

*На правах рукописи*



МИШИН Алексей Александрович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ  
ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ И НАПРЯЖЕНИЙ В ДЕТАЛЯХ ДИСКОВОГО  
ТОРМОЗА ВАГОНА**

01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата  
технических наук

Орёл – 2011

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Брянский государственный технический университет».

Научный руководитель – доктор технических наук, профессор  
Сакало Владимир Иванович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
доцент  
Желтков Владимир Иванович;  
кандидат технических наук, доцент  
Малинин Георгий Владиславович

Ведущая организация – Всероссийский научно-исследовательский  
конструкторско-технологический институт  
подвижного состава ОАО «ВНИКТИ»,  
г. Коломна, Московская обл.

Защита состоится *«29» декабря* 2011 года в *14.<sup>00</sup>* часов на заседании  
диссертационного совета Д 212.182.03 при ФГБОУ ВПО «Госуниверситет–  
УНПК» по адресу: 302020, г. Орёл, Наугорское шоссе, 29.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО  
«Госуниверситет–УНПК»

Автореферат диссертации размещён на сайте <http://www.mon.gov.ru>  
Министерства образования и науки Российской Федерации и на сайте  
<http://www.gu-unpk.ru> Госуниверситета–УНПК.

Автореферат разослан *«28» ноября* 2011 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Борзёнков М.И.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Актуальность темы**

Дисковый тормоз, применяемый на скоростных и высокоскоростных пассажирских вагонах, где главное требование – безопасность, должен наряду с другими типами тормозов иметь высокую надёжность. Располагаться диски могут либо на колесе, либо на оси колёсной пары, быть разборными, либо неразборными. Лучшие условия теплообмена с окружающей средой и более высокая надёжность у неразборных дисков, расположенных на оси колёсной пары. Такая конструкция получает всё большее распространение. Расположение диска на оси колёсной пары накладывает ещё одно требование к диску – наличие долговечности, сопоставимой с ресурсом колёсной пары, так как замена диска приводит к её распрессовке. Критерии надёжности и долговечности тормозного диска связаны с температурами, напряжениями в нём и применяемыми материалами. Для исследования распределения температур и напряжений используются экспериментальные и вычислительные методы.

В одной из первых работ Б.А.Мамота по изучению температурного поля в тормозном диске для аналитического решения уравнения теплопроводности использовалась упрощённая, осесимметричная, геометрическая модель диска. Нестационарная температурная задача методом конечных элементов решалась под руководством В.И.Сакало в работах Г.А.Неклюдовой, П.А.Тищенко, Д.В.Титарёва с различными типами расчётных схем. В работе Г.А.Неклюдовой для колёс со спицевым центром использовалась плоская расчётная схема, а для колёс с дисковым – осесимметричная. В работах Д.В.Титарёва и П.А.Тищенко для тормозного диска использовалась также упрощённая геометрическая модель, задача решалась в объёмной постановке, к тому же в работе Д.В.Титарёва вычислялись температурные напряжения. Масштабные экспериментальные исследования и поиск оптимальной конструкции дискового тормоза проведены А.И.Турковым в сотрудничестве с лабораториями железнодорожного транспорта и вагоностроительными заводами. В приведенных работах рассматривался только режим экстренного торможения.

Для решения поставленных задач создавались вновь или использовались уже имеющиеся прикладные программы, и постоянное накопление программ привело к неэффективности работы с ними. Объединение множества таких разрозненных инструментов, написанных на разных языках в разное время и разными авторами, в один комплекс нецелесообразно по причине отсутствия в них единой структурной концепции и из-за множества различий в принятых условных правилах внутри каждой программы.

Таким образом, моделирование нестационарных температурных полей и напряжений в деталях дискового тормоза вагона путём совершенствования и создания новых программ и алгоритмов, позволяющих использовать более точные расчётные схемы, является актуальной темой исследования.

### **Цель исследования**

Разработка инструментальных средств моделирования нестационарных температурных полей и напряжений в деталях дискового тормоза вагона для оценки их прочности с учётом различных режимов торможения.

Для достижения сформулированной цели были поставлены и решены следующие задачи:

- провести обзор литературных источников, в которых моделировались температурные поля и напряжения во фрикционных тормозах железнодорожного транспорта, в частности в дисковых тормозах вагонов;

- разработать уточнённую математическую модель дискового тормоза конструкции Тверского вагоностроительного завода (ТВЗ), позволяющую более полно смоделировать условия теплообмена и напряжённое состояние;

- создать алгоритмы на основе современных средств программирования, объединяющие решение температурной и упругой задачи для деталей дискового тормоза вагона с учётом различных режимов торможения, предусмотреть возможности развития алгоритмов для решения новых задач;

- разработать прикладную программу расчёта нестационарных температурных полей и напряжений в деталях дискового тормоза на основе созданных алгоритмов, исследовать на тестовых примерах особенности решения температурной и упругой задачи, возникающие при использовании различных численных методов;

- провести расчёт и оценить прочность различных конструкций тормозного диска с помощью разработанных инструментальных средств.

### **Методы исследования**

В процессе исследования использовался метод конечных элементов с применением численных методов решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), численного интегрирования, дифференцирования, векторной и матричной алгебры, списочной организации данных, специально разработанных методов хранения матриц.

### **Достоверность результатов**

Обеспечена использованием апробированных теоретических методов исследования, базирующихся на положениях математики, физики, математической физики, теории упругости, а также сходимостью результатов, полученных аналитически, численно и экспериментально.

### **Научная новизна работы**

- разработана уточнённая математическая модель дискового тормоза вагона производства «ТВЗ», позволяющая более полно смоделировать граничные условия теплообмена и напряжённое состояние;

- разработана методика моделирования нестационарных температурных полей и напряжений в деталях дискового тормоза для режима графического ведения поезда;

- разработаны алгоритмы, в которых используются подход к структурной организации коэффициентов глобальных матриц в виде четырёхсвязного списка, адаптированный к методу Холецкого, предложенный матричный способ вычисления напряжений в узлах конечноэлементной схемы, а также

предложенные общие матрицы-члены, выделенные при формировании матриц конечных элементов для упругой и температурной задачи с целью сокращения объёма вычислений.

**Научную значимость и практическую ценность работы** представляют:

– уточнённая математическая модель дискового тормоза вагона производства «ТВЗ», позволяющая более полно смоделировать граничные условия теплообмена и напряжённое состояние;

– алгоритмы, в которых используются подход к структурной организации коэффициентов глобальных матриц в виде четырёхсвязного списка, адаптированный к методу Холецкого, предложенный матричный способ вычисления напряжений в узлах конечноэлементной схемы, а также предложенные общие матрицы-члены, выделенные при формировании матриц конечных элементов для упругой и температурной задачи с целью сокращения объёма вычислений;

– на основе созданных алгоритмов разработанная прикладная программа моделирования нестационарных температурных полей и напряжений в деталях дискового тормоза;

– с помощью разработанных инструментальных средств полученные распределения температур и напряжений в деталях дискового тормоза конструкции «ТВЗ» для режимов экстренного торможения и графического ведения поезда и в самовентилирующемся венце для режима экстренного торможения; для оценки прочности в опасных точках построенные в параметрической форме диаграммы напряжений в зависимости от температуры, где параметр – время.

**Апробация работы и публикации**

Основные положения и результаты диссертации докладывались на 58-й научной конференции профессорско-преподавательского состава БГТУ (Брянск, БГТУ, 2008 г.), на международных научно-практических конференциях: «Проблемы и перспективы развития вагоностроения» (Брянск, БГТУ, 2008 г.), «Наука и производство–2009» (Брянск, БГТУ, 2009 г.) и «Достижения молодых учёных в развитии инновационных процессов в экономике, науке, образовании» (Брянск, БГТУ, 2011 г.). По теме диссертации опубликовано 7 работ, в том числе 3 в научных журналах, рекомендованных ВАК.

**На защиту выносятся:**

– уточнённая математическая модель дискового тормоза конструкции «ТВЗ», позволяющая более полно смоделировать условия теплообмена и напряжённое состояние;

– методика моделирования нестационарных температурных полей и напряжений в деталях дискового тормоза для режима графического ведения поезда;

– алгоритмы, в которых используются подход к структурной организации коэффициентов глобальных матриц в виде четырёхсвязанного списка, адаптированный к методу Холецкого, предложенный матричный способ вычисления напряжений в узлах конечноэлементной схемы, получение и использование предложенных общих матриц-членов при формировании матриц конечных элементов для упругой и температурной задач;

– прикладная программа расчёта нестационарных температурных полей и напряжений в деталях дискового тормоза «МПМ–Dur», её структура, состав библиотек, вычислительные алгоритмы;

– результаты численного моделирования нестационарных температурных полей и напряжений в деталях дискового тормоза конструкции «ТВЗ» для различных режимов торможения, а также результаты расчёта нестационарных температурных полей и напряжений в случае применения самовентилирующегося венца для режима экстренного торможения.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация содержит: введение, 5 глав, заключение, список литературы (в том числе источники *Internet*) из 106 наименований и приложение. Работа изложена на 160 страницах машинописного текста основной части, содержит 31 рисунок, 2 таблицы и 2 приложения.

## **КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Введение содержит обоснование актуальности темы, формулировку научной новизны, цели работы, научной и практической значимости и общую характеристику работы.

В первой главе анализируются подходы к моделированию тепловых процессов в деталях дискового тормоза как в системе с движущимися взаимодействующими телами, обосновывается выбор одного из подходов. Проведён обзор работ и публикаций по теме расчёта нестационарных температурных полей и напряжений в деталях дисковых тормозов следующих авторов: Б.А.Мамота, А.И.Туркова, А.В.Чичинадзе, И.А.Жарова, В.К.Першина, Л.А.Фишбейна, П.А.Тищенко, Д.В.Титарёва, Г.А.Неклюдовой. На основе обзора были сформулированы пути повышения точности модели, а именно:

– введение в тепловой расчёт сопряжённых с накладками и диском деталей: башмака, разрезных колец, ступицы, фрагмента колёсной пары, позволяющие более полно смоделировать граничные условия теплообмена;

– учёт геометрических особенностей диска, которые существенно влияют на получающиеся температурные напряжения;

– введением модели термического сопротивления по сопрягаемым телам.

В контакте поверхностей трения использовался принцип распределения тепловых мощностей по телам. Вместе с ним в приведённом обзоре работ следует отметить достаточно эффективные приёмы и допущения, которые также были использованы в настоящей работе, а именно:

– вычисление теплового потока, исходя из эпюры контактных давлений и скорости скольжения;

– равномерное распределение в окружном направлении тепловой мощности, приходящейся на диск, по всей поверхности трения диска;

– учёт теплоотвода согласно формуле Ньютона, предполагающей линейную зависимость мощности теплоотвода от температуры;

– учёт теплообмена излучением согласно закону Стефана-Больцмана, а конвективного теплообмена через коэффициент пропорциональный квадратному корню от скорости обдува.

Во второй главе изложено математическое описание процесса нестационарной теплопроводности для континуальной среды и допущений при его получении. Проверено, что при использовании условия Эйлера-Остроградского минимума функционала для вариационной задачи с частными производными уравнение нестационарной теплопроводности в форме МКЭ в полной мере учитывает все введённые допущения и содержит ещё одно – аппроксимацию поля температур полиномом внутри конечного элемента. Данное неявное допущение может приводить к эффектам, рассмотренным в гл. 4.

Для линейной упругой задачи отличием от классического способа получения матрицы жёсткости стало аналитическое перемножение подынтегрального выражения матрицы жёсткости, целесообразность которого обусловлена значительным количеством нулевых элементов в матрице градиентов и матрице с упругими константами. При этом последовательность компонентов вектора узловых значений для элемента принималась не чередованием проекций на координатные оси для узлов, как это принято в классической теории МКЭ, а условным разделением вектора на части, где каждая часть содержала проекции только на одну из осей координат. Однако такой локальный приём не послужил ограничением в получении глобальных матриц в привычной форме.

Выражения для разрешающих матриц уравнения теплопроводности и упругости были подвергнуты анализу, результатом которого было выделение общих матриц-членов, их численное интегрирование и отмечена возможность их объединения в глобальные матрицы.

Рассмотрено несколько подходов к учёту температурных деформаций и возникающих при этом напряжений, приводящих к использованию эквивалентных температурных сил для конечного элемента: первый – на основе учёта напряжений от температурных деформаций как компонент объёмных сил, второй – на основе равенства работ температурных напряжений на деформациях внутри конечного элемента и эквивалентных узловых сил на узловых перемещениях, вызывающих эти деформации. Из них выбран подход, согласующийся с идеологией метода перемещений, используемой в МКЭ.

Приведены правила построения глобальных матриц и векторов для величин, однозначно определённых в узлах конечноэлементной сетки, по которым в глобальную объединяются также матрицы вычисления температурных сил.

В третьей главе на основе полученных во второй главе разрешающих выражений для упругой задачи рассматривается учёт различных граничных условий. Для конкретизации вида функции теплообмена с окружающей средой для температурной задачи вводится функция конвективного теплообмена, а из формулы закона Стефана-Больцмана выносится множитель, содержащий температуру. Поскольку в уравнении теплопроводности в форме МКЭ сохраняется нестационарный характер присутствием вектора производных

температуры по времени в узлах  $\left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t}\right)$ , то возникает проблема выбора способа его решения относительно времени:

$$\mathbf{C}\left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t}\right) + \mathbf{A}(\mathbf{T}(t), \mathbf{V})\mathbf{T} = \mathbf{b}(t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{C}$  – глобальная матрица теплоёмкости;

$\mathbf{A}$  – обобщённая глобальная матрица теплопроводности;

$\mathbf{b}$  – глобальный вектор тепловой мощности в узлах;

$\mathbf{V}$  – вектор узловых значений скорости обдуваемого воздуха;

$\mathbf{T}$  – глобальный вектор узловых значений температуры.

Способ прямого интегрирования выражения (1) с принятием матрицы  $\mathbf{A}$  постоянной позволяет разложить решение для  $\mathbf{T}$  по собственным векторам матрицы  $\mathbf{C}^{-1}\mathbf{A}$  и получить аналитическое решение для  $\mathbf{T}$  из системы линейных дифференциальных уравнений с диагональной матрицей, распадающейся на

уравнения вида  $\frac{dy}{dx} = -ky + C$ , откуда решение для  $\mathbf{T}$  сводится к набору функций

вида  $y = k^{-1}(C + Ae^{-kx})$ , где  $k, A, C$  – константы, причём  $k > 0$ . Условие постоянства матрицы  $\mathbf{A}$  делает невозможным учёт теплообмена с окружающей средой, что является одним из существенных факторов в прикладных задачах. Решение (1) в общем случае возможно с использованием численного интегрирования. Различное конечно-разностное представление выражения (1) приводит к явной, неявной и центральной схемам, тестирование которых можно провести на уравнении вида  $\frac{dy}{dx} = -ky + C$ .

Из рассмотренных вариантов конечно-разностного представления обоснованно было отдано предпочтение неявной схеме. Для  $i$ -й итерации по времени с шагом  $\Delta t$  выражение (1) запишется:

$$\left(\frac{\mathbf{C}}{\Delta t} + \mathbf{A}(\mathbf{T}^{i-1})\right)\mathbf{T}^i = \frac{\mathbf{C}}{\Delta t}\mathbf{T}^{i-1} + \mathbf{b}^i. \quad (2)$$

Для корректного решения (2) вводилась оценка величины минимального шага интегрирования по времени  $\Delta t$ , связанная с толщиной конечного элемента в направлении движения теплоты, нарушение которой приводило к невыполнению второго начала термодинамики. Подобная оценка также встречается в литературе применительно к задаче распределения температуры вдоль бесконечной прямой при действии точечного источника тепловой мощности.

Здесь же рассматриваются вопросы термического взаимодействия тел, представленных конечноэлементными схемами. Для тел с совместными сетками в контакте вводился тонкий слой конечных элементов с малым коэффициентом теплопроводности в нормальном к слою направлении, зависящим от контактного давления, шероховатости поверхностей, коэффициентов теплопроводности материалов, модулей упругости при растяжении и ряда эмпирических зависимостей. Для тел с несовместными конечноэлементными сетками в контакте был разработан способ перехода от узловых значений одной конечноэлементной

сетки к другой, на основе которого были получены узловые значения тепловой мощности для тормозного диска.

Одним из главных вопросов МКЭ является метод решения СЛАУ, с которым неразрывно связан способ организации коэффициентов матрицы системы. Рассматривались три метода: градиентный, итерационный и метод Холецкого. Обычно для градиентного и итерационного методов используется компактное хранение матриц, а для метода Холецкого – профильное. Но полностью учесть свойства симметричности и разреженности матриц МКЭ позволяет списочная организация коэффициентов глобальных матриц, в частности четырёхсвязный список, имеющий структуру графа. Такая структура обладает всеми нужными свойствами для всех трёх рассматриваемых методов решения СЛАУ. Для градиентного и итерационного методов не происходит умножения на нулевые элементы матрицы. Для метода Холецкого предусмотрены возможности сжатия профиля перестановкой строк, добавление и удаление элементов при разложении с малыми вычислительными затратами, движение по столбцу при прямом ходе и по строке при обратном.

Разработан матричный способ вычисления напряжений и деформаций в узлах конечноэлементной сетки, основанный на их зависимости в конечном счёте от узловых значений перемещений и температур, определённых однозначно. При вычислении узлового значения напряжения или деформации используют их среднее значение на основе их узловых величин в прилегающих элементах. При построении глобальной матрицы для вычисления средних величин используются правила, изложенные в гл. 2, только после окончательного формирования матрицы все элементы строк делятся на количество слагаемых в ней. Получаемые глобальные матрицы напряжений и деформаций, как и матрицы вычисления проекций температурных сил, в общем случае несимметричны и разрежены, к тому же единственная используемая операция над ними – умножение на вектор, поэтому для их хранения в оперативной памяти подходит как нельзя лучше компактный способ.

Методика расчёта температурных нестационарных температурных полей и напряжений в деталях дискового тормоза для режима графического ведения поезда включает в себя:

- построение математической модели тормоза;
- задание графика движения поезда;
- выбор итерационного метода для решения системы уравнений МКЭ температурной задачи с меняющейся матрицей, например метода Зейделя, и выбор для решения системы уравнений упругой задачи с неменяющейся матрицей жёсткости метода Холецкого;
- последовательная дискретизация графика движения на шаги по времени;
- для шагов по времени внутри участков торможения на графике движения решается задача теплопроводности при условии подведения тепловой мощности торможения с учётом коэффициента перекрытия диска накладками, вычисляются эквивалентные температурные силы, решается упругая задача, вычисляются напряжения;

– для шагов по времени внутри остальных участков решение проводится с тем отличием, что для температурной задачи тепловая мощность не подводится, но сохраняется теплообмен с окружающей средой и перекрытие накладками диска не учитывается.

Данная методика позволяет последовательно на каждом шаге по времени получить поля температур и напряжений в деталях дискового тормоза.

В четвёртой главе описаны программы, используемые при подготовке исходных данных, а также разработанная программа расчёта нестационарных температурных полей и напряжений методом конечных элементов *МПМ-Dur*, структура которой представлена на рис. 1.

Программа состоит из семи основных библиотек и пользовательского интерфейса. Структура программы построена по принципу тематического обособления и однонаправленного использования элементов, начиная от базового.

Первой в иерархии стоит библиотека *Programm*, в которой описаны и реализованы шаблоны классов *список* и *n-мерный вектор*, шаблон иерархии классов матриц размерности  $n \times m$ , в том числе квадратных и симметрических, шаблон класса компактно хранящейся матрицы, строки которой – списки. Для матриц реализованы стандартные операции сложения-вычитания, умножения-деления на число, на вектор, получение матрицы из умножения двух векторов, построением из блоков. Для промежуточных объектов классов, участвующих в операциях создан шаблон класса *буфер*, представляющий собой закольцованный список из фиксированного числа элементов, количество которых задаётся. Здесь же объявлены и инициализированы макроопределения и константы.

Второй в иерархии стоит математическая библиотека *Mathematics*. В ней находится класс *кватернион*, иерархии классов систем координат, трёхмерных векторов в этих системах, для которых помимо стандартных операций реализованы скалярное и векторное произведения, операции нахождения

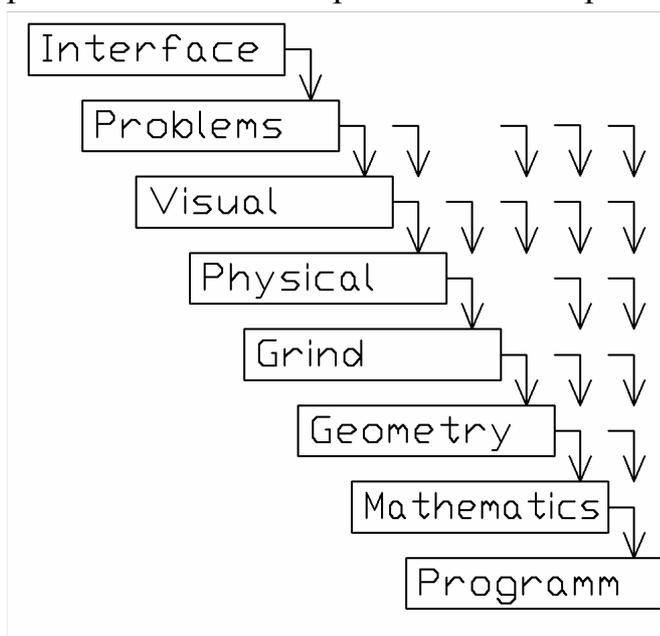


Рис. 1. Структура программы *МПМ-Dur*

параллельной и перпендикулярной проекций, нахождения угла между векторами, операция поворота вектора. Реализован шаблон иерархии классов матриц размерностью  $3 \times 3$  и необходимые операции над ними. Также здесь создан класс, описывающий симметрическую четырёхсвязно-списочную матрицу и разработаны функции для работы с его объектами, такие как добавление и удаление элементов, сжатие профиля, копирование профиля из другой матрицы, умножение на вектор, инициализация матрицы а также специальная операция,

характерная для температурной задачи – почленное деление на число и одновременное сложение с компонентами другой матрицы. Для решения системы линейных уравнений с четырёхсвязносписочной матрицей реализовано три метода: сопряжённых градиентов, Зейделя и Холецкого.

Третья библиотека *Geometry* содержит классы геометрических объектов, таких как отрезок, дуга, плоскость, обобщённая четырёхугольная область, поверхность цилиндра, обобщённый шестигранник. Для них реализованы функции принадлежности произвольной точки объекту, построения нормали к поверхности объекта, определения кратчайшего расстояния до объекта, что необходимо при задании граничных условий для рассматриваемых задач. Библиотека широко использует векторную алгебру библиотеки *Mathematics*.

Четвёртая библиотека *Grind* предназначена для работы с конечноэлементной разбивкой. Реализованы процедуры считывания информации о разбивке, выделения конечных элементов и узлов на ограниченных геометрическими объектами областях, где впоследствии будут задаваться граничные условия. Разработан и реализован алгоритм преобразования разбивки на восьмиузловые объёмные конечные элементы к разбивке на объёмные двадцатисемиузловые. Здесь же реализована иерархия классов изопараметрических конечных элементов, в которую вошли: плоский четырёхузловой, плоский двенадцатиузловой, объёмный восьмиузловой и объёмный двадцатисемиузловой конечные элементы. При считывании информации об объёмных восьмиузловых элементах возникает вопрос соответствия порядка нумерации узлов элемента, принятой в программе. Для исключения неоднозначностей реализована функция проверки порядка нумерации и перенумерация в случае его несоответствия. Также для объёмного восьмиузлового конечного элемента реализована функция нахождения локальных координат точки на поверхности элемента по известным её глобальным координатам.

Пятая библиотека *Physical* содержит развитую иерархию классов *узел*, отражающую характеристики температурной и упругой задачи в узлах. Введение контактного узла в рассмотрение обусловлено размещением в нём информации об используемом стороннем решении контактной задачи, поскольку образование теплоты может происходить в результате трения, а его мощность связана с нормальными давлениями.

Используя конечноэлементное представление объекта, в классе физического конечного элемента формируются по шаблонам из *Programm* векторы функций форм и векторы производных от них. Полученные на их основе общие слагаемые локальных матриц и векторов для температурной и упругой задачи, могут либо объединяться в соответствующие глобальные, либо сразу формировать нужные матрицы и векторы, учитывая данные о материале элементов. Для физического конечного элемента также формируются матрицы температурных сил, напряжений и деформаций, которые затем объединяются в глобальные матрицы по соответствующим правилам.

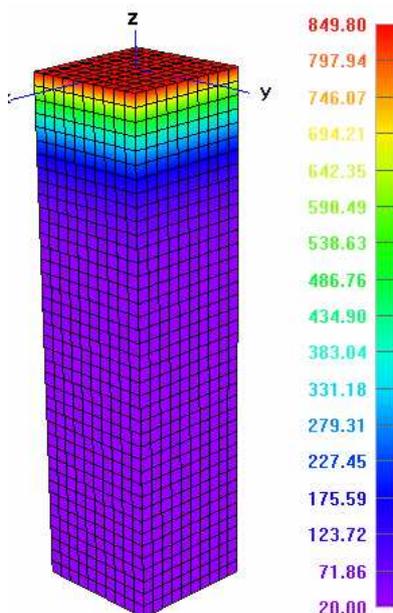
Шестая библиотека *Visual* содержит функции инициализации графики *OpenGL*, функции работы со сценой, такие как повороты, перемещение по экрану,

изменение масштаба, классы изображения на экране сетки из объёмных и поверхностных конечных элементов, их рёбер, узлов, областей с граничными условиями. Для рисования используются функции из библиотек *opengl32.dll*, *glu32.dll*.

Седьмая библиотека *Problems* является основной библиотекой, к которой подключаются все ресурсы предыдущих библиотек. Она содержит классы задач и характерные для них методы. Так класс, моделирующий нестационарный термоупругий процесс, реализует итерации по времени, где на каждом шаге решается температурная задача методами соответствующего наследуемого класса с новыми граничными условиями, затем на основе полученных температур решается упругая задача методами также специального наследуемого класса с постоянными граничными условиями. Граничные условия задаются в объектах библиотеки, с использованием геометрических объектов библиотеки *Geometry*. Характеристики процесса задаются в текстовых файлах.

Пользовательский интерфейс содержит главное окно для вывода графической информации, меню, кнопки, панель инструментов для работы с программой. Интерфейс написан под *OS Windows* в многодокументном исполнении, с архитектурой документ/представление. Класс документа содержит объект основного класса библиотеки *Problems*, через который ведётся создание и управление всеми объектами из семи библиотек, включая саму *Problems*.

Для проверки правильности работы алгоритмов и программы была решена тестовая задача, конечноэлементная схема которой моделирует полупространство с равномерно подведённой мощностью теплового потока (рис. 2). Задавался только тепловой поток мощностью  $Q=500 \text{ кВт/м}^2$ , остальные граничные условия по плоскостям отсечения нормальным к границе полупространства выполнялись автоматически, а высоты в 0,28 м вполне достаточно, чтобы для общего времени решения 80 с смоделировать бесконечность в направлении оси  $z$ . Для упругой



**Рис. 2. Изолинии температур на 80 с для тестовой задачи**

задачи было рассмотрено несколько вариантов закрепления, но выбран один из них, а именно наложение связей перпендикулярных поверхности по всем граням схемы.

В процессе решения исследовалось влияние шага интегрирования по времени, сгущения конечноэлементной сетки к поверхности подвода теплоты, выбора метода решения СЛАУ. Самой чувствительной характеристикой решения стала величина  $\sigma_z$ , (рис. 4, 5). Её удалось приблизить к аналитическому решению только за счёт сгущения сетки к области наибольшего изменения процесса, в то время как уменьшение шага интегрирования никак не повлияло на точность её вычисления. Неточность вычисления  $\sigma_z$  оказывает некоторое влияние на значения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ . Графики температур (рис. 3) при малых шагах интегрирования несколько уточнялись, а в сочетании со сгущением практически сливались с

аналитическим решением.

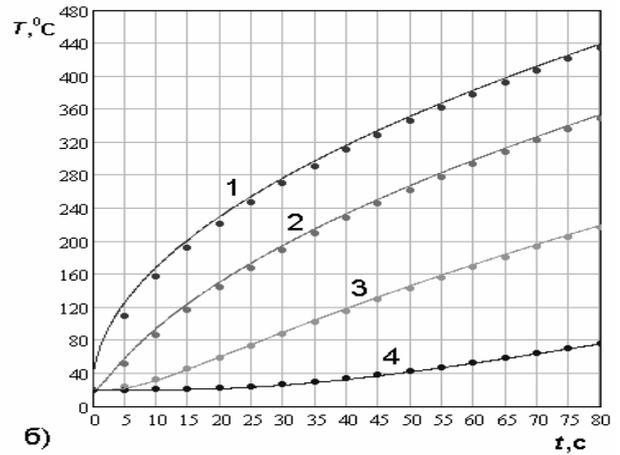
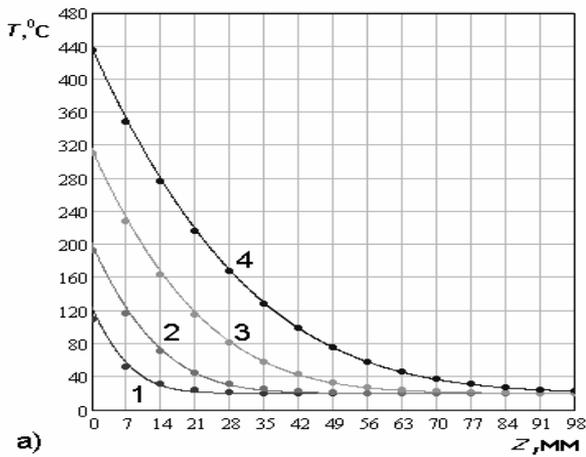


Рис. 3. Распределение температур для конечноэлементной схемы без сгущения: а – по глубине для моментов времени 1 – 5, 2 – 15, 3 – 40 и 4 – 80 с; б – по времени на глубинах 1 – 0, 2 – 7, 3 – 21 и 4 – 49 мм от поверхности; шаг по времени  $\Delta t=5$  с.

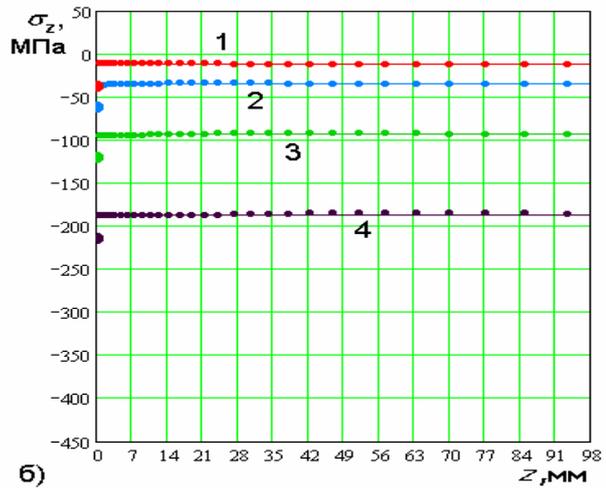
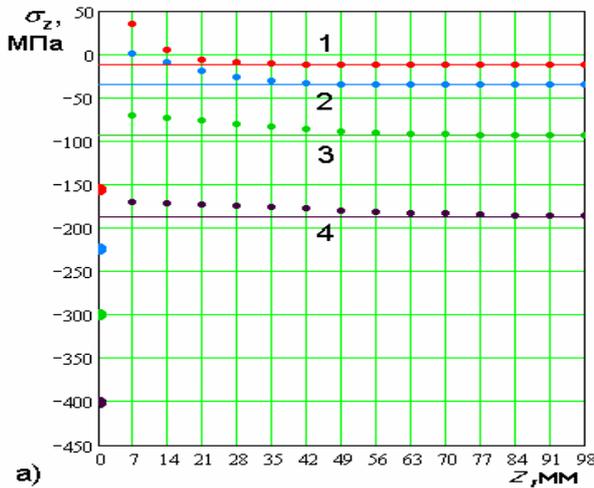


Рис. 4. Распределение напряжений нормальных к границе полупространства по глубине для схемы без сгущения (а) и со сгущением (б) для моментов времени: 1 – 5, 2 – 15, 3 – 40 и 4 – 80 с.; шаг по времени  $\Delta t=5$  с.

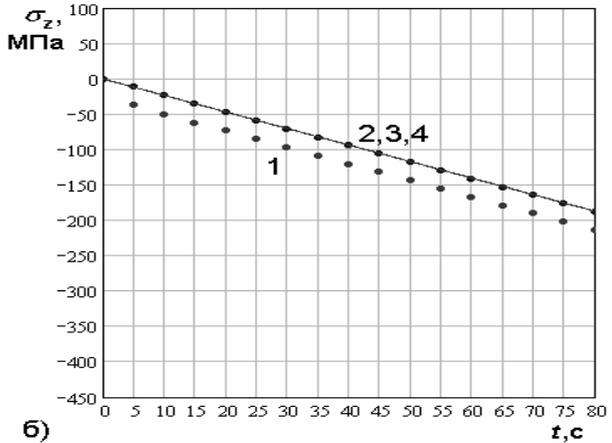
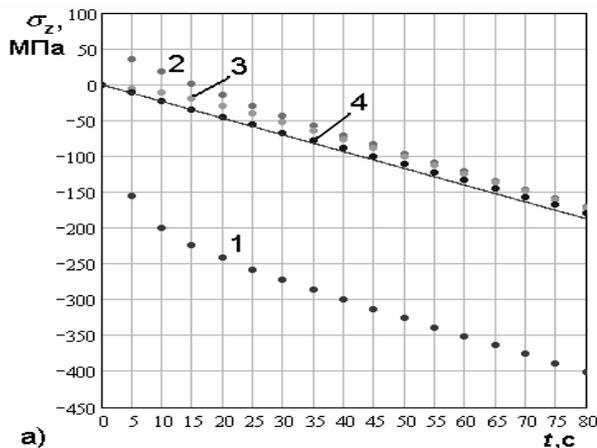
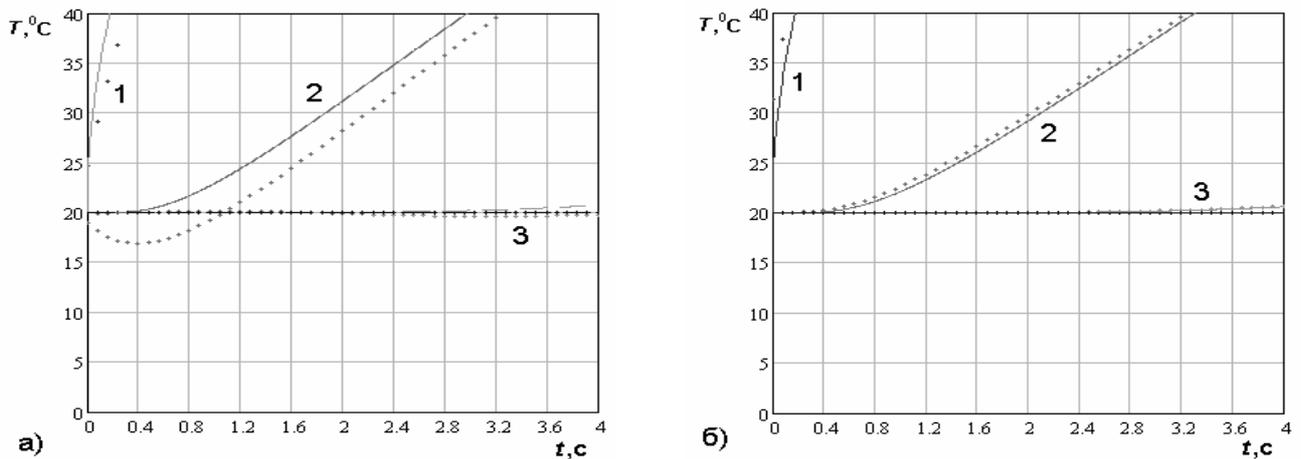


Рис. 5. Распределение напряжений нормальных к границе полупространства по времени для схемы без сгущения (а) и со сгущением (б) на глубинах: 1 – 0, 2 – 7, 3 – 21, 4 – 49 мм от границы (аналитические кривые сливаются);  $\Delta t=5$  с.



**Рис. 6. Изменение температуры на начальных моментах времени для схемы без сгущения (а) и схемы со сгущением (б) на глубинах: 1 – 0, 2 – 7 и 3 – 21 мм при шаге интегрирования по времени 0,08 с**

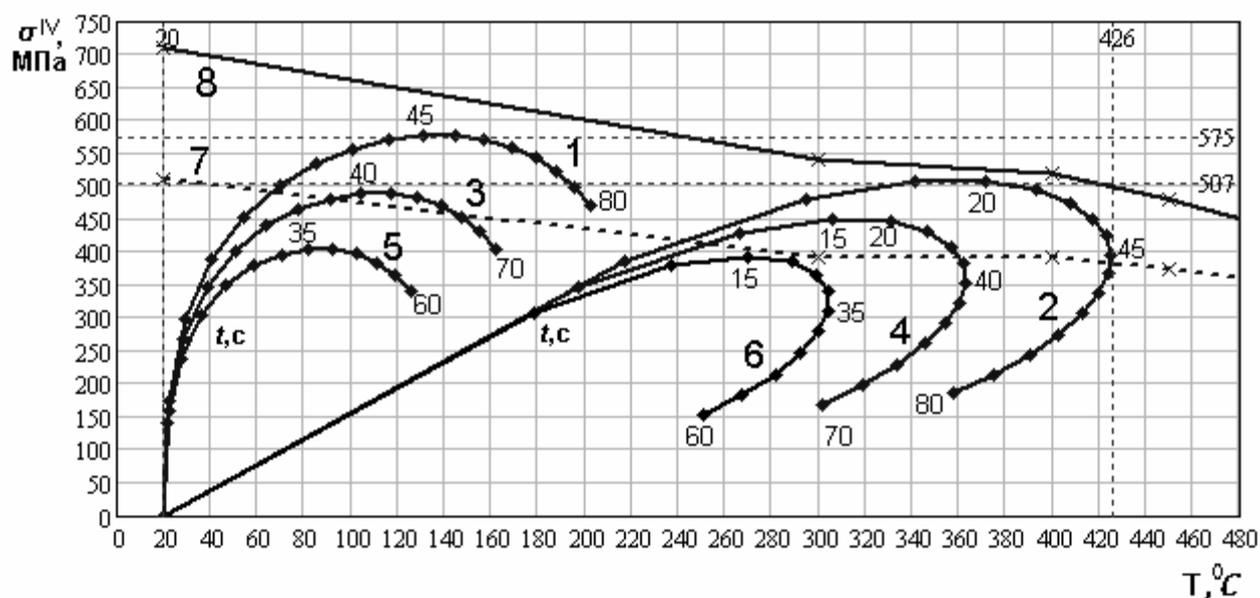
Была проверена оценка допустимого минимально шага по времени. Использование шага, допустимого для схемы со сгущением, в схеме без сгущения дало ожидаемый эффект на начальных моментах времени (рис. 6).

Также на тестовых задачах решался вопрос выбора метода решения СЛАУ температурной и упругой задачи. Метод сопряжённых градиентов показал наибольшее время вычисления при точности решения, характерной для прямых методов. Точность прямого метода Холецкого оказалась не столько значимой для решения температурной задачи, сколько время, затрачиваемое на разложение меняющейся на каждой итерации матрицы, которое удалось значительно сократить с несущественной потерей точности применением метода Зейделя. А метод Холецкого использовался для решения упругой задачи, где граничные условия постоянны, как и матрица жёсткости, поэтому после однократно её разложения, многократное решение системы при меняющемся от итерации к итерации векторе узловых температурных сил выполнялось достаточно быстро.

В пятой главе решена актуальная прикладная задача железнодорожного транспорта по определению температурных полей и напряжений в деталях дискового тормоза скоростного вагона конструкции Тверского вагоностроительного завода для режима экстренного торможения и режима графикового ведения поезда. В конечноэлементную модель вошли башмак, накладки, венец тормозного диска, разрезные втулки, ступица и часть оси колёсной пары. Между башмаком и накладками, разрезными втулками и ступицей, втулками и венцом вводился тонкий слой конечных элементов, моделирующих термическое сопротивление. Конечноэлементная модель деталей тормоза построена из объёмных восьмиузловых элементов. Конечноэлементная модель диска выполнена без каких-либо существенных отклонений от его геометрии. Для разбивки башмака и накладок использовалась программа *DES*, а для разбивки диска и фрагмента оси – программа *Nastran*.

Для вычисления теплового потока использовалось решение контактной задачи для башмака, накладок и фрагмента тормозного диска. Согласно принципу распределения тепловых потоков узловое значение тепловой мощности,

подводимое к накладкам бралось в размере 31% от тепловой мощности торможения. Для подведения оставшейся части мощности, заданной в узлах сетки накладок, к узлам несовместной сетки диска был применен специальный приём, а вращение диска учитывалось введением предположения о постоянстве эпюры тепловой мощности в окружном направлении. В результате симметричность нагружения и симметрия вращающихся частей диска относительно плоскостей системы координат позволила для системы тел: диск, ступица, частично ось и втулки – включить в расчётную конечноэлементную модель одну восьмую часть полной схемы, что позволило также корректно наложить соответствующие упругие связи. На всех свободных поверхностях деталей задан теплообмен с окружающей средой, для чего использована эмпирическая формула конвективного теплообмена, учитывающая скорость обдува воздухом и закон Стефана-Больцмана теплообмена излучением.

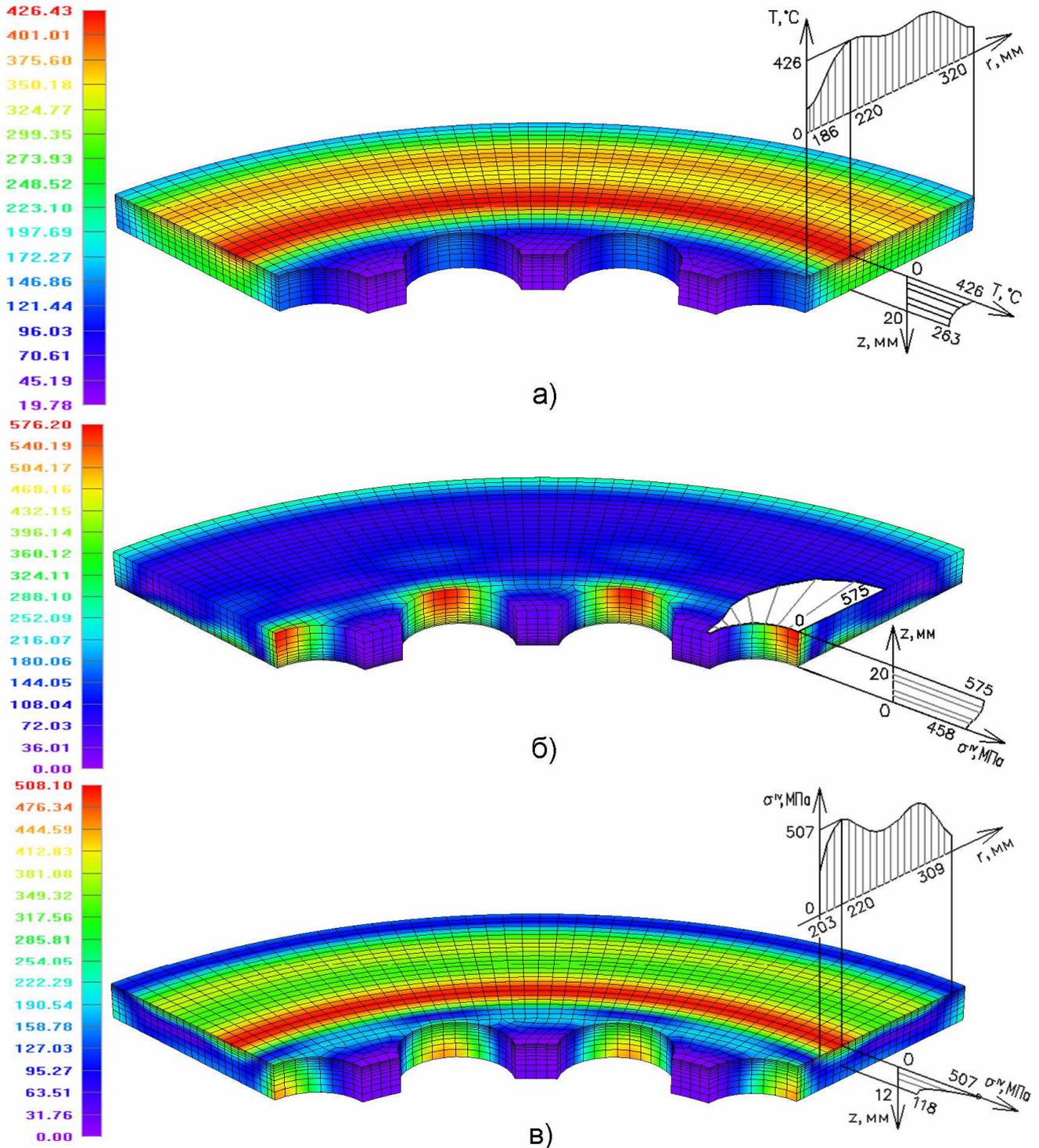


**Рис. 7. Зависимости максимальных эквивалентных напряжений от температуры в узле венца в области: 1, 3, 5 – растяжения; 2, 4, 6 – сжатия; 7– кривая условного предела текучести и 8–предела прочности для стали 20X13 в зависимости от температуры; кривые 1 и 2 соответствуют скорости 200 км/ч, 3 и 4 – 180 км/ч, 5 и 6 – 160 км/ч**

По результатам стендовых испытаний в лаборатории «ТВЗ» для режима экстренного торможения при начальной скорости 200 км/ч время до полной остановки составило 80 с, для скорости 180 км/ч – 70 с, для скорости 160 км/ч – 60 с (рис. 7). Падение скорости происходило равномерно при силе нажатия на колодки 23 кН и коэффициенте трения 0,25. При решении нестационарной задачи теплопроводности шаг по времени задавался равным 5 с.

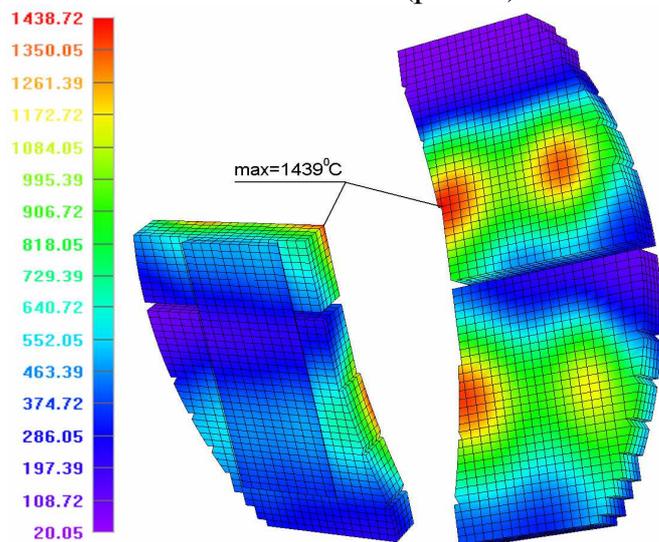
Для сравнения с условным пределом текучести и пределом прочности для материала диска – стали 20X13, зависящими от температуры, для узлов с максимальными напряжениями построены графики в системе координат «напряжения-температуры» (рис. 7). Как видно из рис. 7, имеет место значительное превышение кривой условного предела текучести 7 как для области растяжения 1, так и для области сжатия 2 для скорости 200 км/ч и кривой 4 для

скорости 180 км/ч. Таким образом, в режиме экстренного торможения для скоростей свыше 160 км/ч возможно возникновение пластических деформаций на поверхности торможения, где наблюдается сжатие, что может привести к интенсивному накоплению усталостных повреждений при торможениях и преждевременному выходу тормозного диска из строя.

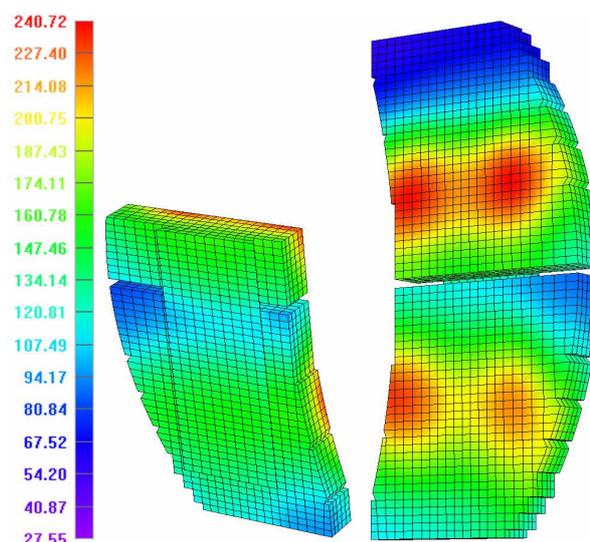


**Рис. 8. Распределение в диске для начальной скорости 200 км/ч:**  
**а - температур на 45 с; б – эквивалентных напряжений  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{IV}}$  в области растяжения на 45 с (вид снизу); в - эквивалентных напряжений в области сжатия на 20 с.**

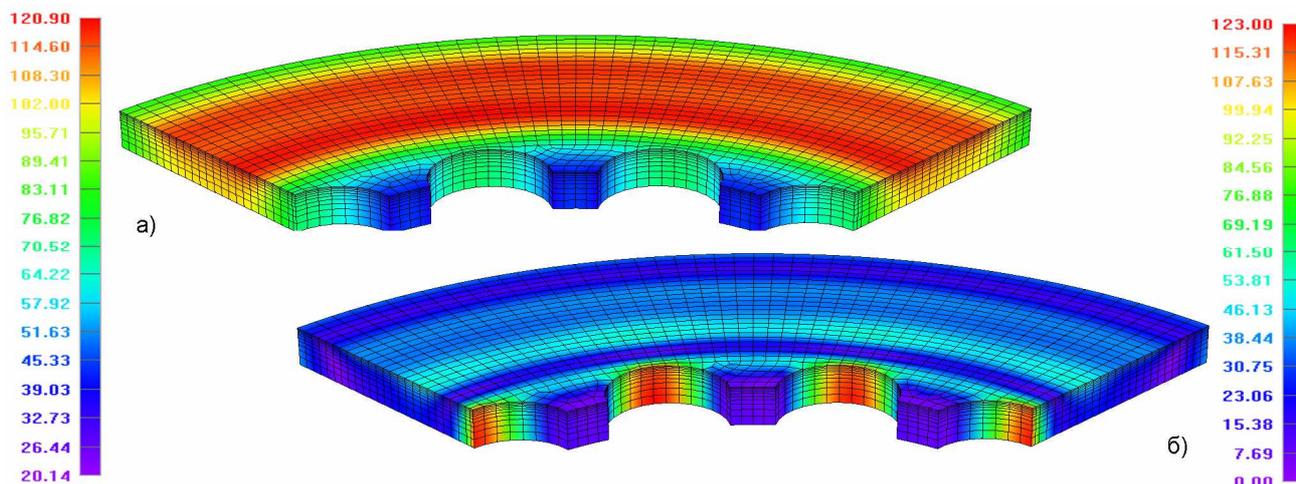
На рис. 8 приведены распределения температур и эквивалентных напряжений  $\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}}$  в те моменты времени, когда достигаются максимумы. Для температур – это  $426^{\circ}\text{C}$  на 45 с, напряжений в области сжатия – это 507 МПа на 20 с и напряжений в области растяжения – это 575 МПа на 45 с при начальной скорости 200 км/ч. Температуры для накладок получились несколько завышенными в силу допущения постоянства эпюры контактных сил, принимаемого в модели без учёта износа. Максимум температуры в накладке составил  $1439^{\circ}\text{C}$  на 30 с (рис. 9).



**Рис. 9.** Распределение температур в накладках на 30 с для случая экстренного торможения



**Рис. 10.** Изолинии температур на 1600 с для накладок в случае режима графикового ведения поезда



**Рис. 11.** Изолинии температур (а) и напряжений (б) в диске на 1600 с

Для расчёта нестационарных температурных полей и напряжений в деталях тормоза при графиковом ведении поезда на ветке Нижний Новгород–Владимир доступными исходными данными являлись график скорости движения поезда и информация о средней силе нажатия на колодки, равной 3,6 кН. Постоянство силы нажатия в расчёте означало допущение постоянства эпюры контактных давлений, то есть зависимость теплового потока во времени только от скорости.

Конечноэлементная схема, как и граничные условия теплообмена, использовались такие же, как и в случае режима экстренного торможения.

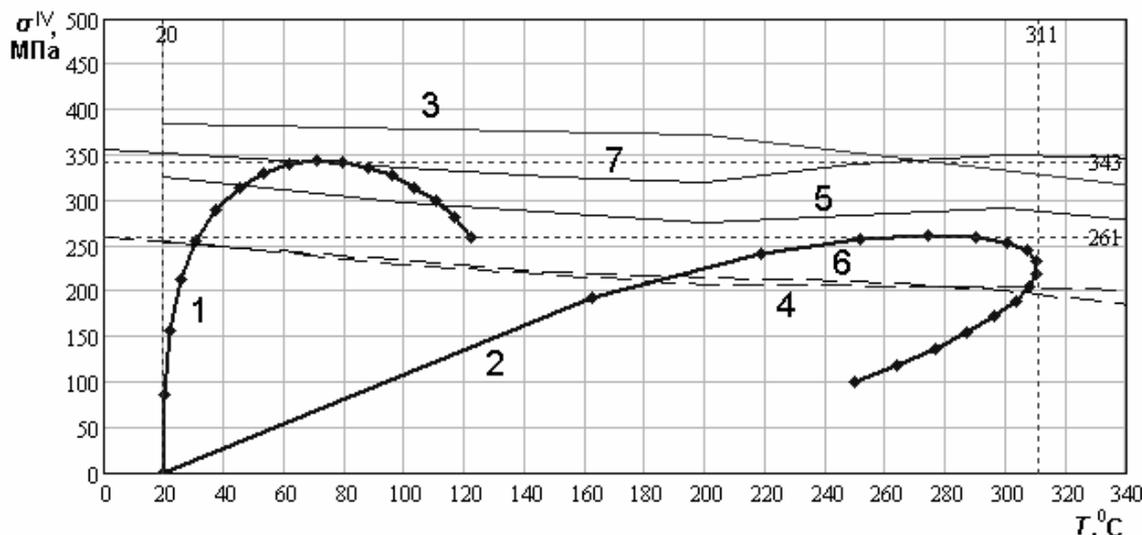
Для наблюдения за процессом во времени, были выбраны узлы на поверхности диска и накладок с максимальными значениями приложенной тепловой мощности. Приведенные на рис. 11,а изолинии соответствуют одному из максимумов температур в диске –  $121^{\circ}\text{C}$ , наблюдаемому в момент времени 1600 с, для этого же момента времени приведены изолинии эквивалентных напряжений с максимумом 123 МПа (рис. 11, б). На рис. 10 приведены изолинии температуры в накладках с максимумом  $241^{\circ}\text{C}$ . На основе рис. 10 и 11 можно сделать вывод, что для режима графикового ведения поезда на ветке Нижний Новгород–Владимир поля температур и напряжений более равномерно распределены и имеют более умеренные значения, чем для режима экстренного торможения.

Эти результаты согласуются с полученными в лаборатории Тверского института вагоностроения при моделировании режимов экстренного торможения и графикового ведения поезда на стенде.

Результаты расчёта дискового тормоза конструкции «ТВЗ» для режима экстренного торможения показывают, что сплошной диск обладает недостаточной площадью поверхности теплообмена, а его изготовление из коррозионностойкой стали типа 20Х13, имеющей низкую теплопроводность, приводит к повышенным температурам на поверхности диска. Для увеличения площади теплообмена можно использовать самовентилирующийся диск, например, конструкции типа «Knorr-Bremse», состоящий из двух щёк, соединённых многочисленными стержнями. Рационально изготавливать такой диск литьём. Для этого материал диска должен обладать хорошей жидкотекучестью. Если рассматривать в качестве такого материала чугун с компактным графитом, то он, наряду с достаточной прочностью, к тому же обладает и хорошей теплопроводностью.

Был выполнен расчёт такого диска для случая режима экстренного торможения с использованием модели для диска конструкции «ТВЗ» со следующими параметрами чугуна: модуль упругости при растяжении – 160 ГПа, коэффициент Пуассона – 0,267, коэффициент температурного расширения –  $1,01 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ , плотность –  $7660 \text{ кг/м}^3$ , удельная теплоёмкость –  $500 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$ , коэффициент теплопроводности –  $45 \text{ Вт/(м}\cdot\text{K)}$ .

Качественно распределение температур и напряжений для щеки самовентилирующегося диска для режима экстренного торможения похоже на соответствующие распределения для диска конструкции «ТВЗ» с тем отличием, что для чугунного диска напряжения более равномерно распределены по образующей проточки под втулки в области растяжения. Количественно же максимальные температуры и напряжения значительно ниже. Максимум температуры –  $311^{\circ}\text{C}$  на 45 с, максимум напряжения в области растяжения – 343 МПа на 20 с и в области сжатия – 261 МПа на 45 с (рис. 12).



**Рис. 12. Зависимости эквивалентных напряжений для диска в узле от температуры в этом узле для: 1 – узла на посадке под втулки, 2 – узла поверхности трения; зависимости условного предела текучести от температуры для чугунов: 3 – с шаровидным графитом, 4 – с вермикулярным графитом, 6 – ковкого; зависимости предела прочности от температуры для чугунов: 5 – с вермикулярным графитом, 7 – ковкого**

На рис. 12 построены кривые в системе координат «напряжения-температуры» для узлов с максимальными напряжениями, на которые наложены кривые условного предела текучести и предела прочности в зависимости от температуры для различных типов чугунов. Кривые носят условный характер, поскольку плавка чугуна с нужной структурой и свойствами, как и окончательная доводка конструкции, зависят от условий конкретного производства.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поставленные задачи исследования были решены и получены следующие результаты:

- разработана уточнённая математическая модель дискового тормоза конструкции «ТВЗ», позволяющая более полно смоделировать условия теплообмена и напряжённое состояние, в которой также применена и обоснована схема осесимметричного подвода тепловой мощности в объекте со слабой неосесимметричностью геометрической модели;

- разработаны алгоритмы, в которых используются подход к структурной организации коэффициентов глобальных матриц в виде четырёхсвязного списка, адаптированный к методу Холецкого, предложенный матричный способ вычисления напряжений в узлах конечноэлементной схемы, а также предложенные общие матрицы-члены, выделенные при формировании матриц конечных элементов для упругой и температурной задачи с целью сокращения объёма вычислений;

- разработана методика моделирования нестационарных температурных полей и напряжений в деталях дискового тормоза для режима графикового ведения поезда;

– на основе методики и созданных алгоритмов разработана прикладная программа моделирования нестационарных температурных полей и напряжений в деталях дискового тормоза;

– выполнен расчёт нестационарных температурных полей и напряжений для режима экстренного торможения с различных скоростей и отмечен их высокий уровень для материала диска, стали 20Х13: максимальное значение температуры составило  $426^{\circ}\text{C}$  на радиусе 220 мм поверхности трения для момента времени 45 с, в этой же точке, расположенной в области сжатия, максимальное эквивалентное напряжение составило 507 МПа для момента времени 20 с, а максимальное эквивалентное напряжение в области растяжения, на посадочных гнёздах под разрезные втулки, составило 575 МПа для момента времени 45 с от начала торможения со скорости 200 км/ч, что значительно превышает условный предел текучести и не обеспечивает долговечность; для скорости 180 км/ч имеет место превышение условного предела текучести на поверхности трения; для скорости 160 км/ч напряжения близки к пределу текучести, но не превышают его.

– выполнен расчёт для режима графикового ведения поезда по ветке Нижний Новгород–Владимир, для которого характерны невысокие значения максимальных температур, около  $121^{\circ}\text{C}$ , и эквивалентных напряжений, около 50 МПа в области сжатия и 123 МПа в области растяжения;

– построена конечноэлементная схема самовентилирующегося чугунного тормозного диска и выполнен на её основе расчёт для режима экстренного торможения со скорости 200 км/ч при тех же краевых условиях, что и для диска конструкции «ТВЗ» и получены следующие результаты: максимальная температура –  $311^{\circ}\text{C}$  на радиусе 220 мм поверхности трения для момента времени 45 с, там же, как в эпицентре области сжатия, максимальные эквивалентные напряжения – 261 МПа для момента времени 20 с и максимальные эквивалентные напряжения в области растяжения – 343 МПа для момента времени 45 с от начала торможения со скорости 200 км/ч.

Таким образом, разработанные инструментальные средства моделирования нестационарных температурных полей и напряжений позволили решить актуальную задачу железнодорожного транспорта для деталей дискового тормоза скоростного вагона в довольно точной постановке на современном уровне.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Мишин, А.А. Пакет прикладных программ для расчёта нестационарных температурных полей и напряжений в деталях железнодорожных дисковых тормозов / Мишин А.А., Титарёв Д.В., Сакало А.В. // Материалы 58-й научной конференции профессорско-преподавательского состава. – Брянск: БГТУ, 2008. С. 114–116.
2. Мишин, А.А. Тепловая нагруженность диска тормоза скоростного вагона в поездных условиях / Мишин А.А., Пазухин Д.Ю., Сакало В.И. // Проблемы и перспективы развития вагоностроения: Материалы науч.-практ. конф.. Брянск: БГТУ, 2008. С. 73–75.
3. Мишин, А.А. Исследование температурных полей в деталях дискового тормоза на упрощённой модели теплообмена. / Мишин А.А. // Наука и производство – 2009. Материалы международной научно-практической конференции. В 2ч. Брянск: БГТУ, 2009. – ч.1. С. 333–335.
4. **Мишин, А.А. Моделирование нестационарных температурных полей с использованием совместных конечноэлементных схем. / Мишин А.А. // Вестник БГТУ. Том 5. №10. 2009. С. 54–59.**
5. **Мишин, А.А. Расчёт температурных полей и напряжений в деталях дискового тормоза скоростного вагона / Мишин А.А. // Вестник ВНИИЖТ. 2010. №6. С. 38–42.**
6. **Мишин, А.А. Сравнение результатов термоупругого расчёта сплошного тормозного диска скоростного вагона и самовентилирующегося диска типа «Knorr-Bremse» для режима экстренного торможения / Мишин А.А. // Вестник БГТУ. 2011. №3. С. 24-30.**
7. Мишин, А.А. Расчёт температурных полей и напряжений в тормозном диске тележек 68-4095 производства «ТВЗ» / Мишин А.А. // Достижения молодых учёных в развитии инновационных процессов в экономике, науке, образовании: Материалы III международной научно-практической конференции. Брянск: БГТУ, 2011. – ч.1. С. 11-13.

Полужирным шрифтом выделены публикации в журналах, которые входят в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, определённых ВАК, для публикации основных научных результатов диссертаций на соискание учёных степеней доктора и кандидата наук.



Мишин Алексей Александрович

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ  
ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ И НАПРЯЖЕНИЙ В ДЕТАЛЯХ ДИСКОВОГО  
ТОРМОЗА ВАГОНА

Автореферат

Подписано к печати 23 ноября 2011 г.  
Тираж 100 экз. Объем 1 п.л.  
Заказ № 2000

---

Отпечатано на полиграфической базе  
Брянского государственного технического университета  
Адрес: 241035, г. Брянск; бульвар 50-летия Октября, 7.

