 (363). – С. 258–263.
102. Колчунов В. И. Проблема приведения в соответствие опытных данных трещиностойкости железобетонных конструкций их теоретическим значениям / В.И. Колчунов, А.И. Демьянин, И. А. Яковенко, М. О. Гарба // Наука та будівництво. – 2017. – №5. – С. 55-65.
103. Колчунов В. И. Расчетная модель длительного деформирования плосконапряженного коррозионно поврежденного железобетонного элемента в зоне контакта двух бетонов / В.И. Колчунов, М. С. Губанова, Д. В. Карпенко // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – №1. –С. 49–57.
104. Колчунов Вл.И. Построение расчета железобетонных конструкций на кручение с изгибом / Вл. И. Колчунов, А.Г. Сафонов // Известия Орловского государственного технического университета. Серия «Строительство. Транспорт». – Орел: Орел ГТУ. – 2008. – №4. – С. 7–13.

105. Колчунов В.И Практический учет концентрации угловых деформаций в зоне сопряжения ребра с полкой жеэзобетонных обвязочных ригелей при кручении с изгибом / В.И. Колчунов, А.Г. Сафонов, Вл. И. Колчунов // Строительная механика и расчет сооружений. – М. : ФГУП НИЦ «Строительство», 2009. – №2. – С. 6–10.
106. Колчунов Вл. И. Расчет расстояния между пространственными трещинами и ширины их раскрытия в железобетонные конструкциях при кручении с изгибом / В.С. Федоров, А.А. Покусаев, Вл.И. Колчунов // Жилищное строительство. – 2016. – №5. – С. 31–37.
107. Колчунов В.И. Расчетная модель «нагельного эффекта» в железобетонном элементе / В.И. Колчунов, Э.И. Заздравных // Известия вузов. Сер. Строительство. – 1996. – №10. – С.25–29.
108. Колчунов Вл. И. Результаты экспериментальных исследований трещинообразования железобетонных конструкций при кручении с изгибом Вл. И. Колчунов, А. С. Сальников // Строительство и реконструкция. – 2016. – № 6 (68). – С. 22–28.
109. Колчунов В.И Результаты экспериментальных исследований конструкций L-образных железобетонных обвязочных ригелей, работающих в условиях сложного сопротивления – кручения с изгибом / В.И. Колчунов, А.Г. Сафонов, Вл. И. Колчунов // Известия Орловского государственного технического университета. Серия «Строительство. Транспорт». – Орел: Орел ГТУ. – 2008. – №1. – С. 27–33.
110. Колчунов Вл. И. Сложное сопротивление сжатой зоны бетона железобетонных конструкций при кручении с изгибом / Вл. И. Колчунов, А.Г. Сафонов // Известия Орловского государственного технического университета. Серия «Строительство. Транспорт». – Орел: Орел ГТУ. – 2009. – №1. – С. 38–42.
111. Колчунов В.И. Экспериментальные исследования прочности железобетонных составных конструкций с учетом коррозионного

воздействия и их анализ / В. И. Колчунов, А.И. Демьянов, А.А. Кащавцев // Строительство и реконструкция. – 2017. – №1(69). – С. 24–38.

112. Колчунов В. И. Экспериментальные исследования трещинообразования железобетонные конструкций при кручении с изгибом / В. И. Колчунов, А. С. Сальников // Строительство и реконструкция. – 2016. – №3(65). – С. 24– 32.

113. Конструкції будівель і споруд. Сталезалізобетонні конструкції. Основні положення : ДБН В.2.6-160:2010. – [Чинний з 2011-11-01] – К. : Мінрегіонбуд України, 2011. – 55 с. – (Державні будівельні норми).

114. Конструкции сталежелезобетонные. Правила проектирования : СП 266.1325800.2016. – [Введены в действие с 2017–07–01]. – М. : Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации, 2016. – 124 с. – (Свод правил).

115. Коуэн Г.Дж. Кручение в обычном и предварительно напряженном железобетоне / Коуэн г.Дж. пер. с англ. под ред. И.М. Лялина. – М.: Стройиздат, 1972. – 104 с.

116. Кочкарьов Д. В. Розрахунок міцності та жорсткості залізобетонних статично-невизначених балок на основі деформаційної моделі / Д. В. Кочкарьов // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. - 2013. – Вип. 25. – С. 321 – 329.

117. Кочкарьов Д.В. Нові підходи до розрахунку згинальних залізобетонних елементів за міцністю, жорсткістю та тріщиностійкістю / Д.В. Кочкарьов, В.І. Бабич // Будівельні конструкції. – 2013. – Вип. 78(1). – С. 572 – 579.

118. Кочкарьов Д.В. Розрахунок міцності та жорсткості таврових залізобетонних балок на основі деформаційної моделі / Д.В. Кочкарьов // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – 2013. – Вип. 27. – С. 97 – 102 .

119. Крупченко О.А. Результати експериментальних досліджень елементів збірних безбалкових сталезалізобетонних перекриттів / Збірник

наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Вип. 2 (24). – 2009. Л.І. Стороженко, О.А. Крупченко.

120. Кудзис А.П. Оценка надежности железобетонных конструкций. – Вильнюс: Моклас, 1985. – 156 с.

121. Кузьменко А.М. Экспериментально-теоретические исследования предварительно напряженных железобетонных элементов прямоугольного сечения при косом изгибе с кручением : диссер. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. – Полтава, 1972. – 230с.

122. Курносов А. И. Расчет унифицированных железобетонных свободно стоящих опор на нетиповые условия / А.И. Курносов, Е. И. Шаповалова // Энергетическое строительство. – 1974. – № 8.

123. Лессиг Н.Н. Исследование работы на изгиб с кручением предварительно напряженных железобетонных элементов прямоугольного сечения, разрушающихся по сжатому бетону / Н.Н. Лессиг, Л.К. Руллэ, Д.Х. Касаев; под ред. Гвоздева. НИИЖБ Госстроя СССР / Воздействие статических, динамических многократно повторяющихся нагрузок на бетон и элементы железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1972. – С. 86 – 105.

124. Лессиг Н.Н. Общие принципы расчета прочности железобетонных стержней на изгиб с кручением. / Н.Н. Лессиг, Л.К. Руллэ; под ред. К.В. Михайлова, С.А. Дмитриева. – М.:Стройиздат, 1972. – С. 43 – 49.

125. Лессиг Н.Н. Определение теоретической несущей способности железобетонных элементов кольцевого сечения, работающих на изгиб с кручением / Н.Н. Лессиг // Влияние скорости нагружения гибкости и крутящих моментов на прочность железобетонных конструкций : сб. трудов – М. :НИИЖБ, 1970. – С. 177–196.

126. Лялин И.М. О железобетонных конструкциях, подверженных совместному изгибу и кручению / И.М. Лялин. Гипролеспром. Бюл. № I 1969г.
127. Лялин И.М. Расчет железобетонных элементов прямоугольного сечения, подверженных кручению и совместному изгибу и кручению. – М. : ВЗИСИ, 1962.
128. Маилян Д.Р. Прочность сталефибробетонных элементов прямоугольного сечения при кручении / Д.Р. Маилян, Д.Х. Касаев, О.В. Маслакова, А.М. Блягоз // Новые технологии – 2012 – №4 – С.92–94.
129. Меркулов С. И. Экспериментальные исследования стержневых железобетонных элементов составного сечения, подвергнутых изгибу с кручением / С.И. Меркулов, С.В. Стародубцев // Строительство и реконструкция. – 2012. – №2. – С. 20–24.
130. Морозов В.И. К расчету фиброжелезобетонных конструкций, подверженных совместному воздействию кручения с изгибом / В.И. Морозов, И.В. Бахотский // Современные проблемы науки и образования – 2013 – №5 – С.109.
131. Мурашев В.И. Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона / В.И. Мурашев. – Машстройиздат. – 1950. – 269 с.
132. Мурашкин Г.В. Влияние предварительного напряжения на прочность и трещиностойкость железобетонных балок, работающих на кручение с изгибом / Г.В. Мурашкин // Бетон и железобетон. – 1965. – № 10. – С .29 – 33.
133. Мурашкин Г. В. К вопросу расчета железобетонных балок работающих на изгиб с кручением / Г. В. Мурашкин // Сборник статей Куйбышевского инженерно-строительного института. – Куйбышев, 1963. – №34.
134. Методическое пособие по расчету предварительно напряженных железобетонных конструкций. Пособие к СП 63.133330. – М. : 2015. – 171 с.

135. Пособие по проектированию предварительно напряженных железобетонных конструкций из тяжелых и легких бетонов (к СНиП 2.03.01-84\*). – Часть 2 / ЦНИИпромзданий Госстроя СССР, НИИЖБ Госстоя СССР. – М. : ЦИТП Госстоя СССР, 1988. – 144 с.

136. Покусаев А. А. Расчет расстояния между пространственными трещинами и ширины их раскрытия в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом (случай 1) / А.А. Покусаев, М. В. Шавыкина, В. И. Колчунов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2016. – №2 (265). – С. 20–29.

137. Пространственные расчеты мостов / [Б.Е. Улицкий, А.А. Потапкин, В.И. Руденко и др.]. – М. : Транспорт, 1967. – 404 с.

138. Райзер В.Д. Расчет и нормирование надежности строительных конструкций. – М.: Стройиздат, 1995. – 352 с.

139. Родевич В.В. К оценке прочности железобетонных изгибаемых элементов при кручении от кратковременных динамических загрузок / В.В. Родевич, С.А. Арзамасцев // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. – . 2017. – № 2 (61). – С. 112-122.

140. Руллэ Л. К. Исследование работы на изгиб с кручением железобетонных балок двутаврового сечения / Л. К. Руллэ // Влияние скорости, нагружения, гибкости и крутящих моментов на прочность железобетонных конструкций : сб. труд. НИИЖБ. – М.: НИИЖБ, 1970. – С. 126–153.

141. Сальников А.С. Методика расчета предельной нагрузки и координат образования пространственной трещины первого вида в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом / А.С. Сальников, В.И. Колчунов // Строительство и реконструкция. – 2015. – №6(62). – С. 49–56.

142. Сальников А. С. Расчетная модель образования пространственных трещин первого вида при кручении с изгибом / А. С. Сальников, В.И.

Колчунов, И. А. Яковенко // Промышленное и гражданское строительство. – 2015. – №3. – С. 35–40.

143. Сафонов А.Г. Инженерная методика расчета железобетонных конструкций на действие кручения с изгибом / А. Г. Сафонов // Научный вестник ВГАСУ. «Строительство и архитектура», 2009. – №2. – С. 43–50.

144. Семенюк С.Д. Расчёт железобетонных балок прямоугольного сечения при совместном воздействии поперечных сил, крутящих и изгибающих моментов / С. Д. Семенюк, А.В. Зезюлин, Е.Я. Семенюк // Проблемы современного бетона и железобетона : сб. науч. труд. Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь РУП "Институт БелНИИС". – Минск : 2015. – С. 133–151.

145. Семко О.В. Про врахування сумісної роботи сталевих ригелів і залізобетонних плит перекриття / О.В. Семко, С.А. Гудзь // Будівельні конструкції: дослідження, проектування, будівництво, експлуатація. – Київ, НДІБК, 2006. – Вип. 65. – С. 199 – 204.

146. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Расчетно-теоретический. В 2-х книгах. Книга 1. Под ред. А. А. Уманского. Изд. 2-е, переработанное и дополненное. – М. : Стройиздат, 1972. – 600 с.

147. Семченков А.С. Пространственно-деформирующиеся железобетонные диски перекрытий многоэтажных зданий. Экспериментальные исследования, практические методы расчета и проектирование : дис. ... докт. техн. наук: 05.23.01. – М., 1991. – 703с.

148. Скиба А.В. О результатах экспериментальных исследований сталежелезобетонных балок на изгиб с кручением / А.В. Семко, Е.П. Воскобойник А.В. Скиба // Международное научное издание. Сборник научных трудов S World. – Искусствоведение, архитектура и строительство. – Иваново Маркова АД, 2014. – Т. 19. – С. 87 – 92.

149. Смоляго Г. А. К вопросу о предельной растяжимости бетона / Г. А. Смоляго // Бетон и железобетон. 2002. – № 6. – С. 6–9.

150. Смоляго Г. А. К расчету по образованию трещин в железобетонных плитах / Г. А. Смоляго // Известия ВУЗов. Строительство. – 2003. – № 4. – С. 120–125.
151. Складнева Р. А. Экспериментальное исследование трещиностойкости железобетонных предварительно напряженных и обычных балок прямоугольного сечения, работающих в условиях поперечного изгиба и кручения / Р. А. Складнева // Расчетные методы в строительстве. – М. : ВЗИСИ, 1975. – 154 с.
152. Срібняк Н.М. Крутильна жорсткість залізобетонних елементів перекріттів з нормальними тріщинами : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01. – Одесса, 2009. – 257 с.
153. Стороженко Л.И. Сталежелезобетонные конструкции / Л.И. Стороженко, А.В. Семко, В.И. Ефименко. – К.: Четверта хвиля, 1997. – 158 с.
154. Тимофеев Н. И. Экспериментальные исследования изгибаемых железобетонных балок при кручении / Н. И. Тимофеев // Сб. трудов Калининского политехнического института. – 1969. – Вып. 5.
155. Торяник М.С. Расчет железобетонных конструкций при сложных деформациях. Под ред. М.С. Торяника. – М., Стройиздат, 1974. – 297 с.
156. Травуш В.И. Некоторые направления развития теории живучести конструктивных систем зданий и сооружений / В. И. Травуш, В. И. Колчунов Н. В. Клюева // Промышленное и гражданское строительство. – 2015. – №3. – С. 4–9.
157. Туров А.И. Перемещения железобетонных стержней сплошного и пустотелого прямоугольного сечения с учетом предварительного напряжения при изгибе с кручением : дис. ... канд. техн. наук. – М., 1988. – 244 с.
158. Туснин А.Р. Экспериментальные исследования работы балок дутаврового сечения при действии изгиба и кручения / А.Р. Туснин, М. Прокич // Инженерно-строительный журнал. – 2015. – №1(53). – С. 24–31.

159. Фалеев Л.В. Экспериментально-теоретические исследования несущей способности железобетонных балок таврового сечения, работающих на косой изгиб с кручением / Л.В. Фалеев // Изв. вузов. Стр-во и арх. – 1967. – №2. – С.12-19.
160. Фомичев В.И. Расчет прочности железобетонных элементов прямоугольного сечения при кручении с изгибом с учетом перераспределения внутренних усилий // Железобетонные конструкции промышленного и гражданского строительства. – М. : МИСИ им. В.В. Куйбышева, 1981. – С. 84–91.
161. Чиненков Ю. В. Исследование работы железобетонных элементов при совместном действии изгиба и кручения / Ю. В. Чиненков // Исследование прочности элементов железобетонных конструкций : сб. трудов НИИЖБ. – М. : НИИЖБ, 1959. – №5.
162. Чистова Т.П. Исследование деформативности железобетонных элементов прямоугольного сечения при кручении, изгибе с кручением и при совместном действии изгибающего и крутящего моментов и поперечной силы : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Т.П. Чистова. – М., 1973. – 123 с.
163. Чихладзе Э.Д., Арслаханов А.Д. Теория деформирования сталебетонных плит // Межвуз. сб. научн. тр. – Харьков: ХарГАЖТ, 1996. – Вып.27. – С. 4-39.
164. Шагин А.Л. Конструкции с локальным предварительным напряжением / А.Л. Шагин // Будівельні конструкції. Міжвідомчий науково-технічний збірник: Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону. – 1996. – Вип. 47. – С. 193 –196.
165. Шагин А.Л. Усиление эксплуатируемых балочных конструкций локальным обжатием / А.Л. Шагин, М.Ю. Избаш, // Будівельні конструкції. Міжвідомчий науково-технічний збірник: Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону. – 2005. – Вип. 62, Т. 2. – С. 316 – 321.

166. Шапиро Г.И. Защита от прогрессирующего обрушения жилых домов первого периода индустриального домостроения серий 1-510, 1-511, 1-515 / Г.И. Шапиро, Л.В. Обухова, Ю.А. Эйсман, Е.В. Сиротина // Промышленное и гражданское строительство. – 2006. – № 4. – С. 32–35.
167. Шкиренко С.В. Напряженно – деформируемое состояние трубобетонных элементов при кручении и кручении с изгибом: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Полтава, 1992. – 204 с.
168. Юдин В.К. Работа железобетонных балок прямоугольного сечения на кручение с изгибом. // Бетон и железобетон. – 1964. – № 1. – с. 30-35.
169. Ягодин В. К. Исследование железобетонных элементов кольцевого сечения при совместном действии изгиба и кручения / В. К. Ягодин // Исследования по железобетону : сб. трудов ГИСИ. – 1962. – Вып. 42.
170. Ячменева Н.Н. Исследование жесткости и трещиностойкости железобетонных элементов таврового сечения при действии крутящих, изгибающих моментов и осевой силы: автореф. дис. на получение ученой степени канд. техн. наук. / Наталия Николаевна Ячменева. – Москва. – 1977. – 21 с
171. ACI 318-02. Building code requirements for structural concrete (ACI 318-02) and commentary (ACI 318r-02).
172. B.J.G. Barr, S. Sener, H.F. Abusiaf Size Effecting Axially Loaded Reinforced Concrete Columns // Journal of Structural Engineering. – 2004. – №4. – P.662-670.
173. Benmokrane B. Flexural Response of Concrete Beams Reinforced with FPR Reinforcing Bars / B. Benmokrane, O. Chaallal, R. Masmoudi // ACI Structural Journal, January – February 1996/ – P.46–55.
174. CEB-FIP Model Code 1990. Design Code // Comite Euro-International du Beton. 1991, 437 p.

175. Chalioris C.E. Analytical model for the torsional behavior of unreinforced concrete beams retrofitted with FRP materials / Constantin E. Chalioris // Engineering Structures – 2007-Vol. 29, №12. – P. 3263-3276.
176. Collins M.P., Mitchell D. Shear and Torsion Design of Prestressed and Non-Prestressed Concrete Beams. Journal of the Prestressed Concrete Institute, Vol.25, No 4, September-October 1980. pp.32-100.
177. Cowan H.J. (1960). Design of beams subject to torsion related to the new Australian code. Jnl. ASI, 31, pp. 591–618.
178. Deifalla A. Simplified Analysis for Torsionally Strengthened RC Beams using FRP./ A. Deifalla, A. Ghobarah // Proceedings of the International 174 Symposium on Bond Behavior of FRP in Structures (BBFS 2005) Chen and Teng (eds), International Institute for FRP in Construction – 2005. – P. 377-388.
179. Demyanov A., Kolchunov VI. (2017). The dynamic loading in longitudinal and transverse reinforcement at instant emergence of the spatial crack in reinforced concrete element under the action of a torsion with bending. *Journal of Applied Engineering Science*, vol. 15(2017)3, article 456, pp. 375–380. (In English) doi:10.5937/jaes15-14663
180. ENV 1992–1–1: 1991 : Eurocode 2 : Design of Concrete Structures. – Part 1 : General rules and Rules for Buildings. – European Standard. June, 1992.
181. Emelyanov, S., Nemchinov, Y., Kolchunov, V., & Yakovenko, I. (2016). Details of large-panel buildings seismic analysis. Enfoque UTE, 7(2), pp. 120 – 134.
182. Flaga K. On crack development in reinforced slab of steel concrete composite beams / K. Flaga, K. Furtak // Вісник Національного Університету «Львівська політехніка». Теорія і практика будівництва. – №664. – Львів, 2010. – С.378–386.
183. Gunneswara Rao T.D. Torsional response of fibrous reinforced concrete members: Effect of single type of reinforcement/ T.D. Gunneswara Rao, D. Rama Seshu// Construction and Building Materials – 2006 – Vol. 20, № 3. – P.187-192.

184. Hsu T.T.C. *Torsion of Reinforced Concrete*. N.Y.:Van Nostrand Reinhold Co.,1984.-516 p.
185. Hsu T.T.C., Mo Y.L. *Unified Theory of Concrete Structures 2. Edition*. – USA: University of Houston, 2010. -521p.
186. Iakovenko I., Kolchunov VI. (2017). The development of fracture mechanics hypotheses applicable to the calculation of reinforced concrete structures for the second group of limit states. *Journal of Applied Engineering Science*, vol. 15(2017)3, article 455, pp. 366–375. (In English) doi:10.5937/jaes15-14662
187. Iakovenko I., Kolchunov V., Lymar I. (2017). Rigidity of reinforced concrete structures in the presence of different cracks. *MATEC Web of Conferences. 6<sup>th</sup> International Scientific Conference «Reliability and Durability of Railway Transport Engineering Structures and Buildings»*. Transbud-2017. Kharkiv, Ukraine, April 19–21, 2017. Vol. 0216, 12 p.
188. Klein G. Torsion simplified: a failure plane model for design of spandrel beams// G. Klein, G. Lucier, S. Rizkalla, P. Zia and H. Gleich. *ACI Concrete International Journal*, February 2012. - pp.1-19.
189. Mostofinejad D. Nonlinear Modeling of RC Beams Subjected to Torsion using the Smeared Crack Model // Mostofinejad D., Talaeitaba S.B. *Procedia Engineering* 14 (2011) 1447-1454. Elsevier Ltd. 2011. – pp.1447-1454.
190. Panchacharam S., Belarbi A. Torsional Behavior of Reinforced Concrete Beams Strengthened with FRP Composites, *First FIB Congress*, Osaka, Japan, October – 19, 2002. – 11p.
191. Rajagopalan K.S. Combined Torsion, Bending, and Shear on L-Beams / K.S. Rajagopalan.// *Journal of the structural division – 1980 – Vol. 106, №12. – pp.2475-2492.*
192. Rausch E. *Berechnung des Hisensetons gegen Verbrohung ind Abscheren*. Dissertation. Technische Kochschule, Berlin, 1929. Springer, Berlin, 1929, 50 pp.

193. Reid S.G., Bridge R.Q. Shear and Torsion in Reinforced Concrete Beams / SG Reid, RQ Bridge // Second National Structural Engineering Conference 1990: Preprints of Paprs. Australia, Barton, ACT: Institution of Engineers, 1990. - pp.259-264.
194. Salnikov A., Kolchunov Vl., Yakovenko I. The computational model of spatial formation of cracks in reinforced concrete constructions in torsion with bending (2015), Applied Mechanics and Materials Vols. 725-726 (2015) pp. 784–789.
195. Young G.R. Torsional Strength of Rectangular Concrete Sections / G.R. Young, W.L. Sagar, C.A. Hughes // CCE Journal. № 10. - 1973. -p.674.
196. Zhou F. Finite-Element Analysis of a Composite Frame under Large Lateral Cyclic Loading / Feng Zhou, Khalid M. Mosalam, Masayoshi Nakashima // Journal of Structural Engineering. Vol. 133. – 2007. – No. 7. – P.1018– 1027.
197. Zia P. Combined Bending and Torsion of Reinforced Plaster Model Beams / P.Zia, R. Cardenas // Torsion of Structural Concrete: Publication SP-18. – ACI Detroit, Michigan, 1968. – P. 337.

## **ПРИЛОЖЕНИЕ**

### **Сведения о внедрении результатов исследований**

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
**федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«Брянский государственный  
инженерно-технологический университет»  
(ФГБОУ ВО «БГИТУ»)**

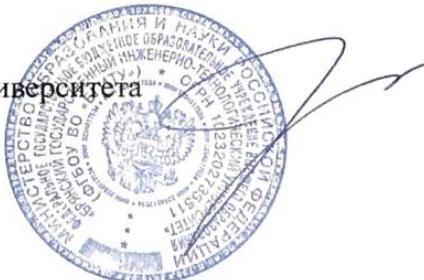
241037, г. Брянск, пр-т Станке Димитрова, 3  
тел. (факс) (4832) 74-60-08  
E-mail: [mail@bgiu.ru](mailto:mail@bgiu.ru)

17.11.2017, № 01-1683

**СПРАВКА  
о внедрении в учебный процесс результатов диссертационной работы  
Сальникова Алексея Сергеевича**

Результаты диссертационной работы А.С. Сальникова "Расчетный модели образования пространственных трещин в железобетонных конструкциях при изгибе с кручением" внедрены в учебный процесс строительного факультета кафедры "Строительные конструкции" Брянского инженерно-технологического университета при изучении обучающимися по направлению подготовки 08.04.01. "Строительство" дисциплин "Железобетонные конструкции", "Развитие теории и методов расчета строительных конструкций", а также нашли применение в научно-исследовательской работе магистрантов направления "Строительство".

Ректор университета



В.А. Егорушкин

# Общество с ограниченной ответственностью «ПРОМСТРОЙМОНТАЖ»

Юридический и почтовый адрес: 241035, г. Брянск, ул. Бурова, д. 20  
 ОГРН 1113256019876 ИНН 3255517200 КПП 325701001  
 ТКБ БАНК ПАО г. Брянск р/с 40702810921610000692  
 БИК 041501729 к/с 30101810900000000729  
 тел. (4832) 68-70-38, факс (4832) 68-63-78, promstroymontaj@inbox.ru

Исх. № 111/1 от 10.11.17 г.

## СПРАВКА

### о внедрении результатов исследований инженера Сальникова Алексея Сергеевича при расчетном анализе конструктивной безопасности проектируемых объектов в г. Брянске

Результаты диссертационного исследования А.С. Сальникова на тему "Расчетные модели образования пространственных трещин в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом" в виде рекомендаций по построению расчетных моделей железобетонных элементов, работающих при кручении с изгибом, были использованы ООО «ПРОМСТРОЙМОНТАЖ» при выполнении расчетов железобетонных каркасов жилых и гражданских зданий в том числе:

- 16-ти этажный жилой дом №8 по ГП многофункционального комплекса,
- Многоквартирный жилой дом.

Использование предложенных в диссертации рекомендаций при проектировании железобетонных конструкций каркасов названных объектов позволило более обоснованно назначить армирование конструкций работающих при изгибе с кручением и снизить расчетное армирование до 7-8%.

Настоящая справка выдана для предъявления в специализированный ученый совет по месту защиты инженером А.С. Сальниковым диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук.

Генеральный директор  
ООО «ПРОМСТРОЙМОНТАЖ»



А.Е. Галькевич

**ГПИСТРОЙМАШ** "Проектный институт ГПИСТРОЙМАШ"

ОГРН 1143256012910  
ОКПО 00241011  
ИНН 3257021495  
КПП 325701001

241035, г. Брянск, ул. Институтская, 15  
E-mail: oao-gpi@mail.ru  
http://www.gpi.bryansk.ru

ООО "ГПИСТРОЙМАШ"

Тел. (4832) 56-19-84, 51-41-05  
Факс (4832) 56-29-94, 56-14-18

заказное с уведомлением  
 простая почта  
 электронная почта

факс  
 с нарочным  
 экспресс-почта

О внедрении результатов исследования

**СПРАВКА**

о внедрении результатов исследований инженера Сальникова Алексея Сергеевича при расчетном анализе конструктивной безопасности проектируемых объектов

Результаты диссертационного исследования А.С. Сальникова на тему "Расчетные модели образования пространственных трещин в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом" в виде рекомендаций по построению расчетных моделей железобетонных элементов работающих при кручении с изгибом были использованы ООО "ГПИСТРОЙМАШ" при выполнении расчетов зданий в том числе:

- Мещовский комбинат транспортного литья (административно-бытовая часть);
- Вагоноремонтное предприятие "Грязи" Липецкой области (производственное здание).

Использование предложенных в диссертации рекомендаций при проектировании железобетонных конструкций каркасов названных объектов позволило более обоснованно назначить армирование конструкций работающих при изгибе с кручением и снизить расчетное армирование до 7-8%.

Настоящая справка выдана для предъявления в специализированный ученый совет по месту защиты инженером А.С. Сальниковым диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук.

Главный инженер института

*Самошин* Д.В. Самошин