

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени И.С. Тургенева»

---

На правах рукописи



Корнеев Андрей Юрьевич

**Методология расчета и динамический анализ  
конических подшипников жидкостного трения**

Специальность 2.5.2. Машиноведение (технические науки)

Научный консультант –  
доктор технических наук, профессор,  
Заслуженный деятель науки РФ  
Савин Л. А.

**ДИССЕРТАЦИЯ**  
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ  
ДОКТОРА ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Орел – 2021

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение</b> .....	4
<b>1. Конические подшипники жидкостного трения</b>	
<b>как объект исследования и проектирования</b> .....	15
1.1. Принципы работы, применение и требования к опорам роторов.....	15
1.2. Классификация подшипников.....	26
1.3. Анализ исследований конических подшипников.....	37
1.4. Конструктивные решения и патентный обзор.....	59
<b>2. Расчет полей давлений в конических подшипниках</b> .....	70
2.1. Расчетные схемы конических подшипников.....	70
2.2. Система уравнений для расчета полей давлений.....	78
2.2.1. Уравнения Навье-Стокса и Рейнольдса.....	78
2.2.2. Уравнение баланса энергий.....	82
2.2.3. Уравнение баланса расходов.....	86
2.3. Дополнительные соотношения и допущения.....	88
2.4. Вычислительные методы и алгоритмы.....	93
<b>3. Гидродинамические эффекты и характеристики конических подшипников</b> .....	107
3.1. Конические гидродинамические подшипники (ГДП).....	107
3.1.1. Влияние эксцентриситета на характеристики конических ГДП.....	111
3.1.2. Влияние угла конусности на характеристики конических ГДП.....	115
3.1.3. Влияние температуры смазочного материала на характеристики конических ГДП.....	121
3.1.4. Влияние высоты клина на характеристики конических ГДП.....	125
3.2. Конические гидростатические подшипники (ГСП).....	129
3.3. Влияние различных эффектов на характеристики подшипников.....	144
3.3.1. Влияние турбулентности на характеристики подшипников.....	144
3.3.2. Влияние эффекта Ломакина на характеристики подшипников.....	148
<b>4. Динамический анализ роторной системы на конических подшипниках</b> .....	152
4.1. Задачи динамического анализа и модель подвеса ротора.....	152
4.2. Динамические коэффициенты жесткости и демпфирования.....	159
4.3. Анализ устойчивости роторной системы на конических подшипниках.....	169
4.4. Метод траекторий.....	178
4.4.1. Траектории движения ротора в конических ГДП.....	185
4.4.2. Траектории движения ротора в конических ГСП.....	188

4.4.3. <i>Пространственные траектории движения ротора         в конических подшипниках</i> .....	190
<b>5. Экспериментальные исследования конических подшипников</b> .....	194
5.1. Постановка задач и планирование эксперимента.....	194
5.2. Экспериментальные стенды и конструкции подшипниковых установок....	200
5.3. Методика проведения экспериментальных исследований .....	211
5.4. Анализ результатов экспериментальных исследований.....	219
<b>6. Вопросы проектирования конических подшипников</b> .....	228
6.1. Методика проектирования конических подшипников жидкостного трения...228	
6.1.1. <i>Алгоритм проектировочного расчета геометрических                 параметров конических подшипников</i> .....	244
6.1.2. <i>Обоснование выбора структуры радиально-осевых опор роторов</i> .....	251
6.2. Влияние температурных деформаций роторов на характеристики конических подшипников жидкостного трения .....	258
6.3. Рекомендации по проектированию конических подшипников жидкостного трения.....	264
6.4. Описание программного обеспечения для расчета конических подшипников.....	270
6.4.1. <i>Программа расчета характеристик                 конических подшипников в среде «MathCAD»</i> .....	270
6.4.2. <i>Программное обеспечение для расчета траекторий                 движения ротора в конических подшипниках в среде «MatLab»</i> ....	276
6.4.3 <i>Программа расчета пространственных траекторий                 движения ротора в конических подшипниках</i> .....	280
<b>Заключение и основные результаты работы</b> .....	284
<b>Список сокращений и условных обозначений</b> ... ..	288
<b>Список литературы</b> .....	291
<b>Приложения</b> .....	321
<b>Приложение А.</b> Листинг программы расчета характеристик конического ГСП с прямоугольными камерами в среде «MathCAD».....	322
<b>Приложение Б.</b> Листинг программы расчета траекторий движения ротора в конических подшипниках в среде «MatLab».....	336
<b>Приложение В.</b> Листинг программы расчета пространственных траекторий движения ротора в конических подшипниках.....	343
<b>Приложение Г.</b> Акты внедрения, патенты и свидетельства.....	350

## **ВВЕДЕНИЕ**

**АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ.** Подшипниковые узлы являются базовыми элементами роторных машин, во многом определяющие технические характеристики, надежность и ресурс изделий. В качестве опор роторов используются триботехнические устройства с различными физическими принципами создания несущей способности, включая подшипники качения, магнитные подшипники, подшипники жидкостного трения, газовые подшипники и различные виды их комбинаций. Наиболее широкое распространение в силу целого ряда причин получили подшипники качения, которые производятся специализированными фирмами. В отдельных видах агрегатов для перекачки газовых и многокомпонентных сред находят свое применение магнитные подшипники. При этом существует целый ряд роторных машин, в которых обеспечение вращательных движений рационально осуществлять с использованием подшипников жидкостного трения. В первую очередь, это тяжелые роторные энергетические турбоагрегаты, высокоскоростные турбомшины, детандеры, компрессоры и насосы общепромышленного назначения, шпиндели металлорежущих станков и т.п.

Большинство роторов нагружается радиальными и осевыми силами, для восприятия которых необходимо использовать также упорные подшипники, что приводит к увеличению габаритов машины, усложнению конструкции, повышению расхода смазочного материала и потерь мощности. Использование конических подшипников жидкостного трения (КПЖТ), основными достоинствами которых являются одновременное восприятие радиальных и осевых нагрузок, упрощение конструкции за счет отсутствия необходимости установки упорного подшипника, уменьшение осевых размеров и возможность выставления зазора при монтаже, дает возможность решить обозначенные проблемы.

Однако, анализ научной литературы за период с начала 60-х годов прошлого столетия по настоящее время показывает, что за это время было опубликовано сравнительно небольшое количество работ по теме диссертации,



изучение которых показало, что большинство их в основном базируются на различных допущениях, практически нет работ по динамическому анализу и устойчивости роторных систем на конических подшипниках, проблемы снижения массогабаритных размеров роторно-опорных узлов на конических подшипниках жидкостного трения не решаются должным образом. Учитывая недостаточный уровень теоретических и экспериментальных исследований в области расчета и проектирования конических подшипников, связанный, в первую очередь, с технологическими трудностями изготовления и монтажа конических опорных поверхностей, а также с трудностью решения задачи, которая основывается на совместном решении уравнений гидромеханики, термодинамики, теплофизики и теории колебаний, на данный момент не позволяет применять данные опоры повсеместно. Поэтому развитие методологии расчета и динамического анализа роторной системы на конических подшипниках жидкостного трения является актуальной темой диссертации.

Настоящая диссертационная работа выполнялась в соответствии с научно-техническими программами Министерства образования Российской Федерации «Научные исследования высшей школы в области транспорта» – проект № 005.02.01.42 (2000 г.), «Научные исследования высшей школы по приоритетным направлениям науки и техники» – проект № 205.02.01.001 (2001 – 2002гг.) и проект № 205.02.01.056 (2003 г.), грант РФФИ № 09-08-99020 (2009-10 гг.) «Разработка фундаментальных принципов создания мехатронного подвеса роторов электро- и турбомашин», Государственным контрактом №14.740.11.0030 (2010 г.) «Мехатронные опоры роторов агрегатов и машин новых поколений», в рамках выполнения проекта № 9.101.2014/К проектной части государственного задания в сфере научной деятельности «Гидродинамические эффекты в напорно-сдвиговых течениях сред сложной реологии в каналах переменной геометрии» (2014 – 2016 гг.), поддержана Государственным фондом естественных наук Китая (грант № 51405410 «Изучение динамических характеристик и экспериментальные исследования нового типа роторно-опорного узла на базе конического гибридного подшипника с металлорезиновым (МР) демпфером в высокоскоростной роторной

системе»), а также в рамках договоров о научно-техническом сотрудничестве с ОАО «Калужский турбинный завод», ПАО «Кузнецов» (г. Самара), АО «Гидрогаз» (г. Воронеж), Юго-Западным государственным университетом (г. Курск), Харбинским политехническим университетом и Сямыньским технологическим университетом (КНР).

**ЦЕЛЮ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ** является решение научно-технической проблемы снижения массогабаритных размеров роторно-опорных узлов на конических подшипниках жидкостного трения путем решения комплекса задач анализа и синтеза конических подшипников на основе разработки математических моделей расчета статических и динамических характеристик, инструментальных средств проектирования.

Для достижения сформулированной цели в работе были поставлены и решены следующие **ЗАДАЧИ**:

- разработать классификацию конических подшипников жидкостного трения, основанную на комплексе новых технических решений подшипниковых узлов с различными видами питающих камер и дросселирования смазочного материала;
- сформировать теоретические основы расчета полей давлений в смазочном слое конических подшипников жидкостного трения в условиях переменных теплофизических свойств и турбулентного течения смазочного материала на основе совместного решения модифицированного уравнения Рейнольдса, уравнений баланса энергий и баланса расходов и уравнения взаимосвязи теплофизических свойств;
- разработать математические модели и алгоритмы расчета несущей способности, расхода смазочного материала, потерь мощности на трение и прокачку конических подшипников и исследовать на основе разработанных программ расчета влияние эффекта турбулентности смазочного слоя на статические характеристики конических опор;
- разработать алгоритм построения кривых подвижного равновесия в конических подшипниках жидкостного трения;
- разработать математическую модель расчета коэффициентов жесткости и демпфирования конических подшипников и исследовать на основе разработанных

программ расчета полученные основные закономерности динамических характеристик от геометрических и рабочих параметров конических опор;

- решить задачу анализа радиальной и осевой устойчивости роторов на конических подшипниках путем решения уравнений движения и расчета коэффициентов жесткости и демпфирования;

- провести численное решение задачи построения пространственных траекторий движения центра ротора и разработать программное обеспечение для динамического анализа роторной системы на конических подшипниках жидкостного трения, выполнить комплекс вычислительных расчетов;

- провести комплекс экспериментальных исследований роторно-опорных узлов на конических подшипниках с целью сравнительного анализа результатов с теоретическими исследованиями, на основании которого разработать практические рекомендации по снижению повышенной вибрации в роторной системе;

- разработать методологию расчета конических подшипников жидкостного трения в виде методики проектирования, рекомендаций и программ расчета, позволяющих обеспечить выбор параметров подшипников, расчет статических и динамических характеристик, устойчивости роторной системы на конических опорах;

- предложить на основе полученных результатов новые технические решения конических подшипников жидкостного трения и рекомендации по проектированию конических подшипников в качестве опор роторов.

***ОБЪЕКТОМ ИССЛЕДОВАНИЯ*** являются роторно-опорные узлы с коническими подшипниками жидкостного трения.

***ПРЕДМЕТОМ ИССЛЕДОВАНИЯ*** являются статические и динамические характеристики конических подшипников жидкостного трения.

***НАУЧНАЯ НОВИЗНА:***

1. Разработана классификация конических подшипников жидкостного трения, основанная на комплексе новых технических решений подшипниковых узлов с различными видами питающих камер и дросселирования смазочного материала.

2. Сформулированы теоретические основы расчета полей давлений в смазочном слое конических подшипников жидкостного трения в неизотермической постановке, основанной на численном решении краевой задачи с использованием базовых уравнений гидродинамической теории смазки и термодинамики с учетом турбулентности, совместного действия напорных и сдвиговых течений и изменения теплофизических свойств смазочного материала в смазочном слое.

3. Разработаны математические модели и алгоритмы расчета несущей способности, расхода смазочного материала, потерь мощности на трение и прокачку, коэффициентов жесткости и демпфирования для различных типов конических подшипников жидкостного трения и получены основные закономерности статических и динамических характеристик от геометрических и рабочих параметров конических опор.

4. Разработан алгоритм построения пространственных кривых подвижного равновесия в конических подшипниках жидкостного трения и представлены результаты реализации данного алгоритма.

5. Решена задача анализа радиальной и осевой устойчивости движения ротора в конических подшипниках скольжения, основанная на решении характеристического уравнения возмущенного состояния ротора с использованием метода  $D$ -разбиений для построения областей устойчивой работы роторной системы.

6. Разработана математическая модель расчета пространственных траекторий движения центра масс ротора в смазочном слое конических подшипников жидкостного трения, основанная на совместном интегрировании уравнений движения и уравнений гидродинамики, и представлены результаты численной реализации модели.

**МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ.** Расчет полей давлений в смазочном слое конических подшипников жидкостного трения осуществлялся на основе совместного решения уравнений Рейнольдса, балансов энергий и расходов с учетом нестационарного положения вала, а также соотношений теплофизических и термодинамических параметров. Решение системы уравнений проводилось методом конечных разностей. Для аппроксимации табличных данных различных величин

применялся метод наименьших квадратов, реализованный в системе «MathCAD». Численное решение задачи определения статических и динамических характеристик и устойчивости роторной системы на конических подшипниках скольжения проводилось с помощью специально разработанных автором программ расчета в среде «MathCAD». Построение траекторий движения ротора для динамического анализа и устойчивости роторной системы на конических подшипниках жидкостного трения осуществлялось с помощью разработанного программного обеспечения в среде «MatLab».

Для проверки адекватности разработанных теоретических положений и полученных с помощью программ и программного обеспечения результатов был проведен комплекс модельных физических экспериментов на специально разработанном стенде с использованием современной измерительной аппаратуры, а также выполнен сравнительный анализ теоретических расчетов с результатами экспериментальных исследований. Обработка полученных экспериментальных данных осуществлялась при помощи пакетов прикладных программ «MatLab» и «LabView» с использованием математико-статистического анализа.

**ДОСТОВЕРНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ** обеспечивается корректностью постановки задач, обоснованностью используемых теоретических зависимостей, принятых допущений и ограничений, применением известных математических методов, проведением экспериментов и подтверждается качественным и количественным согласованием результатов теоретических исследований с экспериментальными данными, полученными автором на разработанных экспериментальных стендах с использованием современной измерительной аппаратуры.

***ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ ПОЛОЖЕНИЯ:***

1. Классификация конических подшипников жидкостного трения, основанная на комплексе новых технических решений, отличающихся наличием опор с различными видами дросселирования, состоянием рабочих поверхностей, наличием упругих, демпфирующих и подвижных элементов.

2. Теоретические основы и результаты расчета полей давлений в смазочном слое конических подшипников жидкостного трения в неизотермической постановке, основанной на численном решении краевой задачи с использованием базо-

вых уравнений гидродинамической теории смазки и термодинамики с учетом турбулентности, совместного действия напорных и сдвиговых течений и изменения теплофизических свойств смазочного материала.

3. Математические модели и алгоритмы расчета несущей способности, расхода смазочного материала, потерь мощности на трение и прокачку, коэффициентов жесткости и демпфирования для различных типов конических подшипников жидкостного трения.

4. Алгоритм построения пространственных кривых подвижного равновесия в конических подшипниках жидкостного трения.

5. Результаты решения задачи анализа радиальной и осевой устойчивости движения ротора в конических подшипниках скольжения, основанная на решении характеристического уравнения возмущенного состояния ротора с использованием метода  $D$ -разбиений для построения областей устойчивой работы роторной системы.

6. Математическая модель расчета пространственных траекторий движения центра масс ротора в смазочном слое конических подшипников жидкостного трения, основанная на совместном интегрировании уравнений движения и уравнений гидродинамики.

7. Результаты экспериментальных исследований роторно-опорных узлов на конических подшипниках с целью сравнительного анализа результатов с теоретическими исследованиями, на основании которого разработаны практические рекомендации по снижению повышенной вибрации в роторной системе.

8. Методология расчета конических подшипников жидкостного трения в виде методики проектирования, рекомендаций и программ расчета, позволяющих обеспечить выбор параметров подшипников, расчет статических и динамических характеристик, устойчивости роторной системы на конических опорах.

9. Новые технические решения конических подшипников жидкостного трения и рекомендации по проектированию конических подшипников в качестве опор роторов.

### ***ПРАКТИЧЕСКАЯ ЦЕННОСТЬ И РЕАЛИЗАЦИЯ РАБОТЫ.***

1. Разработана методология расчета конических подшипников жидкостного трения в виде методики проектирования, рекомендаций и программ расчета, позволяющих обеспечить выбор параметров подшипников, расчет статических и

динамических характеристик, устойчивости роторной системы на конических подшипниках. На разработанные программы для ЭВМ получены 2 свидетельства о регистрации данных программ.

2. Разработаны новые технические решения конических подшипников жидкостного трения, конструктивные особенности которых позволяют повысить долговечность и надёжность работы опорного узла путём применения дополнительных элементов. Новизна технических решений подтверждается 9 патентами РФ на изобретение и патентом РФ на полезную модель.

Разработанные на основе математической модели программы расчета статических и динамических характеристик, а также программное обеспечение для динамического анализа и устойчивости роторной системы на конических подшипниках жидкостного трения могут быть использованы в конструкторских бюро и технических отделах промышленных предприятий, занимающихся разработкой, прежде всего насосного и компрессорного оборудования. Результаты работы внедрены и используются при проектировании роторных систем высокоскоростных турбомашин в ОАО «Калужский турбинный завод», ПАО «Кузнецов» (г. Самара), АО «Гидрогаз» (г. Воронеж).

**АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ.** Материалы диссертации докладывались и обсуждались на Международной научно-технической конференции «Системные проблемы качества, математического моделирования и информационных технологий» (Москва, 1999); I-ом и II-ом Международных научных симпозиумах «Механизмы и машины ударного, периодического и вибрационного действия» (Орел, 2000, 2003); Всероссийской научно-технической конференции «Аэрокосмическая техника и высокие технологии» (Пермь, 2001); Международной дистанционной научно-технической конференции «Фундаментальные и прикладные проблемы технологии машиностроения» (Орел, 2001); II-ой Всероссийской научно-технической конференции «Прикладные задачи механики и теплообмена в авиастроении» (Воронеж, 2001); III-ей Международной научно-технической конференции «Авиакосмические технологии» (Воронеж, 2002); V-ой, VI-ой и VIII-ой Международных научно-технических конференциях «Вибрационные машины и

технологии» (Курск, 2001, 2003, 2008), Международных научно-технических симпозиумах «120 лет гидродинамической теории смазки» и «Гидродинамическая теория смазки – XXI» (Орел, 2006, 2016); III-ем и IV-ом Международных научных симпозиумах «Ударно-вибрационные системы, машины и технологии» (Орел, 2006, 2010); I-ом и II-ом Всероссийских научно-методических конференциях «Основы проектирования и детали машин – XXI век» (Орел, 2007, 2010); научно-практической конференции «Образование, наука, производство и управление» (Старый Оскол, 2008); региональной научно-практической конференции «Инжиниринг-2009» (Орел, 2009); IX-ой и XII-ой Международных научно-технических конференциях «Вибрация-2010. Управляемые вибрационные технологии и машины» и «Вибрация-2016: Вибрационные технологии, мехатроника и управляемые машины» (Курск, 2010, 2016); IX-ой Международной конференции «Machine Learning and Cybernetics» (Циньдао, КНР, 2010), II-ой Международной научно-технической конференции «Пром-Инжиниринг» (Челябинск, 2016), кафедре «Проектирование механизмов и деталей машин» Тульского государственного университета, кафедре «Автомобильный транспорт и сервис автомобилей» Южно-Уральского государственного университета, кафедре «Механика, мехатроника и робототехника» Юго-Западного государственного университета, а также на научно-технических конференциях и семинарах кафедр «Динамика и прочность машин», «Мехатроника и международный инжиниринг», «Механика, мехатроника и робототехника» Орловского государственного университета им. И.С. Тургенева (Орловского государственного технического университета, Госуниверситета – УНПК), 2000 – 2021 гг.

**ПУБЛИКАЦИИ.** По теме диссертации опубликовано **66** научных трудов, включая **53** статьи (из них **31** в рецензируемых научных журналах и изданиях, определенных Перечнем высшей аттестационной комиссии при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации), монографию, **9** патентов РФ на изобретение, патент РФ на полезную модель и **2** свидетельства об официальной регистрации программ для ЭВМ.



**СТРУКТУРА И ОБЪЕМ РАБОТЫ.** Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы из **274** наименований, **4** приложений и содержит **320** страниц основного текста, **178** рисунков и **16** таблиц. Данная диссертационная работа посвящена вопросам расчета и проектирования конических подшипников жидкостного трения. Приводятся классификация и основные принципы работы конических подшипников, обзор исследований в данной области за последние 50 лет как отечественными, так и зарубежными учеными, рассмотрены разнообразные конструктивные решения и представлен патентный обзор. Во второй главе представлена математическая модель расчета конических подшипников скольжения с опорной поверхностью различной геометрической формы на основе решения двух фундаментальных законов гидродинамической теории смазки: закона сохранения массы и закона сохранения импульса, приведены расчетные схемы, алгоритм расчета, вычислительные методы. Методика расчета статических и динамических характеристик гидродинамических и гидростатических опор роторов высокоскоростных турбомашин в условиях переменных теплофизических свойств и турбулентного состояния смазочного материала подробно рассмотрена в следующей главе. Результаты приводятся в виде соответствующих графиков и диаграмм. Приводится оценка влияния различных эффектов на характеристики конических подшипников с опорной поверхностью различной геометрической формы. Четвертая глава посвящена динамическому анализу роторной системы на конических подшипниках жидкостного трения. Ставятся задачи динамического анализа, приводятся динамические модели подвеса роторов на конических опорах, рассчитываются динамические коэффициенты жесткости и демпфирования, решается задача обеспечения устойчивости движения роторов на конических подшипниках, строятся плоские и пространственные траектории движения центра цапфы ротора методом траекторий. Пятая глава посвящена экспериментальным исследованиям конических подшипников жидкостного трения, используемых в высокоскоростных роторных системах. Осуществляется постановка задач и планирование эксперимента, приведены конструкции экспериментальных стендов и подшипниковых установок, рассмотрена методика проведения и анализ результатов экспериментальных исследований. Заключительный раздел посвящен структуре

проектирования конических подшипников жидкостного трения, решаются задачи анализа и синтеза исследуемых подшипников, формулируются рекомендации по расчету и проектированию конических опор скольжения роторов высокоскоростных турбомашин при работе в условиях турбулентного течения смазочного материала и делаются выводы о работоспособности последних. Отдельный раздел посвящен описанию программ расчета характеристик гидродинамических и гидростатических подшипников скольжения и программного обеспечения для динамического анализа конических подшипников и построения плоских и пространственных траекторий движения центра цапфы.

*Автор выражает благодарность научному консультанту д.т.н., проф., Заслуженному деятелю науки РФ Л.А. Савину за всестороннюю помощь в проведении научных исследований по данной тематике.*

# **1. *КОНИЧЕСКИЕ ПОДШИПНИКИ ЖИДКОСТНОГО ТРЕНИЯ КАК ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ***

## **1.1. Принципы работы, применение и требования к опорам роторов**

Скольжение между чистыми твердыми поверхностями обычно характеризуется высоким коэффициентом трения и интенсивным износом, связанным со специфическими свойствами поверхностей, таких как низкая твердость, высокая поверхностная энергия, химическая активность и взаимная растворимость. Чистые поверхности легко адсорбируют остатки нежелательных примесей, таких как органические смеси, из окружающей среды. Новые формы поверхностей обычно имеют более низкий коэффициент трения и износ по сравнению с чистыми (гладкими) поверхностями. Наличие слоя другого материала между поверхностями не гарантирует процесса скольжения. Тем не менее, смазочные материалы сознательно применяются для образования низкого трения и износа. Термин «смазка» применяется в двух случаях: твердая смазка и гидродинамическая (жидкостная или газовая) смазка [1, 2].

Твердой смазкой является любой материал, используемый в виде порошка или тонкой твердой пленки на поверхности для обеспечения защиты от разрушения в процессе относительного движения путем снижения трения и износа. Твердые смазки используются в случаях, в которых происходит любой скользящий контакт, для примера, работа подшипника при высоких нагрузках и низких скоростях, и когда гидродинамически смазываемый подшипник требует частых операций пуска и останова машины. Термин твердой смазки объединяет широкий спектр материалов, обеспечивающих низкое трение и износ. Магнитные материалы также используются для обеспечения низкого износа и/или в предельных рабочих условиях [2].

Тонкие пленки, сравнимые по толщине с величиной шероховатости движущихся поверхностей и полученные в результате относительно низкого трения и износа, могут приводить к контакту поверхностей. Смазочная пленка достаточной толщины между двумя поверхностями в относительном движении предотвращает

контакт поверхностей и может обеспечивать очень низкое трение (порядка 0,001 – 0,003) и незначительный износ. Смазочная среда может быть жидкой или газовой, даже пленка воздуха, перемещаемого между двумя движущимися поверхностями, может являться достаточно хорошей смазкой [2].

В опорах скольжения различают следующие основные режимы смазки: жидкостная, полужидкостная и граничная. При жидкостной смазке опорные поверхности разделены сплошным масляным слоем; непосредственное трение между поверхностями вала и подшипника отсутствует. Коэффициент трения при жидкостной смазке незначителен (0,005 – 0,0005), потери на трение и тепловыделение незначительны, износа поверхностей не происходит. Следовательно, данный режим смазки является наиболее благоприятным для работы подшипника [3]. Обязательным условием жидкостной смазки является непрерывная обильная подача масла в подшипник. Давления в смазочном слое, необходимые для восприятия действующих на подшипник нагрузок и предупреждения контакта между поверхностями, создаются при эксцентричном положении ротора в опоре в результате непрерывного нагнетания вращающимся ротором смазочного материала в суживающуюся часть зазора. Этот самоподдерживающийся процесс создания давления в смазочном слое носит название гидродинамической смазки [3].

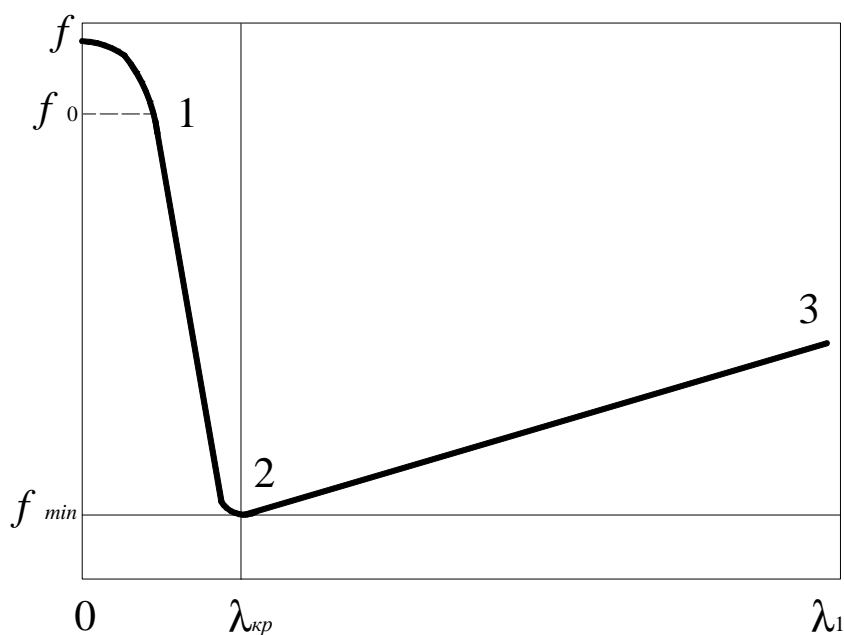
При полужидкостной смазке сплошность смазочной пленки нарушена, и поверхности вала и подшипника соприкасаются своими микронеровностями на участках большей или меньшей протяженности. Этот вид смазки встречается при недостаточной подаче смазочного материала, например масла, или при отсутствии механизма гидродинамической смазки (в подпятниках с плоскими несущими поверхностями). Полужидкостной смазка может возникнуть в подшипниках с гидродинамической смазкой, если толщина смазочного слоя недостаточна для предотвращения соприкосновения микронеровностей вала и подшипника. Коэффициент трения при полужидкостной смазке значительно выше, чем при жидкостной, тепловыделение в подшипнике больше. Поэтому возникновение полужидкостной смазки, особенно в опорах, работающих при значительных частотах вращения, сопряжено с опасностью перегрева и выхода подшипника из строя.

При граничной смазке поверхности ротора и опорной поверхности подшипника соприкасаются полностью или на участках значительной протяженности, что, соответственно, характеризуется отсутствием масляного слоя, разделяющего поверхности трения. Масло находится на соприкасающихся поверхностях только в виде адсорбированной пленки, благодаря наличию которой коэффициент трения при граничной смазке меньше, чем без смазки, но значительно больше, чем при полужидкостной и тем более жидкостной смазке. Граничная смазка наступает при недостаточной подаче смазочного материала и встречается, например, в подшипниках с периодической или недостаточной подачей смазки, но может возникнуть также в опорах скольжения при нарушении механизма гидродинамической смазки. В тяжело нагруженных многооборотных подшипниках возникновение граничной смазки вызывает перегрев, расплавление заливки, схватывание и заедание подшипника [3].

Для иллюстрации изменения процесса трения в опорах скольжения приведена диаграмма Герси – Штрибека (*рисунок 1.1*) [3]. Эта диаграмма для гипотетической подшипниковой системы с жидкой смазкой представляет собой коэффициент трения  $f$  как функцию от характеристики режима работы подшипника  $\lambda_1$ , где  $\lambda_1$  представляет произведение динамической вязкости и угловой скорости, деленное на удельную нагрузку (давление):

$$\lambda_1 = \frac{\mu\omega}{P_m}.$$

При малой скорости скольжения (порядка 0,1 мм/с) и тонком слое смазочного материала (порядка 0,1 мкм) имеет место граничное трение; коэффициент трения  $f$  практически не изменяется при возрастании скорости до некоторого предела. Этот режим работы изображен на кривой участком  $f - 1$ . При дальнейшем возрастании скорости скольжения коэффициент трения быстро уменьшается; поверхности скольжения отдаляются друг от друга, но возможность соприкосновения отдельных выступов шероховатых поверхностей не исключена, т.е. возникает режим полужидкостной смазки (участок 1 – 2 кривой), причем зависимость  $f$  от  $\lambda_1$  линейная [3].



**Рисунок 1.1** Диаграмма Герси – Штрибека

Область трения при полужидкостной смазке является неустойчивой. Если подшипник переходит в эту область, то любой фактор, способствующий снижению  $\lambda_1$  (уменьшение вязкости смазки, увеличение нагрузки, снижение угловой скорости вращения шипа), вызывает повышение коэффициента трения и, следовательно, увеличение температуры рабочей поверхности подшипника. Процесс завершается возникновением граничной смазки.

В области полужидкостной смазки с увеличением угловой скорости и параметра  $\lambda_1$  коэффициент трения резко падает, и режим работы подшипника переходит в область жидкостной смазки. Этим объясняется сравнительно безопасный переход режима работы опор через область полужидкостной смазки в пусковые периоды при достаточном количестве подаваемой смазки. Коэффициент трения  $f$  достигает минимума в тот момент, когда смазочный слой лишь покрывает шероховатости поверхностей скольжения. При дальнейшем возрастании  $\lambda_1$  толщина смазочного слоя увеличивается, и все неровности шероховатости поверхностей скольжения покрываются с избытком, так что их непосредственный контакт полностью исключается; наступает режим трения при жидкостной смазке (*рисунок 1.1*, участок 2 – 3 кривой).

При жидкостной смазке подшипники скольжения устойчиво работают в широком диапазоне эксплуатационных режимов. Это объясняется их способностью приспосабливаться к различным условиям работы благодаря свойству смазочных материалов (в основном, масел) увеличивать вязкость при понижении температуры. Большие зазоры ухудшают несущую способность подшипника, но способствуют уменьшению трения и увеличению прокачки масла через него. Поэтому температура масла подшипников с большим зазором понижается. Повышенная благодаря этому вязкость смазочного материала компенсирует их малую несущую способность. Этим объясняется способность подшипников скольжения работать даже при значительных износах [3]. Подшипники с малым зазором вследствие повышенного тепловыделения работают при высокой температуре; однако уменьшение вязкости смазочного материала при этом компенсируется свойственной им повышенной несущей способностью.

Аналогичную способность саморегулирования подшипник проявляет и при колебаниях рабочего режима. Если, например, возрастает удельная нагрузка, то при этом уменьшается минимальная толщина смазочного слоя; подшипник приближается к режиму трения при полужидкостной смазке. Однако с понижением  $\lambda_1$  одновременно падает коэффициент трения и снижается тепловыделение. В результате повышается вязкость смазочного материала, режим работы подшипника полностью или частично восстанавливается и переходит в состояние устойчивого равновесия. Если температура в рабочей зоне подшипника повышается (например, из-за временного уменьшения подачи смазочного материала), то вязкость масла падает, толщина смазочного слоя уменьшается и может произойти заедание. Однако с понижением вязкости падает коэффициент трения и уменьшается тепловыделение. В результате устанавливается новое состояние равновесия, хотя значение  $\lambda_1$  может быть ниже первоначального.

Таким образом, вязкость смазки в выражении  $\mu\omega/p_m$  играет роль регулятора, который стремится при изменении режима работы подшипника восстановить ее первоначальное значение. Главное условие заключается в том, чтобы механизм восстановления равновесия мог действовать во всем диапазоне возможных коле-

баний режима без перехода опасных значений  $h_{min}$ . Для этого необходимо, чтобы подшипник был рассчитан с достаточным коэффициентом надежности и работал в области небольших эксцентриситетов [3]. Однако безразмерная характеристика режима работы  $\lambda_1$  может служить только для ориентировочной оценки работы подшипника, работающего в режиме жидкостного трения. Для более точного расчета опор скольжения должна быть установлена взаимосвязь целого ряда различных параметров: конструктивных размеров опоры, зазора между трущимися поверхностями, свойств смазывающей жидкости, нагрузки, скорости скольжения, способов теплоотвода и т.д.

По принципу работы подшипники скольжения подразделяются на две большие категории: с гидростатическим принципом создания несущей способности и с гидродинамическим принципом. Есть еще и гидростатодинамический (гибридный) принцип создания несущей способности, однако этот принцип включает в себя совокупное действие двух вышеперечисленных принципов, т.е. образуется из двух принципов создания несущей способности.

Режим смазки, при котором плёнка удерживается с незначительным движением или без относительного движения с помощью внешнего нагнетающего устройства, называется гидростатической смазкой. Гидростатические подшипники (ГСП) выдерживают нагрузку за счет слоя жидкости, подаваемой от внешнего нагнетающего источника (насоса), который превращает сдавливаемую жидкость в пленку. По этой причине эти подшипники часто называются подшипниками с внешним давлением, и конструируются для использования как сжимаемыми, так и несжимаемыми жидкостями. Поскольку ГСП не требуют относительного движения поверхностей для образования несущей способности, как в гидродинамических подшипниках, то они используются в узлах с небольшим или без относительного движения между поверхностями. Подшипники данного типа могут также требоваться в устройствах, где, по какой-либо причине, соприкосновение или трение подшипниковых поверхностей при старте и останове не может быть допущено. Кроме того, гидростатические подшипники обеспечивают высокую жесткость смазочного слоя. Однако, эти подшипники имеют недостаток, заключающийся в



том, что наличие насоса высокого давления и оборудования для очищения смазывающей жидкости занимает дополнительное пространство и, соответственно, приводит к дополнительным затратам. В гидростатических подшипниках коррозионный (химический) износ соприкасающихся поверхностей получается как результат взаимодействия смазочного материала с сопряженными материалами [2].

Гидродинамическая смазка иногда называется жидкостной смазкой. Когда в подшипнике с конвергентным зазором в направлении движения вал начинает двигаться в окружном направлении, тонкий слой жидкости натягивается вследствие вязкостного увлечения и затем сжимается между поверхностями, создавая достаточное (гидродинамическое) давление для поддержания нагрузки без внешнего источника давления. Это и есть принцип образования гидродинамического давления, т.е. механизм, который необходим для эффективного функционирования гидродинамических подшипников, используемых в современном машиностроении. Высокая несущая способность может быть достигнута в подшипниках, которые работают при высоких скоростях и при наличии жидкостей высокой вязкости. Гидродинамическая смазка часто рассматривается как условие идеально смазываемого контакта, поскольку смазочные пленки обычно во много раз толще (обычно 5 – 500 мкм), чем высота шероховатостей на поверхности подшипника, и твердый контакт не происходит. Коэффициент трения при гидродинамическом режиме может быть очень мал (порядка 0,001). Трение возрастает незначительно со скоростью скольжения из-за сопротивления движению вследствие вязкости. Физический контакт происходит во время пуска и останова при низких скоростях поверхностей. Характер контакта обуславливается свойствами смазочного материала, особенно вязкостью, и характеристики трения возникают исключительно при сдвиге вязкого материала, что определяется из решения уравнения Рейнольдса.

При гидродинамической смазке адгезионный износ происходит при пуске и останове, тогда как коррозионный (химический) износ подшипниковых поверхностей может также произойти как результат взаимодействия со смазочным материалом. Один из наиболее эффективных путей минимизирования коррозионного износа – это участие смазочного материала и поверхности подшипника в образо-

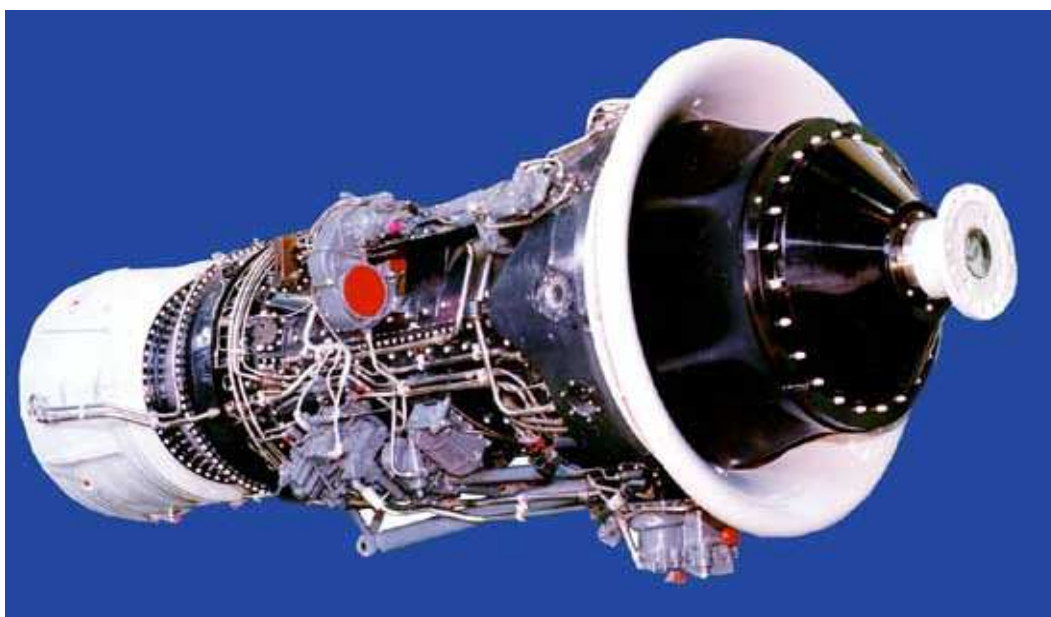
вании относительно полной и инертной пленки на поверхности подшипника. В стальных подшипниковых системах это может быть выполнено с фосфат-содержащими добавками или органо-металлическим напылением. Этот механизм образует пленку, которая появляется в виде голубоватых или коричневых пятен [2].

Основными достоинствами опор скольжения являются следующие: очень высокие (теоретически неограниченные) скорости вращения; достаточная степень бесшумности при правильном проектировании, разъемность конструкции, что облегчает монтаж и демонтаж машин. Следует подчеркнуть, что качественная работа подшипников скольжения не обеспечивается сама собой, а возможна лишь в том случае, когда конструкция подшипника, его размеры, материалы контактирующих деталей, смазочный материал и другие параметры выбраны с учетом его эксплуатационного режима, как было отмечено выше. Такой выбор производится с помощью соответствующих расчетов подшипников и на основе использования накопленного опыта применения их в технике. Этим объясняется широкое использование опор скольжения, несмотря на то, что они нуждаются в тщательной, надежной и бесперебойной смазке и требуют подчас сооружения специальных смазочных систем. Особенно это наблюдается при конструировании машин, которые работают с высокими скоростями и ударными нагрузками, должны обеспечивать бесшумную работу, допускать несложную и быструю разборку, а также удовлетворять ряду других требований [4].

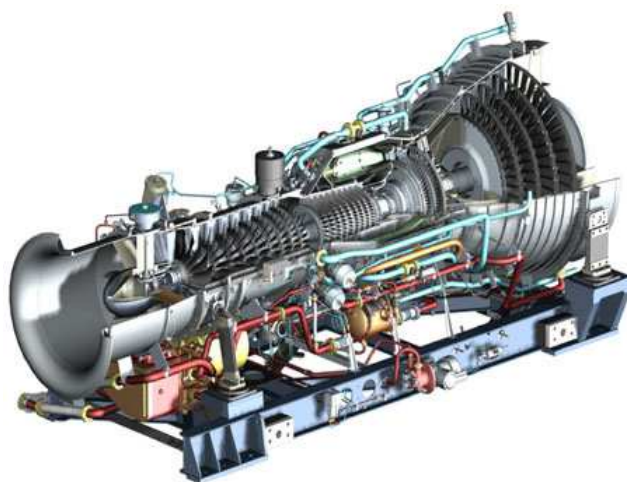
Подшипниковые узлы, как составная часть роторной системы машины, предназначены для обеспечения постоянного положения вращающихся элементов относительно корпуса. Работоспособность роторных систем, используемых в большом классе устройств (насосы, генераторы, детандеры, турбины, двигатели, компрессоры), предназначенных для преобразования энергии и используемых для привода электрогенераторов, нагнетателей газа, судовых движителей и т.д. (*рисунки 1.2 – 1.3*), зависит от характеристик подшипниковых узлов. Предъявляемые к узлам требования формулируются исходя из задач, решаемых не только роторной системой, в которую он входит как составная часть, но и всего агрегата. Таким образом, к роторным системам, помимо общих и специальных, предъявляется

и ряд обязательных требований [5]: обеспечение надежной работы на всех режимах и основных эксплуатационных характеристиках при гарантированном высоком ресурсе и многократном запуске в условиях агрессивных сред (жидкий кислород, водород, аммиак); гарантированная подача смазочного материала на всех режимах работы системы с требуемым расходом и давлением при высокой степени надежности и приемлемым КПД; минимальная масса и габаритные размеры, а, следовательно, максимально допустимая скорость вращения роторов; высокая стойкость к ударным и вибрационным нагрузкам; перекачивание жидкостей как с содержанием газовой фазы, так и с мелкодисперсными твердыми включениями; отсутствие опорных узлов со значительным местным нагревом; высокая антикавитационная способность; минимальная стоимость изготовления и эксплуатации.

Поскольку роторно-опорный узел является наиболее нагруженным и ответственным элементом роторной системы, то, следовательно, основные характеристики которой, такие как ресурс работы, надежность, экономичность, зависят от работоспособности опорных узлов. Кроме того, если обозначенные выше характеристики можно считать общими для всех видов подшипников, то дополнительными требованиями для опорных узлов различных машин и агрегатов являются: сохранение работоспособности в условиях значительных термических деформаций, высокая демпфирующая способность и предельная быстроходность.



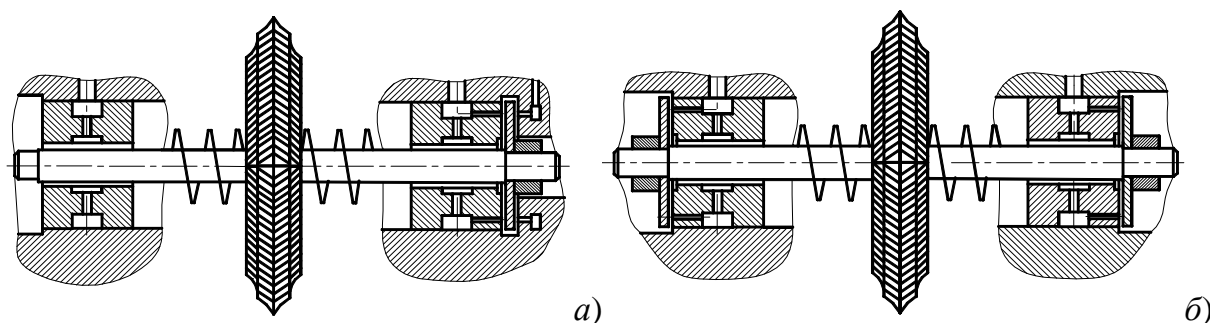
*Рисунок 1.2* Общий вид турбинного двигателя



**Рисунок 1.3** Продольный разрез турбомашины

В связи с этим подшипниковые узлы должны удовлетворять следующим предъявляемым к ним требованиям: иметь достаточную грузоподъемность при небольших габаритах; минимальное трение и износ рабочих поверхностей в течение заданного ресурса; расходовать небольшое количество смазочного материала; обладать повышенной устойчивостью на основных и переходных режимах работы; иметь простую, технологичную и удобную в эксплуатации конструкцию.

В случае воздействия на роторную систему различно ориентированных в пространстве нагрузок традиционные компоновочные схемы подшипниковых узлов предусматривают наличие упорного подшипника (подпятника) (**рисунок 1.4**). Однако такие роторно-опорные узлы обладают следующими недостатками: использование двух типов подшипников (радиального и осевого) приводит к увеличению числа дросселирующих элементов, и, как следствие, к усложнению конструкции и увеличению осевых размеров самого узла.

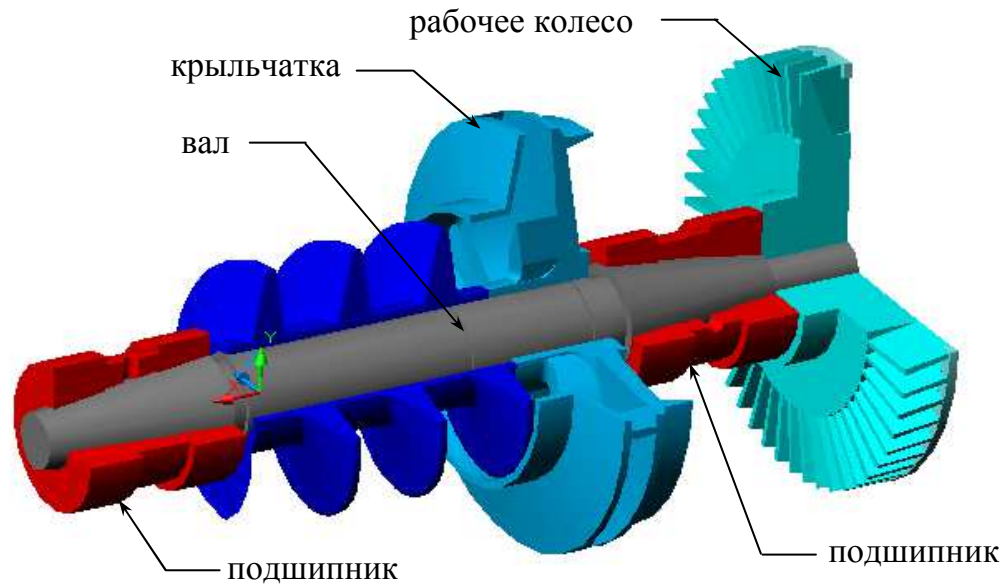


**Рис 1.4** Схемы компоновки радиально-опорных подшипниковых узлов:

*а* – с одним подпятником; *б* – с двумя подпятниками

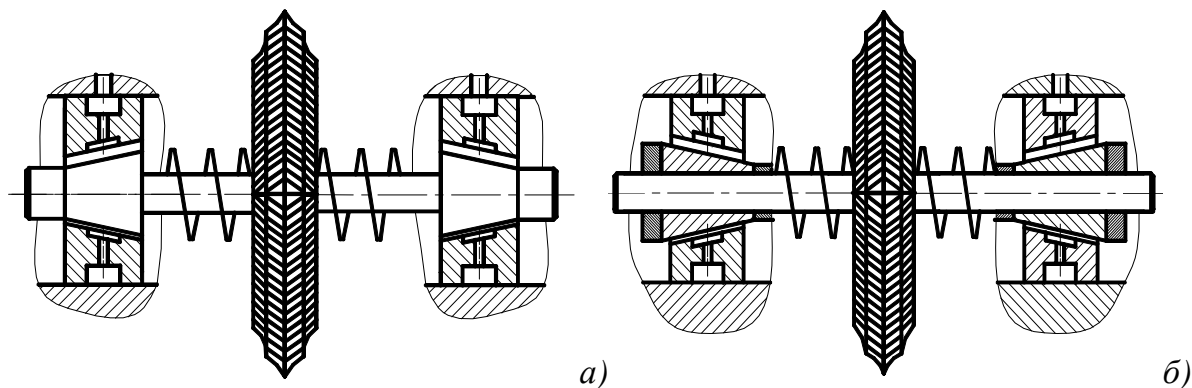
В таких случаях целесообразнее использовать конструкции опорных узлов

на базе конических подшипников скольжения (*рисунки 1.5 и 1.6*), основными достоинствами которых являются не только одновременное восприятие радиальных и осевых нагрузок при различных скоростях, но и упрощение конструкции за счет отсутствия упорного подшипника (подпятника) и технологии изготовления за счет уменьшения числа дросселирующих элементов, а также уменьшение осевых размеров. К недостаткам относят: сложность изготовления конических поверхностей (нетехнологичность), увеличение размеров в радиальном направлении, возможность заклинивания (так называемое «залипание»).



**Рисунок 1.5** Компонка роторной системы на конических подшипниках

Компоновка роторно-упорных узлов на конических подшипниках скольжения предусматривает два варианта (*рисунок 1.6*): *а*) и вал, и подшипник выполнены коническими; *б*) вал является цилиндрическим, на котором жестко закреплена коническая втулка, которая, в свою очередь, опирается на коническую опору.



**Рисунок 1.6** Схемы компоновки радиально-упорных подшипниковых узлов:  
*а* – с коническим валом; *б* – с цилиндрическим валом

Подача смазывающего вещества осуществляется в радиальном направлении, которое затем, попадая в рабочую зону подшипника, растекается в осевом направлении, тем самым смазывая опорные конические поверхности. Также возможна подача смазочного материала в конический подшипник и в осевом направлении, причем как с большего, так и с меньшего диаметра подшипника, но предпочтительнее с меньшего, так как при вращении смазка, подаваемая в зазор, будет отбрасываться силами инерции к периферии. Поэтому при подаче с большего диаметра смазочный материал будет выдавливаться из рабочего зазора, поскольку происходит уменьшение диаметра конической части подшипника, и, следовательно, такая схема подачи нецелесообразна.

## 1.2. Классификация подшипников

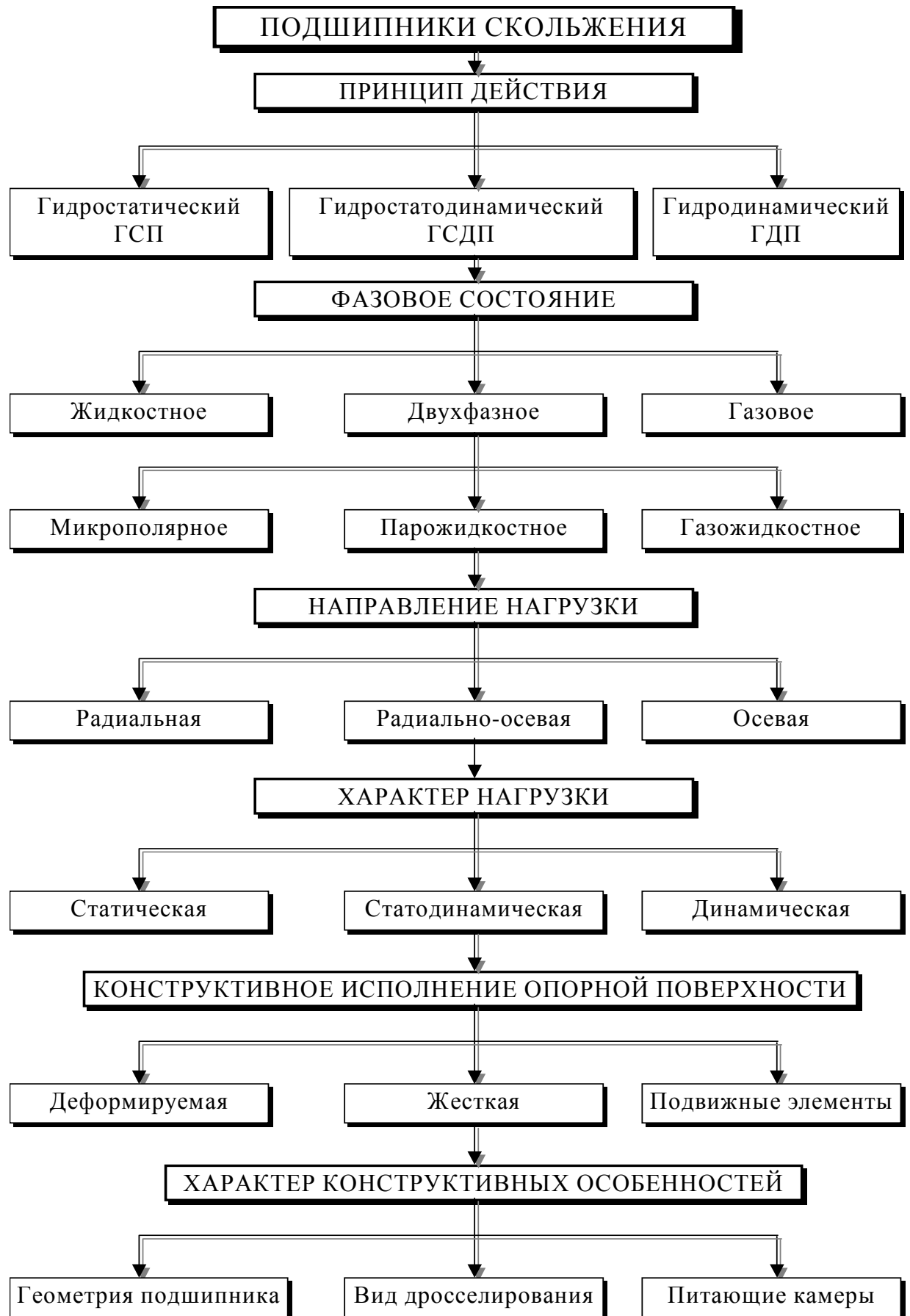
Обобщенная классификация подшипников скольжения (ПС) (*рисунок 1.7*) [6] подразделяется по следующим категориям: по принципу действия, по фазовому состоянию, по направлению и характеру нагрузки, по конструктивным особенностям как самого подшипника, так и его опорной поверхности (*рисунок 1.8*). По принципу действия в основу деления положен принцип создания давления в смазочном слое: гидродинамический (ГДП), гидростатический (ГСП) и гидростатодинамический (ГСДП) или гибридный подшипники. Более подробно обозначенные принципы были рассмотрены выше.

По фазовому состоянию опоры скольжения подразделяются на две больших группы: с жидкостной смазкой и с газовой смазкой. Однако, при работе с жидкостной смазкой в смазочном слое подшипников возможен переход части объема смазочного материала из жидкой в газообразную фазу и наоборот. Поэтому для более полного и точного описания процессов, происходящих в смазочном слое опор скольжения, необходим учет двухфазного состояния смазочного материала. По направлению воспринимаемой нагрузки ПС подразделяются на радиальные, осевые и радиально-осевые. Радиальные ПС используются в качестве опор высокоскоростных турбомашин в случаях, когда осевые усилия незначительны. При значительных осевых нагрузках применяются осевые (упорные) подшипники (подпятники). В случае одновременного действия значительных ра-

диальных и осевых нагрузок используют радиально-осевые подшипники: на базе совместной конструкции двух опор (радиальной и упорной) и на базе конструкции с одной рабочей поверхностью (например, конические или сферические) (*рисунок 1.9*) [7].

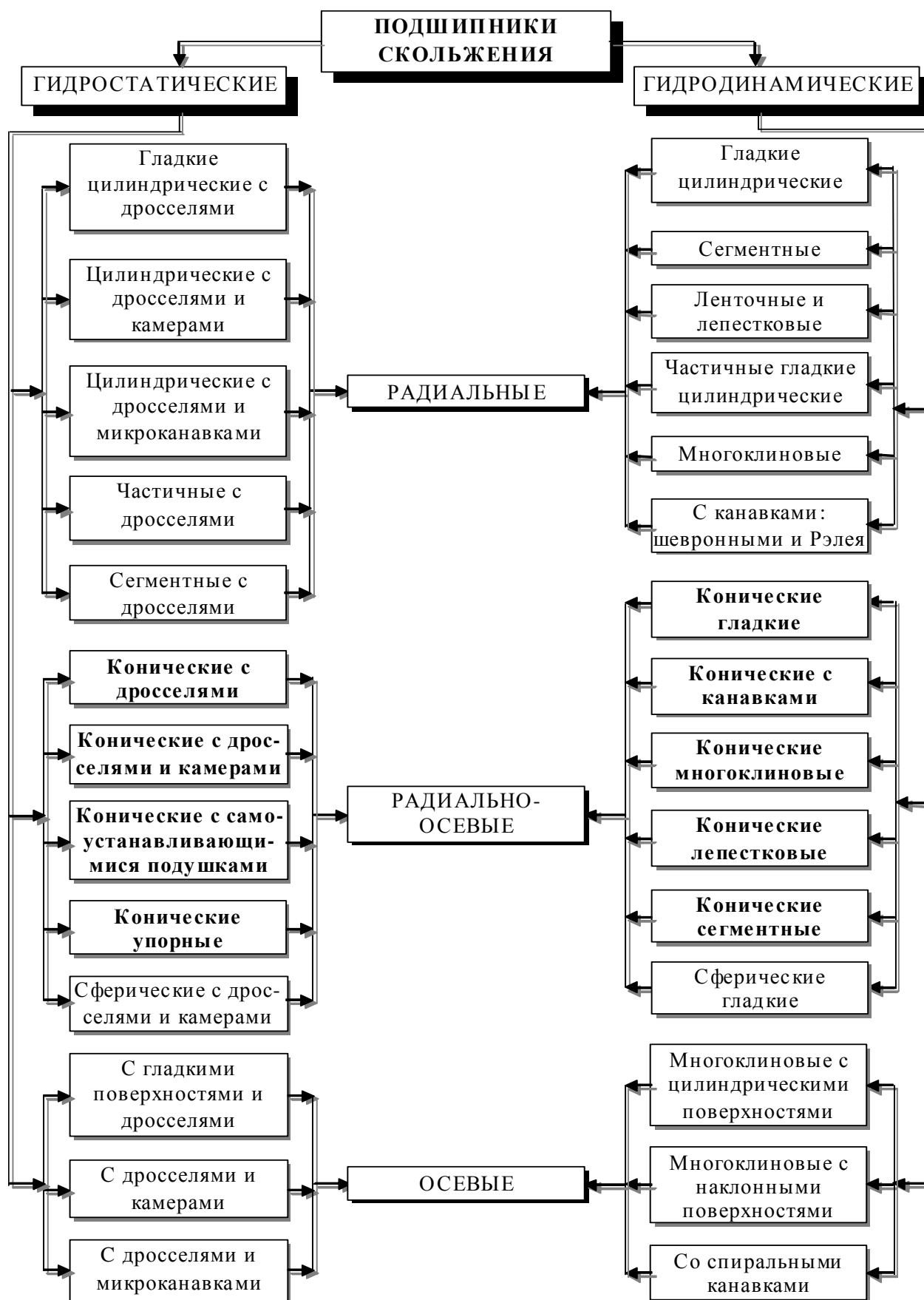
Разнообразие опор скольжения достаточно подробно освещено в классификации по конструктивным признакам (*рисунок 1.8*) [7], которая еще и характеризует назначение и функции подшипников. Подшипники с жидкой (масла, вода, криогенные жидкости) и газовой смазкой (водород, воздух, гелий, кислород) подразделяют на классы, типы, виды и схемы. В случае, когда подшипник называется гидродинамический радиальный цилиндрический, это значит, что избыточное давление в его смазочном слое создается благодаря гидродинамическому эффекту и опора обеспечивает вращательное движение ротора. «Радиальный» характеризует направление действия внешней нагрузки, а «цилиндрический» – конструктивную схему.

Основное внимание в работе уделено расчету конических подшипников скольжения: гладких гидродинамических (*рисунок 1.10*), гидростатических с точечными (*рисунок 1.11*) и прямоугольными (*рисунок 1.12*) камерами, а также многоклиновых (*рисунок 1.13*) и гибридных (*рисунок 1.14*). В данном случае под гибридными коническими опорами понимаются конструкции подшипников, состоящие из гладкой и многоклиновой частей, что позволяет совмещать достоинства двух типов опор.

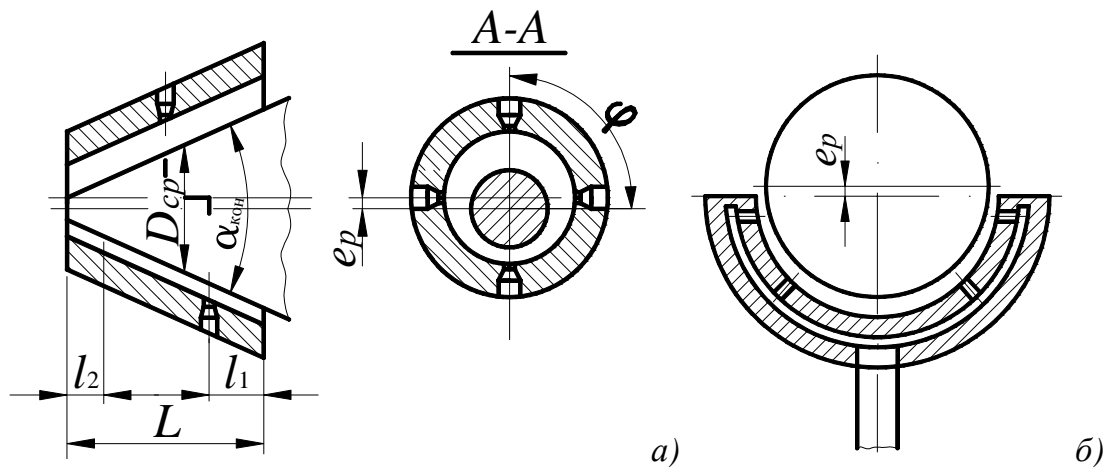


*Рисунок 1.7* Обобщенная классификация подшипников скольжения

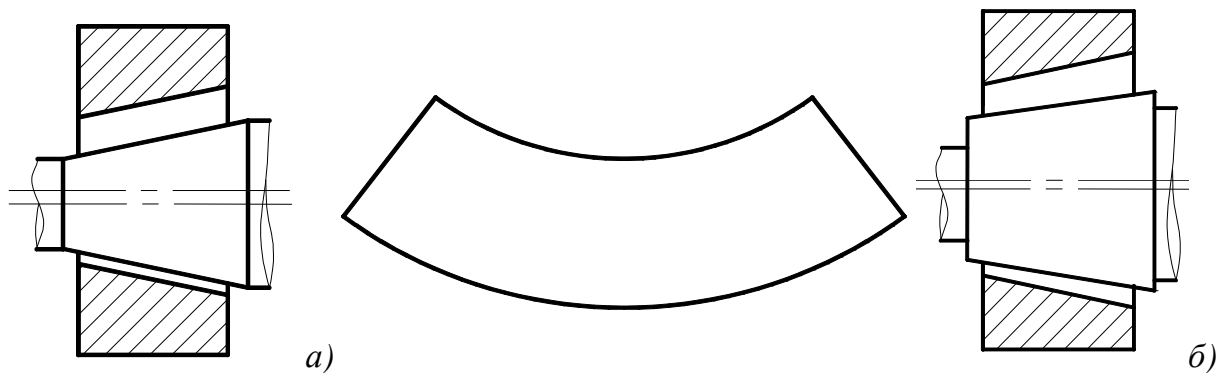




*Рисунок 1.8* Классификация подшипников скольжения по конструктивным признакам

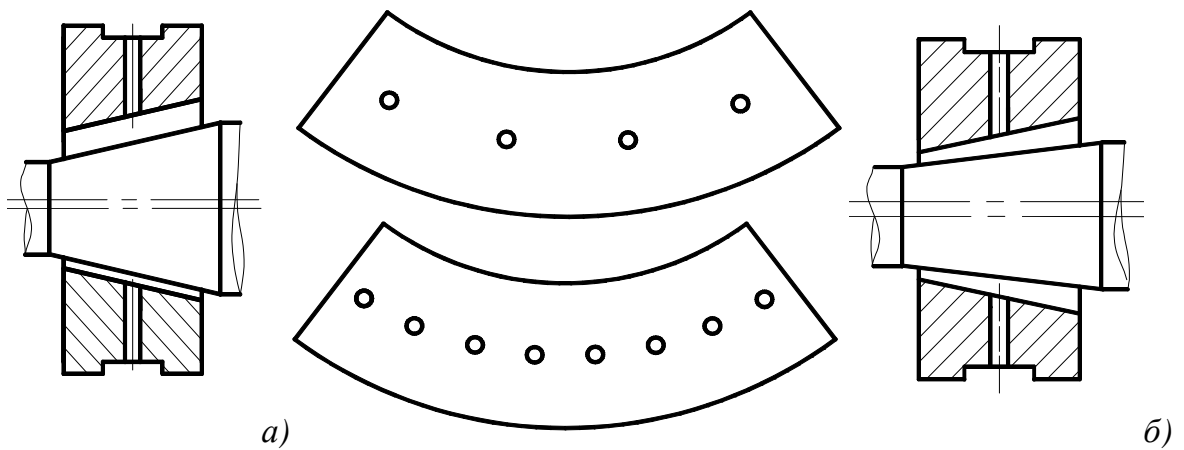


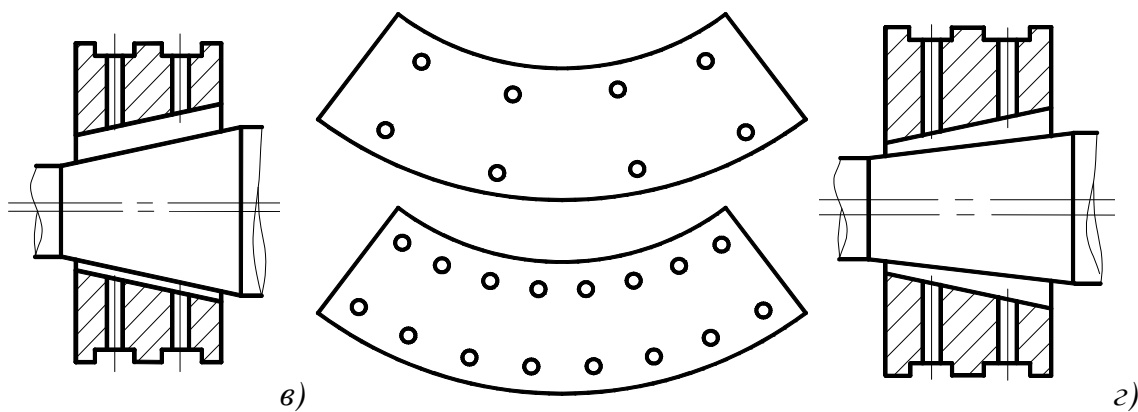
**Рисунок 1.9** Радиально-осевые подшипники скольжения: *а* – конический с одним (верхняя часть рисунка) и двумя рядами дросселей (нижняя часть рисунка); *б* – полусферический



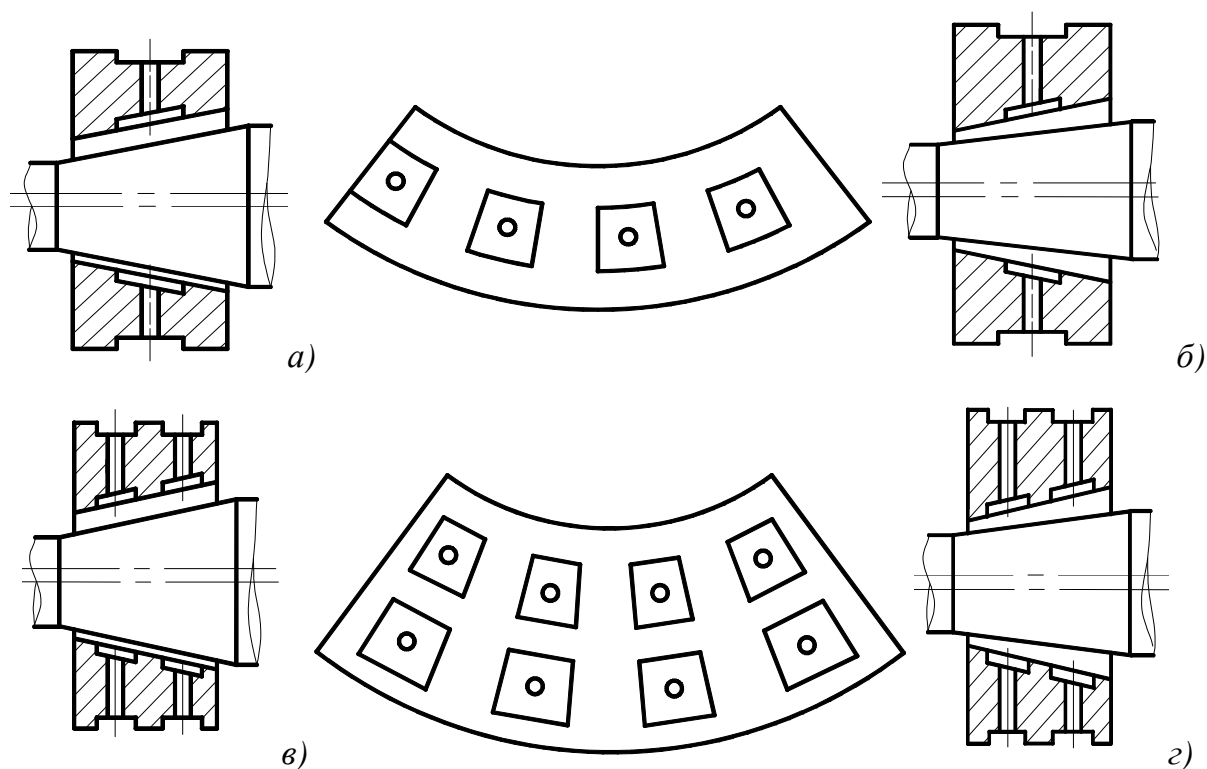
**Рисунок 1.10** Конический гладкий ГТП:

*а* – с одинаковой конусностью цапфы и подшипника; *б* – с разной конусностью

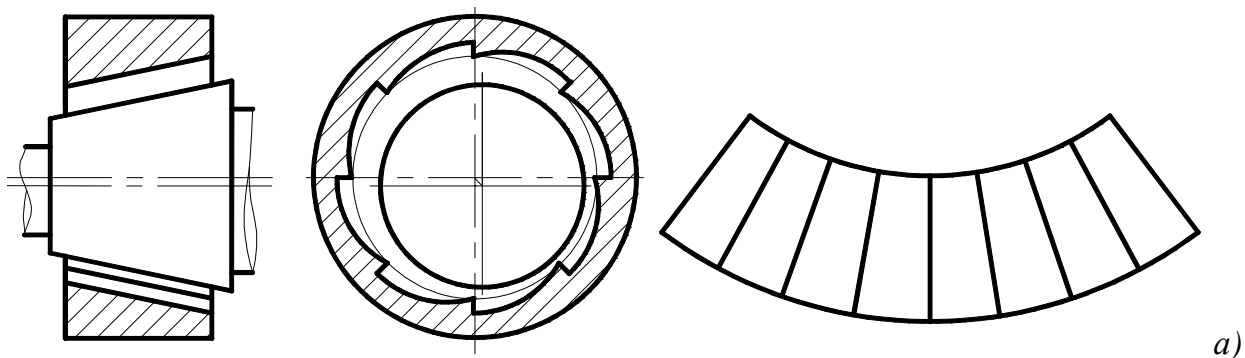


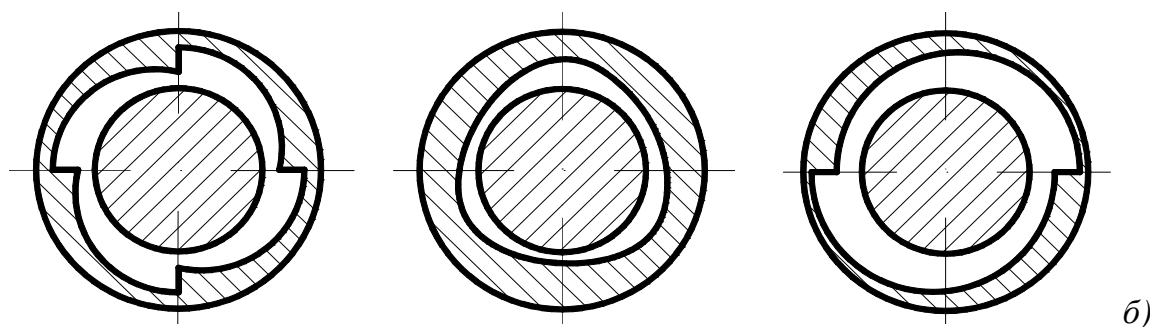


**Рисунок 1.11** Конический ГСП с точечными камерами: *а* – с одним рядом и одинаковой конусностью; *б* – с одним рядом и разной конусностью; *в* – с двумя рядами и одинаковой конусностью; *г* – с двумя рядами и разной конусностью



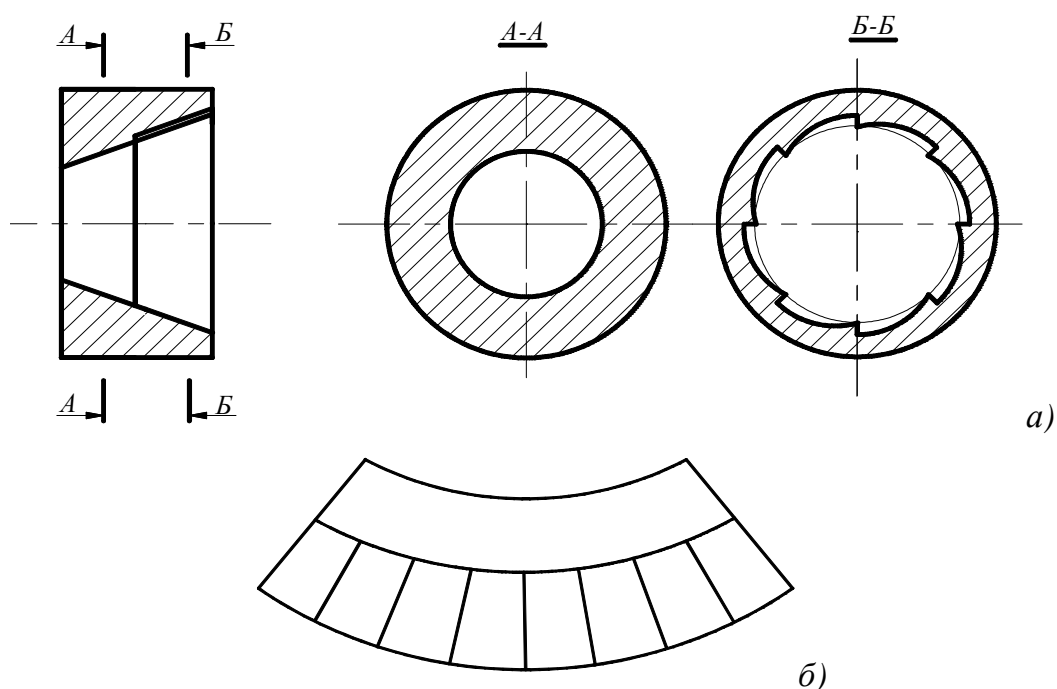
**Рисунок 1.12** Конический ГСП с прямоугольными камерами: *а* – с одним рядом и одинаковой конусностью; *б* – с одним рядом и разной конусностью; *в* – с двумя рядами и одинаковой конусностью; *г* – с двумя рядами и разной конусностью





**Рисунок 1.13** Конический многоклиновый гидродинамический подшипник (МГДП):

*a* – продольный и поперечный разрезы и развертка опорной поверхности 8-ми клинового подшипника; *б* – поперечный разрез 4-х клинового, с эллиптическими клиньями и 2-х клинового подшипников



**Рисунок 1.14** Коническая гибридная опора:

*a* – продольный и поперечный разрезы; *б* – развертка опорной поверхности

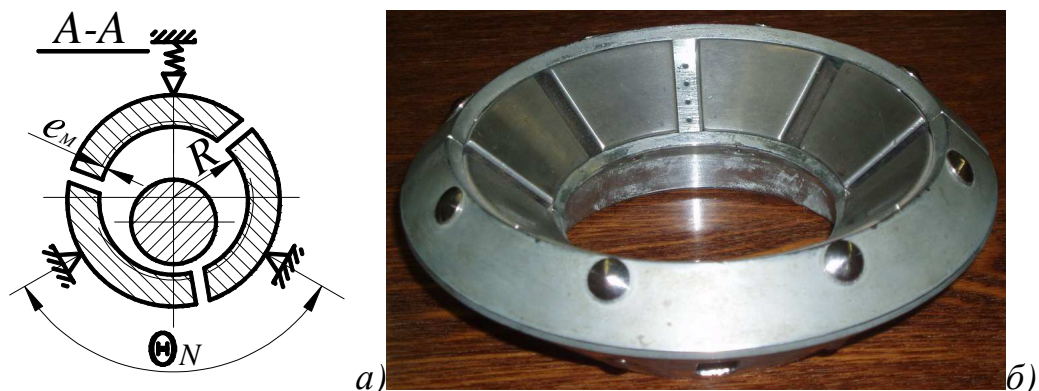
Первоначально в большинстве установок на газовой смазке использовались подшипники полного охвата. Однако вскоре было обнаружено, что указанные подшипники подвержены возникновению различного вида автоколебаний. Было установлено, что одной из причин этих автоколебаний является газодинамическая составляющая сил газового слоя, которая стремится сместить центр равновесия сил, действующих на ротор, в сторону по направлению вращения вала. Известно, что явление возникновения автоколебаний в несущем слое подшипников скольжения присуще и подшипникам с жидкостной смазкой, что отмечалось в ряде ра-

бот, например, в известных работах М.В. Коровчинского, А. Тондла и др. [1, 8]. Из указанных работ следует, что одним из известных методов борьбы с явлением автоколебаний является изменение геометрии опорной поверхности подшипника. К числу подшипников с измененной геометрией опорной поверхности относятся и подшипники, у которых такая поверхность разбита на ряд самостоятельных частей (сегментов или подушек). В технической литературе такие подшипники носят название сегментных, или опор частичного охвата, или с самоустанавливающимися подушками. В последнее время в турбостроении, в особенности в области высокоскоростных турбомашин на газовой смазке, сегментным подшипникам уделяется много внимания [1, 8].

Так, некоторые конструкции сегментных газовых опор обладают хорошими демпфирующими свойствами и способны обеспечить турбинному ротору высокую скорость вращения при весьма небольшом уровне вибрации. Это относится прежде всего к тем конструкциям сегментных подшипников, которые снабжены упругими элементами (пружинами, планками, сальфонами, упругими материалами). Несмотря на то, что еще ряд конструкций сегментных подшипников недостаточно практически отработан и им присущи такие нежелательные явления, как колебания и резонанс упругих креплений сегментов, износ шарниров и нестабильность зазоров, недостаточная угловая жесткость опор и т.п., все же применение этих подшипников в турбостроении считается весьма перспективным, о чем свидетельствуют успехи ряда зарубежных фирм. В частности, сегментные газовые подшипники нашли применение в турбомашинах таких фирм, как «Рато» (Франция), «ЭшерВисс» (Швейцария), «Мэхэникл Технолоджи» (США) и др.[8].

Гидростатические подшипники с сегментными самоустанавливающимися вкладышами (сегментами) при отсутствии подачи смазки или отключении наддува газа могут работать как гидродинамические подшипники с вращающимся ротором (*рисунок 1.15*). В этих подшипниках каждый элемент опирается шарнирно на корпус либо жестко, либо через упругий элемент. Эксплуатация таких подшипников показала, что достаточно упруго закрепить на корпусе не все, а лишь один сегмент. Обычно подшипник содержит три сегмента, автономно опираю-

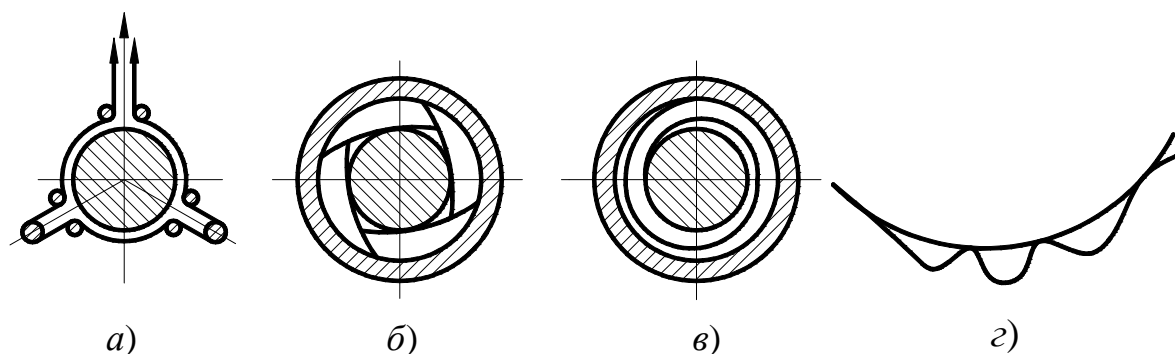
щихся на корпус (*рисунок 1.15, а*), однако и другое количество сегментов не исключено (*рисунок 1.15, б*). Подшипники данного типа достаточно виброустойчивы и хорошо зарекомендовали себя на практике в стационарных условиях работы агрегата [1, 7]. В заключение еще раз подчеркнем, что, несмотря на ряд конструктивных сложностей, сегментные подшипники остаются одним из наиболее перспективным видом газовых подшипников для турбомашин, в особенности для высокоскоростных типов [8].



**Рисунок 1.15** Конический подшипник с самоустанавливающимися сегментами:

*а* – 3-х сегментный; *б* – 8-ми сегментный

Поскольку повышение виброустойчивости подшипников, особенно с газовой смазкой, остается первоочередной задачей при создании надежно работающих быстроходных роторов, то интенсивная работа в этом направлении зарубежных исследователей привела к разработке и промышленному внедрению так называемых ленточных и лепестковых подшипников (*рисунки 1.16 и 1.17*) [7, 8].



**Рисунок 1.16** Подшипники с одной упругой рабочей поверхностью:

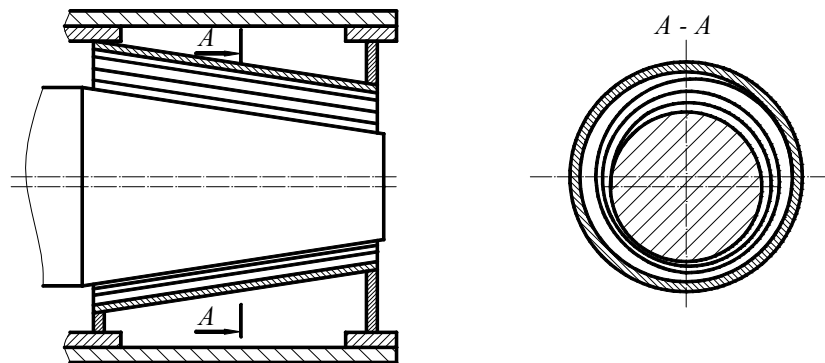
*а* – с натянутой через направляющие ролики по обоим концам лентой;  
*б* – с несколькими короткими лепестками; *в* – с одним спирально свернутым лепестком;  
*г* – лепесток с дополнительным упругим элементом в виде гофра

Стремление обеспечить высокую степень самоустановки, демпфирование и нечувствительность к неточностям монтажа и изготовления и привело к тому, что опорные поверхности подшипников стали изготавливаться из тонкой металлической ленты. В одной из первых конструкций ленточных опор лента натягивалась между двумя или тремя роликами, чем обеспечивалась необходимая жесткость подшипника. В более поздних конструкциях жесткость ленты обеспечивается либо специальными винтами и упорами, либо специальными гофрами и формой ленты [8].

Лепестковые подшипники являются как бы продолжением развития ленточных опор, отличаясь от них меньшей толщиной и свободным расположением концов лепестков. Свободные концы лепестков, образующие пакеты, создают упругую подушку, а при вращении они способны образовывать газодинамический клин и, таким образом, лепестковый подшипник может работать как газодинамический. Для уменьшения трения лепестки изготавливаются из тонкой стальной ленты толщиной 0,01 – 0,03 мм и покрываются антифрикционным напылением. В некоторых конструкциях лепестковых подшипников в зазор между лепестками подводится сжатый воздух, в результате чего такой подшипник работает как гибридный [8]. Лепестки конического подшипника (*рисунок 1.17*) – «пакетного» типа, т.е. рабочий лепесток выполнен в виде свернутого на 2-3 оборота завитка (пакета), у которого жестко закреплен лишь один конец. Такая «пакетная» конструкция в значительной мере облегчает монтаж и сборку подшипника, так как допускает повышенные зазоры в подшипнике. В то же время такая опора обладает хорошими демпфированием и самоустановкой. Недостатком конструкции является невысокая жесткость, что может вызвать резонансные явления или быть причиной задеваний лопаток турбины о статор, поэтому они больше применимы к легким валам [8].

В целом, ленточные и лепестковые опоры имеют перспективы применения в легких быстроходных турбомашин. В частности, в США много уделяется внимания применению их в качестве опор вспомогательных установок в авиационных и космических системах. Имеются опытные машины на таких опорах, прора-

ботавших безаварийно около 65 тыс. часов. По-видимому, решающими факторами их применения являются малый вес и габариты, высокий ресурс, удобство компоновки, высокое демпфирование и высокая устойчивость в работе [8].



**Рисунок 1.17** Конический подшипник с одним спирально свернутым лепестком

В то же время имеются и значительные трудности их применения. Это, прежде всего, высокое качество изготовления ленты и лепестков. Лента изготавливается из хромоникелевой стали, желательно со специальным износостойким покрытием, толщина ленты 0,01 – 0,05 мм с отклонением по толщине  $\pm 1$  мкм. Во время эксплуатации отмечаются случаи износа лепестков и повышенная температура в зоне трения. Еще недостаточно разработаны методы расчета лент и лепестков при динамическом режиме и сами конструкции чувствительны к виброперегрузкам извне [8]. Все перечисленные трудности могут быть преодолены в той или иной машине, поэтому следует постоянно вести интенсивный поиск оптимальных решений проблемы. Как показывает опыт многих турбостроительных фирм, лепестковые и ленточные опоры могут занять свое достойное место в целом ряде турбомашин малой и средней мощности [8].

Приведенная на **рисунке 1.8** классификация в дальнейшем может быть дополнена при появлении новых конструктивных схем подшипников. Для каждого способа создания избыточного давления характерно множество конструктивных решений (схем) подшипников с жидкой или газовой смазкой, т.е. выбор типа подшипников с жидкой (газовой) смазкой определяется особенностями работы того агрегата, в котором они установлены. При этом конструктивные различия не допускают непосредственного переноса опыта исследований, накопленного для



опор одного класса, а требует дополнительных расчетов и исследований, так как не очевидно влияние на работоспособность агрегата неисследованными в полной мере подшипниками. Поэтому в представленной работе даны методики расчета некоторых конических опор скольжения.

### **1.3. Анализ исследований конических подшипников**

Проведенный анализ научной литературы за период с начала 60-х годов прошлого столетия по настоящее время показывает, что за это время было опубликовано сравнительно небольшое количество работ по исследуемой тематике, что связано было, в первую очередь, с технологическими сложностями изготовления конических подшипников и, как следствие, невозможностью проведения экспериментальных исследований [9]. Часть из этих работ посвящена исследованию конических опор скольжения с некоторыми особенностями: использование газовой смазки; учет температурных и инерционных эффектов; изменение пространственного положения ротора с горизонтального на вертикальное, что характерно для упорных конических подшипников; применение в качестве смазочного материала неньютоновских жидкостей; различная геометрия подшипника (гладкие, с камерами и канавками, многоклиновые, сегментные и т.д.); комбинация в одной конструкции различных типов подшипника, т.е. гибридные конические опоры; нанесение на поверхность для улучшения антифрикционных свойств различных материалов. Обобщение этих исследований позволяет вывести дополнительную классификацию конических подшипников жидкостного трения, которая является результатом сбора и обработки информации в отечественной и зарубежной литературе по изученным к настоящему времени различным типам конических опор (*рисунок 1.18*) [9, 10].

В числе отечественных разработок можно отметить результаты теоретических и экспериментальных исследований, проведенных в Казани, Харькове, Самаре, Ростове-на-Дону, Москве, Орле. Этими исследованиями в Казани занимались Р.М. Галиев, Г.А. Пospelов, В.А. Максимов, Г.С. Баткис, В.В. Крамин, В.К. Хайсанов, О.М. Харасов, А.М. и Ш.А. Галеевы; в Харькове – В.Н. Доценко, В.К. Кривонос, А.И. Поддубный, А.М. Торубара, А.И. Чайка; в Самаре – А.И. Бело-

усов, А.А. Чулошников; в Ростове-на-Дону – К.С. Ахвердиев, М.А. Мукутадзе, Б.Е. Копотун; в Москве – А.И. Куменко, Н.Ю. Кузьминых; в Орле – Л.А. Савин.



**Рисунок 1.18** Классификация конических подшипников жидкостного трения

Среди основных зарубежных школ можно отметить следующие: индийская – Джайачандра Прабу, Ганесан, Сринивасан, Прабу, Шукла, Мюрти, Праваль Синха; египетская – Салем, Халил, Кассаб, Исмаил; польская – Родкевич, Калита, Кеннеди; китайская – Цен, Жанг, Фэнг и др. Краткий обзор основных работ в области исследования КПС приведен в виде классификации в **таблице 1.1**.

Анализ работ этих авторов показал, что большинство их в основном базируются на следующих допущениях: пренебрежение инерционностью смазочного слоя; отсутствие фазовых переходов; гидравлическая постановка задачи; пренебрежение кривизной поверхности смазочного материала; постоянные значения данных теплофизических свойств; изотермическая постановка задачи; отсутствие турбулентности в смазочном слое; отсутствуют работы по исследованию динамики и устойчивости роторов на конических подшипниках [9, 10].

Таблица 1.1 Обзор научно-исследовательских работ в области КПС

ОТЕЧЕСТВЕННЫЕ ШКОЛЫ (включая страны СНГ)	
<u>Конический подшипник</u>	Авторы (ученые)
1. Гидро(газо)динамический (ГДП)	Р.М.Галиев, Г.А.Поспелов, В.В.Крамин и др., 1975 – 1983 (Казанский химико-технологический институт (КХТИ))
2. Двухсторонний ГДП	Г.А.Поспелов, 1986 (КХТИ)
3. Газодинамический с винтовыми канавками	В.В.Крамин, 1989 (КХТИ)
4. С самоустанавливающимися подушками а) симметричный двухсторонний б) несимметричный двухсторонний	1) В.А.Максимов, Г.С.Баткис, В.К.Хайсанов, А.М. и Ш.А.Галеевы, О.М. Харасов и др., 1987 – 2009 (КХТИ) 2) М.Е.Подольский и др., 1998 (С-Петербургский морской технический унив-т)
5. С клинообразующими скосами (КПКС)	В.А.Максимов, Г.С.Баткис, 1998 (КХТИ)
6. Гидростатический (ГСП) с камерами	1) В.Н. Доценко, А.И. Поддубный, А.М. Торубара и др., 1975 – 1992 (Харьковский авиационный институт (ХАИ)) 2) А.И. Белоусов, А.А. Чулошников, 2012 – 2019 (Куйбышев.авиационный институт (КуАИ), ПАО «Кузнецов» (бывший ОАО «Моторостроитель»)) 3) А.И. Куменко, Н.Ю. Кузьминых, 2016 – 2021 (Москва) 4) Л.А. Савин, 2000 – 2021 (Орловский государственный технический университет (ОрелГТУ, ОГУ))
7. Сегментные	1) А.И.Чайка, 1987 – 1992 (ХАИ) 2) А.И.Снопов, А.Н.Иванов, 1992 (Ростов-на-Дону)
8. Гибридный: на базе опоры скольжения и шарикоподшипника	В.М. Демидович, Л.В. Горюнов, Н.А. Якимов, 1989 (КХТИ)
9. Пористый	К.С. Ахвердиев, М.А. Мукутадзе, Б.Е. Копотун, 2005 – 2021 (Ростовский государственный университет путей сообщения)
ЗАРУБЕЖНЫЕ ШКОЛЫ	
<u>Конический подшипник</u>	Авторы (ученые)
1. Гидростатический (ГСП)	1) Р. Астон, Дж. О'Донохью, В. Роув, 1970 (Ланчестерский политехнический универси-

<p>– с прямоугольными камерами</p> <p>– с точечными камерами</p>	<p>тет, Англия)</p> <p>2) С. Шарма, В. Фалле, С. Джейн, с 2011 (Индийский технологический институт)</p> <p>3) П. Хаксе, В. Фалле, С. Манга, с 2015 (Технологический институт, Мумбаи, Индия)</p>
<p>2. Гидродинамический (ГДП)</p>	<p>1) С.Роде, К.Мадай, П.Эллейр, Эззарт (Американское общество инженеров-механиков)</p> <p>2) В.Хэннон, М.Браун, С.Хэрихаран, 2004 – 2007 (Университет Акрона, Огайо, США)</p>
<p>3. Упорный ГСП (вертикальное расположение)</p> <p>– тепловые эффекты</p> <p>– неньютоновская смазка</p> <p>– ступенчатый подшипник с неньютоновской смазкой</p>	<p>1) Прабу Т.Джайачандра, Н.Ганесан, 1981 – 1984 (Технолог. институт, Мадрас, Индия)</p> <p>2) Ч.Родкевич (Университет Альберта, Эдмонтон, Канада), Дж.Кеннеди, В.Калита, Н.Егани и др., 1975 – 1995 (Польская академия наук, Варшава)</p> <p>3) Праваль Синха, П.Чандра, С.Саксена и др., 1988 – 2001 (Технологический институт, Канпур, Индия)</p> <p>4) Э.Салем, Ф.Халил, А.Эль-Кайяр, С.Кассаб, А.Исмаил, М.Бедеви, 1979 – 1993 (Александрийский университет, Египет)</p> <p>5) Дж.Шукла, М.Иса, 1963 – 1977 (Технологический институт, Канпур, Индия)</p> <p>6) Дж.Синха Рой, Б.Бисваль, 1983 – 1984 (Уткальский университет, Индия)</p>
<p>4. Газостатический с точечными камерами</p>	<p>1) З.Казимирски, 1971 – 1972 (Технический университет Лодзя, Польша)</p> <p>2) К.Сринивасан, Б.С.Прабу, 1983 – 1984 (Технологический институт, Мадрас, Индия)</p>
<p>5. Гидростатодинамический (ГСДП):</p> <p>– с плавающей втулкой</p> <p>– со ступенчатыми камерами</p>	<p>1) С.Цен, С.Жанг, Х.Гуо и др., 1995 – 2004 (Университет Женжу, Китай)</p> <p>2) К.Фэнг, 1988 – 1997 (Технологический институт Женжу, Китай)</p>
<p>6. Двухсторонний</p>	<p>1) К.Эттлс, О.Свобода, 1975 (Общество инженеров-механиков, Лондон)</p> <p>2) Х.Эль-Гамаль, 1995 (Александрийский университет, Египет)</p>
<p>7. Со спиральными канавками</p>	<p>1) Д.Девар, 1973 (Беркшир, Англия)</p> <p>2) Дж.Бутсма, 1975 (Исследоват. лаборато-</p>

– газовая смазка	рия Филипс, Эйндховен, Нидерланды) 3) Йошимото и др., 1996 – 2002 (Университет наук Токио) 4) Д.Чен и др., 1986 – 1996 (Университет Цинхуа, Пекин) 5) К.Пэн, Д.Ким, 1970 – 2007 (Техасский университет, США) 6) Р.Дюпонт, 2003 (Университет Кайзерслаутерна, Германия)
8. Самоустанавливающийся многокли- новый гидродинамический (МГДП)	Т.Мюрти и др., 1977 – 1983 (Центральный институт металлорежущих станков, Бангалор, Индия)
9. Гибридныйна базе конической опоры скольжения и шарикоподшипника	Л.Нипан (Калифорнийский государственный университет), Х.Скиббе, Б.Хэмрок (Иссле- довательский центр, Кливленд, Огайо), Л.Винн, М.Эйсеппи, 1972 – 1976
10. Аэростатический (с углеродисто- эпоксидным валом)	Р.Ингле, Б.Ахуджа, 2004 – 2006 (Институт машиностроения и технологии, Пуна, Индия)
11. Пористый: – однослойный – двухслойный	1) Дж.Пракаш, С.Видж, 1973 (Бомбейский технологический институт) 2) У.Сринивасан, 1977 (Бомбейский технологический институт)
12. Микрополярная смазка	1) С.Шарма, А. Раджпут, 2012 – 2021 (Технологический институт, Рурки, Индия) 2) С.Верма, В.Кумар, К.Гупта, Н.Рана, С.Гаутам, 2009 – 2021 (Научно- технологический университет, Сонпет, Индия)

Особо можно отметить Казанскую школу исследователей конических опор скольжения, среди которых выделяются В.А. Максимов, Г.С. Баткис, В.К. Хайсанов, О.М. Харасов, А.М. и Ш.А. Галеевы, Г.А. Пospelов, внесших большой вклад в изучение данного вопроса. Р.М. Галиев, Г.А. Пospelов, В.В. Крамин рассматривают газовые конические подшипники [11 – 19], сравнивая свои исследования с более ранней работой А.М. Галеева [20], в которой автор исследует конические опорно-упорные подшипники винтовых и центробежных компрессорных машин. В работах [11 – 13, 17] приводится решение задачи течения газовой смазки в ко-

ническом подшипнике с перепадом давления на торцах, рассматриваются вопросы устойчивости движения шипа, выводятся уравнения движения шипа, приводятся статические и динамические характеристики смазочного слоя, дается описание экспериментальной установки, анализ экспериментальных данных и сравнение их с теорией. Теоретическое и экспериментальное исследование нестационарных полей давлений, фазовых характеристик и границ области избыточных давлений при любых возмущениях центра шипа приводится в [13, 14], но в них не учитываются режимы течения смазочной жидкости в зазоре подшипника. Крамин и Поспелов [15, 16] рассматривают только динамические характеристики смазочного слоя радиально-упорных конических подшипников гидродинамического трения. Поспелов рекомендует для применения в качестве радиальных и радиально-осевых подшипников повышенной грузоподъемности двухсторонние конические подшипники [18].

Одним из решений, направленных на предотвращение возникновения самовозбуждающихся колебаний роторов турбомашин, может быть конструкции упруго-демпферных опор (демпфер П.Л. Капицы; В.Б. Шнеппа) или опорных подшипников с самоустанавливающимися подушками. Упруго-демпферные опоры сложны по конструкции, а расчетные характеристики и толщина демпфирующего слоя масла требуют экспериментального уточнения при механической отладке машин с соответствующей доработкой. Опорные подшипники с самоустанавливающимися подушками обладают высокой жесткостью при относительно малой демпфирующей способности смазочного слоя. Поэтому в некоторых случаях, например, в многоступенчатых центробежных компрессорах с высокой плотностью рабочей среды при отсутствии концевых гидродинамических уплотнений, не исключается возможность возникновения самовозбуждающихся колебаний.

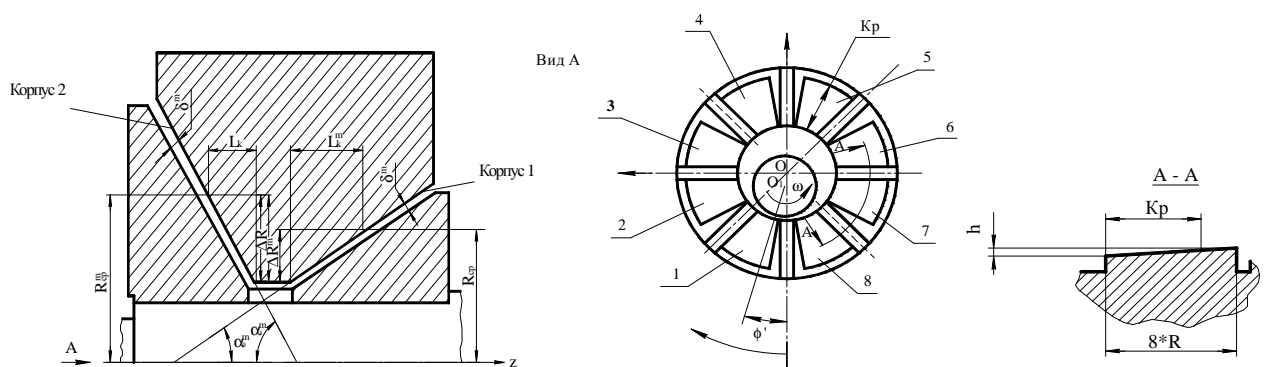
С учетом вышесказанного, для повышения демпфирующей способности и виброустойчивости подшипников с самоустанавливающимися вкладышами, в АО «НИИтурбокомпрессор» разработана конструкция двусторонних опорно-упорных подшипников с коническими самоустанавливающимися подушками, которые одновременно воспринимают радиальные и осевые нагрузки и в сочетании с нера-

бочей (ненагруженной) стороной обладают достаточными демпфирующими свойствами, что и обеспечивает устойчивость вращения роторов [1, 21 – 25]. Кроме того, конструктивно они более просты, имеют меньшие габариты, вес и потери мощности на трение по сравнению с традиционными опорно-упорными подшипниками. При этом более чем вдвое сокращаются использование остродефицитного баббита Б83 и номенклатура деталей. Они обладают также повышенной осевой несущей способностью [1, 21], что особенно важно при центральном расположении опор качания подушек (реверсивные подшипники). Конический подшипник может быть выполнен также симметричным, т.е. с одинаковыми углами конусности шипов. В этом случае он воспринимает одинаковое осевое усилие в обе стороны, когда отсутствует фиксированное направление осевой силы.

Проведенные экспериментальные исследования на специально разработанном стенде, который позволял испытывать подшипники в условиях, максимально приближенных к натурным, подтвердили правильность заложенных технических решений [1, 22]. С целью проверки работоспособности конических подшипников в центробежных компрессорах с гибкими роторами были проведены также натурные испытания на компрессорной станции Казанского компрессорного завода (ККЗ). Они проводились на корпусе низкого давления центробежного компрессора ЦК-135/8. При этом предварительно испытывались штатные подшипники скольжения: цилиндрическая упруго-демпферная опора П.Л.Капицы и опорно-упорный с цилиндрической опорной частью и упорными самоустанавливающимися подушками типа Митчелла ( $\bar{\theta}_p = 0,6$ ). Испытуемая роторная система включала: опорный с пятью самоустанавливающимися подушками и двусторонний опорно-упорный конический с самоустанавливающимися подушками подшипники [1, 23]. Проведенные испытания показали, что при установке конических подшипников с самоустанавливающимися подушками удается почти в два раза уменьшить уровень вибрации ротора, на 25...30% уменьшить потери мощности на трение в подшипнике, значительно уменьшить максимальную температуру смазочного слоя нагруженных подушек. Следовательно, снижается также необходимый расход смазочного материала на подшипник для заданного режима рабо-

ты. Опыты подтвердили также высокую демпфирующую способность разработанного подшипника.

Одним из вариантов может быть конструктивная схема конических подшипников скольжения с клинообразующими скосами (КПКС) (*рисунок 1.19*), которые более просты по конструкции, имеют меньшие габаритные размеры и обладают повышенными демпфирующими свойствами [1]. Установка КПКС вместо штатного радиально-осевого подшипника позволяет существенно снизить уровень вибрации ротора дожимающего центробежного компрессора высокого давления 2ВЦ-18/28-115. Методика расчета подшипников этого типа изложена в работе [24]. В работе Максимова [1] приводятся не только конструкции опорно-упорных подшипников с коническими самоустанавливающимися подушками, но и методика расчета, по которой можно рассчитать односторонние, двусторонние или несимметричные конические подшипники, имеющие различное количество подушек с рабочей и нерабочей сторон, различные углы конуса и средние радиусы. Поскольку в ходе расчетов некоторые величины задаются предварительно, то определение интегральных характеристик подшипников возможно только методом последовательных приближений, что весьма затрудняет проведение многовариантных расчетов, поэтому изложенный алгоритм реализуется в виде программы расчета на ЭВМ [24].



**Рисунок 1.19** Конструктивная схема КПКС: 1...8 – порядковый номер сектора

В работах ученых Харьковского авиационного института [26 – 29] приводится теоретический расчет функции распределения давления в высокоскоростных конических гидростатических опорах на основании обобщенного уравнения Рейнольдса с учетом центробежных сил инерции и фактических режимов течения



смазочной жидкости. При ламинарном режиме коэффициенты турбулентности принимаются равными единице, тогда как при турбулентном течении коэффициенты выбираются в зависимости от принятого метода обобщения, который определяется, прежде всего, условиями работы подшипников.

Гидравлическая задача определения давления в смазочном слое КПС приводится в работах [7, 30, 31]. Она решается на основе системы уравнений баланса расходов смазки через  $i$ -ую камеру ГСП:

$$Q_{ex_i} = Q_{R_i} + Q_{r_i} \pm Q_{n_i} \pm Q_{\omega_i},$$

где  $Q_{ex_i}$  – расход жидкости через входные устройства;  $Q_{R_i}, Q_{r_i}$  – расход через торцевые щели на большом и малом радиусах подшипника;  $Q_{n_i}, Q_{\omega_i}$  – расходы смазки, обусловленные межкамерным перепадом давлений и переносом жидкости вращающимся валом. Данная задача не позволяет определить давление в смазочном слое с учетом переменных теплофизических свойств смазочного материала, не учитывается режим течения, то есть принимается ламинарный режим.

Торубара в работах [32, 33] рассматривает численный метод решения гидростатодинамической задачи конического подшипника с учетом различных режимов течения смазывающей жидкости, анализируется влияние геометрических и рабочих параметров конических гидростатических подшипников на основные характеристики (грузоподъемность, расход смазочного материала и потери на трение) и даются рекомендации по выбору основных геометрических размеров конических подшипников, обеспечивающих максимальную грузоподъемность при минимальных потерях на трение и расходе смазывающей жидкости.

Решение нестационарной задачи смазки конических сегментных гидростатических подшипников (КС ГСП) приводится в работах [34 – 37]. А.И. Чайка [34] формулирует и решает задачу расчета распределения давления, энтальпии (температуры) и теплофизических параметров рабочей среды в смазочном слое, грузоподъемности КС ГСП, а также поведения цапфы ротора в подшипнике, нагруженном нестационарными радиальной и осевой силами. Снопов в работе [35] предлагает метод расчета статических характеристик подшипника с дискретным

поддувом, позволяющий учитывать число питающих камер, их размеры и расположение. Оценка влияния перекосов на условия работы конических подшипников с самоустанавливающимися подушками приводится М.Е. Подольским [36]. Отмечается, что требуемые значения толщины масляной пленки могут быть реализованы только при больших относительных эксцентриситетах, что означает усиление неравномерности в распределении нагрузки между подушками, а, следовательно, и увеличение нагрузки, воспринимаемой наиболее приближенной к валу подушкой.

Однако, возвращаясь к конструкциям симметричного двухстороннего конического подшипника скольжения с самоустанавливающимися подушками [37], можно отметить, что они обладают и рядом недостатков. Поскольку конические подушки воспринимают одновременно и радиальные, и осевые нагрузки, они работают в условиях повышенных удельных нагрузок, что сокращает срок их службы, а радиальная составляющая грузоподъемности ниже, чем у традиционных подшипников. Кроме того, при увеличении осевой силы, которая, как известно, может изменяться в широких пределах, радиальная грузоподъемность будет уменьшаться за счет восприятия подшипником большей осевой нагрузки. Данная конструкция не всегда способна решить проблему демпфирования вибраций всего ротора, так как относительно улучшенное демпфирование осуществляется в опорно-упорном узле, где установлены конические подушки, а в опорном подшипнике с традиционными вкладышами демпфирование остается на прежнем, не всегда достаточном, уровне. К тому же, несмотря на относительное уменьшение потерь мощности на трение по сравнению с традиционными подшипниками, наличие смазочной ванны не позволяет говорить о существенном их снижении.

В работе [38] приводится методика расчета подшипника, который для увеличения жесткости газового слоя имеет две дросселирующие щели. В.П. Горшенин предлагает методику оценки устойчивости системы конический шип – газовая опора [39]. Устойчивость равновесия шипа в опоре определяется из уравнения движения шипа с помощью критерия Рауса – Гурвица. Анализ устойчивости проводится с помощью метода возмущений.

Особенность работ [19, 40, 41] состоит в том, что в них рассматривается конический подшипник, поверхность которого изрезана канавками различного профиля (винтовыми, шевронными, прямолинейными). Приведенная в работе [19] математическая модель изотермического стационарного течения газовой смазки в зазоре подшипника позволяет установить, что при определенном наборе параметров конические подшипники с винтовыми канавками обладают повышенной грузоподъемностью и жесткостью смазочного слоя по сравнению с аналогичными характеристиками гладких конических подшипников.

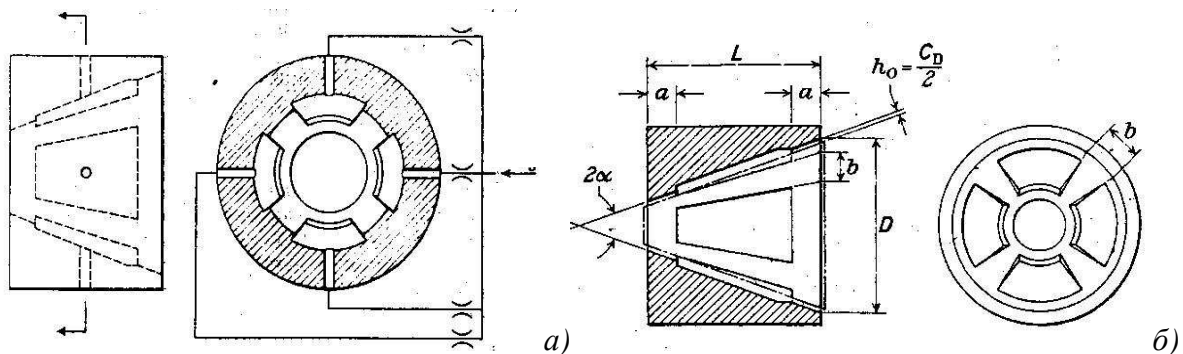
Известны результаты промышленных испытаний конических гидростатических подшипников [42 – 44]. Проведенные теоретические и экспериментальные исследования в лаборатории Харьковского авиационного института и на стенде Шебелинского испытательного полигона ВНПО «Союзтурбогаза» [42] показывают возможность применения в качестве опор ротора турбодетандера конических ГСП с использованием в качестве смазки природного газа (углеводородный конденсат). Испытания таких ГСП были проведены на натурном турбодетандерном агрегате, эксплуатируемом на газовых месторождениях и представляющим собой роторную машину, на роторе которой консольно расположены диски турбины и центробежного компрессора.

Условия работы опорных узлов анализируются с точки зрения простоты конструкции, расхода рабочей жидкости и давления питания подшипников [44]. В низкотемпературном детандере к этим требованиям добавляется дополнительное требование, обусловленное значительными температурными деформациями деталей агрегата. Однако, применение двух конических и одного цилиндрического подшипника позволяет практически исключить влияние температурных деформаций на рабочие зазоры в подшипниках благодаря наличию плавающей опоры (радиального подшипника).

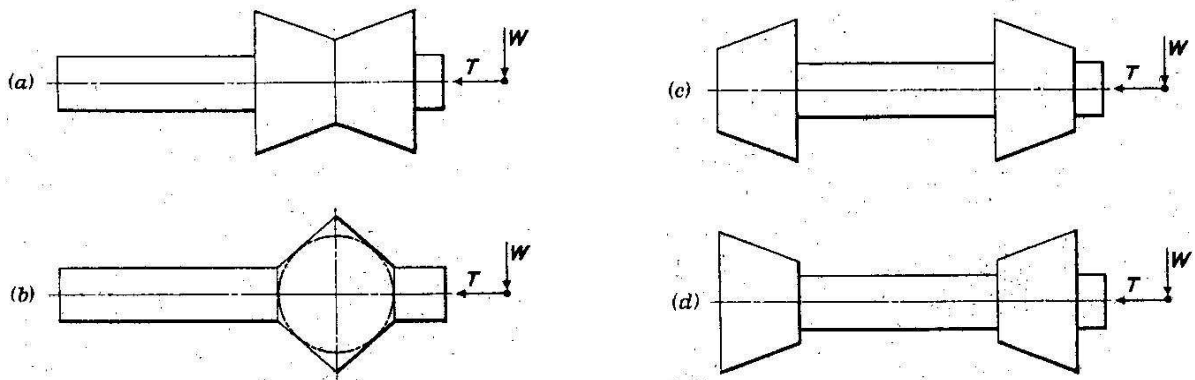
Отдельное направление занимает область исследования подшипников скольжения, связанная с нанесением на их опорную поверхность других материалов, например пористых, для улучшения эксплуатационных свойств. Исследование характеристик пористых конических подшипников было проведено в работах

К.С. Ахвердиева, М.А. Мукутадзе, Б.Е. Копотуна и др. [45 – 53]. Этому вопросу посвящен целый цикл статей данных авторов. Так, например, математическая модель расчета пористого конического подшипника разработана и представлена в работах [45, 46], модель гидродинамической смазки составного сложноподшипника с пористым слоем рассмотрена в статьях [47 – 50]. Передаточные характеристики конического демпфера со сдвигаемой пленкой и пористой конической обоймой и границы области устойчивости движения ротора в коническом подшипнике с пористым слоем на рабочей поверхности исследуются в работах [51 – 53].

Одной из наиболее ранних зарубежных работ в области исследования классических конических подшипников скольжения является работа Астона, Донохью, Роува [54], в которой говорится о преимуществах конической формы опорных гидростатических подшипников, заключающихся, во-первых, в отсутствии необходимости разделения упорного и опорного подшипников, и, во-вторых, в легком регулировании зазора при монтаже. Показан принцип применения конической формы ГСП (*рисунок 1.20*), представлена математическая модель процесса конструирования и приведен пример расчета. Сравнение четырех вариантов компоновки (*рисунок 1.21*) позволяет определить наиболее оптимальные конструктивные схемы. Отмечается, что первые две схемы (*a, b*) нецелесообразны для применения из-за пониженной несущей способности и низкого сопротивления перекосу (*b*). В качестве схем, рекомендованных к применению, предпочтительнее использование последних двух схем (*c, d*), при этом схема (*d*), с точки зрения авторов, является наилучшей компоновочной схемой.



**Рисунок 1.20** Конический ГСП: *a* – принцип работы; *b* – расчетная схема

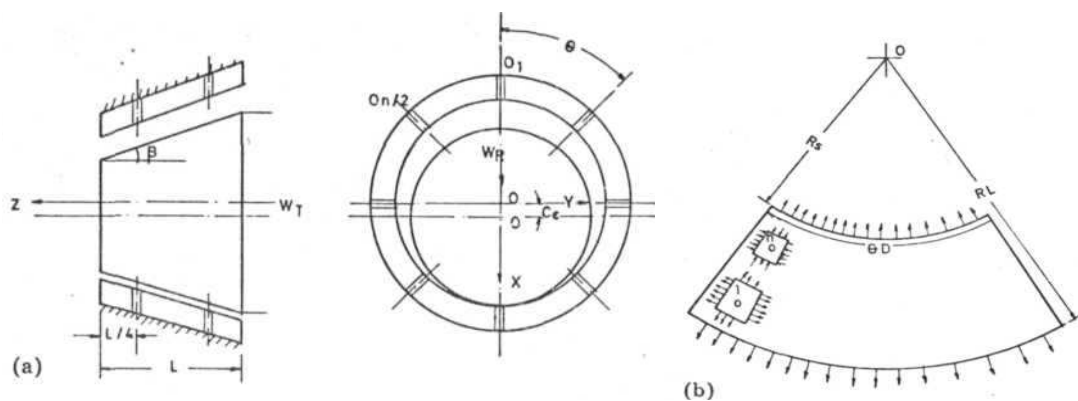


**Рисунок 1.21** Компонентные схемы конических подшипниковых узлов

Фундаментальное исследование гидродинамических подшипников, и, в частности конических опор, приведено в сборнике Роде, Мадая, Эззарта и др.[55], одна из статей которого посвящена анализу стационарных и динамических характеристик конических гибридных подшипников с учетом турбулентности в камерах и ее вкладом в потери мощности на трение. Для повышения грузоподъемности Эттлс и Свобода [56] предлагают в своей работе использование конструкций двойных (двухсторонних) конических подшипников скольжения в высокоскоростных центробежных насосах. Из последних научных разработок в области классических конических опор можно отметить работы Хэннона, Брауна и Хэрихарана [57, 58]. В [57] выводится обобщенное универсальное уравнение Рейнольдса с учетом различных свойств смазочного материала и различной геометрии гидродинамических подшипников (цилиндрических опорных, плоских упорных, конических и сферических). В работе [58] рассматривается численное решение обобщенного универсального уравнения Рейнольдса 2-го порядка и его использование применительно к коническим подшипникам при конкретных углах конусности, при этом режим течения учитывается посредством модели турбулентности Хирса.

Достаточно большое количество работ в рассматриваемой области относится к вопросам газовой смазки. Статьи индийских ученых Сринивасана и Прабу [59, 60] посвящены методам расчета рабочих характеристик (радиальной и осевой грузоподъемности, жесткости, массового расхода газа, потерь на трение) конических газостатических подшипников с дискретными точечными источниками подачи смазки, выполненными в виде отверстий (**рисунок 1.22**). Расчет основан на

численном решении уравнения Рейнольдса для сжимаемой жидкости и уравнения неразрывности потока с учетом переменной в функции давления плотности газа.



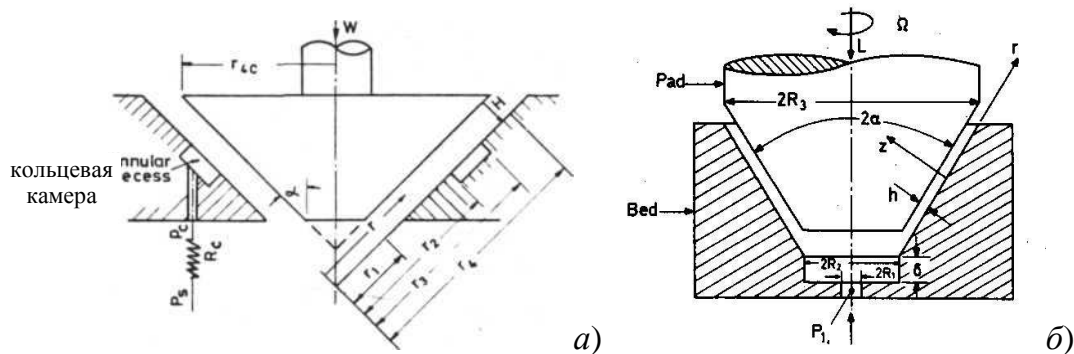
**Рисунок 1.22** Конический подшипник: *а* – расчетная схема; *б* – развертка поверхности

Среди других можно отметить и некоторые работы Пэна [61, 62]. Так, например, в [61] приводится асимптотический анализ газовых подшипников конической формы со сжимаемой пленкой с учетом теории изотермической газовой смазки и метода единичного возмущения. Определение характеристик устойчивости жесткого ротора на конических опорах скольжения со спиральными канавками при использовании газовой смазки приведено в [62]. Дюпонт [63] обсуждает аналитическое описание конструкции высокоскоростного газодинамического подшипника скольжения конической формы со спиральными канавками. На основании исследования динамического поведения подшипниковой системы даются рекомендации для использования рассматриваемых опор в шпиндельных конструкциях, лазерной и стоматологической аппаратуре, а также в гироскопах. Особенность этих работ [61 – 63] заключается еще и в том, что на поверхности конического подшипника дополнительно нарезаны спиральные канавки.

Среди значительного количества работ Родкевича, Праваля Синхи и др. в области конических опор отдельное место занимают исследования по изучению влияния тепловых эффектов на характеристики подшипников [64 – 67]. В статье [64] исследуется влияние температуры смазочного материала конического подшипника на момент и несущую способность, выводится аналитическая зависимость по определению средней температуры смазочного материала; в [65] рассмотрены тепловые эффекты, приводится расчет зависимости вязкости от темпе-

ратуры конического подшипника скольжения, смазываемого жидким смазочным материалом. В работе [66] для оценки влияния переменной температуры вала на различные характеристики представлена разработанная математическая модель конического ГСП, работающего с постоянной величиной зазора при постоянной угловой скорости при использовании несжимаемой смазочной жидкости, вязкость которой является экспоненциальной функцией температуры. Особенность работы [67] заключается в том, что в ней рассматриваются тепловые эффекты в коническом подшипнике с пористой поверхностью. При этом учитывается инерция смазки, возникающая из-за вращения ротора, однако конвективными силами инерции пренебрегают.

Исследованию в области конических упорных подшипников посвящены работы как индийских ученых Джайачандра Прабу и Ганесана [68 – 70], так и египетских ученых Салема, Халила и др. [71 – 73]. В статьях [68 – 70] проводится теоретическое исследование статических и динамических характеристик многокарманных конических упорных ГСП (*рисунок 1.23, а*) с капиллярным и диафрагменным дросселированием в условиях перекоса и эксцентриситета на основе решения численными методами уравнения гидродинамической теории смазки Рейнольдса с учетом влияния инерции вращающейся смазочной жидкости. В статье [71] рассматриваются как инерционные, так и тепловые эффекты в конических опорах скольжения (*рисунок 1.23, б*). Описание методики и результатов сравнительного теоретического исследования конических упорных подшипников в условиях ламинарного и турбулентного режимов течения без учета влияния сил инерции и тепловых эффектов приводится в [72].



**Рисунок 1.23.** Конический гидростатический упорный подшипник

Еще одно направление исследования КПС – это использование в традиционных подшипниках нетрадиционных смазочных материалов. Методики расчета конических подшипников с неньютоновской жидкостью приводятся в работах Салема и Халила [73], Шуклы [74–76], Синхи Роя и Бисваля [77]. В работе [73] приводятся результаты теоретических и экспериментальных исследований влияния неньютоновских жидкостей на работу конических ГСП. Это же направление представлено и в работах Шуклы, в которых помимо использования нетрадиционного смазочного материала рассматривается конструкция оригинального конического ступенчатого подшипника. Например, в работе [75] определяется грузоподъемность и временная зависимость для сдавливаемых пленок в конических подшипниках скольжения. Такая же задача решается и в работе Синхи Роя и Бисваля [77], в которой приводится решение для конического ступенчатого ГСП с вязкоэластичным смазочным материалом с использованием метода возмущений. Результаты влияния следующих параметров: коэффициента эластичности  $S$ , отношения радиальных зазоров ( $H = h_1/h_2$ ) и угла конусности  $\alpha$  на давление, грузоподъемность и отношение течений потока представлены в виде соответствующих графиков. Отмечается, что влияние эластичности на улучшение характеристик подшипника очень мало [77].

Значительное количество работ посвящено коническим опорам скольжения различной геометрии: многоклиновые, сегментные, с самоустанавливающимися подушками, со спиральными канавками. В работах [78 – 80] анализируется новый тип конических опор – самоустанавливающиеся многоклиновые ГДП для высокоточных валов шлифовальных и металлорежущих станков. Подшипник отличается высокой осевой жесткостью в обоих направлениях за счет гидродинамических клиньев, создаваемых предварительным нагружением. Приведенный в работе [79] анализ справедлив для определенного числа клиньев, и конструктивные схемы могут быть получены для 3-х – 6-ти клиновых подшипников. Результаты исследований конических опор с самоустанавливающимися подушками приведены в работах российских ученых [1, 81, 82]. Результаты исследований показывают, что несущая способность подшипника может быть значительно увеличена за счет ис-



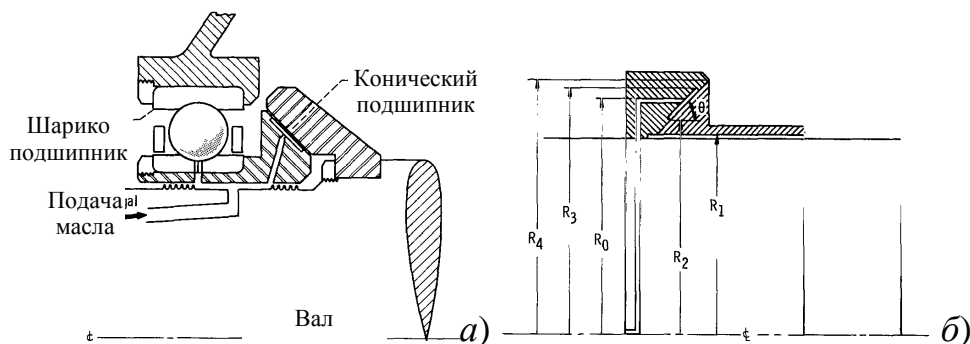
пользования подушек. В статье [82] отмечается, что наиболее эффективный метод для увеличения устойчивого диапазона работы роторно-опорной системы турбокомпрессора заключается в установке многоклиновых подшипников, устойчивых к вибрациям, или подшипников с самоустанавливающимися подушками. В работе [83] представлен анализ свободных колебаний, возникающих в новом типе воздушного компрессора с гибким ротором и лабиринтным уплотнением. Результатом анализа было установлено: уменьшение возможности возникновения центробежных сил за счет использования устойчивых многоклиновых сегментных опорных подшипников; установка специальных опор с улучшенными демпфирующими свойствами, таких как двухсторонние конические подшипники скольжения или упругодемпфирующие опоры с сегментными подшипниками [83].

Целый ряд работ посвящен исследованиям конических подшипников скольжения, в конструкцию которых для улучшения характеристик добавлены спиральные канавки [62, 63, 84 – 89]. Одними из первых работ, относящимися к области конических опор со спиральными канавками, являются труды Девара [84] и Бутсмы [85, 86]. В статье [84] приводятся математические модели расчета подшипников любой геометрической формы со спиральными канавками, смазываемых консистентной смазкой и маслом, на основе решения уравнения Рейнольдса. В работах [85, 86] изучаются характеристики сферических и конических опор со спиральными канавками, смазываемых неньютоновской несжимаемой жидкостью для случаев полного и неполного заполнения подшипникового зазора жидкостью. Описание статических характеристик конических подшипников со спиральными канавками, спроектированных для высокоскоростных шпинделей, приводится в работах японских ученых Йошимото, Шитары и др. [87, 88]. Особенность конструкции заключается в том, что смазочная жидкость (вода) подается под давлением во внутреннюю часть высверленного вращающегося вала и питает спиральные канавки на поверхности вала через питающие отверстия. Это направление рассмотрено и в работе Чена и др. [89], в которой проводится исследование влияния нарезанных на определенной длине подшипника спиральных канавок на характеристики конических опор.

Помимо спиральных канавок, как было сказано выше, внутренняя поверхность конических подшипников может быть также профилирована канавками и другой геометрической формы. Так, например, в работе [90] японских ученых проводится теоретическое исследование толщины смазочного газового слоя, заключенного в рабочем зазоре конического подшипника, в котором поверхность внутренней детали профилирована прямолинейными канавками. Получено аналитическое выражение для определения толщины смазочного слоя при наличии трех возможных смещений: осевого, радиального и нутационного; определено геометрическое условие работоспособности исследуемой конструкции газостатической опоры – конического подшипника с канавками вдоль образующей.

Отдельное место занимают гибридные подшипники, представляющие собой конструкции, состоящие из подшипника скольжения и подшипника качения [91 – 96]. Особенность работы данных конструкций заключается в том, что при незначительных скоростях вращения, например во время разгона, включается подшипник качения (ПК), тогда как подшипник скольжения (ПС) выключен из работы. При дальнейшем увеличении скоростей за счет возрастания инерционных сил, что характерно для основных режимов работы, происходит переключение работы с ПК на ПС. Достоинства данной конструкции заключаются в том, что в начальные режимы работы не происходит значительного изнашивания поверхности ПС, поскольку работает ПК. Зато на основных режимах при высоких скоростях вращения, обеспечивающих благоприятный для ПС режим жидкостной смазки и приводящих к разрушению ПК, происходит включение в работу ПС и отключение ПК. Таким образом, можно отметить, что рассматриваемая конструкция гибридного подшипника имеет значительно больший срок службы по сравнению с классическими подшипниками. В работах Нипана, Скиббе, Хемрока и др. [91, 92] рассматривается конструкция гибридной опоры с последовательным расположением конического гидростатодинамического подшипника (ГСДП) и шарикоподшипника (*рисунок 1.24*). Сделана попытка оптимизации размеров конического ГСДП для уменьшения трения [91] при различных условиях работы. Учитываются скоростные режимы, турбулентность потока, однако решение задачи осуществляется в

гидравлической постановке, что не позволяет определить давление в смазочном слое с учетом переменных теплофизических свойств.



**Рисунок 1.24.** Конический гидростатодинамический подшипник:

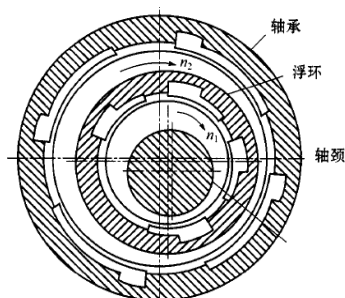
*a* – в составе гибридного подшипника; *б* – расчетная схема

Спустя 20 с лишним лет была опубликована статья китайского ученого Ванга [93], в которой анализируются погрешности, возникающие при оптимизации конического ГСДП, приведенной в работе [91]. Предлагается, с точки зрения автора, более точный метод и алгоритм расчета, сравниваются результаты, полученные обоими методами, оценивается и анализируется количество погрешностей и влияние факторов на них.

Разработка конструкции и описание испытаний гибридного с последовательным расположением ПК и ПС упорного подшипника приведено в работах Скиббе, Винна, Эйсеппи [94, 95]. Отмечается, что задачей исследования было конструирование, создание и тестирование гибридного подшипника с последовательным расположением ПК и ПС в условиях переменных скоростей вращения. В работе российских ученых Демидовича, Горюнова, Якимова [96] исследуется комбинированная опора, представляющая конструкцию, состоящую из шарикоподшипника и конического гидростатического подшипника, объединенных в испытываемый подшипниковый узел. Представленная статья касается изучения характеристик подшипников, образующих комбинированную опору, в условиях моделирования выхода из строя смазочной системы для охлаждения шарикоподшипника газотурбинного двигателя через форсунки.

Значительные теоретические и экспериментальные исследования в области конических гибридных подшипников были проведены китайскими учеными Це-

ном, Жангом, Гуо, Ки, Фэнгом и др. [97 – 102]. Под гибридным подшипником авторы понимают подшипник, в котором осуществляется гидростатодинамический принцип создания несущей способности. В работах [97 – 99] представлен новый тип конструкции – конический гибридный подшипник с плавающей втулкой (*рисунк 1.25*), в котором ротор вращается во внутренней втулке, которая, в свою очередь, вращается во внешней неподвижной втулке. При конструировании учитывались легкость и надежность запуска плавающей втулки.



**Рисунок 1.25.** Конический гибридный подшипник с плавающей втулкой

Теоретический анализ и численный расчет динамических характеристик рассматриваемой опоры на основе уравнения Рейнольдса с учетом граничных условий, определяющих положение внутренней и внешней смазочных пленок, приведен в статьях [97, 98].

Статья [99] представляет результаты экспериментальных исследований динамических характеристик гибридной опоры с плавающей втулкой. Сравнение экспериментальных результатов с теоретическими подтверждает достоверность и корректность разработанной математической модели. Кроме этого, можно отметить следующие работы китайских ученых в области конических гибридных подшипников [100 – 102]. В статье [100] проводится анализ статических характеристик в гибридном коническом подшипнике скольжения с параллельными дроселями. В работах Фэнга и др. [101, 102] исследуются статические и динамические характеристики конического гибридного подшипника со ступенчатыми камерами.

Отдельное направление занимают исследования, связанные с применением различных материалов для улучшения антифрикционных свойств в сопряжении подшипник-вал [103 – 106]. В связи с возросшим в последние годы спросом на материалы, имеющие высокие характерные жесткостные и демпфирующие свой-

ства, позволяющие значительно проще осуществить реализацию высокой скорости вращения ротора при сохранении высокой устойчивости, исследования в данной области являются актуальными. Так, в работах [103, 104] проводится теоретический и экспериментальный анализ углеродисто-эпоксидного вала в конических аэростатических опорных подшипниках. Композиты из двух материалов, один из которых имеет высокий модуль Юнга, а другой – высокое демпфирование, отражающие наилучшие характеристики каждого материала, все больше используются в аэрокосмической и авиационной промышленности. Определение несущей способности для сжимаемых пленок между одно- и двухслойными пористыми пластинами различной формы рассмотрено в работах [105] и [106] соответственно. В представленных статьях анализируются эффекты сжатия в конических опорах, а также рассчитывается влияние формы пластины и пористости на характеристики подшипника.

Исследованию влияния износа рабочих поверхностей на поведение и работу четырехкамерных конических подшипников с капиллярным и диафрагменным дросселированием посвящены работы Шармы, Фалле и Джейна [107, 108]. Уравнение Рейнольдса, описывающее течение смазочной среды в зазоре подшипника, решается при помощи метода конечных элементов. Статические и динамические характеристики конического подшипника представлены при варьировании внешней безразмерной нагрузки ( $\bar{W} = 0.1 - 1.0$ ) и углов полуконусности ( $\alpha = 10^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ$ ). Результаты численного моделирования показывают, что расход смазочного материала значительно снижается в случае конического подшипника по сравнению с соответствующим радиальным подшипником [107]. Во второй работе [108] оценивается влияние износа на работу конического подшипника с диафрагменным дросселированием. Расчет характеристик подшипника проводится в зависимости от величины внешней нагрузки, углов полуконусности и параметра глубины износа. Численное моделирование показало, что работе конического подшипника наносится значительный вред из-за дефектов износа.

В работах Хаксе, Фалле и Манты [109 – 111] также приводится анализ работы конического гидростатического подшипника, но с точечными камерами, для

различных углов полуконусности и сравнение влияния капиллярного и диафрагменного дросселирования на характеристики подшипника.

Среди последних научных разработок в области расчета и проектирования конических подшипников скольжения, опубликованных в последние несколько лет, можно отметить цикл статей индийских ученых, посвященных исследованию влияния микрополярной и псевдопластичной смазки на характеристики подшипника, его работу и поведение [112 – 119]. Шарма и Раджпут оценили влияние микрополярной и псевдопластичной смазки на поведение конического гибридного подшипника с 4-мя питающими камерами с капиллярным дросселированием, проанализировали работу и устойчивость конического гидростатического подшипника с различным количеством камер при использовании данного типа смазки [112 – 115]. Расчет статических и динамических характеристик конических гидростатических подшипников с 6-тью камерами с микрополярной смазкой, а также их поведение рассматривается в работах Вермы, Раны и Гаутама [116 – 119].

В заключение обзора литературы отметим еще и работы А.И. Куменко, Н.Ю. Кузьминых и В.Н. Костюкова по радиальным подшипникам, которые используются для крупных энергетических турбоагрегатов [120 – 122]. В этих работах приведен расчет статических характеристик с учетом отклонений параметров подшипников при ремонте и сборке валопровода турбоагрегата, а также при перемещениях шейки вала. Учитывая наличие осевой нагрузки, появляется необходимость рассмотрения возможности применения конических подшипников с учетом особенностей расчета опор скольжения в таких турбоагрегатах.

Анализ технической литературы свидетельствует о том, что в настоящее время существуют различные методы расчета основных показателей работоспособности конических подшипников скольжения. Данный материал представляет интерес, но не охватывает всю область исследования конических опор жидкостного трения, большинство работ ограничивается изучением ламинарности и изотермичности течения, малых скоростей вращения, гидравлическим подходом. Практически нет работ, в которых решается комплексная задача по определению полей давлений без вышеперечисленных допущений. Учитывая необходимость

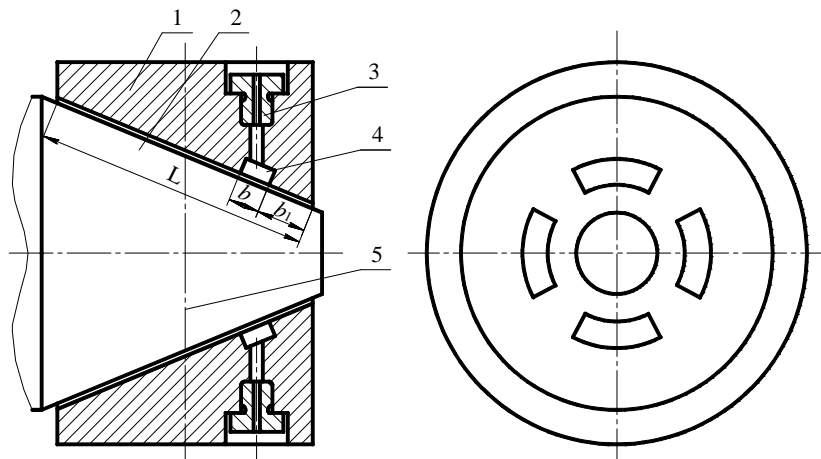
изучения турбулентности потока смазочного материала, учета переменности теплофизических свойств, анализа динамики и устойчивости роторной системы на конических подшипниках, вибрации, а также возможность использования последних в качестве опор, предназначенных для турбоагрегатов и других высокоскоростных машин, появляется необходимость в дополнительной разработке методов расчета и исследования КПС. Предлагаемая работа систематизирует знания в исследуемой области и предлагает методики расчета конических подшипников.

#### **1.4. Конструктивные решения и патентный обзор**

Известно достаточно большое количество различных конструктивных схем конических опор жидкостного трения, представленных патентами и авторскими свидетельствами. В этом разделе приводятся некоторые типовые конструкции и условия работы исследуемых подшипников скольжения.

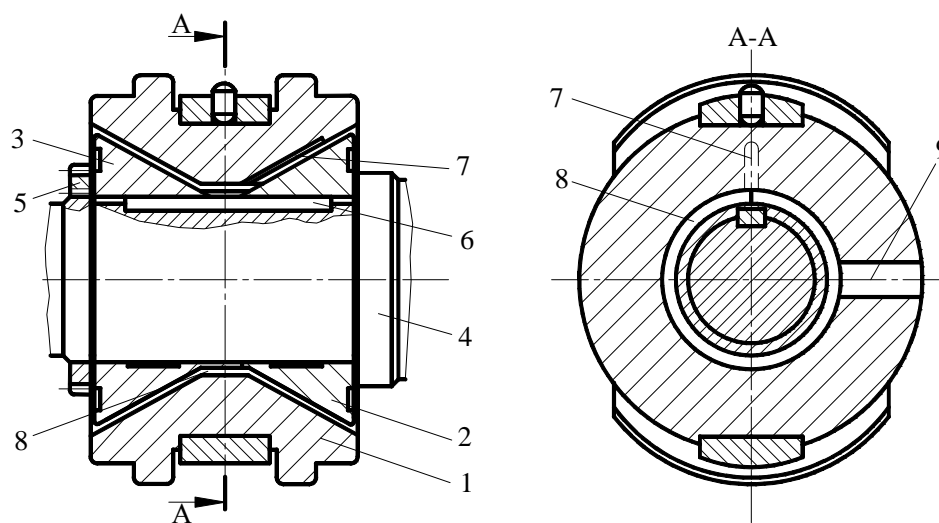
Коническая гидростатодинамическая опора содержит охватывающую цапфу вала 2 втулку 1 с расположенными на ее внутренней конической поверхности камерами 4 (*рисунок 1.26*) [123]. Для повышения надежности последние расположены поперек образующих конуса втулки 1 со смещением относительно средней поперечной ее оси 5 в сторону меньшего основания конуса на величину  $0,15 \div 0,2$  длины его образующей, а ширина камер 4 выполнена  $0,1 \div 0,3$  длины образующей конуса. Поверхность конуса втулки 1 не перерезается камерами 4, и угол охвата становится равным  $360^\circ$ . Возможный срыв смазочной пленки в расширяющейся части зазора лишь увеличивает радиальную составляющую несущей способности. Камеры 4 сдвинуты в сторону торцевой поверхности малого диаметра, поэтому за счет центробежных сил, действующих на смазочный слой, уменьшаются расходы смазки и увеличивается несущая способность. Изобретение, целью которого является повышение надежности, может быть использовано в качестве опор валов машин и механизмов, нагруженных радиальными и осевыми нагрузками. Применительно к опорам трения турбомашин предлагаемая конструкция позволяет использовать рабочее тело агрегата с малой вязкостью для смазки опоры, что исключает применение подшипников качения, имеющих ограниченный ресурс и требующих специальной смазки. Уменьшение вязкости смазки приводит к

уменьшению несущей способности, а, следовательно, к уменьшению надежности работы подшипника. Эти особенности ликвидируют указанный недостаток и позволяют при сравнительно невысоких давлениях смазки, поступающей в камеры, обеспечить необходимую величину несущей способности.



**Рисунок 1.26** Коническая гидростатодинамическая опора

Нестандартной конструкцией конических опор являются двухсторонние конические упорно-опорные подшипники скольжения [124], в которых повышение осевой несущей способности и упрощение конструкции достигается за счет выполнения глухой смазочной канавки вдоль образующей конической поверхности корпуса, напротив зоны наибольших гидродинамических давлений, со стороны действия осевой нагрузки, обеспечивающей равномерный подвод масла к рабочим поверхностям и способствующей лучшему образованию масляного клина и его охлаждению (*рисунок 1.27*).



**Рисунок 1.27** Двухсторонний конический упорно-опорный подшипник скольжения

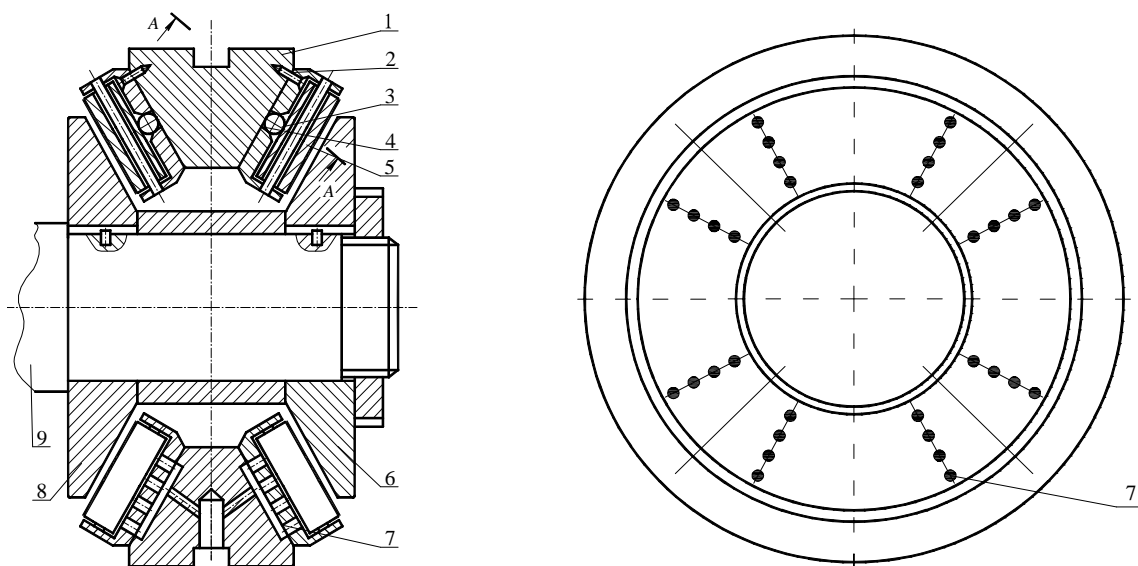


Двухсторонний конический подшипник содержит неразъемный корпус 1 с двухсторонней конической расточкой и два конических шипа 2 и 3, удерживаемых на валу 4 от осевого перемещения гайкой 5, а от проворачивания – шпонкой 6. Для подвода смазки на рабочие поверхности подшипника вдоль образующей конической поверхности корпуса 1, со стороны действия осевой нагрузки, выполнена смазочная канавка 7, которая сообщается с круговой камерой 8 и подводным каналом 9. Смазка из системы под давлением поступает в подводный канал 9 и далее в круговую камеру 8. Из нее смазка поступает в смазочную канавку 7 и затем равномерно по круговой орбите увлекается в масляный клин на смазку рабочих поверхностей подшипника. Недостатками известных подшипников являются конструктивная и технологическая сложность и пониженная несущая способность подшипника из-за большого количества сквозных смазочных канавок.

Для повышения демпфирующей способности и виброустойчивости подшипников с самоустанавливающимися вкладышами, в АО «НИИтурбокомпрессор» (г. Казань) разработана конструкция двусторонних опорно-упорных подшипников с коническими самоустанавливающимися подушками [125] (*рисунок 1.28*), которые одновременно воспринимают радиальные и осевые нагрузки и в сочетании с нерабочей (ненагруженной) стороной обладают достаточными демпфирующими свойствами, что и обеспечивает устойчивость вращения роторов. Кроме того, конструктивно более просты, имеют меньшие габариты, вес и потери мощности на трение по сравнению с традиционными опорно-упорными подшипниками, обладают также повышенной осевой несущей способностью [1, 81, 82].

Конструкция симметричного конического подшипника с самоустанавливающимися подушками [1, 125] содержит корпус 1, в котором расположены два несущих пакета, каждый из которых состоит из конических подушек 5, опирающихся тыльной стороной на шарики 3, обеспечивающие свободу качания подушек во всех направлениях (*рисунок 1.28*). Шарики расположены в сепараторе 2 в конических отверстиях, препятствующих их выпадению из сепаратора при монтаже и демонтаже пакета, крепящегося к корпусу 1 четырьмя винтами, и опираются на конические поверхности корпуса. Подушки 5, реверсивность которых

обеспечивается расположением отверстия под штифт в их теле, равномерно расположенные в сепараторе и фиксируются от перемещения штифтами 4, проходящими через тело подушки параллельно образующей конуса.

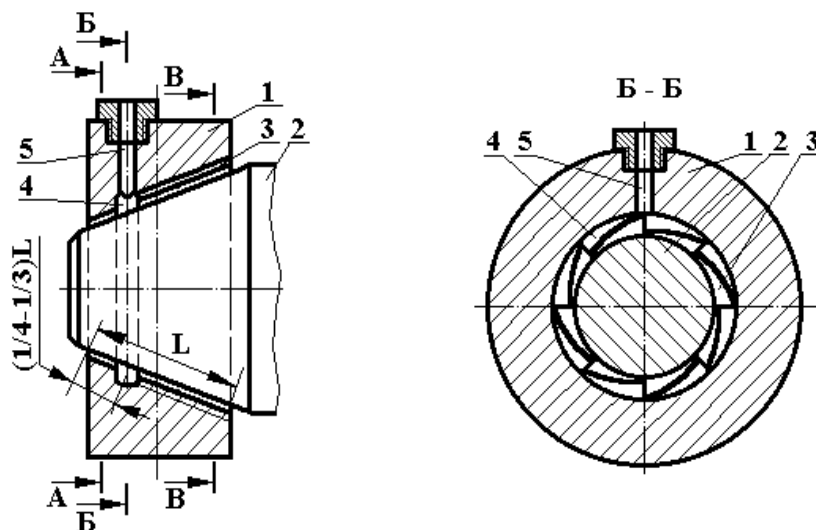


**Рисунок 1.28** Симметричный двухсторонний конический подшипник с самоустанавливающимися подушками: 1 – корпус; 2 – сепаратор; 3 – шар; 4 – штифт; 5 – подушка; 6, 8 – шип конический; 7 – отверстие, 9 – вал

Цикл патентов [126 – 135] автора диссертации также дает представление о принципах работы опорных узлов на базе конических подшипников скольжения, преимущества которых были описаны выше. Представленный конический подшипник (**рисунок 1.29**) [126] представляет собой гидростатодинамическую опору и состоит из корпуса 1 в виде втулки с внутренней конической поверхностью и вала 2. Корпус охватывает цапфу вала и на внутренней поверхности имеет продольные 3 и поперечную 4 выточки. При этом выточка 4 выполнена кольцевой, расположена поперек образующих конуса подшипника, и к ней через радиальное отверстие 5 подведена под давлением рабочая жидкость. Эта внутренняя поверхность, расположенная между торцом меньшего основания конуса и кольцевой выточкой, является гладким гидростатодинамическим подшипником скольжения.

На внутренней поверхности подшипника, расположенной в сторону большего основания от кольцевой выточки, выполнены продольные выточки, имеющие клиновидный профиль в поперечном сечении и образующие многоклиновую внутреннюю поверхность подшипника. Эта часть корпуса, расположенная между

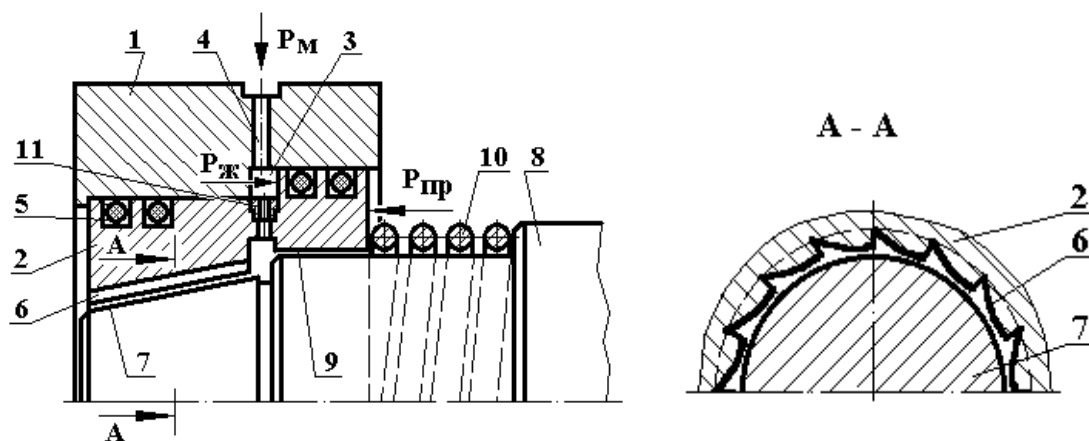
торцом большего основания конуса и кольцевой выточкой, является многоклиновым гидростатодинамическим подшипником скольжения. Замена гладкой поверхности на многоклиновую позволяет существенно изменить характеристики опоры: снижается несущая способность, но при этом резко возрастает устойчивость движения вала благодаря возникновению дополнительных гидродинамических клиньев в ненагруженной зоне. При правильно подобранном давлении подачи смазочного материала и геометрических характеристиках многоклиновые подшипники способны почти полностью подавлять вихрь и биение роторов. Таким образом, гладкий подшипник скольжения обеспечивает большую грузоподъемность, а многоклиновый – большую устойчивость.



*Рисунок 1.29.* Конический подшипник скольжения

С другой стороны, данную конструкцию можно в определенной мере рассматривать и как комбинацию подшипника и уплотнения. В этом случае подача смазочного материала осуществляется с клинового торца, а гладкая коническая часть выполняет функции щелевого уплотнения. Этот вид опор целесообразно использовать в насосных агрегатах, в которых смазка и охлаждение подшипниковых узлов проводится рабочими телами и возможно перетекание среды между полостями высокого и низкого давлений. Таким образом, конический гидростатодинамический подшипник повышает надежность и долговечность опорного узла путем совмещения достоинств гладкого и многоклинового подшипников, упрощает эксплуатацию благодаря простоте конструкции и повышает ресурс работы.

Комбинированная гибридная опора (*рисунок 1.30*) [127], помимо повышения надежности и долговечности, позволяет снизить биения вала и, соответственно, повысить устойчивость движения ротора. Предлагаемая опора представляет собой гидростатодинамическую опору и содержит корпус 1 и втулку 2 подшипника скольжения, при этом втулка подшипника размещена в корпусе с возможностью осевого перемещения и образует с ним замкнутую полость 3. Для предотвращения вытекания рабочей жидкости через зазоры между корпусом и втулкой в последней выполнены кольцевые канавки, в которых установлены уплотнительные кольца 5. Внутренняя поверхность втулки выполнена двухступенчатой, одна из которых имеет коническую многоклиновую поверхность 6, охватывающую коническую цапфу 7 вала 8. Вторая ступень 9 является цилиндрической внутренней поверхностью, сопрягаемой соответственно с ответной цилиндрической поверхностью вала. Втулка 2 со стороны цилиндрической поверхности отверстия поджата относительно вала пружиной 10 осевого поджатия. В корпусе и втулке выполнена система подачи рабочей жидкости в рабочие зазоры подшипника скольжения, состоящая из подводящих каналов 4 и жиклера 11.



*Рисунок 1.30* Комбинированная гибридная опора

Комбинированная опора работает следующим образом. При переходных режимах работы (пуск, останов), когда частота вращения вала невелика, радиальная нагрузка воспринимается гладким цилиндрическим участком опоры, при этом давление рабочей жидкости в полости 3 невелико и пружина отжимает втулку 2 в крайнее левое положение (*рисунок 1.30*). Конический многоклиновый участок при этом не работает и не контактирует с цапфой вала. При увеличении частоты

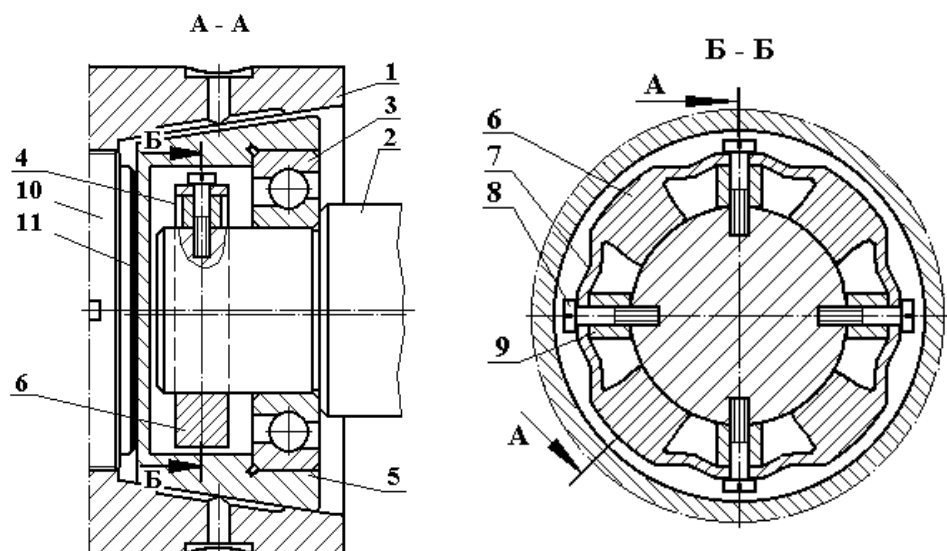
вращения вала в замкнутую полость 3 под большим давлением подается рабочая жидкость и втулка под действием развиваемого усилия преодолевает сопротивление пружины и перемещается вправо. При этом вступает в работу конический многоклиновый участок втулки, который контактирует с цапфой вала, а цилиндрический участок опоры выводится из контакта с валом. Вызванные высокой частотой вращения вала импульсные нагрузки высокой интенсивности, приложенные к корпусу, передаются через многоклиновый участок на вал, предохраняя при этом гладкий цилиндрический участок от разрушения.

Это позволяет на основных режимах работы разгрузить гладкую быстро изнашиваемую поверхность опоры и резко увеличить устойчивость движения вала благодаря возникновению дополнительных гидродинамических клиньев в нагруженной зоне цапфы вала. При правильно подобранном давлении подачи рабочей жидкости и геометрических характеристиках многоклиновые гибридные опоры способны полностью подавлять вихрь и биение вала, а также обеспечивают высокий уровень несущей способности. Надежность всей комбинированной опоры повышается за счет изоляции цилиндрического участка подшипника скольжения от действия импульсных нагрузок высокой интенсивности, устраняя возможность сухого трения в коническом многоклиновом участке гидростатодинамического подшипника в случае падения давления в гидросистеме подачи рабочей жидкости. Предлагаемую комбинированную гибридную опору целесообразно использовать в насосных агрегатах, в которых смазка и охлаждение подшипниковых узлов проводится рабочими телами и возможно перетекание среды между полостями высокого и низкого давлений, для защиты от однократных импульсных нагрузок высокой интенсивности.

Патенты [128 – 134] автора работы дают представление о принципах работы комбинированных опорных узлов, состоящих из комбинации конического подшипника скольжения и подшипника качения, что позволяет существенно повысить надежность и долговечность роторных машин.

Комбинированная опора с неравножестким кольцом [128] (*рисунок 1.31*) представляет собой гидростатическую опору и состоит из корпуса 1 с внутренней

конической поверхностью и вала 2, на котором закреплен радиально-осевой подшипник качения 3 и неравножесткое кольцо 4. На наружном кольце подшипника качения установлена коническая втулка 5, играющая роль подшипника скольжения. Неравножесткое кольцо изготовлено с утолщенными участками 6, которые чередуются с тонкими волновыми участками 7. Кольцо имеет возможность деформирования в радиальном направлении, т.е. изменения наружного диаметра под действием центробежных сил и обеспечения фрикционного контакта с подвижной конической втулкой подшипника скольжения утолщенными участками за счет выпрямления тонких участков. Кольцо 4 жестко закреплено на валу с помощью болтов 8 и распорных втулок 9, утолщенные участки которого служат инерционными грузами.



**Рисунок 1.31** Комбинированная опора с неравножестким кольцом

В корпусе выполнена система смазки подшипника скольжения, для ограничения перемещения конического подшипника скольжения в осевом направлении и для избежания его заклинивания в корпусе устанавливается регулировочный винт 10, на торец которого нанесен антифрикционный слой 11. При помощи винта 10 возможно настроить оптимальное положение конического подшипника относительно корпуса в момент отсутствия гидродинамической силы в нем.

Предлагаемая комбинированная опора работает следующим образом. При пуске/останове, когда частота вращения ротора невелика, осевая и радиальная нагрузка воспринимается радиально-осевым подшипником качения через кониче-

ский подшипник скольжения и корпус, при этом конический подшипник опирается на внутреннюю поверхность корпуса, и кольцо 4 свободно вращается вместе с валом внутри подшипника 5. На основных режимах работы утолщенные участки 6 как инерционные массы под действием центробежных сил деформируют волновые тонкие участки 7 кольца 4 и перемещаются в радиальном направлении. Наружный диаметр кольца в местах утолщенных участков увеличивается, утолщенные участки кольца касаются подшипника скольжения, и последний приводится во вращение. Обеспечение фрикционного контакта вала с подвижной конической втулкой подшипника происходит за счет деформирования волновых тонких участков кольца и увеличения наружного диаметра кольца. Вращающийся подшипник скольжения позволяет разгрузить подшипник качения при высоких скоростях вращения вала. Переключение с переходного режима работы (например, пуск), когда в работе участвует только подшипник качения, на основной режим работы, когда работает подшипник скольжения, зависит от массы утолщенных участков, жесткости и толщины волновых тонких участков кольца и других конструктивных параметров комбинированной опоры. Комбинированная опора [128] повышает надежность и долговечность роторно-опорного узла, упрощает его изготовление и эксплуатацию благодаря простоте конструкции и повышает ресурс работы.

Аналогично работает и комбинированная опора с гофрированным кольцом [129]. Отличие представленной конструкции состоит в том, что вместо неравно жесткого кольца на валу установлено гофрированное кольцо 4, имеющее впадины и выступы, при этом впадинами оно жестко закреплено на валу 2 при помощи винтов 6, а в выступах расположены небольшие инерционные грузы 7 (рисунк 1.32). Гофрированное кольцо может быть изготовлено из холоднокатаной термообработанной ленты с возможностью деформирования в радиальном направлении, т.е. изменения наружного диаметра под

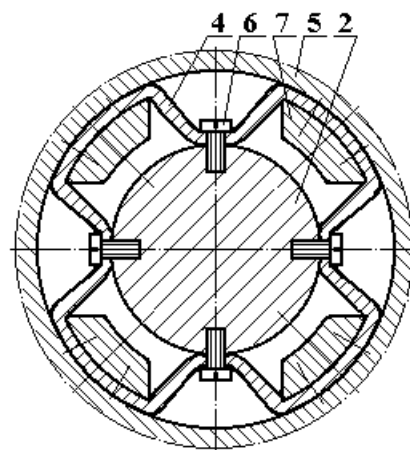


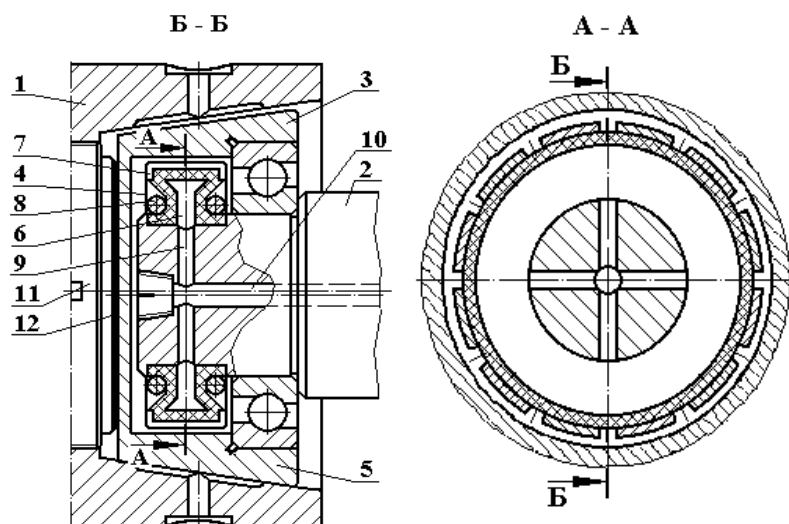
Рисунок 1.32 Комбинированная опора

действием центробежных сил и обеспечения фрикционного контакта с подвижной конической втулкой подшипника скольжения 5. На основных режимах работы инерционные грузы под действием центробежных сил деформируют упругую ленту во впадинах кольца 4, перемещая выступы в радиальном направлении. Наружный диаметр кольца увеличивается, выступы кольца касаются подшипника скольжения, последний приводится во вращение. Обеспечение фрикционного контакта вала с подвижной конической втулкой происходит за счет деформирования впадин и увеличения наружного диаметра кольца.

Управляемая комбинированная опора (*рисунок 1.33*) [130] представляет собой гидростатическую опору и состоит из корпуса с внутренней конической поверхностью 1 и вала 2. На валу 2 закреплен радиально-осевой подшипник качения 3 и эластичное кольцо 4. На наружном кольце подшипника качения установлена коническая втулка 5, играющая роль подшипника скольжения. Эластичное кольцо 4 изготовлено из маслостойкой резины с внутренней полостью 6 и армировано по наружному диаметру металлическими пластинами 7. Последние необходимы для увеличения износостойкости кольца при фрикционном контакте с подвижной конической втулкой подшипника скольжения. Эластичное кольцо установлено в канавке вала и закреплено с каждого торца с помощью хомутиков 8. Внутренняя полость кольца 4 через радиальные 9 и центральное 10 отверстия вала соединена с гидросистемой роторной машины, в которой установлена данная опора.

При подаче под давлением рабочей жидкости в полость 6 эластичное кольцо деформируется в радиальном направлении, т. е. увеличивается его наружный диаметр и обеспечивается фрикционный контакт с подвижной конической втулкой подшипника скольжения, при этом работать будет только подшипник скольжения. При снятии давления в рабочей полости наружный диаметр кольца уменьшается и сцепление вала с подшипником скольжения прекращается, работает только подшипник качения. Для ограничения перемещения КПС в осевом направлении и для избежания его заклинивания в корпусе устанавливается регулировочный винт 11, на торец которого нанесен антифрикционный слой 12.





**Рисунок 1.33** Управляемая комбинированная опора

При переходных режимах работы осевая и радиальная нагрузка воспринимается радиально-осевым подшипником качения, при этом конический подшипник опирается на внутреннюю поверхность корпуса и кольцо 4 свободно вращается вместе с валом внутри подшипника 5. На основных режимах работы комбинированной опоры увеличивают давление рабочей жидкости в полости эластичного кольца, которое деформируясь в радиальном направлении, увеличивает свой наружный диаметр и обеспечивает фрикционный контакт с подвижной конической втулкой. Вращающийся подшипник скольжения позволяет разгрузить ПК при высоких скоростях вращения вала.

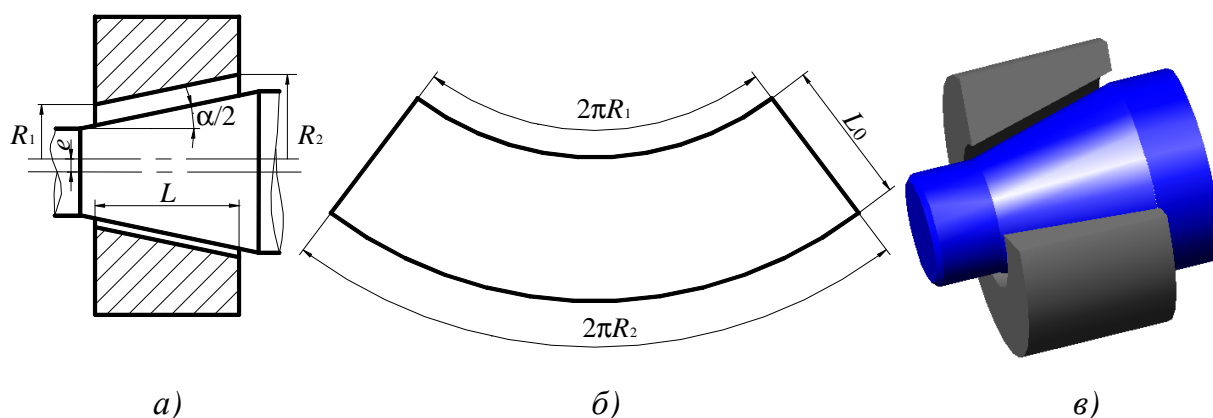
Представленный обзор патентов и авторских свидетельств по коническим опорам скольжения показывает, что в данной области количество запатентованных конструкций значительно меньше по сравнению с конструкциями других типов подшипников скольжения (радиальных, осевых), что связано не только с технологическими сложностями (проектирование, изготовление, монтаж, обслуживание), но и с недостаточным исследованием данных подшипников в теоретическом плане. Предлагаемая диссертационная работа и предназначена для восполнения знаний в этой области.

## 2. РАСЧЕТ ПОЛЕЙ ДАВЛЕНИЙ В КОНИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКАХ

### 2.1. Расчетные схемы конических подшипников

По принципу создания несущей способности опоры скольжения, в том числе и конические, как было сказано выше, подразделяются на две большие группы: гидродинамические (ГДП) и гидростатические (ГСП) подшипники, конструктивно представляющие собой жестко установленную в корпусе втулку. В ГДП подача смазочного материала осуществляется с одного из торцов, тогда как в ГСП нагнетание происходит через дроссельные устройства [136 – 141].

Среди большого разнообразия гидродинамических опор в представленной диссертационной работе рассматриваются три основных типа: гладкий, многоклиновый и гибридный. Применение в качестве опор роторов современных высокоскоростных турбомашин и агрегатов находят конические гладкие гидродинамические подшипники (*рисунок 2.1*), что обусловлено, прежде всего, простотой конструкции за счет отсутствия дросселирующих элементов и, как следствие, ее удешевлением и упрощением эксплуатации [136, 137].



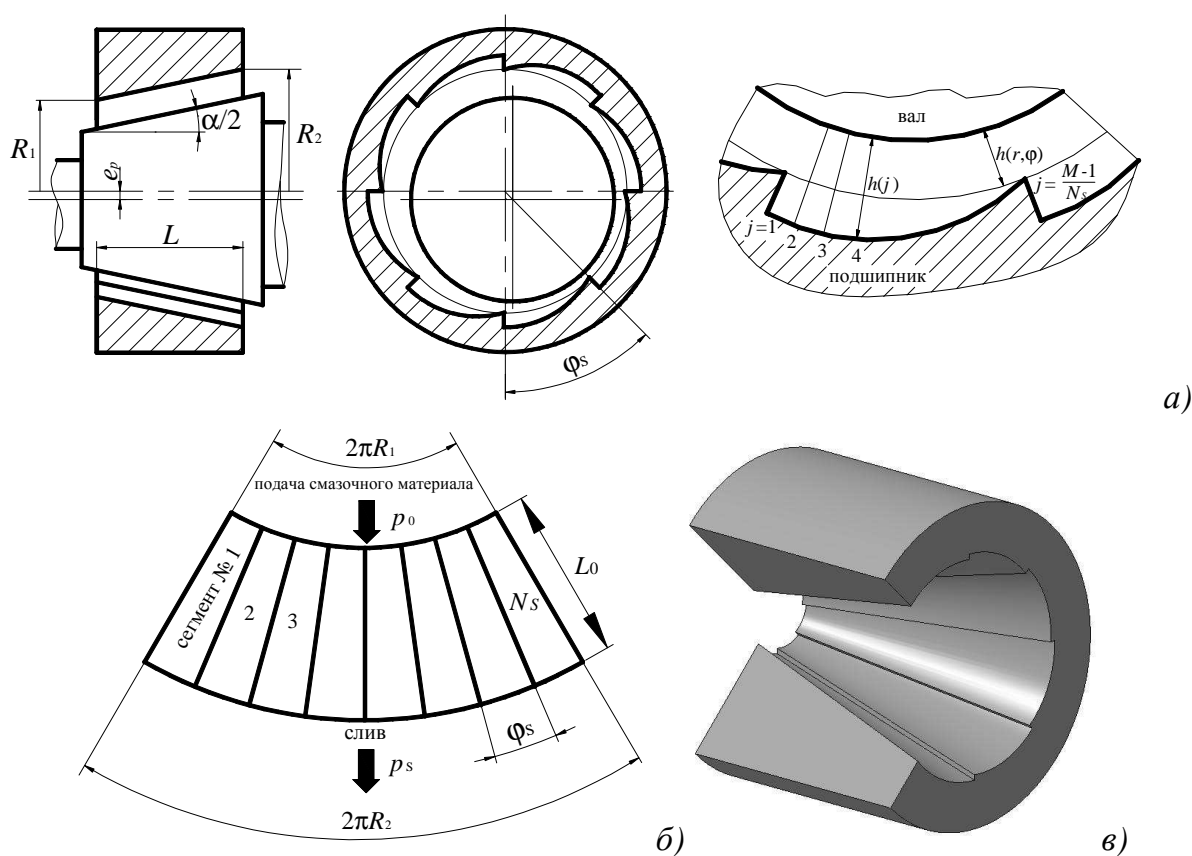
**Рисунок 2.1** Конический гладкий гидродинамический подшипник:

*a* – расчетная схема; *б* – развертка опорной поверхности; *в* – 3D-модель

Однако, одним из недостатков классических гидродинамических опор является ограниченная виброустойчивость. Заменяя гладкую поверхность многоклиновой, можно существенно изменить характеристики опоры: снижается несущая способность, но при этом возрастает устойчивость движения вала благодаря возникновению дополнительных гидродинамических клиньев в ненагруженной зоне.

При правильно подобранном давлении подачи смазочного материала и геометрических характеристиках многоклиновые подшипники способны почти полностью подавлять вихрь и биение роторов высокоскоростных турбомашин.

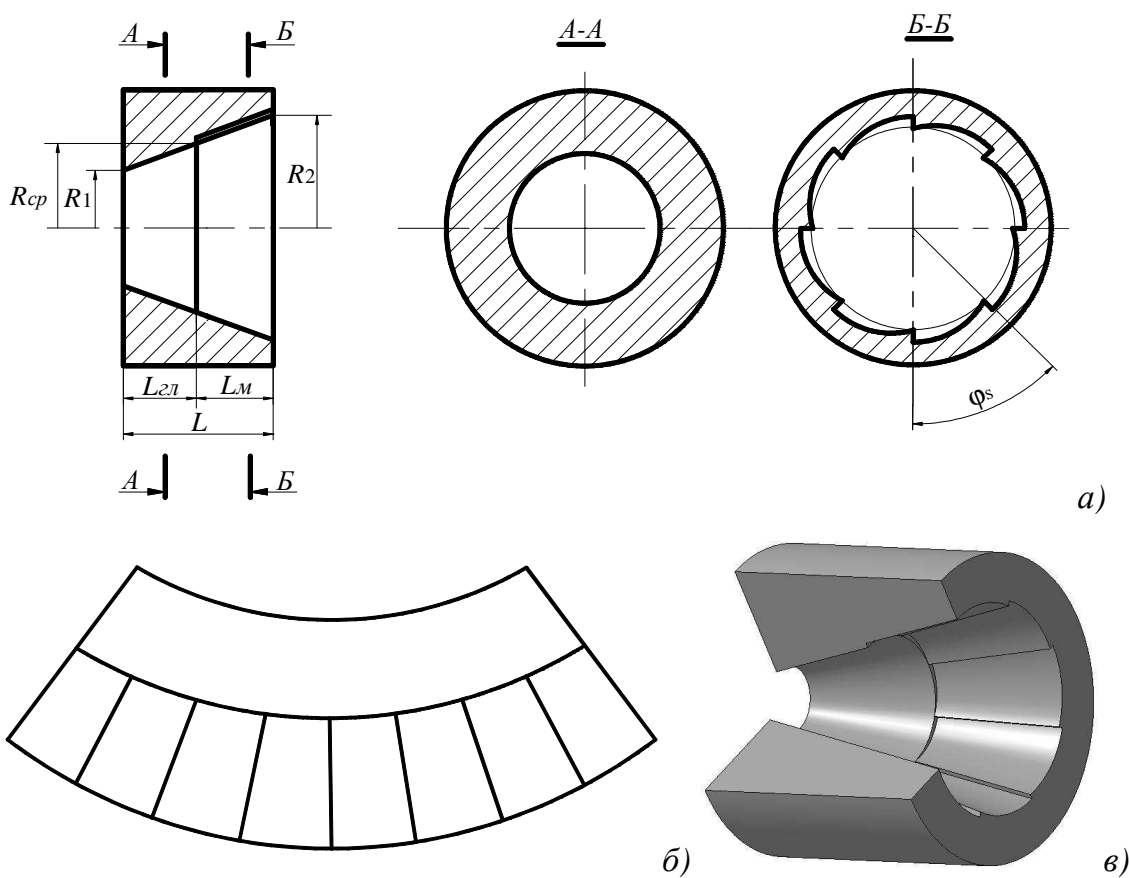
Конический многоклиновый гидродинамический подшипник (МГДП) (*рисунк 2.2*), развертка опорной поверхности которого представляет собой трапециевидальную область, разделенную в окружном направлении на  $N_s$  равных участков (клиньев или сегментов), позволяет, помимо повышения виброустойчивости, воспринимать и значительные осевые нагрузки, возникающие в современных высокоскоростных турбомашинах [137, 142 – 144].



**Рисунок 2.2** Конический многоклиновый гидродинамический подшипник:  
*а* – расчетная схема; *б* – развертка опорной поверхности; *в* – 3D-модель

Совмещение в одной конструкции двух различных типов опор скольжения позволяет получить новый тип конического гибридного подшипника, совмещающего в своей конструкции гладкую и многоклиновую части (*рисунк 2.3*). Длина  $L$  гибридной опоры определяется из суммы длин гладкой  $L_{гд}$  и многоклиновой  $L_m$  частей. Минимальный и максимальный радиусы опорной поверхности гладкой части гибридного подшипника  $R_1$  и  $R_{cp}$ , а минимальный и максимальный радиусы

многоклиновой части –  $R_{cp}$  и  $R_2$  соответственно; угол, соответствующий одному сегменту –  $\varphi_s$ . Преимущество данного типа подшипника заключается в следующем: гладкая часть опоры обеспечивает большую грузоподъемность, тогда как многоклиновая – большую устойчивость. Использование таких типов опор необходимо в случаях, когда требуется обеспечить большую грузоподъемность при сохранении устойчивого положения роторов высокоскоростных турбомашин. Это особенно актуально для различных высокоскоростных турбоагрегатов, используемых в авиа- и ракетно-космической технике [137, 145].



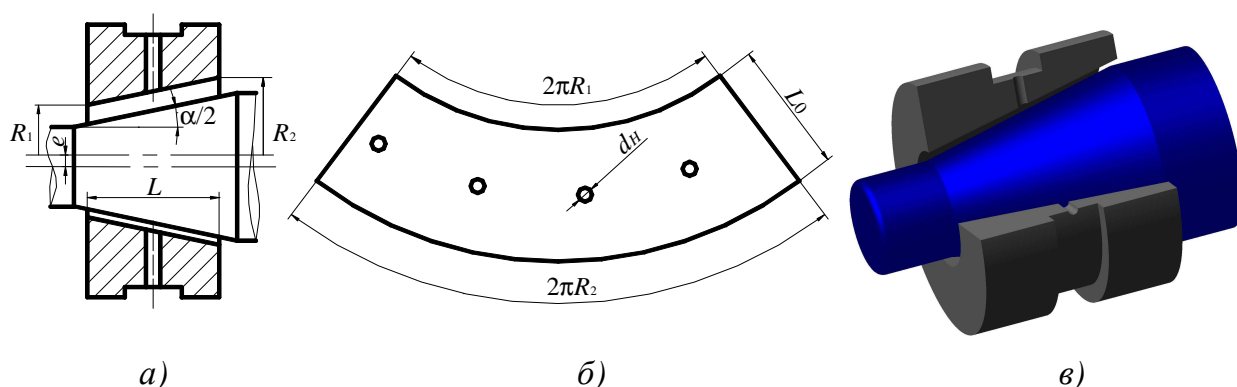
**Рисунок 2.3** Конический гибридный гидродинамический подшипник:

*a* – расчетная схема; *б* – развертка опорной поверхности; *в* – 3D-модель

Гидростатические подшипники находят широкое применение в качестве опор роторов высокоскоростных турбомашин. Преимуществом ГСП является возможность создания достаточной несущей способности при отсутствии или низких частотах вращения ротора, что предотвращает соприкосновение трущихся деталей, и, соответственно, увеличивает надежность и долговечность роторно-опорного узла. Работоспособность опорного узла обеспечивается за счет давления

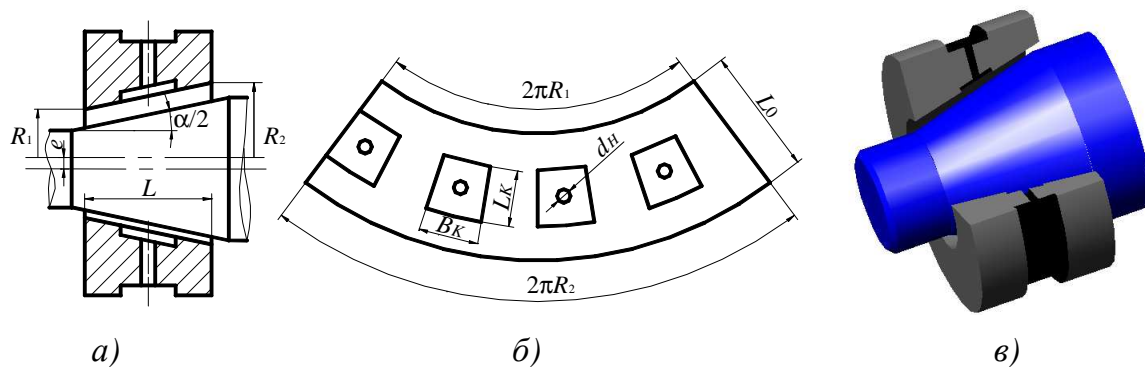
подачи смазочного материала в питающие камеры, которые могут иметь различную форму: точечные, прямоугольные, круглые, шевронные и т.д. В данной работе исследуются гидростатические подшипники двух типов: ГСП с точечными камерами (*рисунок 2.4*) и ГСП с прямоугольными камерами (*рисунок 2.5*) [136, 137].

Как было сказано выше, в гидростатических подшипниках нагнетание смазочного материала происходит через дроссельные устройства. В настоящее время широкое распространение получили дроссели постоянного сечения – капилляры ( $l_H \gg d_H$ ), диафрагмы ( $d_H \gg l_H$ ) и жиклеры ( $d_H \approx l_H$ ), что связано с их компактностью, высокой надежностью и большим ресурсом работы. В представленной модели в качестве дроссельного устройства рассматривается жиклер, от размеров  $d_H$  и  $l_H$  которого зависят давление в питающих камерах и, соответственно, сила гидростатического подъема, при этом наиболее эффективная работа такого подшипника обеспечивается при  $p_H = (0,4 \dots 0,6) \cdot p_0$ .



**Рисунок 2.4** Конический гидростатический подшипник с точечными камерами:

*a* – расчетная схема; *б* – развертка опорной поверхности; *в* – 3D-модель



**Рисунок 2.5** Конический гидростатический подшипник с прямоугольными камерами:

*a* – расчетная схема; *б* – развертка опорной поверхности; *в* – 3D-модель

Поскольку при рассмотрении геометрии конического подшипника исходными величинами являются: максимальный радиус подшипника  $R_2$ , длина подшипника  $L$  и угол конусности  $\alpha$ , то основные расчетные параметры определяются по следующим соотношениям:

- конусность:  $c = \frac{D_2 - D_1}{L} = \frac{2(R_2 - R_1)}{L} = 2\text{tg}(\alpha/2)$ ;
- минимальный радиус подшипника:  $R_1 = R_2 - L\text{tg}(\alpha/2)$ ;
- длина образующей конической поверхности:  $L_0 = \frac{L}{\cos(\alpha/2)}$ ;
- угол развертки:  $\varphi = 2\pi\sin(\alpha/2)$ .

Существенное влияние на распределение давления в смазочном слое оказывает его толщина  $h$ , входящая в уравнение Рейнольдса и являющаяся функцией положения центра цапфы и угловой координаты. В связи с этим, представляется необходимым подробнее остановиться на нахождении толщины смазочного слоя – функции полного (совместно радиального и осевого) зазора [136, 137, 142–148].

Функцию полного зазора определяем из рассмотрения геометрии опорного узла. Для случая эксцентричного положения цапфы ротора в коническом подшипнике скольжения при отсутствии перекоса оси ротора относительно оси подшипника функция зазора  $h$  не зависит от координаты  $r$  и является только функцией окружной координаты  $\varphi$ . Определение функции  $h(\varphi)$  осуществляется вначале в плоскости  $XOY$  (*рисунок 2.6*), где функция радиального зазора  $h_{XY}$  выглядит следующим образом:

$$h_{XY} = h_{0_{XY}} - X \sin \beta - Y \cos \beta, \quad (2.1)$$

где  $h_{0_{XY}}$  – средний радиальный зазор в плоскости  $XOY$ .

Поскольку функция  $h(\varphi)$  без учета перемещений в осевом направлении определяется как:  $h(\varphi) = h_{XY} \cos(\alpha/2)$ , то можно записать:

$$h(\varphi) = h_{0_{XY}} \cos(\alpha/2) - (X \sin \beta + Y \cos \beta) \cos(\alpha/2). \quad (2.2)$$

С учетом среднего зазора  $h_0$ , определяемого как:  $h_0 = h_{0_{XY}} \cos(\alpha/2)$ , и осевого перемещения  $e_z$  цапфы вала функция полного зазора определяется:

– в декартовой системе координат –

$$h(\varphi) = h_0 - (X \sin \beta + Y \cos \beta) \cos(\alpha/2) + Z \sin(\alpha/2), \quad (2.3)$$

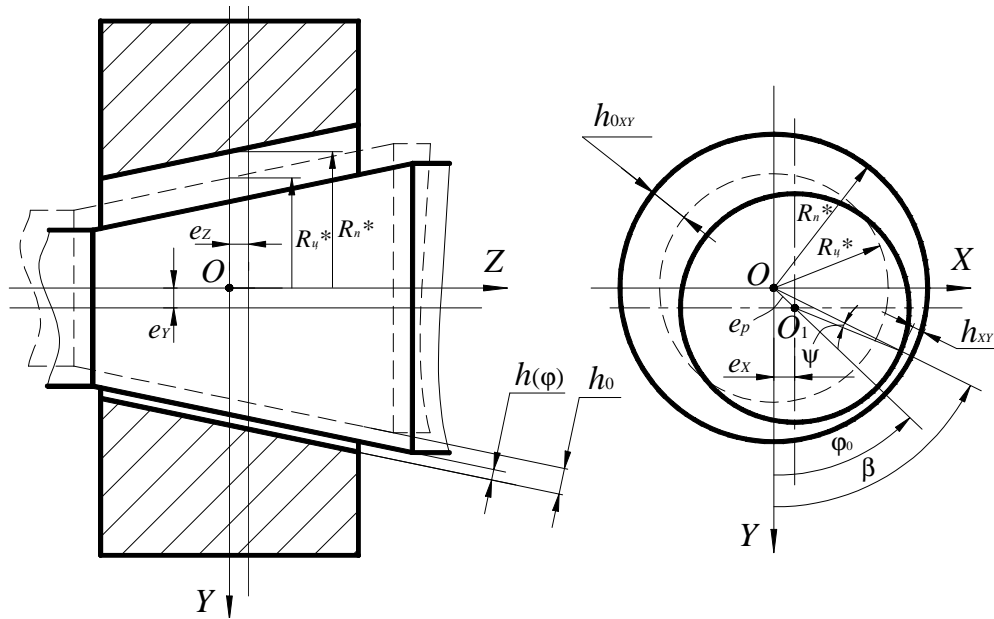
– в цилиндрической системе координат –

$$h(\varphi) = h_0 - e_p \cos(\beta - \varphi_0) \cos(\alpha/2) + e_o \sin(\alpha/2). \quad (2.4)$$

При этом накладываются следующие ограничения:

$$e_p = \sqrt{e_X^2 + e_Y^2} < h_{0XY}, \quad e_o > Z_{\min} = -\frac{h_0}{\sin(\alpha/2)}, \quad (2.5)$$

где соответствующие эксцентриситеты равны:  $e_X = X$ ,  $e_Y = Y$ ,  $e_o = e_Z = Z$ .



**Рисунок 2.6** Расчетная схема для определения функции полного зазора без учета перекоса оси ротора относительно оси подшипника

При наличии перекоса оси ротора относительно оси конического подшипника полный зазор является функцией двух переменных координат  $r$  и  $\varphi$  и представляется следующим образом (**рисунок 2.7**):

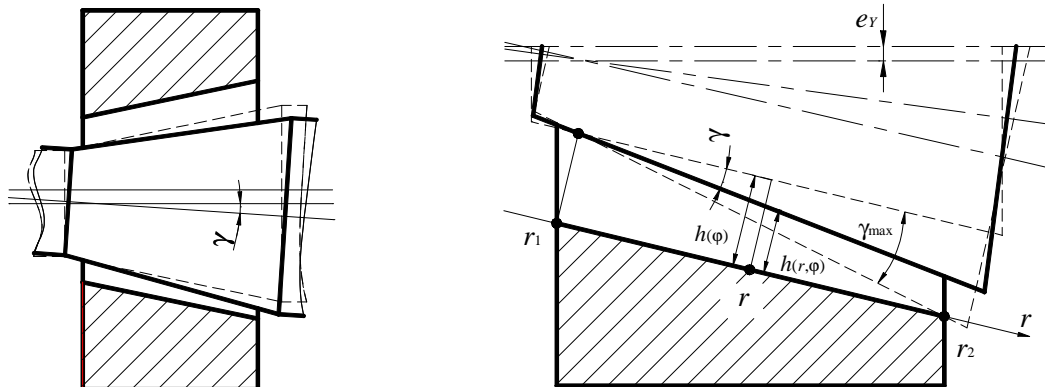
$$h(r, \varphi) = h_0 - (X \sin \beta + Y \cos \beta) \cos(\alpha/2) + Z \sin(\alpha/2) - (r - r_1) \operatorname{tg} \gamma. \quad (2.6)$$

Поскольку угловая  $\beta$  и осевая  $r_1$  координаты определяется по формулам:

$$\beta = \frac{\varphi}{\sin(\alpha/2)}; \quad r_1 = \frac{R_1}{\sin(\alpha/2)},$$

то функция полного зазора  $h(r, \varphi)$  записывается следующим образом:

$$h(r, \varphi) = h_0 - \left[ X \sin\left(\frac{\varphi}{\sin(\alpha/2)}\right) + Y \cos\left(\frac{\varphi}{\sin(\alpha/2)}\right) \right] \cos(\alpha/2) + Z \sin(\alpha/2) - \left( r - \frac{R_1}{\sin(\alpha/2)} \right) \operatorname{tg}\gamma. \quad (2.7)$$



**Рисунок 2.7** Расчетная схема для определения функции полного зазора с учетом перекоса оси ротора относительно оси подшипника

На функцию полного зазора  $h(r, \varphi)$ , помимо ограничений (2.5), накладывається дополнительное ограничение, которое состоит в том, что угол перекоса  $\gamma$  оси ротора относительно оси подшипника не должен превышать максимального угла перекоса:  $\gamma < \gamma_{\max}$ . Поскольку максимальный угол перекоса  $\gamma_{\max}$  определяется как:  $\tan \gamma_{\max} = h(\varphi)/L_0$ , и, учитывая малость углов перекоса, связанную с небольшими радиальными зазорами, т.е.  $\operatorname{tg}\gamma \approx \gamma$ , формула по определению максимального угла перекоса записывается как:

$$\gamma_{\max} = \frac{h_0 - (X \sin \beta + Y \cos \beta) \cos(\alpha/2) + Z \sin(\alpha/2)}{L} \cos(\alpha/2). \quad (2.8)$$

В многоклиновом подшипнике зазор между опорными поверхностями представляется в виде двух составляющих (**рисунок 2.2, а**) [137, 142 – 144]:

$$h = h(r, \varphi) + h_s, \quad (2.9)$$

где  $h(r, \varphi)$  – функция зазора между валом и конической поверхностью, вписанной по выступам клиньев, определяется согласно зависимости (2.7);  $h_s$  – функция зазора вдоль поверхности сегмента, определяемая его геометрией в окружном направлении. Безразмерная функция зазора  $\bar{h}_s$  для клиньев может быть линейной, но в общем случае представляет собой зависимость вида:



$$\bar{h}_S = \frac{2}{1 + K_S \cos(n\varphi_S - \varphi)} - 1, \text{ при } \varphi \geq (n - 1)\varphi_S,$$

где  $n$  – номер сегмента ( $n = 1; \dots; N_S$ );  $\varphi_S$  – угол развертки одного сегмента, определяемый соотношением:  $\varphi_S = 2\pi \sin(\alpha/2)/N_S$ ;  $K_S$  – коэффициент, определяющий высоту клина (*таблица 2.1*).

**Таблица 2.1** Размер (высота) клина в зависимости от коэффициента  $K_S$

Коэффициент $K_S$	0.11	0.33	0.67
Максимальная высота клина $h_{S\max}$	$0.8h_0$	$0.5h_0$	$0.2h_0$

Переход к размерной форме осуществляется путем умножения функции  $\bar{h}_S$  на величину среднего зазора  $h_0$ :

$$h_S = \left( \frac{2}{1 + K_S \cos(n\varphi_S - \varphi)} - 1 \right) h_0 = \frac{1 - K_S \cos(n\varphi_S - \varphi)}{1 + K_S \cos(n\varphi_S - \varphi)} h_0. \quad (2.10)$$

Подставив формулы (2.7) и (2.10) в выражение (2.9) и преобразовав, можно записать функцию полного зазора в коническом многоклиновом подшипнике в следующем виде:

$$h = \frac{2h_0}{1 + K_S \cos(n\varphi_S - \varphi)} - \left[ X \sin\left(\frac{\varphi}{\sin(\alpha/2)}\right) + Y \cos\left(\frac{\varphi}{\sin(\alpha/2)}\right) \right] \cos(\alpha/2) + \\ + Z \sin(\alpha/2) - \left( r - \frac{R_1}{\sin(\alpha/2)} \right) \operatorname{tg} \gamma. \quad (2.11)$$

Конический гибридный подшипник совмещает в своей конструкции гладкую и многоклиновую части (*рисунок 2.3*), соответственно, и функция полного зазора будет рассматриваться отдельно для каждого из участков, и в общем виде может быть записана как [145, 146]:

$$h = \begin{cases} h(r, \varphi), & \text{если } r \leq r_{cp}; \\ h(r, \varphi) + h_S, & \text{если } r > r_{cp}, \end{cases} \quad (2.12)$$

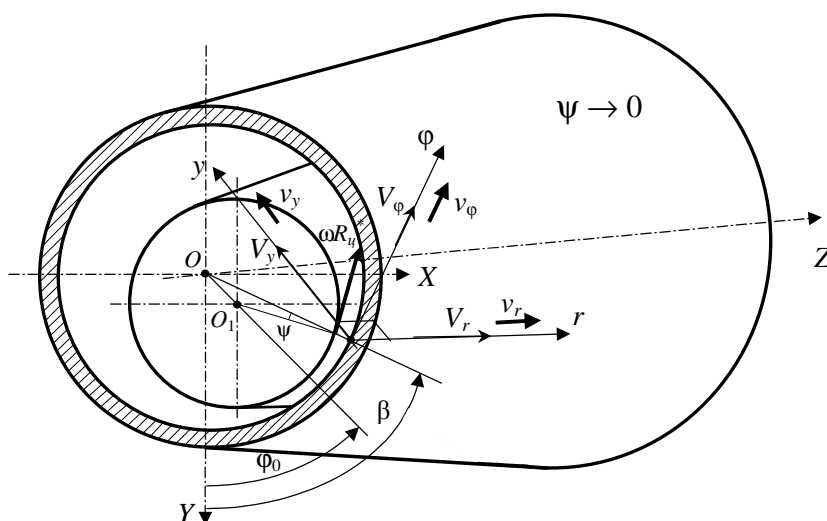
где верхнее выражение определяется формулой (2.7), а нижнее – формулой (2.11).

Осевая координата определяется как:  $r_{cp} = \frac{R_{cp}}{\sin(\alpha/2)}$ .

## 2.2. Система уравнений для расчета полей давлений

### 2.2.1. Уравнения Навье-Стокса и Рейнольдса

Рассмотрение течения смазочного материала в радиальном зазоре конического подшипника скольжения ведется в цилиндрической системе координат [136, 137, 146, 149 – 151]. Учитывая пренебрежимо малую толщину смазочной пленки, совместим плоскость  $r\phi$  с плоскостью, касательной к опорной поверхности подшипника в той точке, относительно которой рассматривается движение. Ось  $r$  направим параллельно образующей подшипника, а ось  $y$  совместим с нормалью к его поверхности (рисунок 2.8).



**Рисунок 2.8** Расчетная схема течения смазочного материала в коническом подшипнике

В основу изучения движения смазочного материала в подшипнике положены два фундаментальных закона гидродинамической теории смазки: закон сохранения массы и закон сохранения импульса [152]. Закон сохранения массы записывается в виде уравнения неразрывности или сплошности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho v) = 0. \quad (2.13)$$

Закон сохранения импульса представляет собой уравнение Навье-Стокса:

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \sum_{k=1}^3 \frac{v_k}{H_k} \frac{\partial \bar{v}}{\partial q_k} \right) = \text{div}(\bar{P}_m), \quad (2.14)$$

где  $\bar{v}$  и  $\bar{P}_m$  – вектора скорости жидкости и напряжений соответственно.

Основным уравнением гидродинамической теории смазки является уравнение Рейнольдса по определению давлений в смазочном слое подшипника скольжения, которое можно получить совместным решением уравнения неразрывности и уравнений Навье-Стокса. Произведя дифференциальные операции векторного анализа [153], законы (2.13 – 2.14) с учетом сжимаемости жидкости и малости массовых сил будут выглядеть следующим образом:

уравнение неразрывности –

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial(\bar{p}\bar{v}_r)}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{p}\bar{v}_r}{\bar{r}} + \frac{\partial(\bar{p}\bar{v}_\varphi)}{\bar{r}\partial\varphi} + \frac{\partial(\bar{p}\bar{v}_y)}{\partial \bar{y}} = 0, \quad (2.15)$$

и уравнения Навье-Стокса –

$$\begin{aligned} \text{ReSh} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \bar{t}} + \text{Re} \left( \bar{v}_r \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \bar{r}} + \bar{v}_\varphi \frac{\partial \bar{v}_r}{\bar{r}\partial\varphi} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \bar{y}} - \frac{\bar{v}_\varphi^2}{\bar{r}} \right) &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{v}_r}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{y}}; \\ \text{ReSh} \frac{\partial \bar{v}_\varphi}{\partial \bar{t}} + \text{Re} \left( \bar{v}_r \frac{\partial \bar{v}_\varphi}{\partial \bar{r}} + \bar{v}_\varphi \frac{\partial \bar{v}_\varphi}{\bar{r}\partial\varphi} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_\varphi}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{v}_r \bar{v}_\varphi}{\bar{r}} \right) &= -\frac{\partial \bar{p}}{\bar{r}\partial\varphi} + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{v}_\varphi}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial \bar{v}_\varphi}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{y}}; \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} = 0,$$

где безразмерные параметры определяются как:

$$\bar{v}_r = \frac{v_r}{v_{r_0}}; \bar{v}_\varphi = \frac{v_\varphi}{v_{\varphi_0}}; \bar{v}_y = \frac{v_y}{v_{y_0}}; \bar{r} = \frac{r}{r_0}; \bar{y} = \frac{y}{y_0}; \bar{p} = \frac{p}{p_0}; \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}; \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0};$$

$$v_{r_0} = \omega_0 r_0; \quad v_{\varphi_0} = \omega_0 r_0; \quad v_{y_0} = \omega_0 h_0; \quad y_0 = h_0; \quad r_0 = \frac{R_2}{\sin(\alpha/2)};$$

$$\text{Re} = \frac{\omega_0 h_0^2 \rho_0}{\mu_0}; \quad \text{Sh} = \frac{1}{\omega_0 t_0}; \quad \psi = \frac{h_0}{r_0}.$$

Относительно локальных членов инерции в уравнениях Навье-Стокса заметим, что для большого числа опор трения произведение чисел Рейнольдса и Струхала представляет величину порядка  $10^{-3}$ – $10^{-5}$ . При рассмотрении смазки таких опор можно пренебречь локальными членами инерции в системе (2.16). Таким образом, движение смазки в этих опорах является квазистационарным. Нестационарность процесса смазки выражается через граничные условия или силовые воздействия, зависящие от времени.

Решая задачи с учетом теплоотвода в стенки, в усеченных уравнениях Навье-Стокса (2.16) необходимо учитывать члены, содержащие  $\partial\bar{\mu}/\partial\bar{y}$ . В случаях, когда теплоотводом в стенки можно пренебречь, принимая во внимание малость чисел Рейнольдса и влияние локальных членов, можно получить системы (2.17 – 2.18), совместное решение которых дает уравнение Рейнольдса для давлений.

Если изменением коэффициентов вязкости по толщине пренебречь, с учетом сделанных замечаний и добавлением в уравнения коэффициентов турбулентности система (2.15 – 2.16) в размерном виде записывается:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_r)}{\partial r} + \frac{\rho v_r}{r} + \frac{\partial(\rho v_\varphi)}{r\partial\varphi} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} = 0; \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \mu K_r \frac{\partial^2 v_r}{\partial y^2}; \quad \frac{\partial p}{r\partial\varphi} = \mu K_\varphi \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial y^2}; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0. \quad (2.18)$$

Учитывая, что толщина смазочного слоя  $h_0$  примерно на три порядка меньше двух других размеров подшипника ( $R_n^*$  и  $L$ ), давление в смазочном слое с точностью до величины  $\psi$  не изменяется по координате  $y$ , а зависит только от осевой  $r$  и окружной  $\varphi$  координат. Отсюда появляется возможность проинтегрировать первое и второе уравнения системы (2.18):

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial r} \frac{y^2}{2} = \mu K_r v_r + f_1(r, \varphi)y + f_2(r, \varphi); \\ \frac{\partial p}{r\partial\varphi} \frac{y^2}{2} = \mu K_\varphi v_\varphi + f_3(r, \varphi)y + f_4(r, \varphi). \end{cases} \quad (2.19)$$

Принимая во внимание принятое допущение о непроскальзывании смазочного материала по опорным поверхностям, запишем граничные условия для скоростей  $v_r$ ,  $v_\varphi$  и  $v_y$  в следующем виде:

$$\begin{cases} y = 0: & v_r = 0; \quad v_\varphi = 0; \quad v_y = 0; \\ y = h: & v_r = V_r; \quad v_\varphi = V_\varphi; \quad v_y = V_y. \end{cases} \quad (2.20)$$

Значения скоростей течения смазочного материала в окружном и осевом направлениях с учетом граничных условий (2.20) будут равны:

$$v_r = \frac{1}{2\mu K_r} \frac{\partial p}{\partial r} y(y-h) + V_r \frac{y}{h}, \quad v_\varphi = \frac{1}{2\mu K_\varphi} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} y(y-h) + V_\varphi \frac{y}{h}. \quad (2.21)$$

Подставив полученные значения скоростей в уравнение неразрывности (2.17) и проинтегрировав его по координате  $y$  в пределах радиального зазора от 0 до  $h$ , получим:

$$h \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho \int_0^h v_r dy \right) + \frac{\rho}{r} \int_0^h v_r dy + \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left( \rho \int_0^h v_\varphi dy \right) + \rho v_y = 0. \quad (2.22)$$

Объемный расход смазочного материала в окружном и осевом направлении в единицу времени с учетом (2.21) будет равен:

$$\int_0^h v_r dy = -\frac{h^3}{12\mu K_r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{V_r h}{2}; \quad \int_0^h v_\varphi dy = -\frac{h^3}{12\mu K_\varphi} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} + \frac{V_\varphi h}{2}. \quad (2.23)$$

Если радиальную скорость сближения опорных поверхностей вала и подшипника обозначить через  $V_y$ , и подставив в выражение (2.22) соотношения (2.23), получается основное уравнение для определения поля давлений – уравнение Рейнольдса, обобщенное на случай двухмерного турбулентного течения вязкого сжимаемого смазочного материала [136, 137, 154]:

$$\frac{\partial}{r \partial r} \left[ \frac{\rho r h^3}{\mu K_r} \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left[ \frac{\rho h^3}{\mu K_\varphi} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \right] = 12h \frac{\partial \rho}{\partial t} + 6 \frac{\partial}{r \partial r} (\rho r h V_r) + 6 \frac{\partial}{r \partial \varphi} (\rho h V_\varphi) + 12\rho V_y, \quad (2.24)$$

где значения скоростей в точках на поверхности шипа определяются:

$$V_r = (\dot{X} \sin \beta + \dot{Y} \cos \beta) \sin(\alpha/2) + \dot{Z} \cos(\alpha/2); \quad V_\varphi = \omega r \sin(\alpha/2) + \dot{X} \cos \beta - \dot{Y} \sin \beta; \quad (2.25)$$

$$V_y = (\dot{X} \sin \beta + \dot{Y} \cos \beta) \cos(\alpha/2) - \dot{Z} \sin(\alpha/2).$$

Определение поля давлений  $p(r, \varphi)$  в конкретный момент времени представляет собой краевую задачу решения уравнения Рейнольдса (2.24) – нелинейного уравнения в частных производных – со следующими граничными условиями:

- 1) заданное давление слива  $p_s$  (на торцах подшипника) и давление в камерах  $p_H$ , расчет которого приводится в разделе 2.2.3:

$$p(r_1, \varphi) = p_{s_1}; \quad p(r_2, \varphi) = p_{s_2}; \quad p(r_{H_n}, \varphi_{H_n}) = p_{H_n}, \quad (2.26)$$

здесь  $r_H$ ,  $\varphi_H$  и  $n$  – координаты и номер текущей камеры;

2) условия по координате  $\varphi$  запишем исходя из гипотезы Зоммерфельда, согласно которой опорная поверхность ротора полностью охвачена смазочным слоем. Обоснованность такого подхода показана, например, в [155]. Тогда можно записать условия сопряжения:

$$p(r, 0) = p(r, 2\pi \sin(\alpha/2)); \quad \frac{\partial p}{\partial r}(r, 0) = \frac{\partial p}{\partial \varphi}(r, 2\pi \sin(\alpha/2)). \quad (2.27)$$

### 2.2.2. Уравнение баланса энергий

Неизотермическая постановка задачи достигается включением в математическую модель уравнения баланса энергий, учитывающего изменение термодинамических и теплофизических параметров смазочной среды. Энергетический баланс потока смазочного материала целесообразно рассмотреть относительно энthalпии. Тогда уравнение баланса энергий для течения вязкой сжимаемой жидкости имеет вид [153, 156]:

$$\rho \frac{dI}{dt} = \frac{dp}{dt} + 2\mu(\text{def } \bar{v})^2 - \frac{2}{3}\mu(\text{div } \bar{v})^2 + \rho q, \quad (2.28)$$

где  $q$  – удельное количество энергии, подведенное в данную точку жидкости в единицу времени.

Из компонентов тензора  $\text{def } \bar{v}$  и вектора  $\text{div } \bar{v}$  градиенты скоростей  $v_r$  и  $v_\varphi$  в направлении осей  $r$  и  $\varphi$ , а также скорость  $v_y$  и ее производные малы. Поэтому ими можно пренебречь по сравнению с градиентами скоростей  $v_r$  и  $v_\varphi$  по толщине смазочного слоя. Кроме того, процесс смазки является достаточно быстротечным, следовательно, можно пренебречь влиянием теплопроводности смазочного материала и рассматривать адиабатную постановку задачи ( $\rho q = 0$ ). Турбулентность смазочного потока учитывается соответствующими коэффициентами  $K_r$  и  $K_\varphi$ . Все эти допущения позволяют существенно упростить уравнение (2.28) и привести его к виду [136, 137, 157]:

$$\rho \frac{dI}{dt} = \frac{dp}{dt} + \mu \left[ K_r \left( \frac{\partial v_r}{\partial y} \right)^2 + K_\varphi \left( \frac{\partial v_\varphi}{\partial y} \right)^2 + \frac{4}{3} K_r \left( \frac{v_r}{r} \right)^2 + K_\varphi \left( \frac{v_\varphi}{r} \right)^2 \right]. \quad (2.29)$$

Энтальпия однофазного потока зависит от давления и температуры, которые, в свою очередь, сами являются функциями координат и времени:

$$I = I[p(r, \varphi, y, t), T(r, \varphi, y, t)].$$

В гидравлическом тракте подшипника скольжения возможно одновременное существование зон однофазного и двухфазного состояния смазочного материала. В зоне однофазного течения (жидкость или газ) энтальпия является функцией только давления и температуры и, так как изменение термодинамических свойств по толщине несущего слоя считаем пренебрежимо малым, можно записать:  $I = I[p(r, \varphi, t), T(r, \varphi, t)]$ . Учитывая сказанное выше, и расписав полные производные, входящие в уравнение (2.29), приведем его к следующему виду (для однофазной области):

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial I}{\partial p} \left[ \frac{\partial p}{\partial t} + v_r \frac{\partial p}{\partial r} + v_\varphi \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \right] + \rho C_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_\varphi \frac{\partial T}{r \partial \varphi} \right] = \\ & = \frac{\partial p}{\partial t} + v_r \frac{\partial p}{\partial r} + v_\varphi \frac{\partial p}{r \partial \varphi} + \mu K_r \left( \frac{\partial v_r}{\partial y} \right)^2 + \mu K_\varphi \left( \frac{\partial v_\varphi}{\partial y} \right)^2 + \frac{4}{3} \mu K_r \left( \frac{v_r}{r} \right)^2 + \mu K_\varphi \left( \frac{v_\varphi}{r} \right)^2; \end{aligned} \quad (2.30)$$

Здесь  $\partial I / \partial T = C_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении [158].

Учитывая соотношения (2.18), преобразуем слагаемые, стоящие в правой части уравнения (2.30), следующим образом:

$$\begin{aligned} v_r \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu K_r \frac{\partial v_r}{\partial y} \right) + \mu K_r \left( \frac{\partial v_r}{\partial y} \right)^2 &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu K_r v_r \frac{\partial v_r}{\partial y} \right); \\ v_\varphi \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu K_\varphi \frac{\partial v_\varphi}{\partial y} \right) + \mu K_\varphi \left( \frac{\partial v_\varphi}{\partial y} \right)^2 &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu K_\varphi v_\varphi \frac{\partial v_\varphi}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (2.31)$$

Проинтегрируем уравнение (2.30) в пределах радиального зазора. При интегрировании левой части этих уравнений учтем неизменность теплофизических параметров по толщине смазочной пленки и соотношения (2.23) для объемных расходов вдоль осей  $r$  и  $\varphi$ . Интегрирование правой части уравнения (2.30), преобразованной с помощью (2.31), и применение выражений (2.21) для скоростей  $v_r$  и  $v_\varphi$  приводит ее к следующему виду:

$$\int_0^h \left[ \frac{\partial p}{\partial t} + v_r \frac{\partial p}{\partial r} + v_\varphi \frac{\partial p}{r \partial \varphi} + \mu K_r \left( \frac{\partial v_r}{\partial y} \right)^2 + \mu K_\varphi \left( \frac{\partial v_\varphi}{\partial y} \right)^2 + \frac{4}{3} \mu K_r \left( \frac{v_r}{r} \right)^2 + \mu K_\varphi \left( \frac{v_\varphi}{r} \right)^2 \right] dy = \quad (2.32)$$

$$= \frac{\partial p}{\partial t} h + v_r \mu K_r \left. \frac{\partial v_r}{\partial y} \right|_0^h + v_\varphi \mu K_\varphi \left. \frac{\partial v_\varphi}{\partial y} \right|_0^h + \frac{4}{3} \frac{\mu K_r}{r^2} \int_0^h v_r^2 dy + \frac{\mu K_\varphi}{r^2} \int_0^h v_\varphi^2 dy,$$

где отдельные составляющие определяются как:

$$v_r \mu K_r \left. \frac{\partial v_r}{\partial y} \right|_0^h = \frac{V_r h}{2} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{V_r^2}{h} \mu K_r; \quad \int_0^h v_r^2 dy = \frac{h^5}{120 \mu^2 K_r^2} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 - \frac{h^3}{12 \mu K_r} V_r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{V_r^2 h}{3};$$

$$v_\varphi \mu K_\varphi \left. \frac{\partial v_\varphi}{\partial y} \right|_0^h = \frac{V_\varphi h}{2} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} + \frac{V_\varphi^2}{h} \mu K_\varphi; \quad \int_0^h v_\varphi^2 dy = \frac{h^5}{120 \mu^2 K_\varphi^2} \left( \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \right)^2 - \frac{h^3}{12 \mu K_\varphi} V_\varphi \frac{\partial p}{r \partial \varphi} + \frac{V_\varphi^2 h}{3}.$$

Обобщая все приведенные выше рассуждения и пренебрегая слагаемыми, содержащими  $h^3$  и  $h^5$ , в силу их малости, запишем уравнение баланса энергий в окончательном виде относительно энтальпии (2.33) или температуры (2.34):

$$\rho h \left[ \frac{\partial I}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + C_P \frac{\partial T}{\partial t} \right] + \rho \left( \frac{V_r h}{2} - \frac{h^3}{12 \mu K_r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \left[ \frac{\partial I}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial r} + C_P \frac{\partial T}{\partial r} \right] +$$

$$+ \rho \left( \frac{V_\varphi h}{2} - \frac{h^3}{12 \mu K_\varphi} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \right) \left[ \frac{\partial I}{\partial p} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} + C_P \frac{\partial T}{r \partial \varphi} \right] = \frac{\partial p}{\partial t} h + \frac{h}{2} \left[ V_r \frac{\partial p}{\partial r} + V_\varphi \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \right] +$$

$$+ \frac{\mu}{h} [K_r V_r^2 + K_\varphi V_\varphi^2] + \frac{\mu h}{3 r^2} \left[ \frac{4}{3} K_r V_r^2 + K_\varphi V_\varphi^2 \right], \quad (2.33)$$

$$\rho C_P \left[ h \frac{\partial T}{\partial t} + \left( \frac{V_r h}{2} - \frac{h^3}{12 \mu K_r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \frac{\partial T}{\partial r} + \left( \frac{V_\varphi h}{2} - \frac{h^3}{12 \mu K_\varphi} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \right) \frac{\partial T}{r \partial \varphi} \right] =$$

$$= \frac{\partial p}{\partial t} h + \frac{h}{2} \left[ V_r \frac{\partial p}{\partial r} + V_\varphi \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \right] + \frac{\mu}{h} [K_r V_r^2 + K_\varphi V_\varphi^2] + \frac{\mu h}{3 r^2} \left[ \frac{4}{3} K_r V_r^2 + K_\varphi V_\varphi^2 \right]. \quad (2.34)$$

Необходимые граничные условия для смешанной задачи (2.33) или (2.34) могут быть записаны исходя из следующих соображений:

1) равенство энтальпии {температуры} смазочного материала в камерах  $I_H$  { $T_H$ } и в соответствующих точках опорной поверхности:

$$I\{T\}(r_{H_n}, \varphi_{H_n}) = I\{T\}_{H_n}; \quad (2.35)$$

2) смазочный слой не имеет разрыва (гипотеза Зоммерфельда):



$$I\{T\}(r, 0) = I\{T\}(r, 2\pi \sin(\alpha/2)). \quad (2.36)$$

Энтальпия в питающей камере находится из рассмотрения уравнения баланса энергий (2.28) для одномерного адиабатного турбулентного течения смазочного материала в канале жиклера, которое в этом случае имеет вид:

$$\rho \frac{dI}{dt} = \frac{dp}{dt} + \frac{4}{3} \mu K_H \left( \frac{\partial v_{y_H}}{\partial y_H} \right)^2, \quad (2.37)$$

где  $y_H$  – координата вдоль оси жиклера (**рисунок 2.9**);  $K_H$  – коэффициент турбулентности в цилиндрическом канале жиклера, равный согласно [26]:

$$K_H = \left( \frac{\text{Re}}{\text{Re}^*} \right)^{\frac{3}{4}}; \quad \text{Re} = \frac{v_H d_H \rho_H}{\mu_H}. \quad (2.38)$$

Скорость смазочного материала на выходе из жиклера с острыми входными кромками определяется из уравнения Бернулли в предположении малости скорости подвода по сравнению со скоростью истечения:

$$v_H = \varphi_H \sqrt{\frac{2(p_0 - p_H)}{\rho_H}}, \quad (2.39)$$

где  $\varphi_H = 0,82$  – коэффициент скорости для входа в жиклер [159].

Учитывая, что  $I = I(y_H, t)$  и  $p = p(y_H, t)$  – функции координаты и времени, можно записать (2.37) в виде относительно энтальпии (2.40) или температуры (2.41):

$$\rho \left[ \frac{\partial I}{\partial t} + v_{y_H} \frac{\partial I}{\partial y_H} \right] = \frac{\partial p}{\partial t} + v_{y_H} \frac{\partial p}{\partial y_H} + \frac{4}{3} \mu K_H \left( \frac{\partial v_{y_H}}{\partial y_H} \right)^2, \quad (2.40)$$

$$\rho C_P \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + v_{y_H} \frac{\partial T}{\partial y_H} \right] = \frac{\partial p}{\partial t} + v_{y_H} \frac{\partial p}{\partial y_H} + \frac{4}{3} \mu K_H \left( \frac{\partial v_{y_H}}{\partial y_H} \right)^2. \quad (2.41)$$

Полученное уравнение служит для определения необходимых значений энтальпии {температуры} в камерах. Граничное и начальное условия для (2.40) или (2.41) могут быть заданы в виде температуры или энтальпии следующим образом:

$$\left. \begin{array}{l} T(y_H, 0) = T_0 \\ T(l_H, t) = T_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I(y_H, 0) = I_0 \\ I(l_H, t) = I_0 \end{array} \right\}. \quad (2.42)$$

Рассмотренная система уравнений – Рейнольдса (2.24) и баланса энергий

(2.33) или (2.34) – является недоопределенной, так как число неизвестных параметров ( $p$ ,  $\rho$ ,  $T$ ,  $I$ ,  $\mu$ ) превышает число уравнений. Дополнительными соотношениями, замыкающими эту систему, являются зависимости теплофизических свойств смазочного материала от давления и температуры, и уравнение состояния среды, связывающее давление, плотность и температуру:

$$\mu = \mu(p, T); \quad \rho = \rho(p, T); \quad p = f(\rho, T). \quad (2.43)$$

Система уравнений (2.24) и (2.33) или (2.34) представляет собой смешанную задачу. Поэтому, помимо граничных, должны быть записаны и начальные условия, в качестве которых принимаются заданные функции координат для давления и температуры в начальный момент времени:

$$\text{при } t = 0: \quad p = F_1(r, \varphi); \quad T = F_2(r, \varphi), \quad (2.44)$$

где  $F_{1\{2\}}(r, \varphi)$  – заданные функции координат, определяемые в разделе 2.4.

### 2.2.3. Уравнение баланса расходов

Для определения давлений в питающих камерах  $p_H$  необходимо включить в математическую модель расчета поля давлений в смазочном слое уравнение баланса расходов [136, 137, 160, 161], которое выражает равенство массовых расходов смазочного материала через жиклер и контур, расположенный вокруг питающей камеры, и имеет вид при условии положительного расхода ( $p_0 > p_H$ ):

$$Q_H = Q_r + Q_\varphi + Q_y. \quad (2.45)$$

Массовые расходы, входящие в (2.43), имеют следующий смысл:

1)  $Q_H$  – массовый расход смазочного материала через дросселирующее устройство (жиклер), определяемый следующей зависимостью [26]:

$$Q_H = \frac{\pi d_H^4}{128 \cdot l_H} \frac{(p_0 - p_H)(\rho_0 + \rho_H)}{K(\mu_0 + \mu_H)}, \quad (2.46)$$

где  $K$  – обобщенный коэффициент, зависящий от интенсивности течения. Для гладкого канала дросселя с острыми входными кромками значение коэффициента  $K$  находится из следующего соотношения [26]:

$$K = \frac{1,5 \operatorname{Re} \cdot d_H}{64 \cdot l_H} + \begin{cases} 1, & \text{при } \operatorname{Re} \leq \operatorname{Re}^*; \\ (\operatorname{Re}/\operatorname{Re}^*)^{0,75}, & \text{при } \operatorname{Re} > \operatorname{Re}^*, \end{cases} \quad (2.47)$$

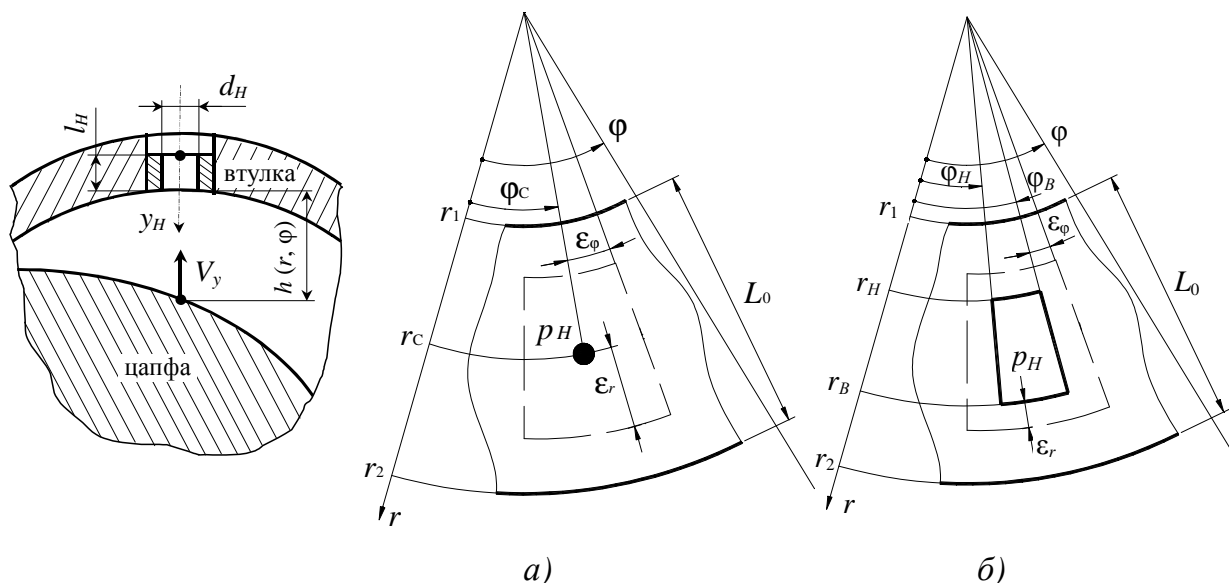
где критическое значение числа Рейнольдса равно:  $\operatorname{Re}^* \approx 1200$ .

2)  $Q_r$  и  $Q_\varphi$  – массовые расходы смазочного материала в осевом и окружном направлениях через контур вокруг питающей камеры, обусловленные вращением цапфы и градиентом давлений в соответствующих направлениях и определяемые, согласно (2.23), по соотношениям аналогично [136, 137, 160 – 162]:

$$Q_r = \int_{\varphi_H - \varepsilon_\varphi}^{\varphi_B + \varepsilon_\varphi} \left[ \left( \frac{\rho V_r h}{2} - \frac{\rho h^3}{12\mu K_r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_B + \varepsilon_r} - \left( \frac{\rho V_r h}{2} - \frac{\rho h^3}{12\mu K_r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_H - \varepsilon_r} \right] r d\varphi; \quad (2.48)$$

$$Q_\varphi = \int_{r_H - \varepsilon_r}^{r_B + \varepsilon_r} \left[ \left( \frac{\rho V_\varphi h}{2} - \frac{\rho h^3}{12\mu K_\varphi} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \right) \Big|_{\varphi=\varphi_B + \varepsilon_\varphi} - \left( \frac{\rho V_\varphi h}{2} - \frac{\rho h^3}{12\mu K_\varphi} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \right) \Big|_{\varphi=\varphi_H - \varepsilon_\varphi} \right] dr,$$

где  $\varepsilon_r$  и  $\varepsilon_\varphi$  – окрестности, ограничивающие заданный контур; для точечных камер (рисунк 2.9) для пределов нужно учесть, что  $r_H = r_B = r_C$  и  $\varphi_H = \varphi_B = \varphi_C$ .



**Рисунок 2.9** Расчетная схема для определения давлений в камерах:

*a* – точечных; *б* – прямоугольных

3)  $Q_y$  – массовый расход, обусловленный радиальным перемещением цапфы, когда проявляются эффекты всасывания и сдавливания смазочной пленки, для точечных и прямоугольных камер соответственно равный:

$$Q_y = -\rho_H V_y \frac{\pi d_H^2}{4} \text{ и } Q_y = -\iint_{S_K} \rho V_y r d\varphi dr, \quad (2.49)$$

где  $S_K$  – площадь поверхности прямоугольной камеры.

Решение уравнения (2.43) позволяет определить давление  $p_H$  в камерах, используемое в граничном условии (2.26) для уравнения Рейнольдса.

Суммарный массовый расход смазочного материала, являющийся основной характеристикой конических ГСП, определяется по формуле [136, 137, 160 – 162]:

$$Q_m = \frac{\pi d_H^4}{128 \cdot l_H} \sum_{n=1}^{N_P N_K} \left( \frac{(p_0 - p_H)(\rho_H + \rho_0)}{K(\mu_H + \mu_0)} \right)_n, \quad (2.50)$$

где  $N_P$  и  $N_K$  – число рядов камер и камер в ряду.

### 2.3. Дополнительные соотношения и допущения

Определив величину полного зазора  $h$ , можно непосредственно приступить к рассмотрению вопросов, связанных с течением смазочного материала в кольцевом эксцентричном зазоре. При моделировании течения смазочного материала необходимо учитывать две особенности: малую (десятки микрометров) толщину смазочного слоя и достаточно сложную геометрию радиального зазора.

Приведенные справочные данные по теплофизическим свойствам смазочных материалов [163, 164], используемых в опорах скольжения, оказываются неудобными для численной реализации. Поэтому, эти данные аппроксимируются по методу наименьших квадратов [165, 166], что позволяет найти аналитические зависимости для свойств однофазного материала в виде функций давления и температуры для воды, свойства которой общеизвестны (**таблица 2.2**):  $I, \rho, \mu, C_P = F(p, T)$  и в виде функций температуры для жидкого водорода и турбинных масел, используемых в классических турбомашинах (**таблицы 2.3 – 2.5**):  $I, \rho, \mu, C_P = F(T)$ . Однако, в отличие от воды и жидкого водорода, для которых возможны фазовые переходы, масла могут находиться только в жидкой фазе, при дальнейшем увеличении температуры начинаются процессы горения.

**Таблица 2.2** Аналитические зависимости теплофизических свойств воды (H<sub>2</sub>O) от давления и температуры ( $T = 273 - 423$  °К)

№	Параметр	Размерность	Условное обозначение	Жидкая фаза
1	вязкость	Па·с	$\mu$	$1.147 \cdot 10^{-6} \cdot \exp(2000/T)$
2	плотность	кг/м <sup>3</sup>	$\rho$	$824.9 + 5.1 \cdot 10^{-7} \cdot p - 6 \cdot 10^{-15} \cdot p^2 + 1.4 \cdot T - 0.003 \cdot T^2$
3	энтальпия	Дж/кг	$I$	$10^6 \cdot (-1.1 + 8 \cdot 10^{-10} \cdot p + 0.004 \cdot T + 3.6 \cdot 10^{-7} \cdot T^2)$
4	теплоемкость	Дж/(кг·°К)	$C_p$	$5413.8 - 2.8 \cdot 10^{-6} \cdot p - 7.8 \cdot T + 0.012 \cdot T^2$
5	линия насыщения: $p(T) = 10^6 \cdot (2.792 \cdot 10^{-7} \cdot T^3 - 2.56255 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 + 7.851165 \cdot 10^{-2} \cdot T - 8.02086)$ ; $p^* = 22.565$ МПа; $T^* = 647.3$ °К			

**Таблица 2.3** Аналитические зависимости теплофизических свойств водорода (H<sub>2</sub>) от температуры ( $T = 10 - 40$  °К)

№	Параметр	Размерность	Условное обозначение	Жидкая фаза
1	вязкость	Па·с	$\mu$	$10^{-8} \cdot (3337.8 - 93.5 \cdot T)$
2	плотность	кг/м <sup>3</sup>	$\rho$	$2000 / (13.43 + 0.763 \cdot T)$
3	энтальпия	Дж/кг	$I$	$4026.95 + 13257.9 \cdot T$
4	теплоемкость	Дж/(кг·°К)	$C_p$	$500 \cdot (-39.4 + 3.049 \cdot T)$
5	линия насыщения: $p(T) = 0.081 \cdot T^5 - 8.44 \cdot T^4 + 479.7 \cdot T^3 - 11911 \cdot T^2 + 133637 \cdot T - 564842$ ; $p^* = 1.28$ МПа; $T^* = 32.98$ °К			

**Таблица 2.4** Аналитические зависимости теплофизических свойств турбинного масла ТП-22 от температуры ( $T = 283 - 373$  °К)

№	Параметр	Размерность	Условное обозначение	Жидкая фаза
1	вязкость	Па·с	$\mu$	$0.0017 + 42196.411 \cdot \exp(-0.045 \cdot T)$
2	плотность	кг/м <sup>3</sup>	$\rho$	$1109.38 + 2.2 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 - 0.794 \cdot T$
3	энтальпия	Дж/кг	$I$	$-227781.56 + 3.403 \cdot T^2$
4	теплоемкость	Дж/(кг·°К)	$C_p$	$263.93.4 + 5852.78 \cdot T / (793.05 + T)$

**Таблица 2.5** Аналитические зависимости теплофизических свойств турбинного масла ТП-30 от температуры ( $T = 283 - 373$  °К)

№	Параметр	Размерность	Условное обозначение	Жидкая фаза
1	вязкость	Па·с	$\mu$	$0.003 + 424365.19 \cdot \exp(-0.05 \cdot T)$
2	плотность	кг/м <sup>3</sup>	$\rho$	$1128.802 + 3.71 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 - 0.891 \cdot T$
3	энтальпия	Дж/кг	$I$	$-232967.49 + 3.347 \cdot T^2$
4	теплоемкость	Дж/(кг·°К)	$C_p$	$9125.689 - 8459.562 \cdot \exp(-0.0005 \cdot T)$

Увеличение скоростей вращения приводит к тому, что в зазоре подшипника возможны не только ламинарные, но и турбулентные течения среды. Переход от

ламинарного режима течения к турбулентному характеризуется критическим значением числа Рейнольдса  $Re^*$  [153]:

$$Re > Re^*; \quad Re = \frac{\rho v_m L}{\mu}; \quad Re^* \approx (1,2...2) \cdot 10^3,$$

где  $v_m$  – средняя скорость течения смазочного материала;  $L$  – характерный размер.

Течение смазочного материала в смазочной среде в условиях турбулентности характеризуется перемешиванием элементарных объемов, наличием хаотических пульсаций скоростей и давлений во всех направлениях и появлению турбулентной ("вихревой") вязкости. Влияние вихревой вязкости при определении поля давлений в смазочном слое можно учесть введением коэффициентов турбулентности  $K_r$  и  $K_\varphi$  вдоль соответствующих направлений.

В однофазных течениях смазочного материала коэффициенты турбулентности определяются по методике Константинеску, аналогичной [167, 168]:

$$K_\varphi = 1 + 0,044 \cdot (k^{*2} \cdot Re)^{0,725}; \quad K_r = 1 + 0,0247 \cdot (k^{*2} \cdot Re)^{0,65},$$

где  $k^*$  – коэффициент Кармана, определяющий величину пути смешения и зависящий от радиального зазора.

Коэффициент  $k^*$  может принимать следующие значения:  $k^* \approx 0,2...0,4$ ; причем малые значения  $k^*$  соответствуют малым радиальным зазорам от 10 до 100 мкм. Часто рассчитывают коэффициент Кармана по эмпирической зависимости:  $k^* = 0,125 \cdot Re^{0,07}$ . Значение числа Рейнольдса для случая конического подшипника определяется как:

$$Re = \frac{\omega R_y^* \rho h}{\mu}.$$

При расчете поля давлений в смазочном слое принимают следующие основные допущения:

- 1) смазочный материал является сплошной средой, заполняющей весь радиальный зазор;
- 2) смазочный материал считается ньютоновской жидкостью, т.е. тензор напряжений в смазочном слое линейно зависит от тензора скоростей деформации;

3) смазочная среда – изотропна, т.е. физические свойства в каждой ее точке одинаковы во всех направлениях;

4) пренебрегаем изменением термодинамических параметров по толщине смазочного слоя из-за его малости;

5) учитываем градиенты скоростей только в направлении нормали к трущимся поверхностям, а скорость смазочного материала в этом направлении считаем малой;

6) не учитываем кривизну смазочного слоя вследствие его малой толщины (по сравнению с длиной и радиусами подшипника);

7) пренебрегаем действием сил поверхностного натяжения, инерции и тяжести смазочного материала, а также изменением объема смазочного материала, связанным с изменением температуры;

8) скольжение смазочного материала относительно рабочих поверхностей подшипника и ротора отсутствует (явление адсорбции), а скорость граничных слоев смазочного материала равна скорости прилегающих опорных поверхностей;

9) принимаем рабочие поверхности цапфы и подшипника абсолютно гладкими, форма их поперечного сечения не меняется вдоль оси подшипника, а неточности изготовления и монтажа опорного узла – незначительны.

Помимо вышеперечисленных допущений, при определении поля давлений в учет принимались следующие факторы:

- течение смазочного материала неустановившееся – рассматривается нестационарная задача;
- смазочный материал – сжимаемая жидкость;
- тепловой режим течения является неизотермическим;
- режим течения может быть как ламинарным, так и турбулентным.

Подробнее остановимся на оценке влияния инерционных свойств смазочного слоя на динамические характеристики подшипников, которой посвящено достаточно большое количество работ [26, 169 – 173]. Считается, что силы инерции смазки, особенно конвективные, оказывают весьма малое влияние на несущую способность подшипников жидкостного трения. Подобное утверждение в какой-

то мере допустимо для области больших эксцентриситетов и в некоторой степени средних, а также для гидродинамических подшипников, поскольку в них размер относительного зазора  $\psi$  имеет порядок  $10^{-3}$ . В связи с этим в уравнениях гидромеханики членами, содержащими  $\psi^2$  и  $\psi^3$ , обоснованно пренебрегают. Кроме того, при сравнительно невысоких скоростях вращения цапфы и довольно вязком смазочном материале приведенное число Рейнольдса  $Re^* = Re \cdot \psi$  мало.

Для уточнения влияния конвективных членов инерции на несущую способность радиальных гидростатических подшипников в работе [26] рассматривается задача оценочного характера, результаты которой могут быть использованы и для конических опор. Анализ уравнения Навье-Стокса осуществляется методом малых возмущений, предложенный Л.Г. Степанянцем для малых эксцентриситетов [170]. Результаты вычислений свидетельствуют о существенном влиянии сил инерции на расширение области разрежений и диапазона их значений, а также на сокращение области и диапазона положительных давлений. Отмечается, что при малых эксцентриситетах грузоподъемность подшипника может значительно увеличиваться за счет инерции смазки и при скорости вращения 60-70 м/с и радиальном зазоре 80 мкм приращение могут достигать 20%. На основании расчетов отмечается важная качественная особенность: с ростом приведенного числа Рейнольдса  $Re^*$  увеличивается грузоподъемность подшипника. Наибольшая интенсивность изменения грузоподъемности из-за влияния конвективных членов инерции наблюдается при относительном эксцентриситете  $\bar{e} = 0,2 \div 0,4$ . При оценке абсолютного увеличения грузоподъемности за счет конвективных сил инерции следует учитывать не только изменения интенсивности, но и значения грузоподъемности подшипника без учета сил инерции  $W|_{Re^*=0}$ . Максимальные абсолютные приращения  $\Delta W$  сдвинуты в сторону больших эксцентриситетов [26].

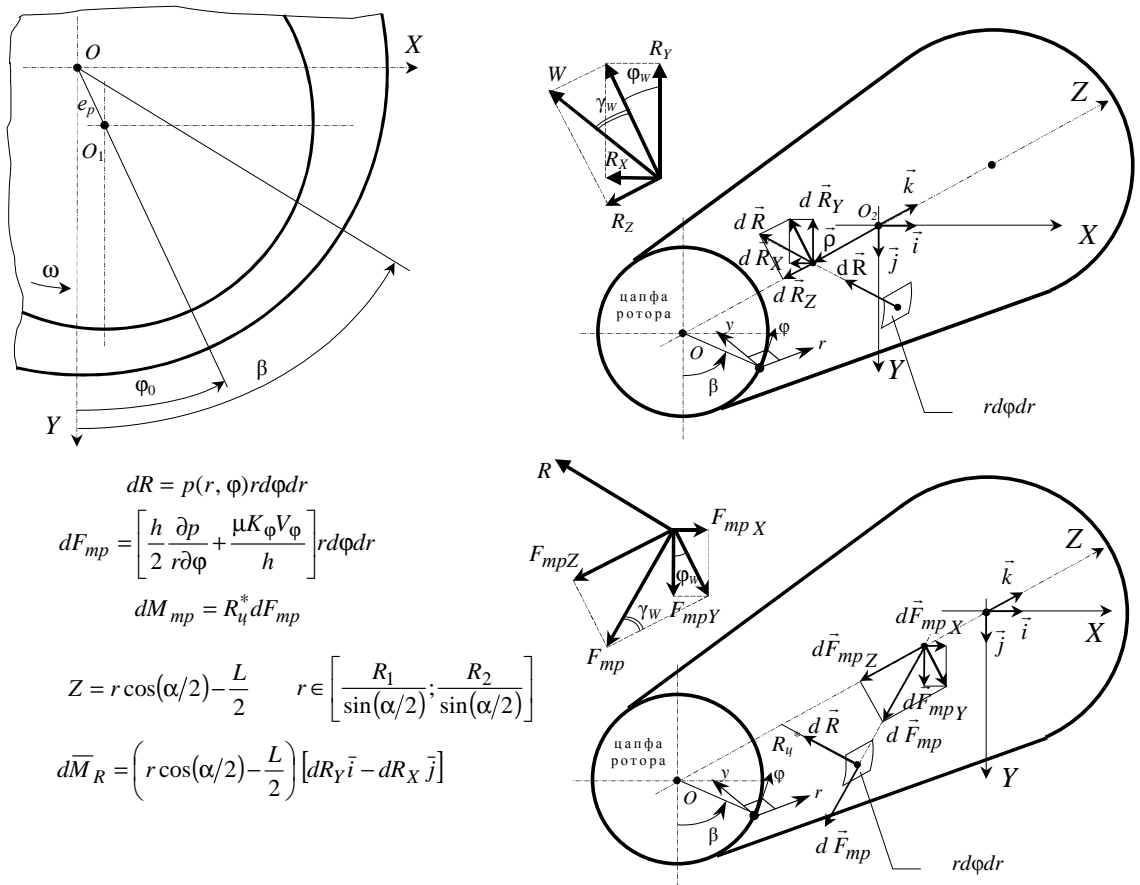
Таким образом, члены уравнения Навье-Стокса, учитывающие силы инерции, могут иметь порядок, соизмеримый с другими слагаемыми, и поэтому пренебрегать ими не всегда допустимо. В частности, для современных машинных агрегатов при окружной скорости опорной части вала 150 м/с и более произведение



чисел Рейнольдса и Струхала  $Re^*Sh > 3$ , а  $Re^* > 15$ . Вообще же во многих случаях значения  $Re^*$  и  $Re^*Sh$  малы, и поэтому правомерно использование уравнений Навье-Стокса в усеченной форме [26].

### 2.4. Вычислительные методы и алгоритмы

На основании интегрирования расчетных значений полей давлений в смазочном слое определяются (**рисунок 2.10**): гидродинамическая (подъемная) сила  $R$ , обусловленная вязкостью смазочного материала; восстанавливающий момент  $M_R$ , возникающий вследствие асимметрии поля давлений при перекосе осей подшипника и ротора; сила  $F_{mp}$  и момент  $M_{mp}$  сопротивления вращению цапфы, обусловленные действием касательных напряжений  $\tau$ .



$$dR = p(r, \varphi)rd\varphi dr$$

$$dF_{mp} = \left[ \frac{h}{2} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} + \frac{\mu K_\varphi V_\varphi}{h} \right] rd\varphi dr$$

$$dM_{mp} = R_u^* dF_{mp}$$

$$Z = r \cos(\alpha/2) - \frac{L}{2} \quad r \in \left[ \frac{R_1}{\sin(\alpha/2)}; \frac{R_2}{\sin(\alpha/2)} \right]$$

$$d\vec{M}_R = \left( r \cos(\alpha/2) - \frac{L}{2} \right) [dR_Y \vec{i} - dR_X \vec{j}]$$

**Рисунок 2.10** Реакции смазочного слоя

Проекции гидродинамической силы на оси неподвижной  $OXYZ$  системы координат могут быть найдены по формулам ( $p = p(r, \varphi)$ ):

$$R_X = - \frac{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)} 2\pi \sin(\alpha/2)}{\frac{R_1}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{2\pi \sin(\alpha/2)} p \sin \beta \cos(\alpha/2) r d\varphi dr; \quad R_Y = - \frac{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)} 2\pi \sin(\alpha/2)}{\frac{R_1}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{2\pi \sin(\alpha/2)} p \cos \beta \cos(\alpha/2) r d\varphi dr;$$

$$R_Z = - \frac{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)} 2\pi \sin(\alpha/2)}{\frac{R_1}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{2\pi \sin(\alpha/2)} p \sin(\alpha/2) r d\varphi dr. \quad (2.51)$$

Несущая способность (грузоподъемность)  $W$  и направление ее действия (углы  $\varphi_W$  и  $\gamma_W$ ) определяются соотношениями (**рисунок 2.10**):

$$W = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2 + R_Z^2}; \quad \varphi_W = \arctg\left(\frac{R_X}{R_Y}\right); \quad \gamma_W = \arctg\left(\frac{R_Z}{\sqrt{R_X^2 + R_Y^2}}\right). \quad (2.52)$$

Элементарный восстанавливающий момент, действующий на цапфу при перекосе осей подшипника и ротора, определяется векторным произведением (далее учтено, что  $Z = r \cos(\alpha/2) - L/2$ ;  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$  – орты осей  $X, Y, Z$ ):

$$d\bar{M}_R = \bar{\rho} \times d\bar{R} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & 0 & r \cos(\alpha/2) - 0,5L \\ -dR_X & -dR_Y & -dR_Z \end{vmatrix} = \left( r \cos(\alpha/2) - \frac{L}{2} \right) [dR_Y \bar{i} - dR_X \bar{j}].$$

Интегрируя это выражение по опорной поверхности подшипника с учетом значений для элементарных сил  $dR_i$ , найдем:  $\bar{M}_R = M_{R_X} \bar{i} + M_{R_Y} \bar{j} + M_{R_Z} \bar{k}$ , где

$$M_{R_X} = - \frac{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)} 2\pi \sin(\alpha/2)}{\frac{R_1}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{2\pi \sin(\alpha/2)} (r \cos(\alpha/2) - L/2) p \cos \beta \cos(\alpha/2) r d\varphi dr;$$

$$M_{R_Y} = \frac{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)} 2\pi \sin(\alpha/2)}{\frac{R_1}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{2\pi \sin(\alpha/2)} (r \cos(\alpha/2) - L/2) p \sin \beta \cos(\alpha/2) r d\varphi dr; \quad M_{R_Z} = 0$$
(2.53)

Тогда абсолютная величина восстанавливающего момента  $M_R$  и углы  $\varphi_M$  и  $\gamma_M$ , определяющие плоскость его действия, находятся по формулам:

$$M_R = \sqrt{M_{R_X}^2 + M_{R_Y}^2 + M_{R_Z}^2}; \quad (2.54)$$

$$\varphi_M = \text{arctg}(M_{R_X}/M_{R_Y}); \quad \gamma_M = \text{arctg}\left(\frac{M_{R_Z}}{\sqrt{M_{R_X}^2 + M_{R_Y}^2}}\right) = 0. \quad (2.55)$$

Элементарная сила сопротивления вращению цапфы зависит от касательного напряжения и при вязком сдвиге (по закону Ньютона) с учетом турбулентности потока имеет вид:  $dF_{mp} = \tau r d\varphi dr$ , где  $\tau = \mu K_\varphi \partial v_\varphi / \partial y$ .

Принимая во внимание выражение (2.23), можно записать (при  $y = h$ ):

$$\tau = \frac{h}{2} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} + \frac{\mu K_\varphi V_\varphi}{h}. \quad (2.56)$$

Тогда выражения для проекций силы трения примут вид:

$$F_{mpX} = \frac{R_2}{\sin(\alpha/2)} \int_{R_1}^{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{2\pi \sin(\alpha/2)} \tau \sin \beta \sin(\alpha/2) r d\varphi dr; \quad F_{mpY} = \frac{R_2}{\sin(\alpha/2)} \int_{R_1}^{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{2\pi \sin(\alpha/2)} \tau \cos \beta \sin(\alpha/2) r d\varphi dr; \\ F_{mpZ} = - \frac{R_2}{\sin(\alpha/2)} \int_{R_1}^{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{2\pi \sin(\alpha/2)} \tau \cos(\alpha/2) r d\varphi dr. \quad (2.57)$$

Элементарный момент сопротивления вращению цапфы определяется как:

$$dM_{mp} = R_y^* dF_{mp}. \quad (2.58)$$

Тогда, с учетом текущего радиуса цапфы ротора, равного  $R_y^* \approx R_n^* = r \sin(\alpha/2)$ , и касательного напряжения  $\tau$ , определяемого по формуле (2.56), момент сопротивления вращению цапфы записывается следующим образом:

$$M_{mp} = \frac{R_2}{\sin(\alpha/2)} \int_{R_1}^{\frac{R_2}{\sin(\alpha/2)}} \int_0^{2\pi \sin(\alpha/2)} r \sin(\alpha/2) \left[ \frac{h}{2} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} + \frac{\mu K_\varphi V_\varphi}{h} \right] r d\varphi dr. \quad (2.59)$$

Как видно из соотношений (2.51) – (2.59), расчет реакций смазочного слоя требует знания поля давлений в подшипнике скольжения. Его определение в нестационарной постановке представляет собой смешанную задачу, в основе которой лежит совместное решение уравнений Рейнольдса (2.24), баланса энергий (2.33) и баланса расходов (2.45) при соответствующих граничных и начальных

условиях. Ввиду того, что сложность поставленной задачи не допускает возможности ее аналитического решения, определение поля давлений основывается на численном методе, в качестве которого используется метод конечных разностей. Этот метод, отличающийся простотой реализации и надежностью вычислительного алгоритма, является вполне адекватным для решения задач гидродинамической теории смазки (например, [6, 7, 26] и др.). Метод основан на сеточной дискретизации области интегрирования (опорная поверхность подшипника) и замене производных, входящих в исходные уравнения, соответствующими разностными аналогами. Процедура нахождения поля давлений и расчета реакций смазочного слоя представлена в виде соответствующего алгоритма на *рисунке 2.11*.

При решении исходной системы уравнений необходимо все фигурирующие в ней параметры привести к безразмерному виду. Обезразмеривание позволяет в значительной мере избежать влияния ошибок округления при численной реализации алгоритмов, сокращает общее число параметров построенной модели и, наконец, дает возможность наглядного сравнения одних членов дифференциального уравнения с другими.

При расчете реакций смазочного слоя используются следующие безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} \bar{r} = \frac{r}{r_0}; \quad \bar{t} = \frac{t}{t_0}; \quad \bar{h} = \frac{h}{h_0}; \quad \bar{y} = \frac{y}{h_0}; \quad \bar{\psi} = \frac{h_0}{r_0}; \quad \bar{e} = \frac{e}{h_0}; \\ \bar{p} = \frac{p}{p_0}; \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}; \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}; \quad \bar{T} = \frac{T}{T_0}; \quad \bar{I} = \frac{I}{I_0}; \quad \bar{C}_P = \frac{C_P}{C_{P_0}}, \end{aligned} \quad (2.60)$$

где  $t_0 = 1/\omega_0$  – характерное время, равное периоду одного оборота.

Кроме этого, представим в соответствующем виде выражения (2.25) для скоростей точки на поверхности цапфы:

$$\bar{V}_r = \frac{V_r}{V_{r_0}}; \quad \bar{V}_\varphi = \frac{V_\varphi}{V_{\varphi_0}}; \quad \bar{V}_y = \frac{V_y}{V_{y_0}}, \quad (2.61)$$

где  $V_{r_0} = \omega_0 r_0$ ;  $V_{\varphi_0} = \omega_0 r_0$ ;  $V_{y_0} = \omega_0 h_0$ ;  $r_0 = R_2/\sin(\alpha/2)$ .

Подставив соотношения (2.25) в (2.61), запишем выражения для безразмерных скоростей в следующем виде:

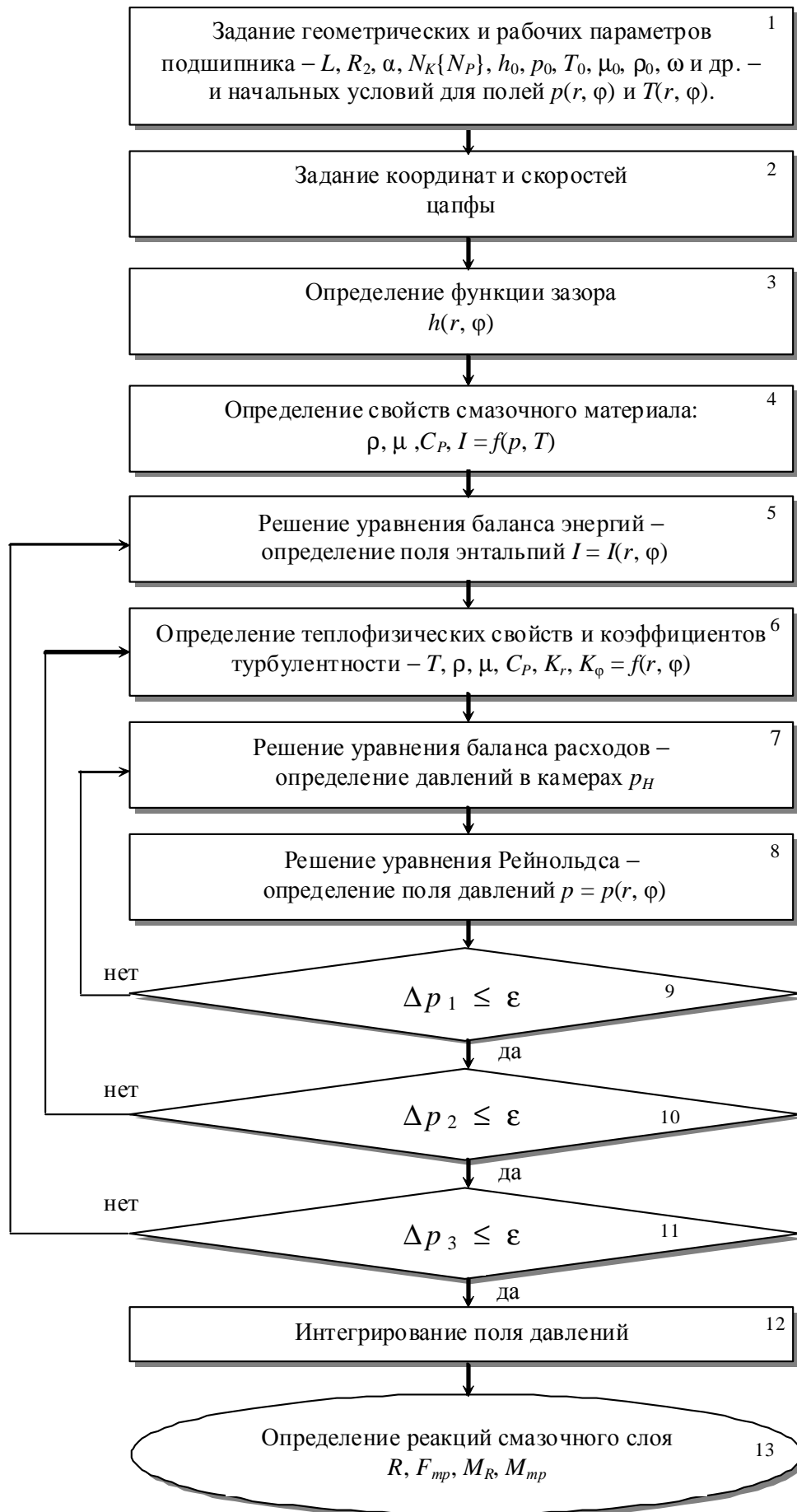


Рисунок 2.11 Алгоритм расчета реакций смазочного слоя

$$\begin{aligned}\bar{V}_r &= \frac{h_0}{r_0} [(\bar{X}' \sin \beta + \bar{Y}' \cos \beta) \sin(\alpha/2) + \bar{Z}' \cos(\alpha/2)]; \\ \bar{V}_\varphi &= \bar{r} \sin(\alpha/2) + \frac{h_0}{r_0} (\bar{X}' \cos \beta - \bar{Y}' \sin \beta); \\ \bar{V}_y &= (\bar{X}' \sin \beta + \bar{Y}' \cos \beta) \cos(\alpha/2) - \bar{Z}' \sin(\alpha/2),\end{aligned}\tag{2.62}$$

при этом справедливы следующие соотношения:

$$X = \bar{X} \cdot h_0; \quad Y = \bar{Y} \cdot h_0; \quad Z = \bar{Z} \cdot h_0,$$

где знак «'» означает дифференцирование по безразмерному времени  $\bar{t}$ .

Функция полного зазора в безразмерном виде с учетом соотношений (2.60) и коэффициента конусности, равного  $\lambda = R_1/R_2$ , записывается как:

– для гладкого (или с камерами) подшипника –

$$\bar{h}(\bar{r}, \varphi) = 1 - (\bar{X} \sin \beta + \bar{Y} \cos \beta) \cos(\alpha/2) + \bar{Z} \sin(\alpha/2) - \frac{r_0}{h_0} (\bar{r} - \lambda) \operatorname{tg} \gamma,\tag{2.63}$$

– для многоклинового подшипника –

$$\bar{h} = \frac{2}{1 + \cos(n\varphi_s - \varphi)} - (\bar{X} \sin \beta + \bar{Y} \cos \beta) \cos(\alpha/2) + \bar{Z} \sin(\alpha/2) - \frac{r_0}{h_0} (\bar{r} - \lambda) \operatorname{tg} \gamma,\tag{2.64}$$

– для гибридного подшипника –

$$\bar{h} = \begin{cases} \bar{h}(\bar{r}, \varphi), & \text{если } r \leq R_{cp} \Rightarrow \text{формула (2.63);} \\ \bar{h}(\bar{r}, \varphi) + \bar{h}_s, & \text{если } r > R_{cp} \Rightarrow \text{формула (2.64),} \end{cases}$$

а максимальный угол перекоса и ограничения (2.5) по эксцентриситету –

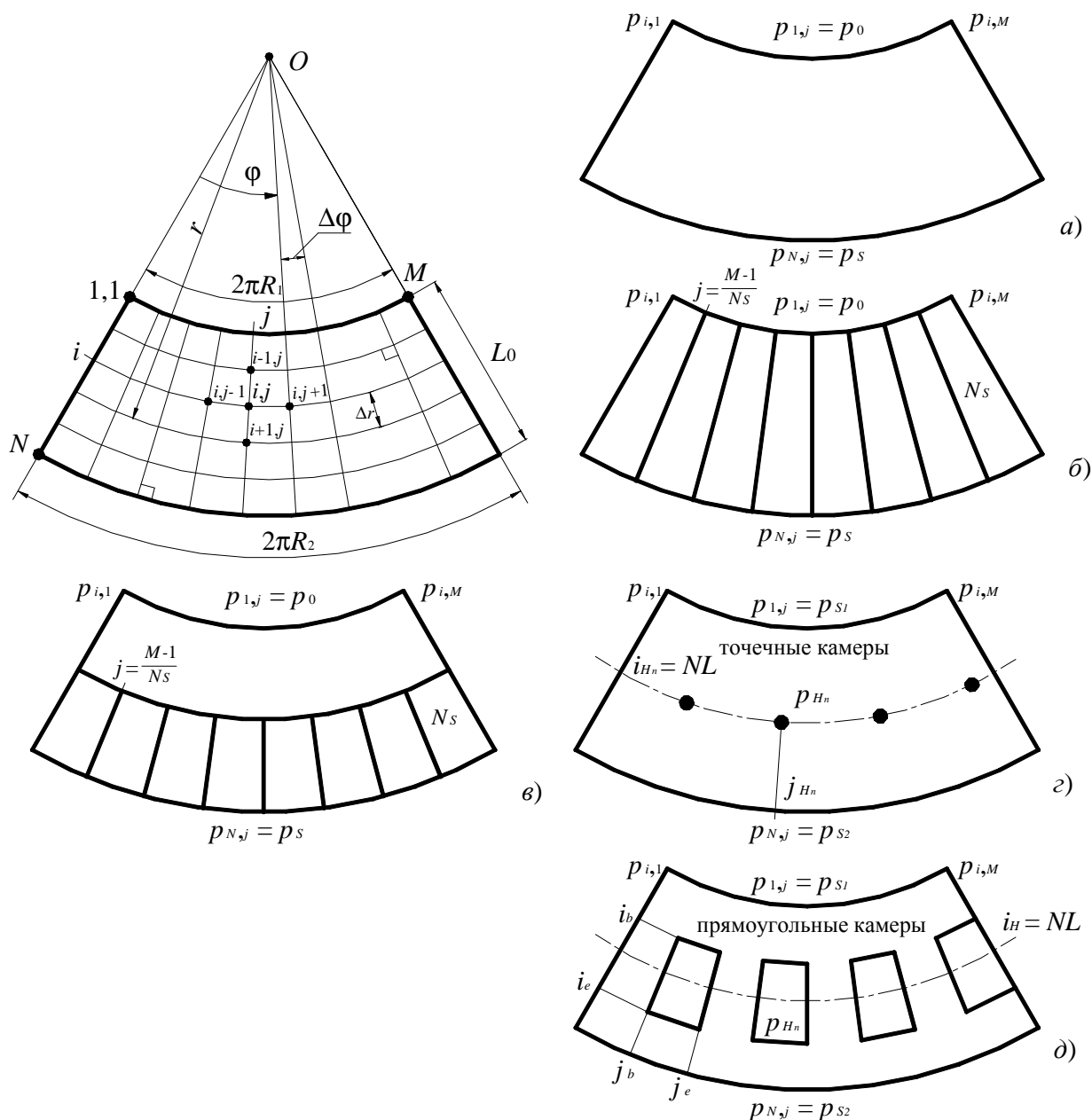
$$\begin{aligned}\gamma_{\max} &= \frac{h_0 \cos(\alpha/2)}{L} [1 - (\bar{X} \sin \beta + \bar{Y} \cos \beta) \cos(\alpha/2) + \bar{Z} \sin(\alpha/2)]; \\ \bar{e}_p &= \sqrt{\bar{X}^2 + \bar{Y}^2} < 1, \quad \bar{e}_o > \bar{Z}_{\min} = -\frac{1}{\sin(\alpha/2)}.\end{aligned}\tag{2.65}$$

Дискретизация опорной поверхности подшипника скольжения осуществляется путем покрытия ее регулярной ортогональной сеткой ( $M \times N$ ) с шагами в соответствующих направлениях [136, 137, 174, 175]:

$$\varphi_j = \frac{2\pi \sin(\alpha/2)}{M-1} (j-1); \quad r_i = \frac{R_1(N-i) + R_2(i-1)}{(N-1) \sin(\alpha/2)}; \quad \bar{r}_i = \frac{(i-1) + \lambda(N-i)}{(N-1)}.$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\sin(\alpha/2)}{M-1}; \quad \Delta r = \frac{R_2 - R_1}{(N-1)\sin(\alpha/2)} \Rightarrow \Delta\bar{r} = \frac{1-\lambda}{N-1}.$$

Сетка накладывается таким образом, чтобы ее окружные линии совпадали с питающими камерами, т.е. должны выполняться условия кратности числа участков сетки в окружном направлении  $(M-1)$  числу камер  $N_K$ . Дискретизация опорной поверхности и схемы представления граничных условий конических опор скольжения различных типов изображены на *рисунке 2.12*.



**Рисунок 2.12** Дискретизация опорной поверхности конического подшипника:

*a* – гладкого ГДП; *б* – многоклинового ГДП; *в* – гибридного ГДП;

*г* – ГСП с точечными камерами; *д* – ГСП с прямоугольными камерами

Теперь рассмотрим детально структуру алгоритма расчета реакций смазочного слоя в конических опорах скольжения.

**Блок 1.** В этом блоке задаются исходные данные для расчета реакций смазочного слоя: геометрические и рабочие параметры подшипника, начальные условия для полей давления и температуры, точность расчета, густота размерной и временной сеток. Начальные условия (2.44) при численном определении поля давлений в безразмерном виде записываются в виде:

$$\bar{T}_{i,j,1} = 1; \quad \bar{p}_{i,j,1} = \frac{i-1}{N-1}(\bar{p}_s - 1) + 1. \quad (2.66)$$

Выражение для определения  $\bar{p}$  предполагает линейное распределение давлений вдоль оси  $r$  подшипника в начальный момент времени.

**Блок 2.** Задание координат и скоростей точек на поверхности цапфы.

**Блок 3.** По заданным значениям координат центра цапфы вычисляется с использованием формул (2.1 – 2.12) функция полного зазора.

**Блок 4.** Определяются первоначальные (для конкретного момента времени) физические свойства смазочного материала по уравнениям (2.43).

**Блок 5.** В этом блоке производится численное решение уравнения баланса энергий (2.33) с целью определения поля энтальпий на опорной поверхности конического подшипника скольжения в конкретный момент времени. По рассчитанным значениям энтальпии находится температура, которая, в свою очередь, определяет основные теплофизические свойства смазочного материала и коэффициенты турбулентности смазочного потока.

Подстановка соотношений (2.60 – 2.61) в уравнение баланса энергий (2.33) и замена производных их разностными аналогами вида<sup>1</sup>:

$$\frac{\partial \bar{I}}{\partial \bar{t}} \approx \frac{\bar{I}_{i,j,k} - \bar{I}_{i,j,k-1}}{\Delta \bar{t}}; \quad \frac{\partial \bar{I}}{\partial \bar{r}} \approx \frac{\mp \bar{I}_{i,j,k} \pm \bar{I}_{i\pm 1,j,k}}{\Delta \bar{r}}; \quad \frac{\partial \bar{I}}{\bar{r}_i \partial \phi} \approx \frac{\bar{I}_{i,j,k} - \bar{I}_{i,j-1,k}}{\bar{r}_i \Delta \phi},$$

приводит к следующему выражению для энтальпии в соответствующей точке  $(i, j)$  размерной сетки в конкретный момент  $(k)$  времени<sup>2</sup>:

<sup>2</sup> Разностные аналоги для температуры и давления записываются аналогичным образом.

<sup>3</sup> В рассматриваемых соотношениях верхний знак соответствует узлам сетки, расположенным до линии камер (при  $i < NL$ ), а нижний – узлам сетки, расположенным за линией камер (при  $i > NL$ ).



$$\bar{I}_{i,j,k} = \frac{\bar{I}_{i,j,k-1}\Lambda_t \mp \bar{I}_{i\pm 1,j,k}\Lambda_r + \bar{I}_{i,j-1,k}\Lambda_\varphi + \Pi_t + \Pi_r + \Pi_\varphi + \Pi}{\Lambda_t \mp \Lambda_r + \Lambda_\varphi}, \quad (2.67)$$

где отдельные составляющие формулы (2.67) определяются по следующим соотношениям:

$$\Lambda_t = \frac{1}{\Delta\bar{t}}(\bar{\rho}\bar{h})_{i,j,k}; \quad \Lambda_r = \frac{1}{2\Delta\bar{r}}(\bar{\rho}\bar{V}_r\bar{h})_{i,j,k} \left[ 1 - \frac{p_0 h_0^2}{6\omega_0 \mu_0 r_0^2} \left( \frac{\bar{h}^2}{\bar{\mu} K_r \bar{V}_r} \right)_{i,j,k} \frac{\mp \bar{P}_{i,j,k} \pm \bar{P}_{i\pm 1,j,k}}{\Delta\bar{r}} \right];$$

$$\Lambda_\varphi = \frac{1}{2\bar{r}_i \Delta\bar{\varphi}}(\bar{\rho}\bar{V}_\varphi\bar{h})_{i,j,k} \left[ 1 - \frac{p_0 h_0^2}{6\omega_0 \mu_0 r_0^2} \left( \frac{\bar{h}^2}{\bar{\mu} K_\varphi \bar{V}_\varphi} \right)_{i,j,k} \frac{\bar{P}_{i,j,k} - \bar{P}_{i,j-1,k}}{\bar{r}_i \Delta\bar{\varphi}} \right];$$

$$\Pi = \sum_1^7 \Pi_i; \quad \Pi_1 = \frac{p_0}{\rho_0 I_0} \bar{h}_{i,j,k} \frac{\bar{P}_{i,j,k} - \bar{P}_{i,j,k-1}}{\Delta\bar{t}};$$

$$\Pi_2 = \frac{p_0}{2\rho_0 I_0} (\bar{h}\bar{V}_r)_{i,j,k} \frac{\mp \bar{P}_{i,j,k} \pm \bar{P}_{i\pm 1,j,k}}{\Delta\bar{r}}; \quad \Pi_3 = \frac{p_0}{2\rho_0 I_0} (\bar{h}\bar{V}_\varphi)_{i,j,k} \frac{\bar{P}_{i,j,k} - \bar{P}_{i,j-1,k}}{\bar{r}_i \Delta\bar{\varphi}};$$

$$\Pi_4 = \frac{\mu_0 \omega_0 r_0^2}{\rho_0 I_0 h_0^2} \left( \frac{\bar{\mu} K_r \bar{V}_r^2}{\bar{h}} \right)_{i,j,k}; \quad \Pi_5 = \frac{\mu_0 \omega_0 r_0^2}{\rho_0 I_0 h_0^2} \left( \frac{\bar{\mu} K_\varphi \bar{V}_\varphi^2}{\bar{h}} \right)_{i,j,k};$$

$$\Pi_6 = \frac{4\mu_0 \omega_0}{9\rho_0 I_0} \left( \frac{\bar{\mu} K_r \bar{h} \bar{V}_r^2}{\bar{r}^2} \right)_{i,j,k}; \quad \Pi_7 = \frac{\mu_0 \omega_0}{3\rho_0 I_0} \left( \frac{\bar{\mu} K_\varphi \bar{h} \bar{V}_\varphi^2}{\bar{r}^2} \right)_{i,j,k};$$

$$\Pi_t = -\frac{\Lambda_t}{I_0} C_{P_0} T_0 \bar{C}_{P_{i,j,k}} (\bar{T}_{i,j,k} - \bar{T}_{i,j,k-1}), \quad \Pi_r = -\frac{\Lambda_r}{I_0} C_{P_0} T_0 \bar{C}_{P_{i,j,k}} (\mp \bar{T}_{i,j,k} \pm \bar{T}_{i\pm 1,j,k}),$$

$$\Pi_\varphi = -\frac{\Lambda_\varphi}{I_0} C_{P_0} T_0 \bar{C}_{P_{i,j,k}} (\bar{T}_{i,j,k} - \bar{T}_{i,j-1,k}).$$

Выражение (2.67) для определения энтальпий требует представления граничных условий (2.42) в соответствующем безразмерном виде:

1) задана энтальпия на линии камер:  $\bar{I}_{NL,j,k} = \bar{I}(\bar{I}_H)$ , где значения энтальпии в узлах сетки, лежащих на линии камер, но не совпадающих с ними, находятся линейной интерполяцией энтальпий  $\bar{I}_H$  в близлежащих камерах.

2) условие сопряжения развертки опорной поверхности:  $\bar{I}_{i,1,k} = \bar{I}_{i,M,k}$ .

Значения энтальпий в камерах находятся путем решения уравнения баланса

энергий для течения смазочного материала в жиклере (2.40) при условиях (2.42), которое после представления в безразмерном разностном виде дает значение энтальпии в данной камере в конкретный момент времени:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{H,k} = & \frac{p_0(\bar{p}_{H,k} - \bar{p}_{H,k-1})l_H + v_H p_0(\bar{p}_{H,k} - 1)t_0\Delta\bar{t}}{\rho_0\bar{\rho}_H I_0(l_H + v_H t_0\Delta\bar{t})} + \\ & + \frac{4\mu_0\bar{\mu}_H K_H v_H^2 t_0\Delta\bar{t}}{3\rho_0\bar{\rho}_H I_0(l_H + v_H t_0\Delta\bar{t})} l_H + \frac{l_H \bar{I}_{H,k-1} + v_H t_0\Delta\bar{t}}{l_H + v_H t_0\Delta\bar{t}}. \end{aligned} \quad (2.68)$$

Граничное условие по координате  $\varphi$  для энтальпии, записанное в виде условия сопряжения развертки опорной поверхности, не позволяет рассчитать поле энтальпий непосредственно по выражению (2.67) – разностная схема является неявной. Поэтому при нахождении поля энтальпий применяется итерационный метод Зейделя [176]. Выбор метода обусловлен его быстрой сходимостью и относительной простотой численной реализации.

**Блок 6.** Основные теплофизические свойства определяются по зависимостям, приведенным в *таблицах 2.2 – 2.5*. Коэффициенты турбулентности  $K_r$  и  $K_\varphi$  смазочного потока рассчитываются по методике Константинеску (п. 2.3). Все параметры вычисляются для данной точки опорной поверхности ( $i, j$ ) и конкретного момента времени ( $k$ ).

**Блок 7.** Здесь выполняется численное решение уравнения баланса расходов (2.45), что позволяет определить давления  $p_H$  в камерах, служащие граничными условиями вида (2.26). При численном определении давления  $\bar{p}_{H_n}$  в  $n$ -ой камере в данный момент времени ( $k$ ) предполагалось, что окрестности (*рисунок 2.9*), ограничивающие контур вокруг камеры равны соответственно:  $\varepsilon_r = 0,5\Delta r$  и  $\varepsilon_\varphi = 0,5\Delta\varphi$ . Тогда выражение для  $\bar{p}_H$  с учетом (2.45) – (2.48) имеет общий (для точечных и прямоугольных камер) вид:

$$\bar{p}_H = \frac{\Lambda_H - \Sigma_H}{\Lambda_H + \Pi_H}, \quad (2.69)$$

где  $\Sigma_H = A[U_r^+ - U_r^-] - B[P_r^+ + P_r^-] + C[U_\varphi^+ - U_\varphi^-] - D[P_\varphi^+ + P_\varphi^-] + Q_y$ ;

$$\Pi_H = B(V_r^+ + V_r^-) + D[V_\varphi^+ + V_\varphi^-]; \quad \Lambda_H = \frac{\pi d_H^4}{128 \cdot l_H} \frac{p_0 \rho_0}{\mu_0} \frac{1 + \bar{\rho}_H}{K(1 + \bar{\mu}_H)};$$

$$A = \frac{\rho_0 \omega_0 h_0 r_0^2 \Delta \varphi}{32}; \quad B = \frac{\rho_0 p_0 h_0^3 \Delta \varphi}{96 \mu_0 \Delta \bar{r}}; \quad C = \frac{\rho_0 \omega_0 h_0 r_0^2 \Delta \bar{r}}{16}; \quad D = \frac{\rho_0 p_0 h_0^3 \Delta \bar{r}}{24 \mu_0 \Delta \varphi};$$

$$U_r^+ = \sum_{j_b}^{j_e} (\bar{\rho}_{i_e+1,j,k} + \bar{\rho}_{i_e,j,k}) (\bar{V}_{r_{i_e+1,j,k}} + \bar{V}_{r_{i_e,j,k}}) (\bar{h}_{i_e+1,j,k} + \bar{h}_{i_e,j,k}) (\bar{r}_{i_e+1,j,k} + \bar{r}_{i_e,j,k});$$

$$U_r^- = \sum_{j_b}^{j_e} (\bar{\rho}_{i_b-1,j,k} + \bar{\rho}_{i_b,j,k}) (\bar{V}_{r_{i_b-1,j,k}} + \bar{V}_{r_{i_b,j,k}}) (\bar{h}_{i_b-1,j,k} + \bar{h}_{i_b,j,k}) (\bar{r}_{i_b-1,j,k} + \bar{r}_{i_b,j,k});$$

$$U_\varphi^+ = \sum_{i_b}^{i_e} (\bar{\rho}_{i,j_e+1,k} + \bar{\rho}_{i,j_e,k}) (\bar{V}_{\varphi_{i,j_e+1,k}} + \bar{V}_{\varphi_{i,j_e,k}}) (\bar{h}_{i,j_e+1,k} + \bar{h}_{i,j_e,k});$$

$$U_\varphi^- = \sum_{i_b}^{i_e} (\bar{\rho}_{i,j_b-1,k} + \bar{\rho}_{i,j_b,k}) (\bar{V}_{\varphi_{i,j_b-1,k}} + \bar{V}_{\varphi_{i,j_b,k}}) (\bar{h}_{i,j_b-1,k} + \bar{h}_{i,j_b,k});$$

$$W_{r_j}^+ = \frac{(\bar{\rho}_{i_e+1,j,k} + \bar{\rho}_{i_e,j,k}) (\bar{h}_{i_e+1,j,k} + \bar{h}_{i_e,j,k})^3 (\bar{r}_{i_e+1,j,k} + \bar{r}_{i_e,j,k})}{(\bar{\mu}_{i_e+1,j,k} + \bar{\mu}_{i_e,j,k}) (K_{r_{i_e+1,j,k}} + K_{r_{i_e,j,k}})};$$

$$W_{r_j}^- = \frac{(\bar{\rho}_{i_b-1,j,k} + \bar{\rho}_{i_b,j,k}) (\bar{h}_{i_b-1,j,k} + \bar{h}_{i_b,j,k})^3 (\bar{r}_{i_b-1,j,k} + \bar{r}_{i_b,j,k})}{(\bar{\mu}_{i_b-1,j,k} + \bar{\mu}_{i_b,j,k}) (K_{r_{i_b-1,j,k}} + K_{r_{i_b,j,k}})};$$

$$W_{\varphi_i}^+ = \frac{(\bar{\rho}_{i,j_e+1,k} + \bar{\rho}_{i,j_e,k}) (\bar{h}_{i,j_e+1,k} + \bar{h}_{i,j_e,k})^3}{(\bar{\mu}_{i,j_e+1,k} + \bar{\mu}_{i,j_e,k}) (\bar{r}_{i,j_e+1,k} + \bar{r}_{i,j_e,k}) (K_{\varphi_{i,j_e+1,k}} + K_{\varphi_{i,j_e,k}})};$$

$$W_{\varphi_i}^- = \frac{(\bar{\rho}_{i,j_b-1,k} + \bar{\rho}_{i,j_b,k}) (\bar{h}_{i,j_b-1,k} + \bar{h}_{i,j_b,k})^3}{(\bar{\mu}_{i,j_b-1,k} + \bar{\mu}_{i,j_b,k}) (\bar{r}_{i,j_b-1,k} + \bar{r}_{i,j_b,k}) (K_{\varphi_{i,j_b-1,k}} + K_{\varphi_{i,j_b,k}})};$$

$$P_r^+ = \sum_{j_b}^{j_e} W_{r_j}^+ \cdot \bar{p}_{i_e+1,j,k}; \quad P_r^- = \sum_{j_b}^{j_e} W_{r_j}^- \cdot \bar{p}_{i_b-1,j,k}; \quad V_r^+ = \sum_{j_b}^{j_e} W_{r_j}^+; \quad V_r^- = \sum_{j_b}^{j_e} W_{r_j}^-;$$

$$P_\varphi^+ = \sum_{i_b}^{i_e} W_{\varphi_i}^+ \cdot \bar{p}_{i,j_e+1,k}; \quad P_\varphi^- = \sum_{i_b}^{i_e} W_{\varphi_i}^- \cdot \bar{p}_{i,j_b-1,k}; \quad V_\varphi^+ = \sum_{i_b}^{i_e} W_{\varphi_i}^+; \quad V_\varphi^- = \sum_{i_b}^{i_e} W_{\varphi_i}^-.$$

Для расчета давлений в точечных питающих камерах по (2.69) учтем, что:  $i_b = i_e = i_H$  и  $j_b = j_e = j_H$ . Выражения для  $Q_y$  различаются для точечных и прямоугольных камер и имеют, соответственно, вид ( $\rho_m$  и  $V_m$  – осредненные значения плотности и скорости в середине ячейки размерной сетки):

$$Q_y = -\frac{\pi d_H^2 \rho_0 \nu_H}{4} \bar{\rho}_H \text{ и } Q_y = -\rho_0 \omega_0 h_0 r_0^2 \bar{r}_i \Delta \varphi \Delta \bar{r} \sum_{i_b}^{i_e-1} \sum_{j_b}^{j_e-1} \bar{\rho}_{m_{i,j}} \bar{V}_{y_{m_{i,j}}}.$$

Уравнение (2.69), из которого определяются давления  $p_H$ , решается итерационным методом Зейделя совместно с уравнением Рейнольдса, где полученные давления в камерах используются в качестве граничных условий.

**Блок 8.** Блок предназначен для определения поля давлений в смазочном слое путем численного интегрирования уравнения Рейнольдса. Дифференцирование и введение соответствующих безразмерных параметров приводят это уравнение к следующему виду:

$$\frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{r}^2} + A \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} + B \frac{\partial^2 \bar{p}}{\bar{r}^2 \partial \varphi^2} + C \frac{\partial \bar{p}}{\bar{r} \partial \varphi} = E + F, \quad (2.70)$$

где 
$$A = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}} + \frac{3}{\bar{h}} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{\bar{\mu}} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{K_r} \frac{\partial K_r}{\partial \bar{r}}; \quad B = \frac{K_r}{K_\varphi};$$

$$C = B \left[ \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\bar{r} \partial \varphi} + \frac{3}{\bar{h}} \frac{\partial \bar{h}}{\bar{r} \partial \varphi} - \frac{1}{\bar{\mu}} \frac{\partial \bar{\mu}}{\bar{r} \partial \varphi} - \frac{1}{K_\varphi} \frac{\partial K_\varphi}{\bar{r} \partial \varphi} \right]; \quad F = \frac{12 \mu_0 \omega_0 r_0^2}{\rho_0 h_0^2} \bar{\mu} K_r \left[ \frac{\bar{V}_y}{\bar{h}^3} + \frac{1}{\bar{\rho} \bar{h}^2} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{r}} \right];$$

$$E = \frac{6 \mu_0 \omega_0 r_0^2}{\rho_0 h_0^2} \frac{\bar{\mu} K_r}{\bar{\rho} \bar{h}^3} \left\{ \left[ \bar{V}_r \left( \bar{h} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{r}} + \bar{\rho} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{\rho} \bar{h}}{\bar{r}} \right) + \bar{\rho} \bar{h} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \bar{r}} \right] + \left[ \bar{V}_\varphi \left( \bar{h} \frac{\partial \bar{\rho}}{\bar{r} \partial \varphi} + \bar{\rho} \frac{\partial \bar{h}}{\bar{r} \partial \varphi} \right) + \bar{\rho} \bar{h} \frac{\partial \bar{V}_\varphi}{\bar{r} \partial \varphi} \right] \right\}.$$

Проведем конечно-разностную аппроксимацию уравнения (2.70), используя пятиточечные вычислительные шаблоны с погрешностями  $O(\Delta \bar{r}^2)$  и  $O(\Delta \varphi^2)$ , и перейдем от частных производных к их разностным аналогам в точке  $(i, j)$  в конкретный момент  $(k)$  времени:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}_i} \approx \frac{\bar{p}_{i+1,j} - \bar{p}_{i-1,j}}{2 \Delta \bar{r}}; \quad \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{r}_i^2} \approx \frac{\bar{p}_{i+1,j} - 2 \bar{p}_{i,j} + \bar{p}_{i-1,j}}{\Delta \bar{r}^2};$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\bar{r}_i \partial \varphi_j} \approx \frac{\bar{p}_{i,j+1} - \bar{p}_{i,j-1}}{2 \bar{r}_i \Delta \varphi}; \quad \frac{\partial^2 \bar{p}}{\bar{r}_i^2 \partial \varphi_j^2} \approx \frac{\bar{p}_{i,j+1} - 2 \bar{p}_{i,j} + \bar{p}_{i,j-1}}{\bar{r}_i^2 \Delta \varphi^2}.$$

Тогда уравнение (2.70) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{p}_{i+1,j} - 2\bar{p}_{i,j} + \bar{p}_{i-1,j}}{\Delta\bar{r}^2} + A \frac{\bar{p}_{i+1,j} - \bar{p}_{i-1,j}}{2\Delta\bar{r}} + B \frac{\bar{p}_{i,j+1} - 2\bar{p}_{i,j} + \bar{p}_{i,j-1}}{\bar{r}_i^2 \Delta\varphi^2} + \\ + C \frac{\bar{p}_{i,j+1} - \bar{p}_{i,j-1}}{2\bar{r}_i \Delta\varphi} = E + F. \end{aligned} \quad (2.71)$$

Это сводит решение (2.71) к решению системы линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей вида ( $i = \overline{2, N-1}$ ;  $j = \overline{2, M-1}$ ):

$$a_i \bar{p}_{i-1,j} - c_i \bar{p}_{i,j} + b_i \bar{p}_{i+1,j} = -f_i, \quad (2.72)$$

где приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} a_i &= \bar{r}^2 \Delta\varphi^2 (2 - A\Delta\bar{r}); \quad b_i = \bar{r}^2 \Delta\varphi^2 (2 + A\Delta\bar{r}); \quad c_i = 4(\bar{r}^2 \Delta\varphi^2 + B\Delta\bar{r}^2); \\ f_i &= 2B\Delta\bar{r}^2 (\bar{p}_{i,j+1} + \bar{p}_{i,j-1}) + C\bar{r}\Delta\varphi\Delta\bar{r}^2 (\bar{p}_{i,j+1} - \bar{p}_{i,j-1}) - 2\bar{r}^2 \Delta\varphi^2 \Delta\bar{r}^2 (E + F). \end{aligned}$$

Дискретные аналоги граничных условий (2.26 – 2.27) принимают вид:

$$\begin{aligned} \bar{p}_{1,j} = \bar{p}_0; \quad \bar{p}_{N,j} = \bar{p}_s; \quad \bar{p}_{i,1} = \bar{p}_{i,M}; \\ \left. \frac{\partial p}{r\partial\varphi} \right|_{j=1} = \left. \frac{\partial p}{r\partial\varphi} \right|_{j=M} \Rightarrow \left. \frac{p_2 - p_1}{rd\varphi} \right|_{j=1} = \left. \frac{p_M - p_{M-1}}{rd\varphi} \right|_{j=M}. \end{aligned}$$

В качестве метода решения системы линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей типа (2.72) хорошо зарекомендовал себя метод правой прогонки. В данной системе уравнений выполняется условие диагонального преобладания:  $|a_i| + |b_i| < |c_i|$ ;  $i = \overline{2, N-1}$ , что является достаточным условием корректности и устойчивости метода правой прогонки [177]. Условие сопряжения по оси  $\varphi$  не позволяет искать решение непосредственно методом прогонки, поэтому применяется сочетание итерационного метода Зейделя (по  $\varphi$ ) и метода прогонки (по  $r$ ).

Решение системы (2.72) методом правой прогонки ищется в виде:

$$\bar{p}_{i,j} = \alpha_{i+1} \cdot \bar{p}_{i+1,j} + \beta_{i+1}; \quad i = \overline{2; N-1}, \quad (2.73)$$

где  $\alpha_{i+1}$  и  $\beta_{i+1}$  – коэффициенты прогонки, определяемые по формулам:

$$\alpha_{i+1} = \frac{b_i}{c_i - \alpha_i \cdot a_i}; \quad \beta_{i+1} = \frac{a_i \cdot \beta_i + f_i}{c_i - \alpha_i \cdot a_i}.$$

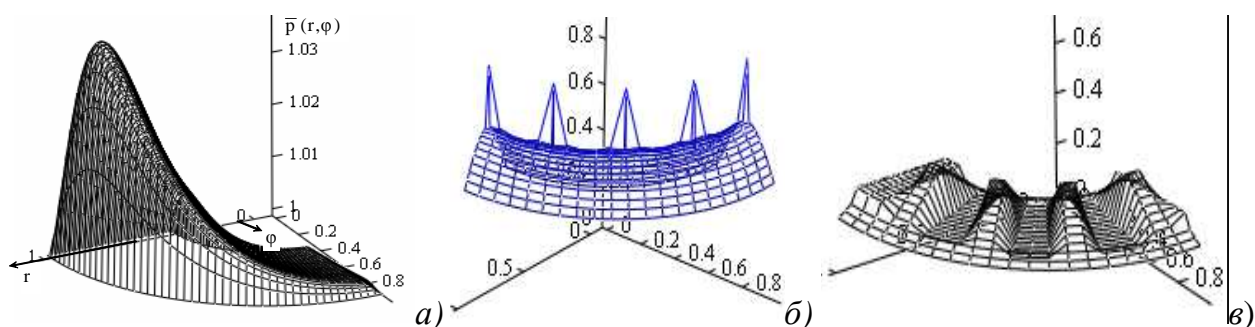
Условия для определения коэффициентов  $\alpha_2$  и  $\beta_2$  находятся из сравнения граничных условий и выражения (2.73) для  $i = 1$ :  $\alpha_2 = 0$ ;  $\beta_2 = \bar{p}_{1,j,k}$ .

**Блоки 9-11.** В этих блоках осуществляется проверка условия окончания очередной итерационной процедуры путем сравнения полей давлений в смазочном слое, полученных на предыдущей и текущей итерациях. Условием окончания итерационного процесса является выполнение неравенства:

$$\Delta p = \max \left| \frac{\bar{p}_{i,j,k} - \bar{p}_{i,j,k}^{пред}}{\bar{p}_{i,j,k}} \right| \leq \varepsilon; \quad j = \overline{1;M}, \quad i = \overline{1;N},$$

где  $\bar{p}_{i,j,k}^{пред}$  – давление, вычисленное на предыдущей итерации;  $\varepsilon$  – заданная наперед точность расчета, определяемая в исходных данных.

Эпюры давлений по опорной поверхности гладкого гидродинамического (а) и гидростатического подшипников с точечными (б) и прямоугольными (в) камерами, являющиеся результатом численного моделирования с помощью разработанных программ расчета характеристик конических подшипников скольжения, представлены на *рисунке 2.13* [136, 137, 178].



**Рисунок 2.13** Характерные эпюры давлений в конических подшипниках:

а – ГДП; б – ГСП с точечными камерами; в – ГСП с прямоугольными камерами

**Блок 12.** Блок предназначен для численного интегрирования поля давлений по методу Симпсона (парабол), сочетающим приемлемую точность и относительную простоту вычислительной процедуры.

**Блок 13.** Определение соответствующих реакций смазочного слоя по соотношениям (2.51) – (2.59) в каждый конкретный момент времени.

### **3. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ И ХАРАКТЕРИСТИКИ КОНИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКОВ**

#### **3.1. Конические гидродинамические подшипники (ГДП)**

Гидродинамические подшипники в настоящее время находят не очень широкое распространение в качестве опор роторов современных высокоскоростных турбомашин, поскольку вытесняются более практичными гидростатическими подшипниками. Тем не менее, гидродинамические подшипники обладают рядом преимуществ, например конические гладкие ГДП (*рисунок 2.1*) характеризуются простотой конструкции за счет отсутствия дросселирующих элементов и, как следствие, ее удешевлением и упрощением эксплуатации. Для оценки работоспособности исследуемых роторно-опорных узлов высокоскоростных турбомашин необходимо рассмотреть как динамические, так и статические (интегральные) характеристики этих опор [136, 137, 143, 145, 179 – 183]. Основой расчета характеристик подшипников скольжения, и в частности, конических, является функция распределения давлений в смазочном слое, от точности определения которой зависит точность расчета основных характеристик и которая была подробно рассмотрена во 2-ой главе диссертации.

Интегрирование найденного поля давлений позволяет определить основные статические характеристики конических опор жидкостного трения по следующим зависимостям [136, 137, 182, 183]:

1) Несущая способность конического подшипника:

$$\begin{aligned}
 & \text{– полная: } W = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2 + R_Z^2} ; \\
 & \text{– радиальная: } W_R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2} ; \\
 & \text{– осевая: } W_A = R_Z ,
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

где проекции гидродинамических сил, действующих на цапфу, на соответствующие оси координат равны:

$$R_X = \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{\varphi_K} p \sin \beta \cos(\alpha/2) r d\varphi dr; \quad R_Y = \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{\varphi_K} p \cos \beta \cos(\alpha/2) r d\varphi dr;$$

$$R_Z = \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{\varphi_k} p \sin(\alpha/2) r d\varphi dr, \quad (3.2)$$

здесь  $r_i = R_i / [\sin(\alpha/2)]$ ,  $\varphi_k = 2\pi \sin(\alpha/2)$ .

2) Массовый  $Q_m$  и объемный  $Q_v$  расходы определяются соотношениями:

- в осевом направлении –

$$Q_v^r = \int_0^{\varphi_k} \left( -\frac{h^3}{12\mu K_r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{V_r h}{2} \right) r d\varphi; \quad Q_m^r = Q_v^r \rho_0, \quad (3.3)$$

- в окружном направлении –

$$Q_v^\varphi = \int_{r_1}^{r_2} \left( -\frac{h^3}{12\mu K_\varphi} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} + \frac{V_\varphi h}{2} \right) dr; \quad Q_m^\varphi = Q_v^\varphi \rho_0. \quad (3.4)$$

3) Потери мощности на трение:

$$N_{mp} = M_{mp} \omega_0,$$

$$M_{mp} = \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{\varphi_k} R^* \tau r d\varphi dr, \quad R^* = r \sin(\alpha/2); \quad \tau = \left[ \frac{h}{2} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} + \frac{\mu K_\varphi V_\varphi}{h} \right]. \quad (3.5)$$

4) Потери мощности на прокачку смазочного материала:

$$N_{np} = Q_v^r p_0. \quad (3.6)$$

Поскольку определение поля давлений в смазочном слое осуществляется методом конечных разностей, то соотношения для статических характеристик конических подшипников представляются в виде, удобном для численного интегрирования [136, 137, 184]. Предполагая, что давление в центральной точке элементарной площадки  $r d\varphi dr$  можно представить как среднее арифметическое давлений в узлах, а площадь элементарной площадки – как площадь кругового сектора (**рисунк 3.1**), получаем:

1) реакции смазочного слоя –

$$R_X = -\frac{p_0}{8} r_0^2 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \Delta\varphi \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M-1} \left[ (\bar{p}_{i,j} + \bar{p}_{i+1,j} + \bar{p}_{i+1,j+1} + \bar{p}_{i,j+1}) (\bar{r}_{i+1}^2 - \bar{r}_i^2) \sin\left(\frac{\varphi_j}{\sin(\alpha/2)}\right) \right];$$



$$R_Y = -\frac{p_0}{8} r_0^2 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \Delta\varphi \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M-1} \left[ (\bar{p}_{i,j} + \bar{p}_{i+1,j} + \bar{p}_{i+1,j+1} + \bar{p}_{i,j+1}) (\bar{r}_{i+1}^2 - \bar{r}_i^2) \cos\left(\frac{\varphi_j}{\sin(\alpha/2)}\right) \right];$$

$$R_Z = -\frac{p_0}{8} r_0^2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \Delta\varphi \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M-1} \left[ (\bar{p}_{i,j} + \bar{p}_{i+1,j} + \bar{p}_{i+1,j+1} + \bar{p}_{i,j+1}) (\bar{r}_{i+1}^2 - \bar{r}_i^2) \right], \quad (3.7)$$

2) расход смазочного материала –

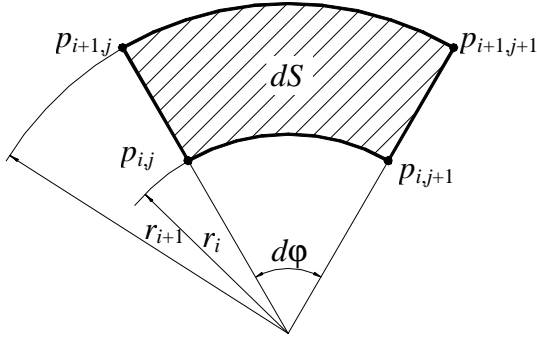
$$Q_{v(r)} = \frac{r_0 h_0}{2} \bar{r}_{N-1} \Delta\varphi \sum_{j=1}^{M-1} \left[ -\frac{p_0 h_0^2}{12 \mu_0 r_0 \Delta\bar{r}} \left( \frac{\bar{h}^3}{\bar{\mu} K_r} \right)_{N-1,j} (\bar{p}_{N,j} - \bar{p}_{N-2,j}) + \omega_0 r_0 (\bar{V}_r \bar{h})_{N-1,j} \right];$$

$$Q_{v(\varphi)} = \frac{r_0 h_0}{2} \Delta\bar{r} \sum_{i=1}^{N-1} \left[ -\frac{p_0 h_0^2}{12 \mu_0 r_0 \Delta\varphi} \left( \frac{\bar{h}^3}{\bar{\mu} K_\varphi} \right)_{i,j} \frac{(\bar{p}_{i,j+1} - \bar{p}_{i,j-1})}{\bar{r}_i} + \omega_0 r_0 (\bar{V}_\varphi \bar{h})_{i,j} \right], \quad (3.8)$$

3) потери мощности на трение –

$$N_{mp} = \frac{\omega_0 r_0^3 \sin(\alpha/2)}{2} \Delta\varphi \times$$

$$\times \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M-1} \left[ \left[ \frac{p_0 h_0}{2 r_0 \Delta\varphi} \bar{h}_{i,j} (\bar{p}_{i,j+1} - \bar{p}_{i,j}) + \frac{\mu_0 \omega_0 r_0}{h_0} \bar{r}_i \left( \frac{\bar{\mu} K_\varphi \bar{V}_\varphi}{\bar{h}} \right)_{i,j} \right] (\bar{r}_{i+1}^2 - \bar{r}_i^2) \right]. \quad (3.9)$$



**Рисунок 3.1** Расчетная схема для определения площади элементарной области

$$\bar{p} = \frac{\bar{p}_{i,j} + \bar{p}_{i+1,j} + \bar{p}_{i+1,j+1} + \bar{p}_{i,j+1}}{4};$$

$$dS = \frac{\pi(r_{i+1}^2 - r_i^2)}{2\pi} d\varphi = \frac{(r_{i+1}^2 - r_i^2)}{2} d\varphi;$$

$$r_0 = \frac{R_2}{\sin(\alpha/2)}.$$

Для расширения сферы применения полученных результатов и проведения сравнительного анализа конических опор с различными геометрическими и рабочими параметрами по критериям несущей способности, расхода смазки и потерь мощности на трение и прокачку, введем безразмерные коэффициенты, характеризующие статические характеристики: для несущей способности –  $K_w$ , для расхода –  $K_Q$ , для потерь мощности на трение –  $K_{Nmp}$  и прокачку –  $K_{Nnp}$ . Такой подход позволяет, кроме всего прочего, ставить и решать задачу оптимального проектиро-

вания опорных узлов [136, 137, 183, 185]. В этом случае необходимо построить целевую функцию, минимум которой будет обеспечивать оптимальные, с определенной точки зрения, параметры проектируемой опоры. Сделать это можно, например, следующим образом:

$$\Phi(K_W, K_Q, K_{N_{mp}}, K_{N_{np}}) = \alpha_1 K_W^{-1} + \alpha_2 K_Q + \alpha_3 K_{N_{mp}} + \alpha_4 K_{N_{np}} \rightarrow \min,$$

где  $\alpha_1 \dots \alpha_4$  – весовые коэффициенты, определяемые на основе эмпирических соотношений или экспертных оценок, и в сумме равные единице.

Безразмерные коэффициенты определим, выделяя характерные геометрические и рабочие параметры:

1) коэффициенты полной, радиальной и осевой несущей способности –

$$K_W = \frac{W}{p_0 r_0^2}; \quad K_{W_R} = \frac{W_R}{p_0 r_0^2}; \quad K_{W_A} = \frac{W_A}{p_0 r_0^2}; \quad (3.10)$$

2) коэффициент расхода –

• в осевом направлении –

$$K_{Q_v^r} = \frac{6\omega_0 r_0^2 \mu_0}{p_0 h_0^2} \int_0^{\varphi_k} \bar{V}_r \bar{h} \bar{r} d\varphi - \int_0^{\varphi_k} \frac{\bar{h}^3}{\bar{\mu} K_r} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} \bar{r} d\varphi, \text{ тогда } Q_m^r = \frac{p_0 \rho_0 h_0^3}{12\mu_0} K_{Q_v^r}, \quad (3.11)$$

• в окружном направлении –

$$K_{Q_v^\varphi} = \frac{6\omega_0 r_0^2 \mu_0}{p_0 h_0^2} \frac{1}{\lambda} \int_{\lambda} \bar{V}_\varphi \bar{h} d\bar{r} - \int_{\lambda} \frac{\bar{h}^3}{\bar{\mu} K_\varphi} \frac{\partial \bar{p}}{\bar{r} \partial \varphi} d\bar{r}, \text{ тогда } Q_m^\varphi = \frac{p_0 \rho_0 h_0^3}{12\mu_0} K_{Q_v^\varphi}; \quad (3.12)$$

3) коэффициент потерь мощности на трение –

$$K_{N_{mp}} = \frac{p_0 h_0^2}{2\omega_0 r_0^2 \mu_0} \int_{\lambda} \int_0^{\varphi_k} \bar{r} \bar{h} \frac{\partial \bar{p}}{\bar{r} \partial \varphi} \bar{r} d\varphi d\bar{r} + \int_{\lambda} \int_0^{\varphi_k} \bar{r} \frac{\bar{\mu} K_\varphi \bar{V}_\varphi}{h} \bar{r} d\varphi d\bar{r}, \text{ тогда}$$

$$N_{mp} = \frac{\omega_0^2 r_0^4 \mu_0 \sin(\alpha/2)}{h_0} K_{N_{mp}}; \quad (3.13)$$

4) коэффициент потерь мощности на прокачку –

• в осевом направлении –

$$N_{np}^r = \frac{p_0^2 h_0^3}{12\mu_0} K_{N_{np}^r}; \quad K_{N_{np}^r} = K_{Q_v^r}, \quad (3.14)$$

- в окружном направлении –

$$N_{np}^{\phi} = \frac{p_0^2 h_0^3}{12\mu_0} K_{N_{np}^{\phi}}; \quad K_{N_{np}^{\phi}} = K_{Q_v^{\phi}}. \quad (3.15)$$

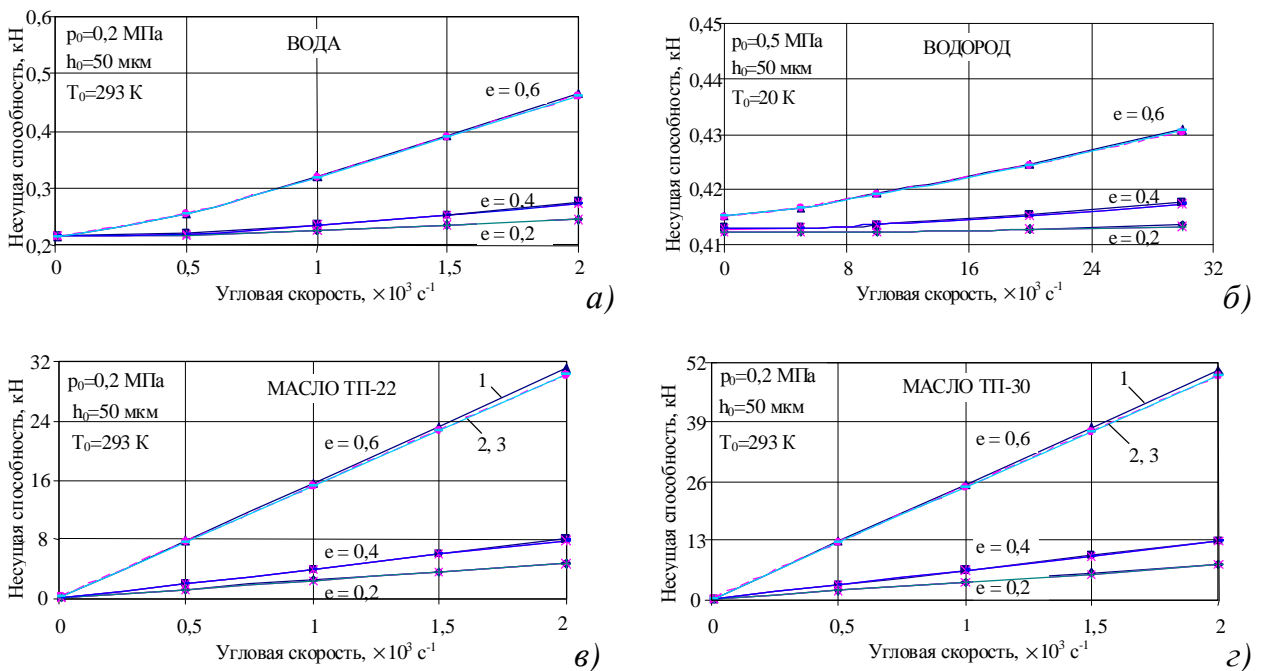
Предложенные расчетные соотношения реализованы в разработанных программах расчета в среде «MathCAD» и специальном программном обеспечении [186 – 188], которые позволяют рассчитать необходимые статические характеристики конических опор жидкостного трения и представить результаты как в размерном виде, удобном для выполнения проектировочных и проверочных расчетов, так и в виде безразмерных коэффициентов, что важно для решения задач оптимизации конструктивных параметров.

### ***3.1.1. Влияние эксцентриситета на характеристики конических ГДП***

Результаты расчета характеристик конических гидродинамических подшипников, смазываемых водой, жидким водородом и турбинным маслом, при переменных теплофизических свойствах смазочного материала и различных радиальных относительных эксцентриситетах  $e$  положения цапфы ротора приведены на **рисунках 3.2 – 3.7**. Подшипники имеют следующие рабочие и геометрические параметры: длина  $L = 53$  мм; радиус  $R_2 = 24$  мм; число клиньев  $N_s = 8$  (для многоклинового и гибридного подшипников); угол конусности  $\alpha = 30^{\circ}$ ; средний радиальный зазор  $h_0 = 50$  мкм, давление подачи  $p_0 = 0,2$  МПа (для воды и масел) и  $p_0 = 0,5$  МПа (для жидкого водорода); температура смазочной жидкости  $T_0 = 293$  К (для воды и масел) и  $T_0 = 20$  К (для водорода) [189 – 192].

Анализируя приведенные графики можно отметить, что среди трех типов гидродинамических опор скольжения наибольшей несущей способностью обладает гладкий ГДП (на рисунках соответствует цифре 1), наименьшей – МГДП (цифра 2). Гибридный подшипник (цифра 3) занимает промежуточное положение, однако по абсолютным значениям ближе к МГДП. В процентном соотношении несущая способность МГДП и гибридного ГДП, смазываемых водой и водородом, меньше, чем у гладкого ГДП не более 1% во всем диапазоне рассматриваемых эксцентриситетов ( $e = 0,2 \dots 0,6$ ) (**рисунок 3.2, а, б**); несущая способность МГДП

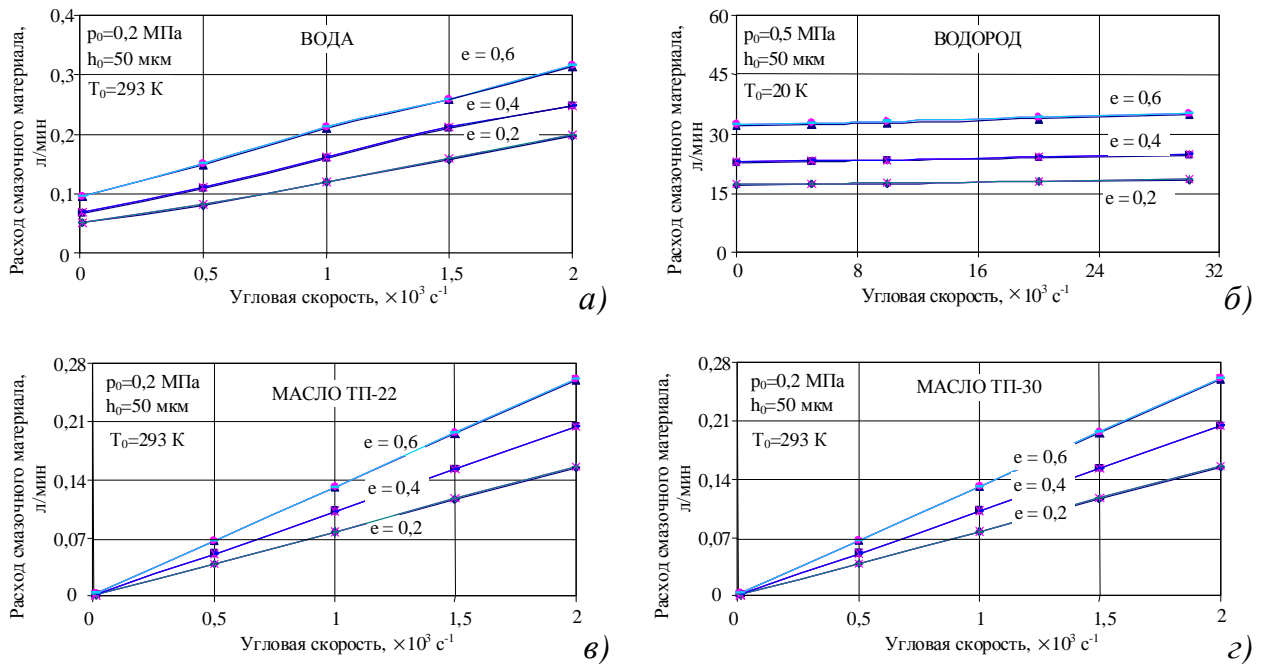
и гибридного ГДП, смазываемых турбинными маслами ТП-22 и ТП-30, меньше, чем у гладкого в пределах 1 % при небольших и средних эксцентриситетах ( $e = 0,2 \dots 0,4$ ) и в среднем на 2,5 % при значительных эксцентриситетах ( $e = 0,6$ ). Данные результаты получены при высоте клина в МГДП и гибридном подшипнике, составляющей величину, меньшую 10 % от среднего радиального зазора. С увеличением угловой скорости происходит рост несущей способности всех типов гидродинамических подшипников, особенно значительный при больших эксцентриситетах (*рисунок 3.2, в, г*) [189 – 192].



**Рисунок 3.2** Несущая способность конических ГДП:

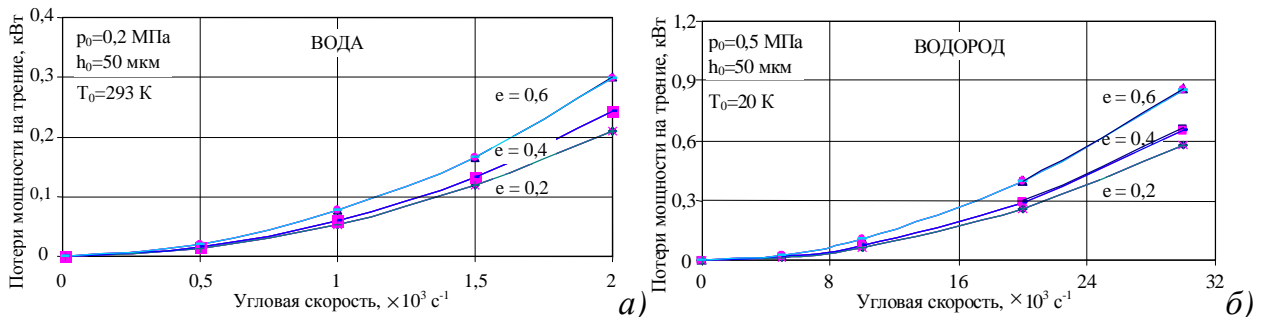
1 – гладкий, 2 – многоклиновый, 3 – гибридный

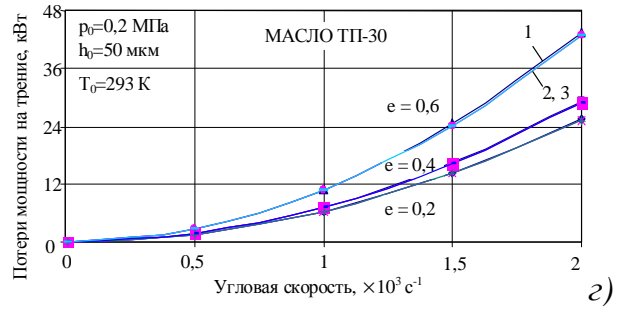
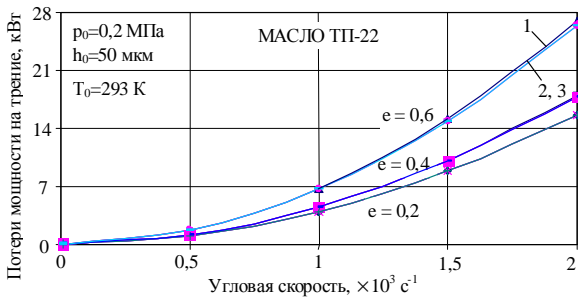
Расход смазочного материала, также как и потери мощности на прокачку, через конические ГДП, смазываемые водой, жидким водородом и турбинными маслами, возрастают с ростом угловой скорости и относительного радиального эксцентриситета. Поскольку зазор в гладком ГДП меньше, чем в МГДП и гибридном ГДП, за счет отсутствия клиньев, то и расход в такой опоре соответственно меньше, но незначительно (в пределах 1÷1,5 %). Различие между МГДП и гибридным ГДП по данным характеристикам отсутствует (*рисунки 3.3 и 3.5*) [189, 190].



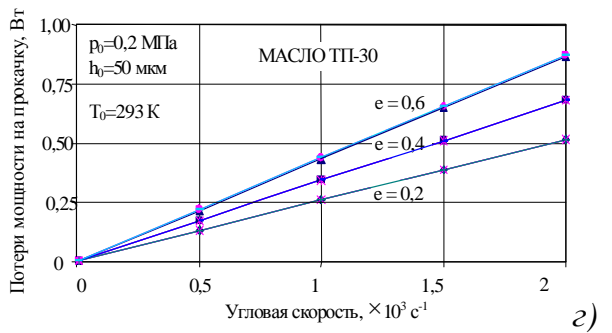
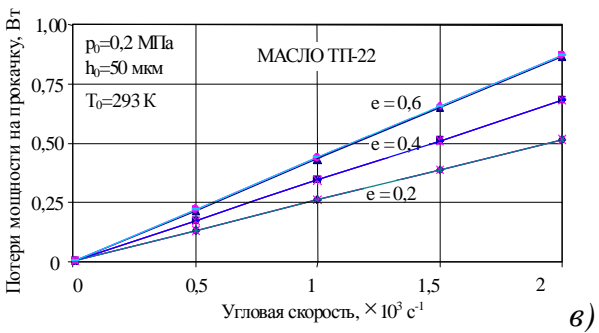
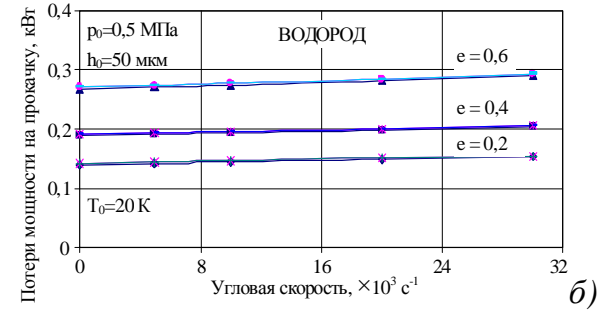
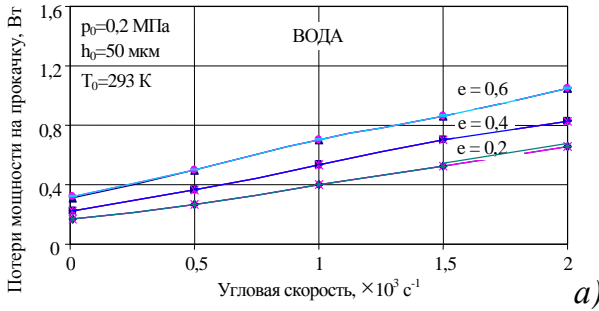
**Рисунок 3.3** Расход смазочного материала конических ГДП

Потери мощности на трение в исследуемых подшипниках также возрастают с увеличением угловой скорости и относительного радиального эксцентриситета. В зависимости от типа подшипника потери мощности на трение максимальны для гладкого ГДП, минимальны – для МГДП, гибридная опора занимает промежуточное положение, но в процентном соотношении расхождение незначительное: менее 1 % при всех эксцентриситетах при смазывании водой и водородом; при смазывании турбинными маслами при незначительных и средних эксцентриситетах также в пределах 1 %, при значительных эксцентриситетах ( $e = 0,6$ ) – в пределах 1,5 % (рисунок 3.4) [189, 190].



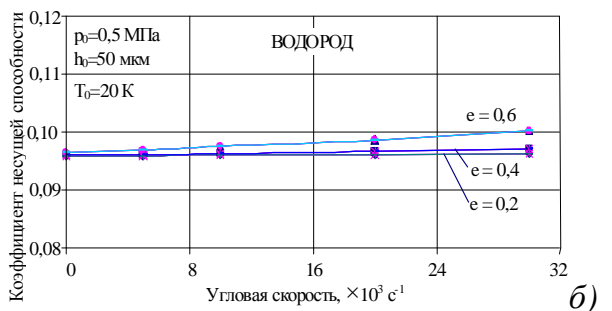
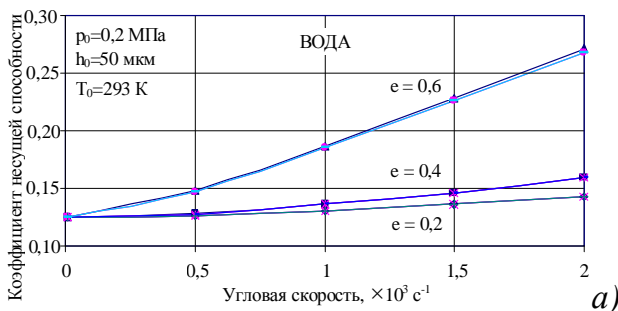


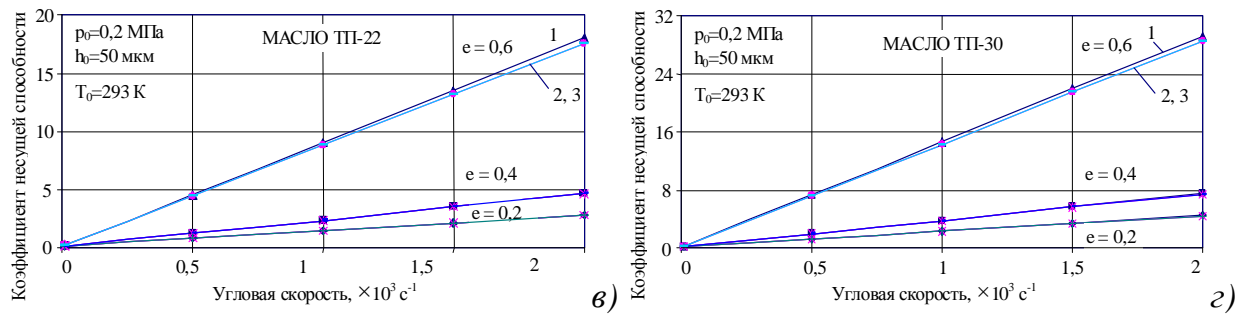
**Рисунок 3.4** Потери мощности на трение конических ГДП



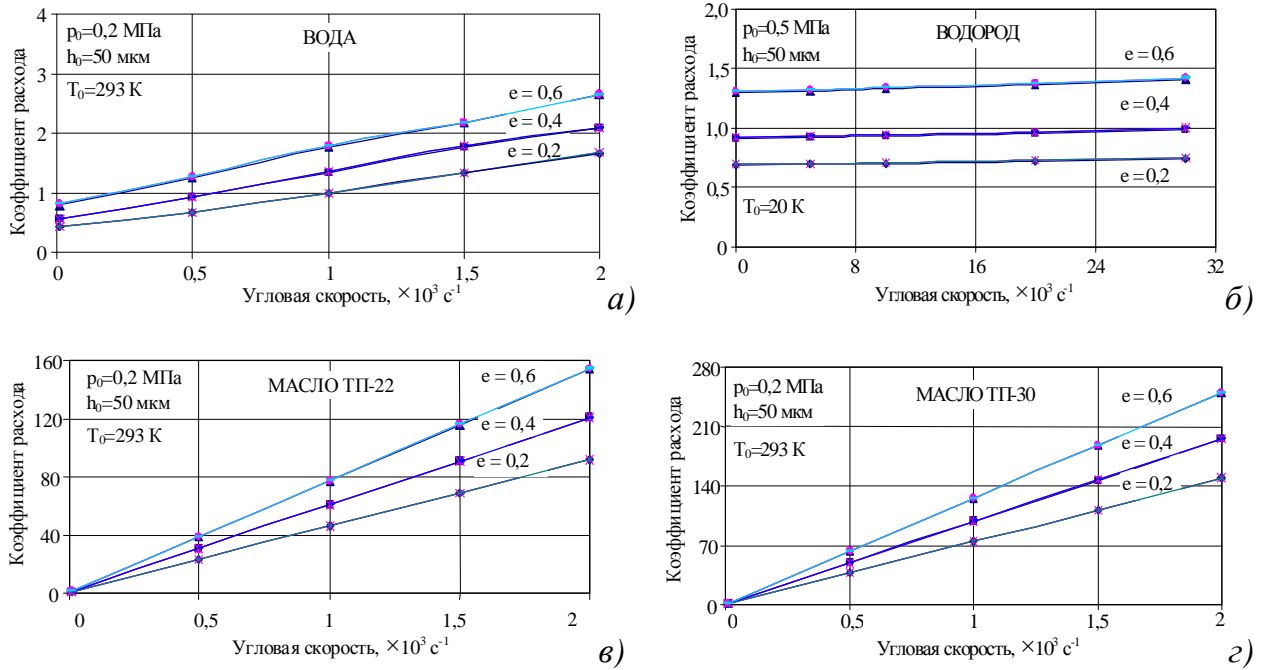
**Рисунок 3.5** Потери мощности на прокачку конических ГДП

Безразмерные коэффициенты статических характеристик (*рисунки 3.6 и 3.7*) ведут себя аналогично соответствующим размерным характеристикам, за исключением коэффициента потерь мощности на трение. Эта характеристика не зависит от угловой скорости, что связано с обезразмериванием, и по этой причине не приведена на графиках [189, 190].





**Рисунок 3.6** Коэффициент несущей способности конических ГДП



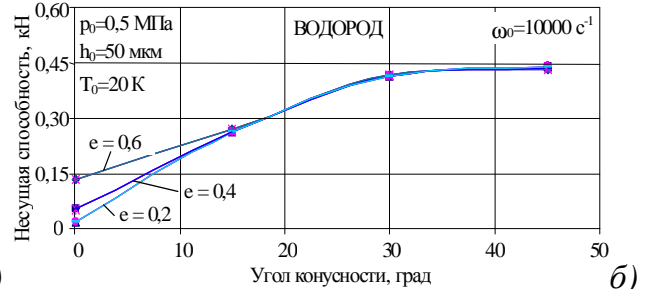
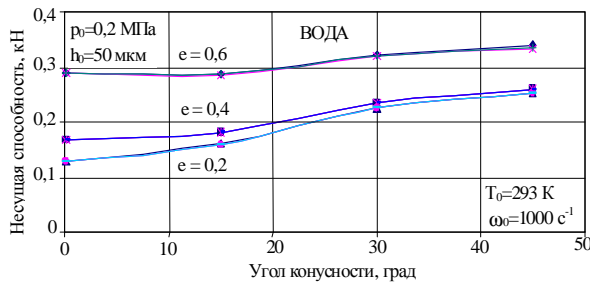
**Рисунок 3.7** Коэффициент расхода (потерь мощности на прокачку)  
смазочного материала конических ГДП

### 3.1.2. Влияние угла конусности на характеристики конических ГДП

Следующее семейство графиков отражает зависимости исследуемых статических характеристик конических ГДП в зависимости от угла конусности. Анализируя приведенные диаграммы, можно отметить, что несущая способность конических ГДП, смазываемых водой, с увеличением угла конусности подшипника возрастает – на 15...18 % при больших эксцентриситетах ( $e = 0,6$ ), на 54 % при средних эксцентриситетах ( $e = 0,4$ ) и почти в 2 раза при малых эксцентриситетах ( $e = 0,2$ ) для всех типов ГДП (*рисунок 3.8, а*). Снижение радиальной несущей способности составляет 45...48 % при  $e = 0,6$  и 66...70 % при  $e = 0,2...0,4$  также для всех опор (*рисунок 3.8, д*). При смазывании водородом с увеличением угла конус-

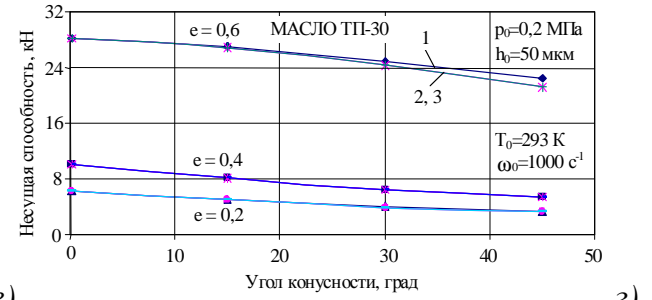
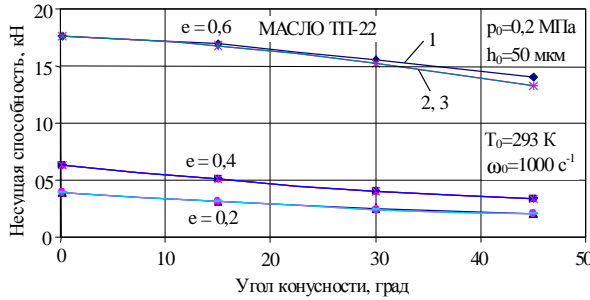
ности несущая способность конических ГДП представленных типов возрастает более значительно, чем при смазывании водой, особенно при малых эксцентриситетах. Это связано с тем, что при данных рабочих и геометрических параметрах не обеспечивается необходимая радиальная несущая способность, т.е. полная несущая способность создается за счет осевой составляющей (за счет давления подачи), которая значительно возрастает с ростом угла конусности (*рисунок 3.8, б*). Снижение радиальной несущей способности составляет 70...72 % при всех эксцентриситетах также для всех опор (*рисунок 3.8, е*). При смазывании турбинными маслами несущая способность конических ГДП с увеличением угла конусности подшипника снижается, причем более значительно для небольших и средних эксцентриситетов. Это связано со значительным уменьшением радиальной несущей способности, и, хотя осевая составляющая  $R_Z$  возрастает, этого не достаточно для компенсации снижающейся радиальной составляющей  $W_R$ . В процентном соотношении это выглядит следующим образом: снижение радиальной несущей способности составляет 28...32 % при  $e = 0,6$ ; и 54...57 % при  $e = 0,2...0,4$  (*рисунок 3.8, ж, з*). Снижение полной несущей способности для гладкого ГДП происходит на 20 % при  $e = 0,6$  и в среднем на 45...47 % при  $e = 0,2...0,4$ ; для многоклинового и гибридного подшипников – на 25 % при  $e = 0,6$  и в среднем на 46...48 % при  $e = 0,2...0,4$  (*рисунок 3.8, в, г*). Различие в характере изменения несущей способности от угла конусности для опор, смазываемых водой и турбинными маслами, заключается в том, что при смазывании водой радиальная несущая способность на порядок меньше, чем при смазывании маслом. Поскольку с увеличением угла конусности происходит снижение радиальной и возрастание осевой несущих способностей, то при смазывании маслом радиальная составляющая  $W_R$  несущей способности значительно превышает осевую составляющую  $R_Z$ , что в целом и приводит к снижению общей несущей способности  $W$ . При смазывании водой и водородом  $R_Z$ , обусловленная давлением подачи, соизмерима с  $W_R$  и даже превышает при углах конусности  $\alpha > 15^\circ$  при  $e = 0,2...0,6$  и  $\alpha > 25^\circ$  при  $e = 0,6$  (для воды), что и обеспечивает рост полной несущей способности [189, 193].





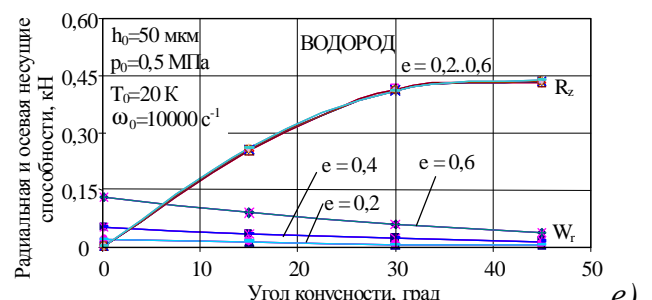
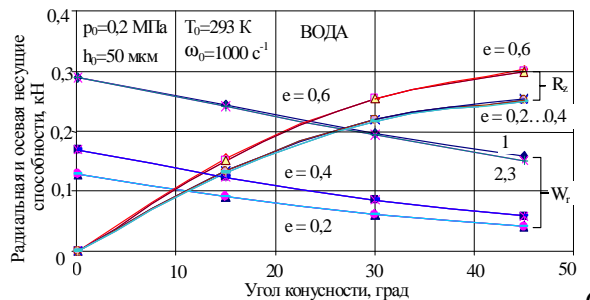
а)

б)



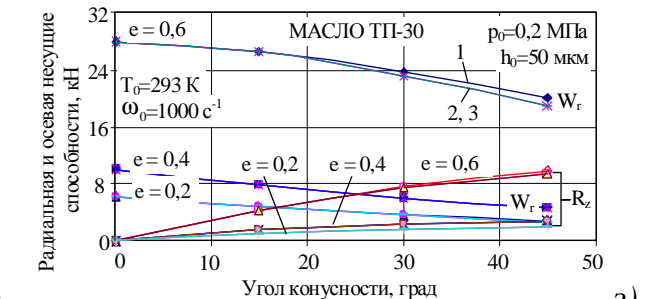
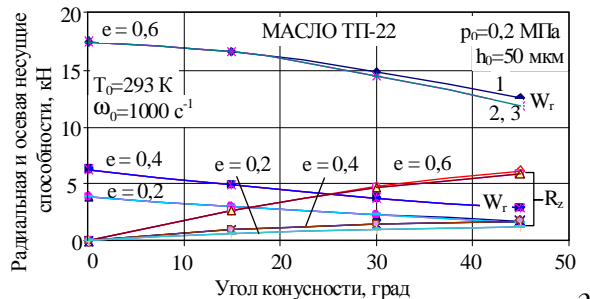
в)

г)



д)

е)

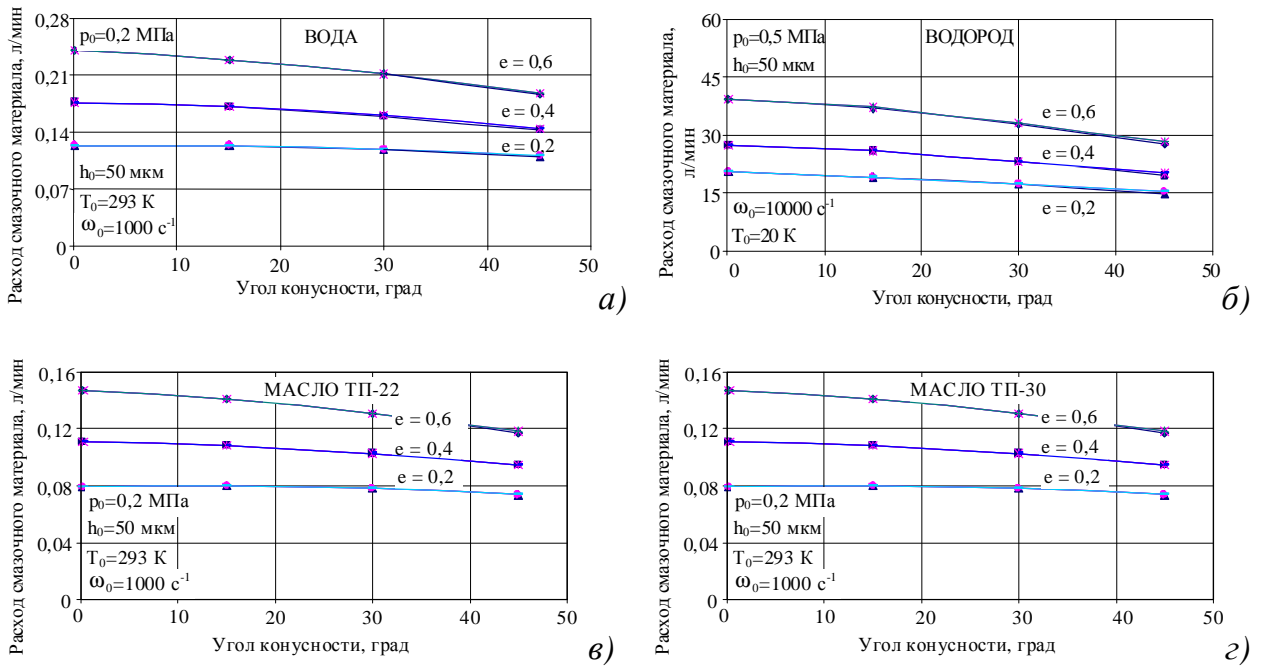


ж)

з)

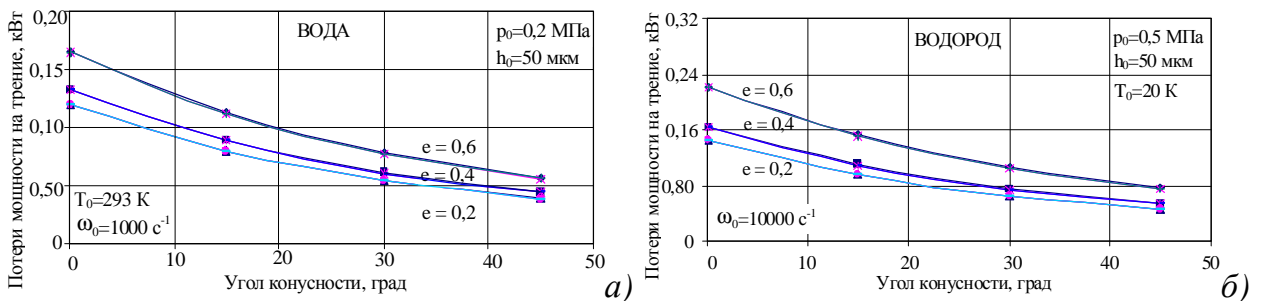
**Рисунок 3.8** Несущая способность конических ГДП

Расход смазочного материала через конические опоры с увеличением угла конусности также снижается, причем более значительно при больших эксцентриситетах: в среднем на 22...23 % при относительном радиальном эксцентриситете  $e = 0,6$ ; на 18...19 % при  $e = 0,4$  и на 11...12 % при  $e = 0,2$  при смазывании водой (**рисунок 3.9, а**); при смазывании водородом – в среднем на 28...30 % при эксцентриситете  $e = 0,6$ ; на 26,5...28,5 % при  $e = 0,4$  и на 25...27 % при  $e = 0,2$  (**рисунок 3.9, б**); при смазывании маслами – в среднем на 20, 15 и 7 % при  $e = 0,6, 0,4$  и  $0,2$  соответственно независимо от типа опоры и масла (**рисунок 3.9, в, г**) [189, 193].



**Рисунок 3.9** Расход смазочного материала конических ГДП

С ростом угла конусности также снижаются и потери мощности на трение: в среднем на 64...68 % для всех исследуемых типов ГДП, смазываемых всеми типами смазки (**рисунок 3.10, а – з**). Потери мощности на прокачку, пропорциональны расходу, поэтому с возрастанием угла конусности снижаются на 22...23 % при эксцентриситете  $e = 0,6$ ; на 18...19 % при  $e = 0,4$  и на 11...12 % при  $e = 0,2$  при смазывании водой (**рисунок 3.11, а**); при смазывании водородом – на 28...30 % при  $e = 0,6$ ; на 26,5...28,5 % при  $e = 0,4$  и на 25...27 % при  $e = 0,2$  (**рисунок 3.11, б**); при смазывании маслами – на 20, 15 и 7 % при  $e = 0,6$ ; 0,4 и 0,2 соответственно (**рисунок 3.11, в, г**) [189, 193].



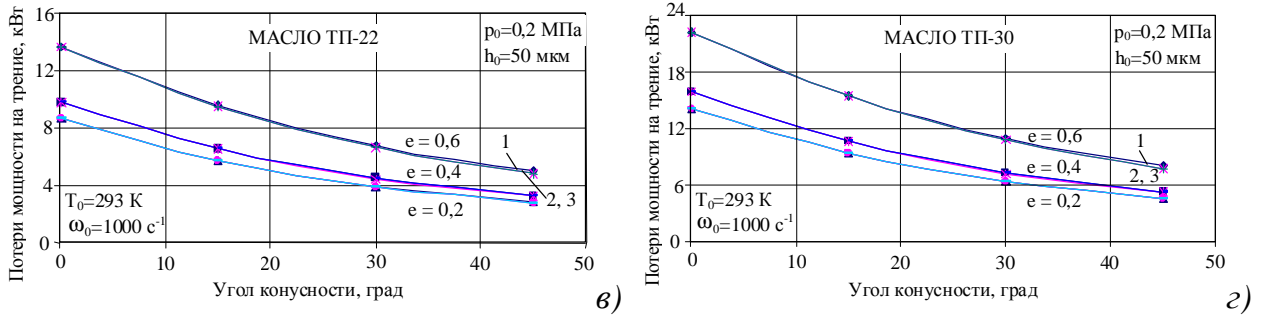


Рисунок 3.10 Потери мощности на трение конических ГДП

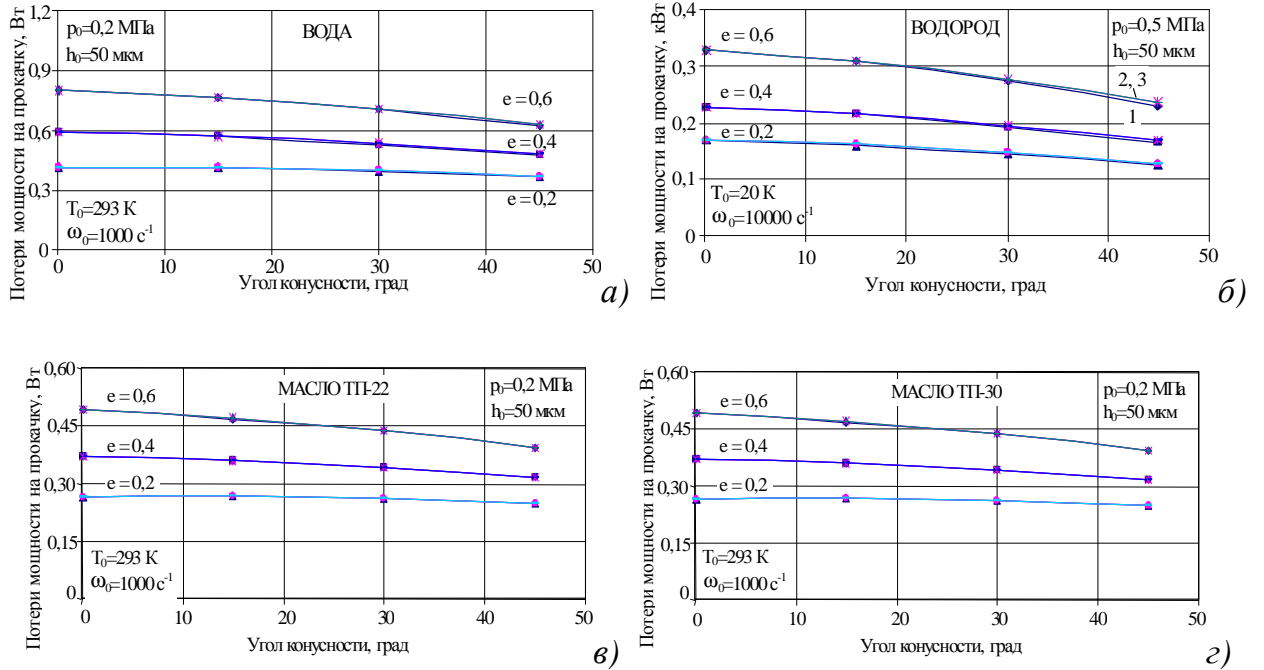
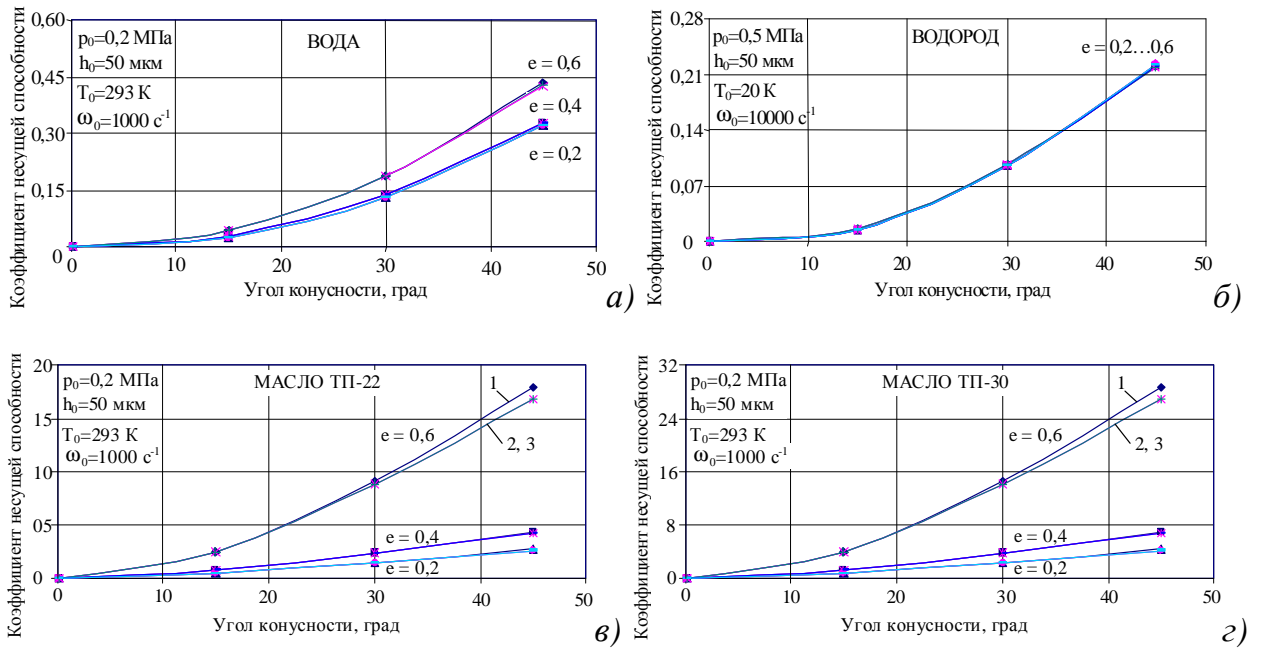


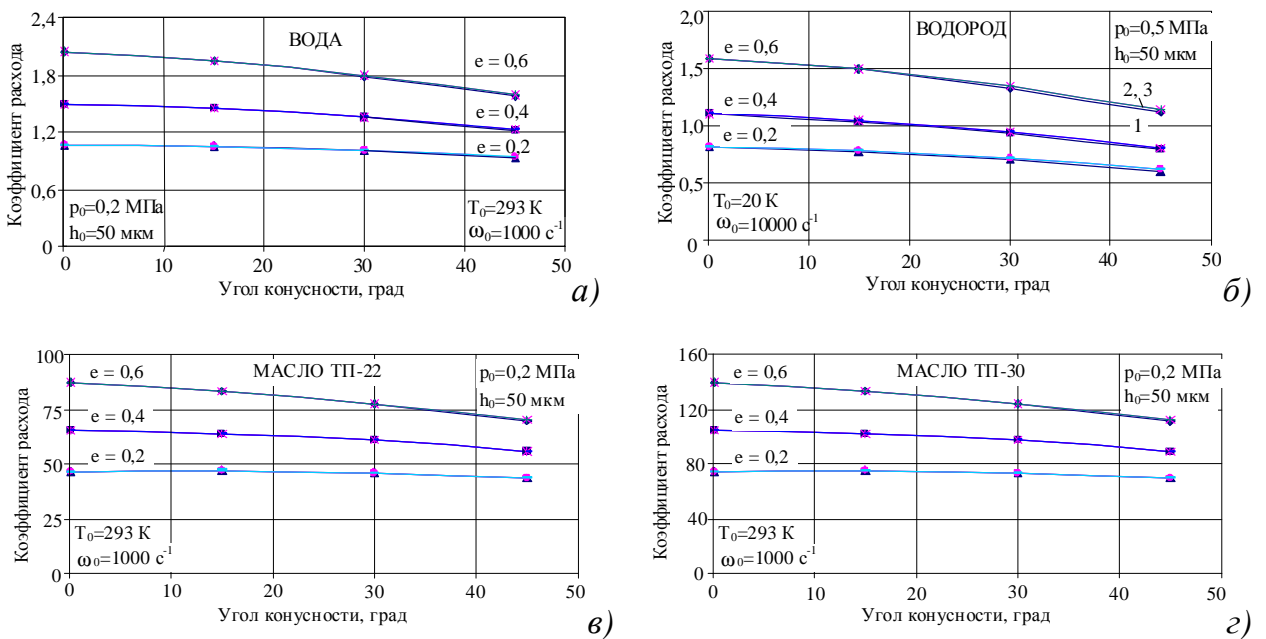
Рисунок 3.11 Потери мощности на прокатку конических ГДП

Безразмерные коэффициенты статических характеристик ведут себя немного иначе – коэффициенты несущей способности и потерь мощности на трение с ростом угла конусности возрастают, особенно значительно при больших эксцентриситетах. Кроме того, эти характеристики в абсолютном значении больше для гладкого ГДП по сравнению с многоклиновым и гибридным подшипниками (рисунки 3.12, 3.14). Так, например, при угле конусности  $\alpha = 45^\circ$  и эксцентриситете  $e = 0,6$  расхождение по коэффициенту несущей способности для гладкого и многоклинового (или гибридного) подшипников составляет менее 1 % при смазывании жидким водородом, около 2 % при смазывании водой и 6 % при смазывании маслом (рисунки 3.12, а – г); расхождение по коэффициенту потерь мощности на трение при тех же геометрических параметрах – 1...3 % при любой смазке (рисунки 3.14, а –

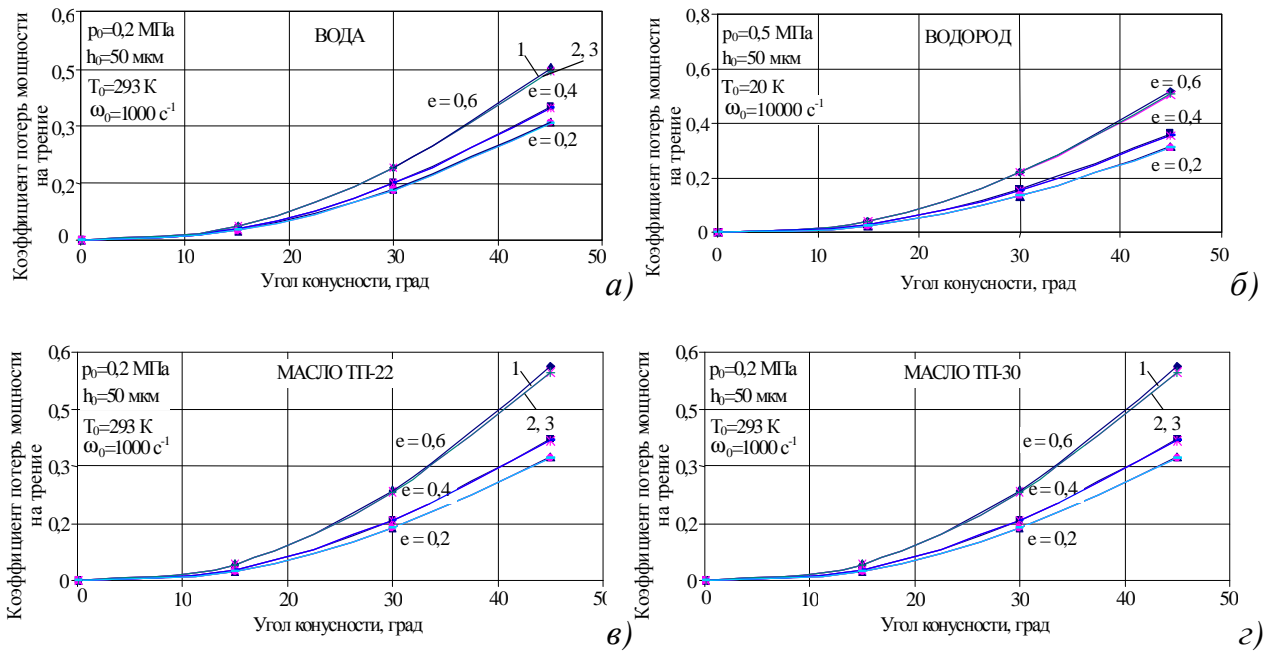
г). Зависимость коэффициента расхода (рисунк 3.13) пропорциональна соответствующей размерной характеристике (рисунк 3.9), т.е. с ростом угла конусности незначительно снижается в таком же процентном соотношении.



Рисунк 3.12 Коэффициент несущей способности конических ГДП



Рисунк 3.13 Коэффициент расхода (потерь мощности на прокачку) смазочного материала конических ГДП

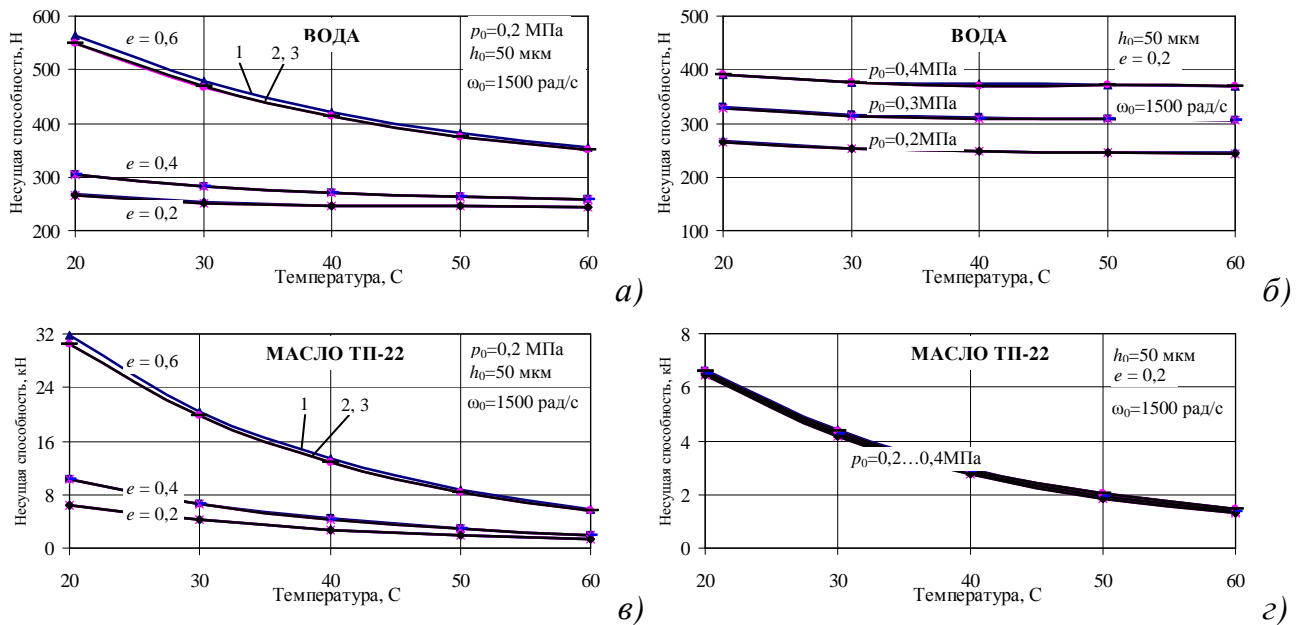


**Рисунок 3.14** Коэффициент потерь мощности на трение конических ГДП

### 3.1.3. Влияние температуры смазочного материала на характеристики конических ГДП

Анализируя приведенные ниже графики можно отметить, что несущая способность конических гидродинамических опор с увеличением температуры смазочного материала снижается во всем диапазоне рассматриваемых эксцентриситетов ( $e = 0,2 \dots 0,6$ ) и давлений подачи смазочного материала ( $p_0 = 0,2 \dots 0,4$  МПа), особенно существенно при значительных эксцентриситетах ( $e = 0,6$ ) (**рисунок 3.15**). Увеличение давления подачи смазочного материала и относительного эксцентриситета приводит к росту несущей способности рассматриваемых подшипников. При рассмотрении трех типов конических ГДП наибольшей несущей способностью обладает гладкий ГДП (цифра 1), наименьшей – МГДП (цифра 2), гибридный подшипник занимает промежуточное положение по несущей способности. В процентном соотношении несущая способность конических ГДП, смазываемых водой, снижается в среднем на 8; 15 и 36 % с ростом температуры смазочного материала с 20 до 60 °С при относительных эксцентриситетах  $e = 0,2$ ; 0,4 и 0,6 соответственно (**рисунок 3.15, а**). При смазывании турбинным маслом ТП-22 снижение грузоподъемной характеристики при таком же росте температуры смазочного материала происходит в среднем на 80..82 % во всем рассматриваемом

диапазоне эксцентриситетов (*рисунок 3.15, в*). Это связано с тем, что вязкость масла с ростом температуры снижается более значительно по сравнению с вязкостью воды, что и приводит к таким результатам. Давление подачи смазочного материала приводит к повышению несущей способности. При смазывании водой ( $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) рост давления смазочного материала на величину 0,1 МПа (в интервале от 0,2 до 0,4 МПа) для трех типов ГДП приводит к росту несущей способности в среднем на 18...23 % (*рисунок 3.15, б*), при смазывании турбинным маслом разница составляет всего 1...1,5 % (*рисунок 3.15, г*). Данные результаты получены при высоте клина в МГДП и гибридном подшипнике порядка 10 % от величины среднего радиального зазора (менее  $h_s = 5\text{ мкм}$ ) [189, 194, 195].



**Рисунок 3.15** Несущая способность конических ГДП:

1 – гладкий, 2 – многоклиновый, 3 – гибридный

Расход смазочного материала, также как и потери мощности на прокачку, через конические ГДП, смазываемые водой и турбинным маслом ТП-22, возрастают с ростом температуры и давления подачи смазочного материала и относительного радиального эксцентриситета. Рост температуры смазочного материала с 20 до 60  $^{\circ}\text{C}$  при относительных эксцентриситетах  $e = 0,2; 0,4$  и  $0,6$  приводит к увеличению расхода и потерь мощности на прокачку на 7,5; 9 и 10 % соответственно для воды и в среднем на 1,5% для турбинного масла для всех эксцентриситетов (*рисунки 3.16, 3.18, а, в*). Рост давления смазочного материала на величину 0,1

МПа (в интервале от 0,2 до 0,4 МПа) для трех типов конических ГДП при смазывании водой ( $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) приводит к росту расхода и потерь мощности на прокачку в среднем на 15...18 % (рисунки 3.16, 3.18, б), при смазывании турбинным маслом разница составляет менее 0,5 % при  $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; при  $T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$  – 1,5 % (рисунки 3.16, 3.18, г) [189, 194, 195].

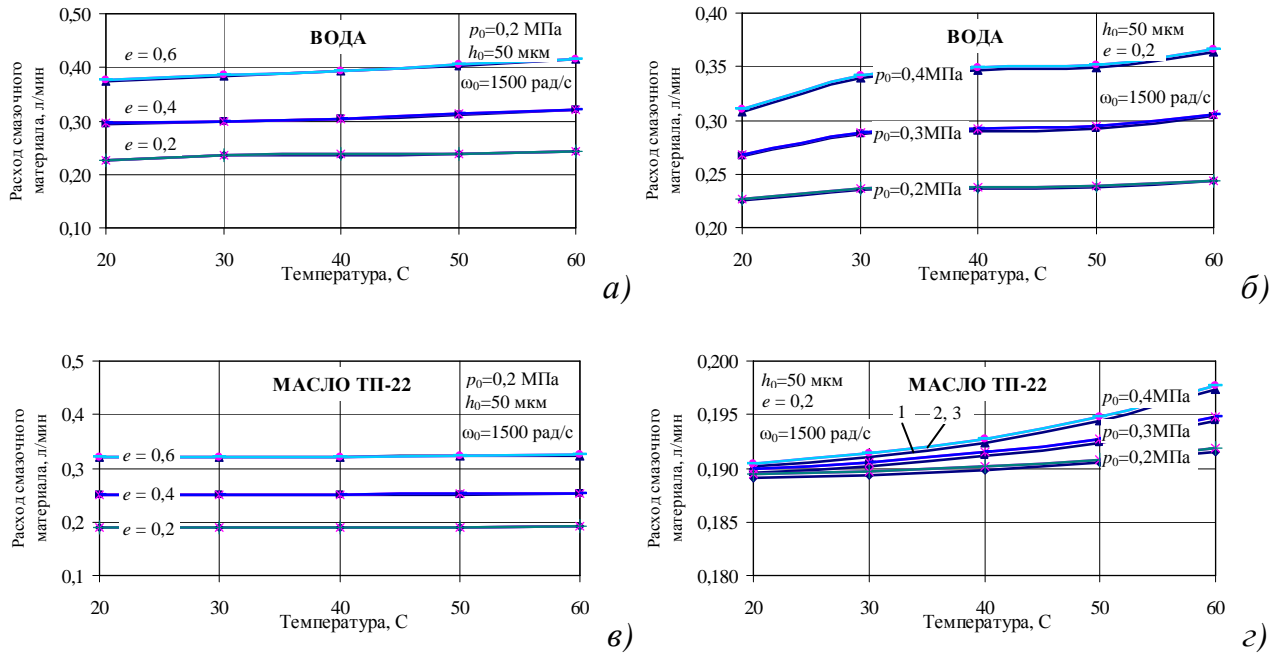


Рисунок 3.16 Расход смазочного материала конических ГДП

Потери мощности на трение в исследуемых подшипниках при увеличении температуры смазочного материала снижаются, причем более существенно в случае использования турбинного масла ТП-22 (рисунки 3.17). Например, рост температуры смазочного материала с 20 до 60  $^{\circ}\text{C}$  приводит к снижению потерь мощности на трение на 43; 46 и 49 % при  $e = 0,2; 0,4$  и  $0,6$  соответственно для воды и в среднем на 82 % для турбинного масла (рисунки 3.17, а, в). Давление подачи смазочного материала в исследуемом диапазоне ( $p_0 = 0,2...0,4$  МПа) практически не влияет на потери мощности на трение, расхождение не более 1 % (рисунки 3.17, б, г). В зависимости от типа подшипника потери мощности на трение максимальны для гладкого ГДП, минимальны – для МГДП [189, 194, 195].



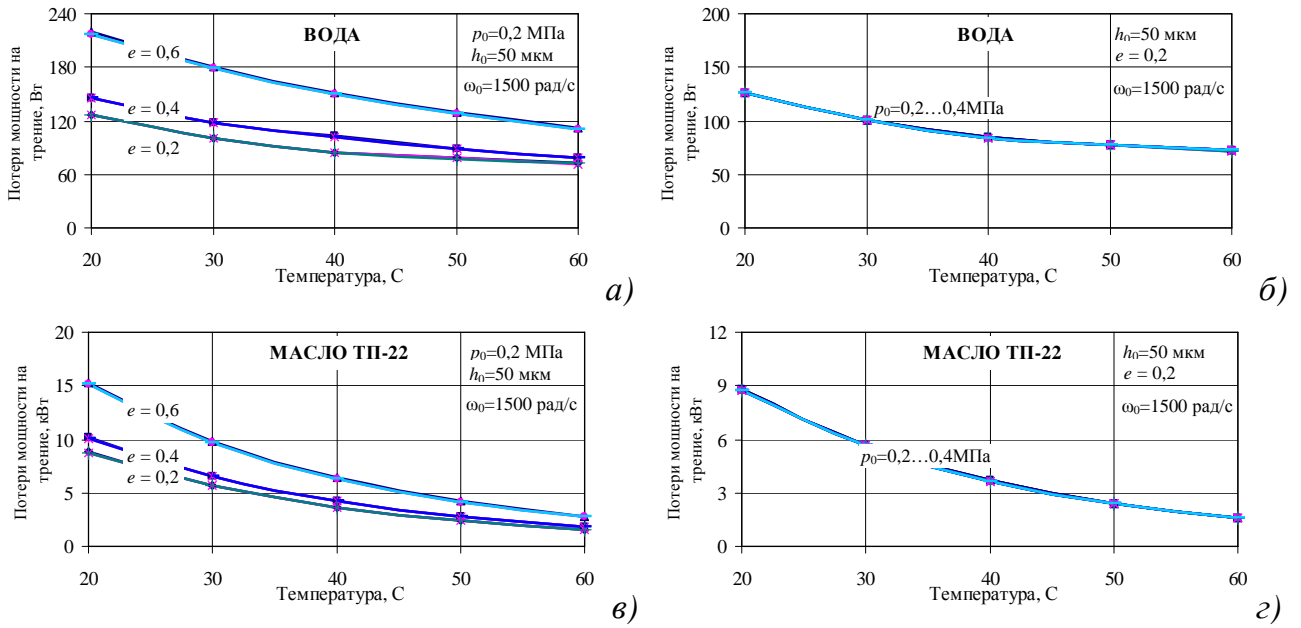


Рисунок 3.17 Потери мощности на трение конических ГДП

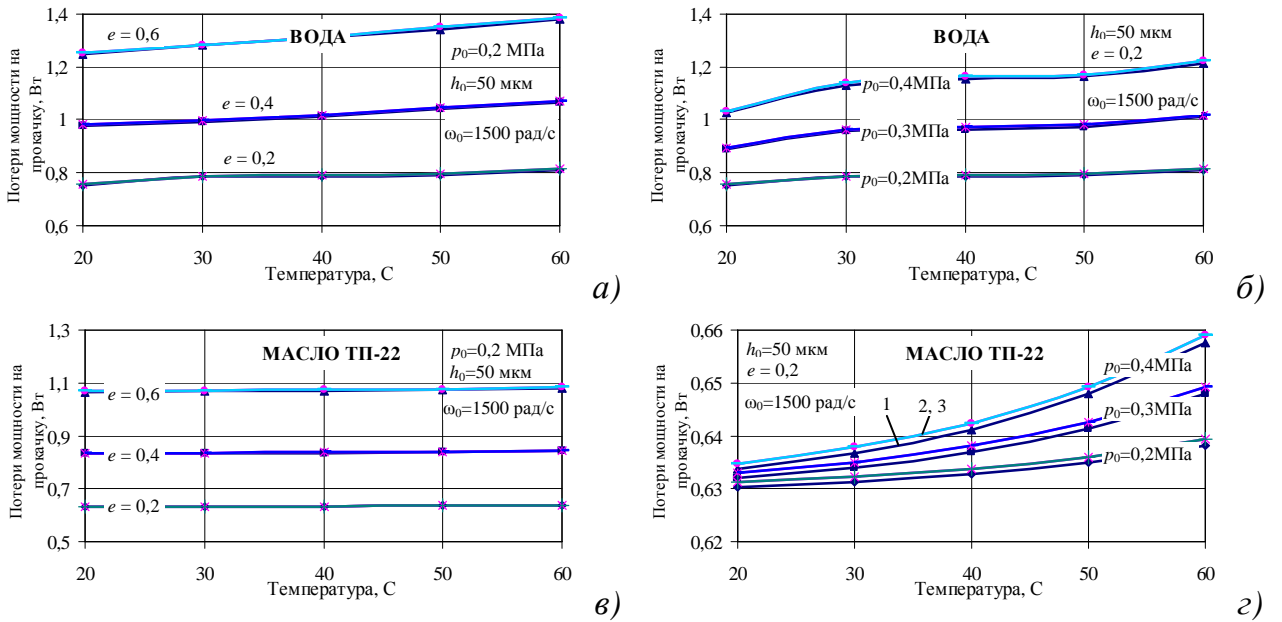
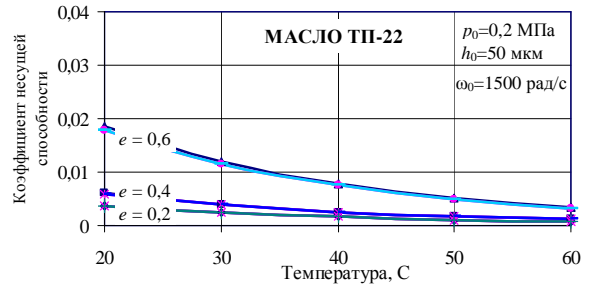
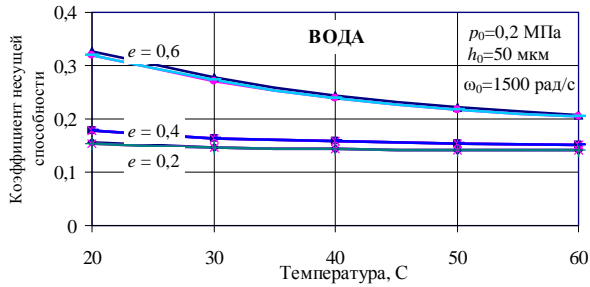


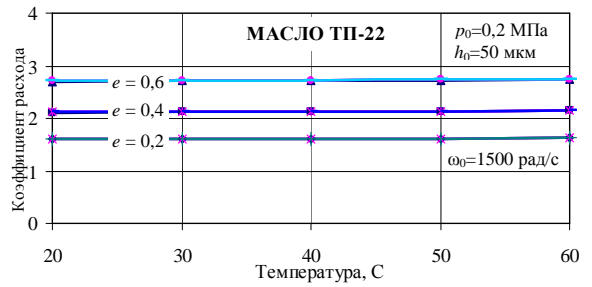
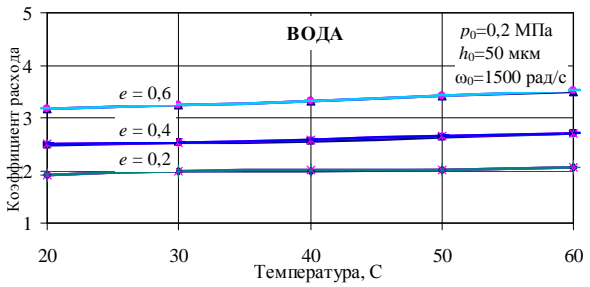
Рисунок 3.18 Потери мощности на прокачку конических ГДП

Безразмерные коэффициенты статических характеристик ведут себя аналогично соответствующим размерным характеристикам – рост температуры смазочного материала приводит к снижению коэффициента несущей способности и коэффициента потерь мощности на трение и к росту коэффициента расхода (рисунок 3.19 – 3.21) [189, 194, 195].

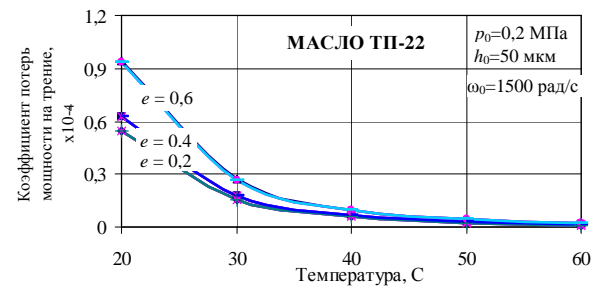
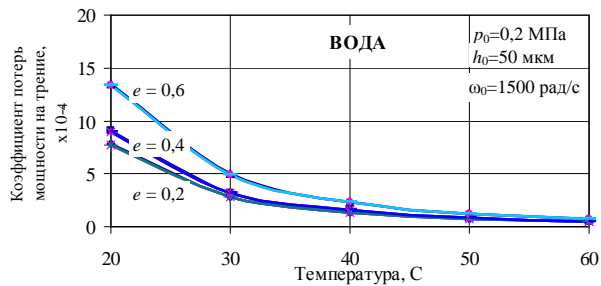




**Рисунок 3.19** Коэффициент несущей способности конических ГДП



**Рисунок 3.20** Коэффициент расхода (потерь мощности на прокатку) смазочного материала конических ГДП

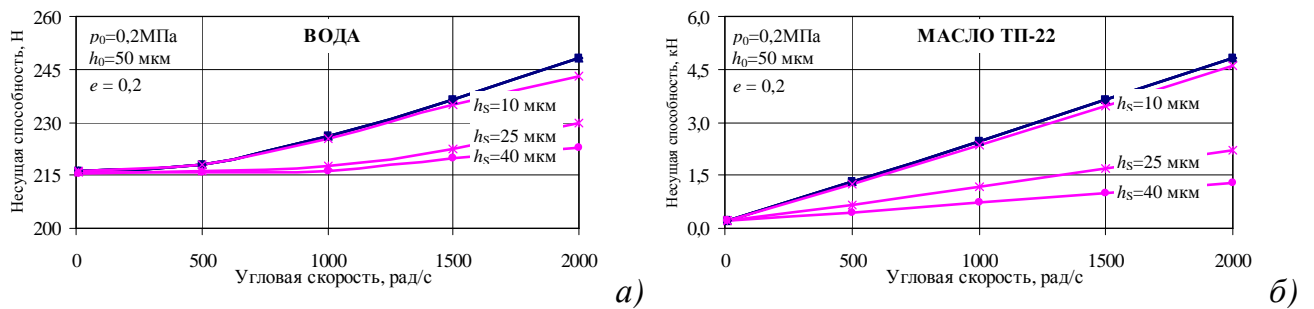


**Рисунок 3.21** Коэффициент потерь мощности на трение конических ГДП

### 3.1.4. Влияние высоты клина на характеристики конических ГДП

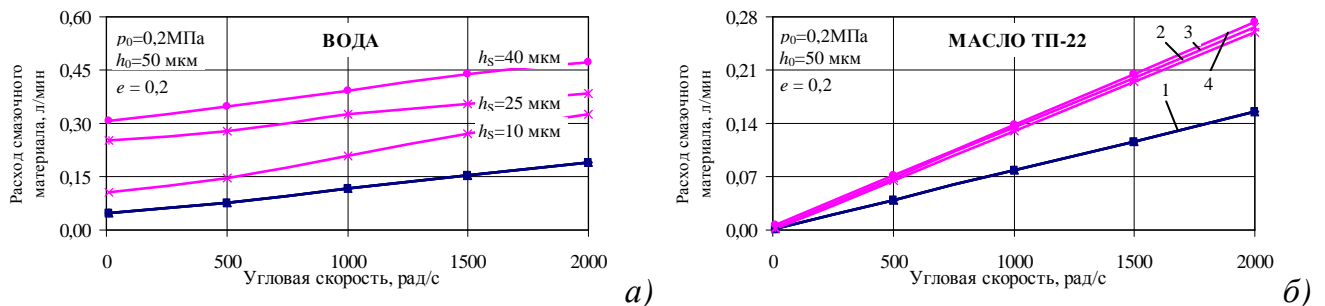
Одним из геометрических размеров, влияющих на характеристики многоклиновых и гибридных подшипников, является высота клина. Увеличение размеров клина (высоты) приводит к снижению несущей способности и потерь мощности на трение и росту расхода смазочного материала и потерь мощности на прокатку. Это, естественно, связано с увеличением зазора в подшипнике. На приведенных ниже диаграммах (*рисунки 3.22 – 3.25*) приведены зависимости статических характеристик от величины максимальной высоты клина (на рисунках обозначено: 1 – гладкий ГДП; 2 –  $h_S = 10$  мкм; 3 –  $h_S = 25$  мкм; 4 –  $h_S = 40$  мкм), остальные геометрические и рабочие параметры подшипников такие же, как и в предыдущих случаях [196].

В процентном соотношении это выглядит следующим образом: несущая способность конических МГДП, смазываемых водой, по сравнению с гладким ГДП снижается в среднем на 2; 7 и 10 % при высоте клина 10; 25 и 40 мкм соответственно (*рисунок 3.22, а*). При смазывании турбинным маслом ТП-22 снижение более существенное – 5; 54 и 73 % при тех же значениях высоты клина (*рисунок 3.22, б*). Незначительное снижение несущей способности конических ГДП, смазываемых водой, при данных параметрах объясняется существенным влиянием осевой составляющей, которая значительно превышает радиальную составляющую грузоподъемности, вследствие чего увеличение высоты клина и не приводит к существенному снижению данной характеристики. При смазывании турбинным маслом такого эффекта не наблюдается, т.к. радиальная составляющая грузоподъемности существенно превышает осевую составляющую, что и приводит к значительному снижению несущей способности [196].



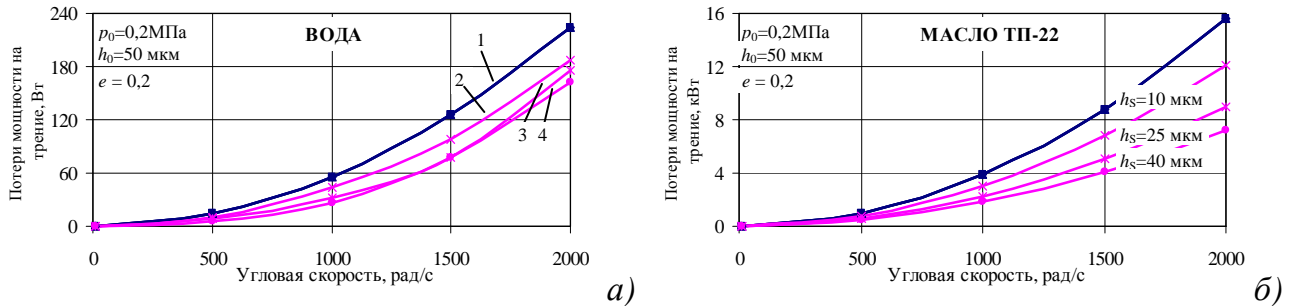
**Рисунок 3.22** Несущая способность конических ГДП

Расход смазочного материала, также как и потери мощности на прокачку, как было отмечено выше, с увеличением высоты клина существенно возрастает: при смазывании водой – в 1,7; 2 и 2,5 раза (*рисунки 3.23, 3.25, а*), а при смазывании маслом ТП-22 – в среднем в 1,7 раза (*рисунки 3.23, 3.25, б*) при высоте клина 10; 25 и 40 мкм соответственно [196].

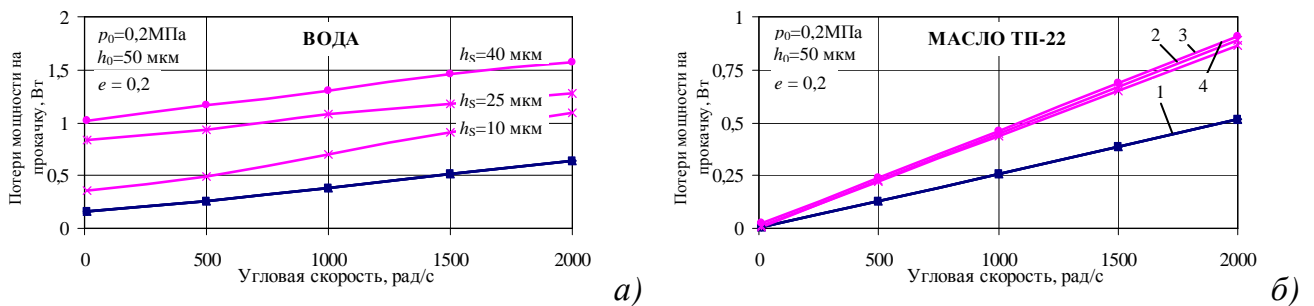


**Рисунок 3.23** Расход смазочного материала конических ГДП

Потери мощности на трение с увеличением высоты клина снижаются: при смазывании водой – на 16; 22 и 28 % (*рисунок 3.24, а*), а при смазывании маслом ТП-22 – на 23; 42 и 54 % (*рисунок 3.24, б*) при таких же значениях высоты клина соответственно [196].



**Рисунок 3.24** Потери мощности на трение конических ГТП



**Рисунок 3.25** Потери мощности на прокачку конических ГТП

Обобщая результаты исследований по приведенным выше графикам можно отметить, что увеличение относительного радиального эксцентриситета  $\bar{e}_p$ , угловой скорости  $\omega_0$  и давления подачи смазочного материала  $p_0$  приводит к возрастанию несущей способности конических гидродинамических подшипников рассматриваемых типов, что связано с уменьшением рабочего зазора (при росте  $\bar{e}_p$ ) и, как следствие, значительным увеличением давлений в нем (*рисунок 3.2, 3.15*). Увеличение угла конусности  $\alpha$  неоднозначно влияет на несущую способность  $W$  гидродинамических опор. При смазывании водой и водородом происходит рост  $W$ , а при смазывании маслом – снижение  $W$ . Это связано с вязкостью смазочного материала, так, для маловязких жидкостей, таких как вода и, особенно, водород, радиальная несущая способность  $W_R$  при заданных рабочих и геометрических параметрах соизмерима с осевой несущей способностью  $R_Z$ , и при ее снижении с увеличением угла конусности происходит одновременное увеличение осевой со-

ставляющей. Для вязких жидкостей, таких как турбинные масла,  $W_R$  значительно превышает  $R_Z$ , которая обусловлена, в первую очередь, давлением подачи, и, соответственно, при увеличении угла конусности снижение  $W_R$  не может быть компенсировано за счет роста  $R_Z$ , вследствие чего и происходит общее снижение несущей способности (**рисунок 3.8**) [189 – 193].

Увеличение эксцентриситета и угловой скорости приводит к возрастанию расхода  $Q$  и связанных с этим потерь мощности как на трение  $N_{тр}$ , так и на прокачку смазочного материала  $N_{пр}$  (**рисунки 3.3 – 3.5**). Зато с увеличением угла конусности можно отметить некоторое снижение расходных характеристик (**рисунки 3.9 – 3.11**), что, несомненно, является преимуществом конических опор по сравнению с радиальными. Рост температуры и давления смазочного материала приводит к увеличению расхода смазочного материала и потерь мощности на прокачку (**рисунки 3.16, 3.18**) и снижению потерь мощности на трение (**рисунок 3.17**). Приведенные графики позволяют анализировать основные характеристики конических гидродинамических подшипников трех типов в размерной форме. Как было отмечено выше, для решения задач оптимального проектирования опорных узлов высокоскоростных турбомашин необходимо перейти к безразмерным коэффициентам, характеризующим статические характеристики (**рисунки 3.6 – 3.7, 3.12 – 3.14, 3.19 – 3.21**). Можно отметить возрастание соответствующих коэффициентов с увеличением относительного радиального эксцентриситета, угловой скорости и угла конусности, кроме коэффициента расхода (потерь мощности на прокачку), который при увеличении угла конусности  $\alpha$  уменьшается (**рисунок 3.13**). Приведенные результаты иллюстрируют основные закономерности работы конических гидродинамических подшипников трех представленных типов.

### 3.2. Конические гидростатические подшипники (ГСП)

Существуют два способа обеспечения смазки со сплошной масляной пленкой, при помощи которых можно получить малое сопротивление трению и продолжительный срок службы подшипников скольжения. Наиболее известный из этих способов носит название «гидродинамической» смазки. В подшипниках с использованием гидродинамического способа смазки давление жидкости создается относительным взаимным вращением подшипника и вала. Таким образом, несущая способность таких подшипников скольжения зависит от относительной скорости вращения вала. Если эта скорость мала, или нагрузка очень велика, то использование гидродинамической смазки может оказаться невозможным [197]. В этом случае для обеспечения режима жидкостного трения без контакта между поверхностями подшипника и ротора, необходимо использовать так называемую «гидростатическую» смазку с принудительной подачей смазочного материала. Хотя гидростатические подшипники (ГСП) сравнительно дороги, они обладают определенными эксплуатационными преимуществами по сравнению с другими типами подшипников, а именно:

- высокая несущая способность при любых скоростях (в том числе и при нулевой скорости);
- отсутствие сухого или граничного трения при запуске и малые потери на трение при работе подшипника в широком диапазоне скоростей вращения;
- долговечность гидростатического подшипника зависит только от долговечности системы смазки, так как отсутствует контакт между контактирующими поверхностями подшипника и ротора при любой рабочей скорости и при любой нагрузке;
- возможность заранее проанализировать и рассчитать нагрузочные характеристики, потери мощности на трение и прокачку, температурный режим и жесткость конструкции подшипника.

Опыт показывает, что гидростатический подшипник, изготовленный для какой-либо конкретной турбомшины, в большинстве случаев не может быть использован в другой турбомшине. Вместе с тем и проектирование гидростатиче-

ского подшипника нельзя представить как механическую операцию с подстановкой имеющихся данных в какие-то готовые формулы, поэтому для каждого конкретного случая необходимо производить расчеты.

Гидростатические подшипники могут быть применены практически в любой конструкции, например, их успешно применяют в мощных прокатных станах, металлорежущих станках, оптических и радиотелескопах, больших радарных антеннах и в другом современном оборудовании, работающем при больших нагрузках и малых скоростях. Однако, как отмечается выше, по сравнению с гидродинамическими опорами, они относительно дороже, так как их применение требует дополнительного источника смазки под давлением, а, соответственно, и более сложных систем, поскольку в них кроме самого подшипника входят такие элементы, как насос и дроссели. Кроме того, смазочный материал необходимо собрать и вернуть к источнику смазки. Для подачи чистой смазки надлежащей вязкости необходимо предусмотреть ее высококачественную фильтрацию и, если требуется, охлаждение или подогрев. Для предотвращения выхода подшипника из строя в случае неисправности в системе подачи смазочного материала, как правило, предусматривается параллельная система подачи смазки [197].

В гидростатическую систему смазки, состоящую из двух и более подшипников, должен входить компенсатор, или дроссель, к основным типам которых относят диафрагму, жиклер, капилляр и регулятор расхода. Дроссель может представлять собой самостоятельный узел, или для дросселирования может быть использована какая-либо часть системы смазки. Такое применение дросселей обеспечивает возможность работы нескольких гидростатических подшипников от одного насоса. Выбор или конструкция дросселя оказывает такое же влияние на работу системы, как и конфигурация основных частей гидростатического подшипника, поэтому при выборе типа дросселя необходимо учитывать различные факторы, влияющие на работу подшипника [197].

Несущая способность и потери мощности на трение конических гидростатических подшипников определяется по тем же зависимостям, что и для конических ГДП (формулы (3.1 – 3.2), (3.5)). Отличие состоит в различных расчетных

схемах и, как следствие, в величине полученного поля давлений, что и влияет на несущую способность. Суммарный массовый и объемный расход смазочного материала через конические ГСП с жиклерной компенсацией определяется по формуле [136, 137, 183]:

$$Q_m = \frac{\pi d_H^4}{128 \cdot l_H} \sum_{n=1}^{N_p N_K} \left( \frac{(p_0 - p_H)(\rho_H + \rho_0)}{K(\mu_H + \mu_0)} \right)_n; \quad Q_v = \frac{Q_m}{\rho_0}. \quad (3.16)$$

Безразмерная характеристика (коэффициент расхода) определяется как:

$$Q_m = \frac{\pi d_H^4}{128 \cdot l_H} \frac{p_0 \rho_0}{\mu_0} K_Q; \quad K_Q = \sum_{n=1}^{N_p N_K} \left( \frac{(1 - \bar{p}_H)(1 + \bar{p}_H)}{K(1 + \bar{\mu}_H)} \right)_n. \quad (3.17)$$

Потери мощности на прокачку, зависящие от расхода смазочного материала, для конических ГСП могут быть определены по формулам [136, 137, 182, 183]:

$$N_{np} = Q_v p_0, \quad (3.18)$$

$$N_{np} = \frac{\pi d_H^4 p_0}{128 \rho_0 l_H} \sum_{n=1}^{N_p N_K} \left( \frac{(p_0 - p_H)(\rho_0 + \rho_H)}{K(\mu_H + \mu_0)} \right)_n, \quad (3.19)$$

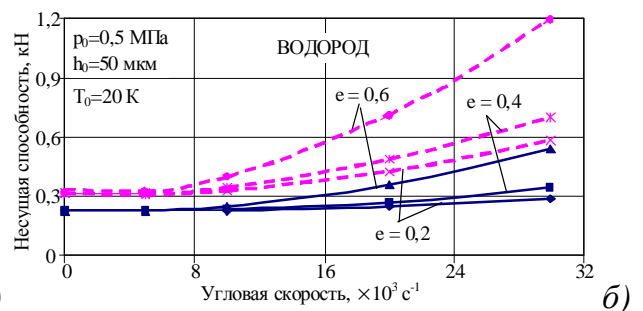
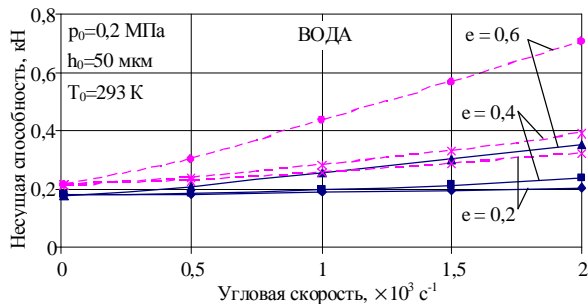
Коэффициент потерь мощности на трение  $K_{N_{np}}$  определяется по формуле (3.13), а коэффициент потерь мощности на прокачку  $K_{N_{np}}$  равен коэффициенту расхода  $K_Q$ :

$$K_{N_{np}} = K_Q; \quad N_{np} = \frac{\pi d_H^4}{128 \cdot l_H} \frac{p_0^2}{\mu_0} K_{N_{np}}. \quad (3.20)$$

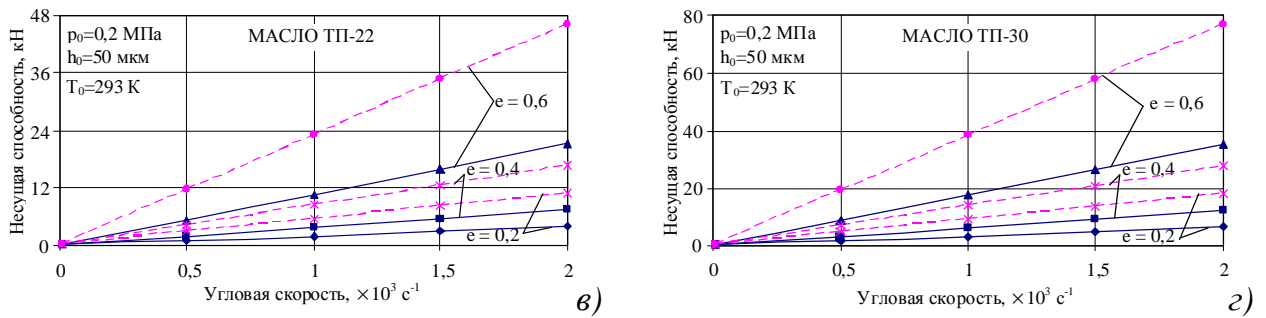
Результаты расчета статических характеристик конических ГСП с точечными и прямоугольными камерами, смазываемых водой, жидким водородом и турбинными маслами, в размерной и в безразмерной форме при переменных теплофизических свойствах смазочного материала (**рисунки 3.26 – 3.38**), позволяют сравнивать гидростатические опоры с гидродинамическими по несущей способности, расходу и потерям мощности и давать рекомендации по оптимальному проектированию данных опор [198, 199]. Подшипник имеет такие же рабочие и геометрические параметры, как и гладкий ГДП: длина  $L = 53$  мм, радиус  $R_2 = 24$  мм, угол конусности  $\alpha = 30^\circ$ , средний радиальный зазор  $h_0 = 50$  мкм, давление подачи  $p_0 = 0,2$  МПа (для воды и турбинных масел) и  $p_0 = 0,5$  МПа (для жидкого во-

дорода), число питающих прямоугольных камер  $N_K = 4$ , длина камеры по образующей  $L_K = 41$  мм, ширина камеры  $B_K = 8$  мм, число жиклеров, питающих одну камеру  $N_H = 1$ , длина жиклера  $L_H = 4$  мм, диаметр жиклера  $D_H = 1$  мм.

Анализируя приведенные графики можно отметить, что среди двух представленных типов гидростатических опор скольжения ГСП с прямоугольными камерами (на графиках соответствует непрерывная линия) обладает значительно меньшей несущей способностью по сравнению с ГСП с точечными камерами (соответствует штриховая линия), что связано с достаточно большим объемом камер и, соответственно, уменьшением давлений в них [198]. В процентном соотношении несущая способность ГСП с точечными камерами больше соответствующей характеристики ГСП с прямоугольными камерами, смазываемых водой, на 57%, 66 % и 100 % при относительном радиальном эксцентриситете  $e = 0,2$ ; 0,4 и 0,6 соответственно (*рисунок 3.26, а*); при смазывании жидким водородом несущая способность подшипников с точечными камерами по сравнению с опорами с прямоугольными камерами больше в среднем в  $2 \div 2,2$  раза для всех рассматриваемых эксцентриситетов (*рисунок 3.26, б*). Несущая способность ГСП с точечными камерами, смазываемых турбинными маслами, также значительно больше, чем у ГСП с прямоугольными камерами: в 2,8 раза при небольших ( $e = 0,2$ ) эксцентриситетах и в среднем в 2,2 раза при средних ( $e = 0,4$ ) и больших ( $e = 0,6$ ) эксцентриситетах независимо от марки масла (*рисунок 3.26, в, г*). С увеличением угловой скорости независимо от типа смазочного материала происходит рост несущей способности гидростатических опор, особенно значительный при больших эксцентриситетах (*рисунок 3.26, а – г*).

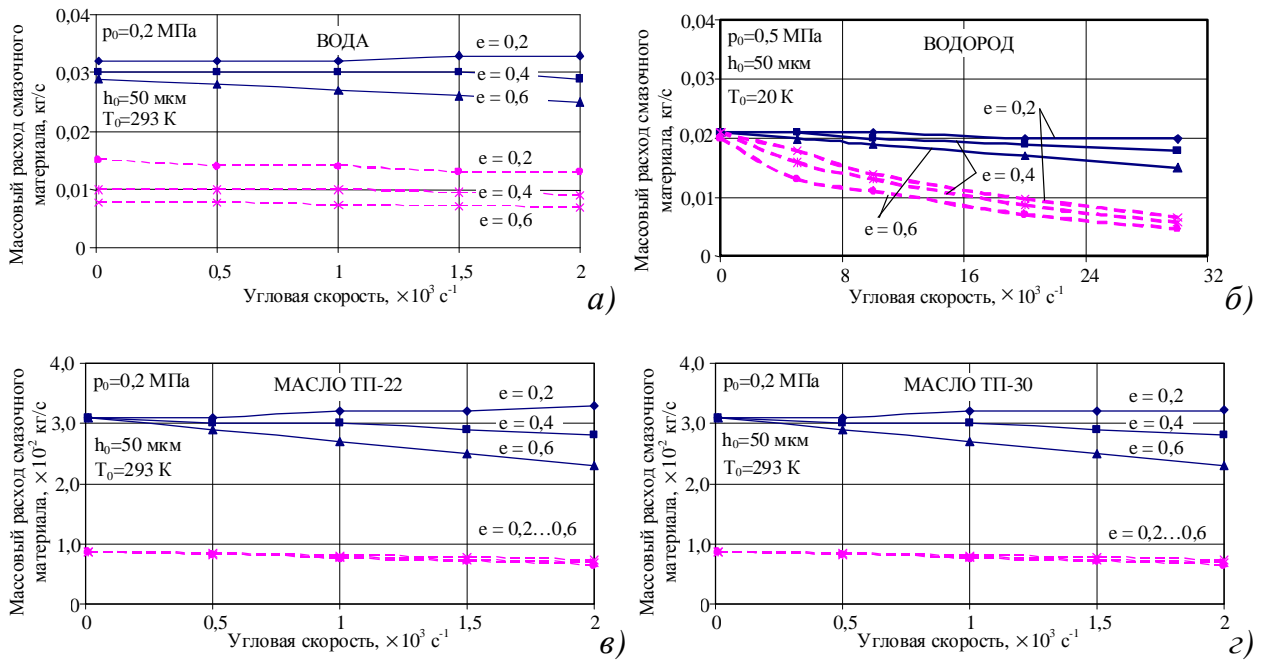






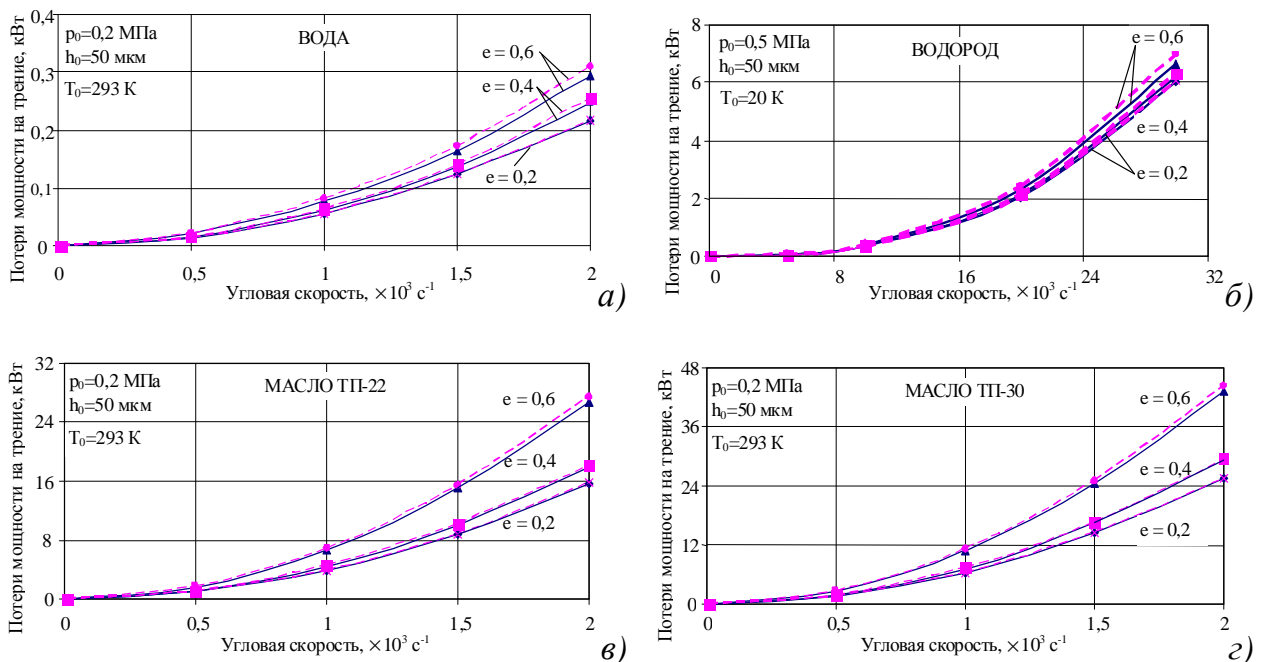
**Рисунок 3.26** Несущая способность конических ГСП:  
с прямоугольными камерами (—), с точечными камерами (---)

Расход смазочного материала, также как и потери мощности на прокачку, через конические ГСП, смазываемые водой, с ростом угловой скорости постоянен или немного снижается, что связано с увеличением давления в зазоре и, как следствие, возрастанием противодействия поступающей смазке (так называемый «запирающий эффект»). Если же сравнивать ГСП с прямоугольными камерами и ГСП с точечными камерами, то по расходу наблюдается следующие закономерности [198]: при смазывании водой расход через ГСП с точечными камерами меньше расхода через ГСП с прямоугольными камерами на 61 %, 69 % и 73 % при  $e = 0,2$ ; 0,4 и 0,6 соответственно (*рисунки 3.27 и 3.29, а*). При смазывании водородом эксцентриситет не играет существенной роли: расход через ГСП с точечными камерами по отношению к ГСП с прямоугольными камерами снижается в среднем на 67...69 % при всех эксцентриситетах (*рисунки 3.27 и 3.29, б*). Это легко объясняется тем, что геометрические размеры точечных камер значительно меньше размеров прямоугольных камер, соответственно, снижается и проходной размер, что автоматически влечет и снижение расхода. При смазывании турбинными маслами наблюдается аналогичная картина: с ростом угловой скорости и относительного эксцентриситета происходит снижение массового расхода и потерь мощности на прокачку (*рисунки 3.27 и 3.29, в, г*). При сравнении ГСП с прямоугольными камерами и ГСП с точечными камерами можно отметить снижение расхода для последних на 71...78 % для всех эксцентриситетов и масел.

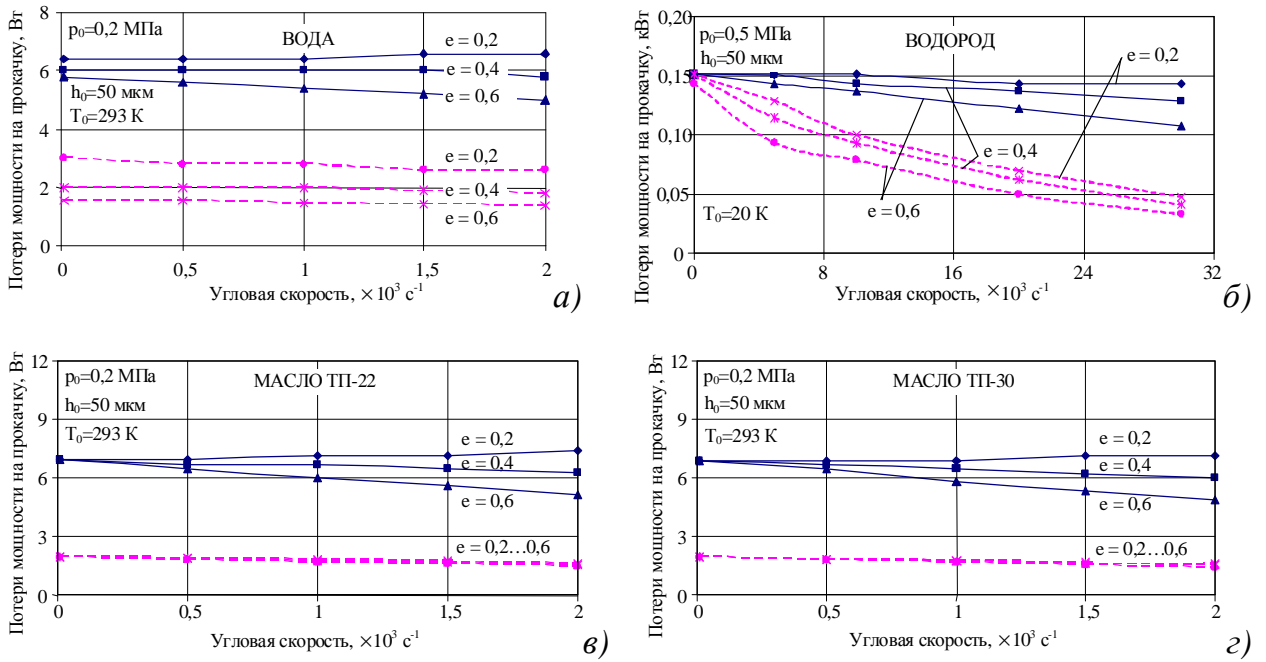


**Рисунок 3.27** Расход смазочного материала конических ГСП

Потери мощности на трение в исследуемых подшипниках также, как и для ГДП, возрастают с увеличением угловой скорости и относительного радиального эксцентриситета [198]. В зависимости от типа подшипника потери мощности на трение более значительны для ГСП с точечными камерами, чем для ГСП с прямоугольными камерами, но в процентном соотношении расхождение незначительное: не более 5 % при всех эксцентриситетах для всех рассматриваемых типов смазочного материала (**рисунок 3.28**).

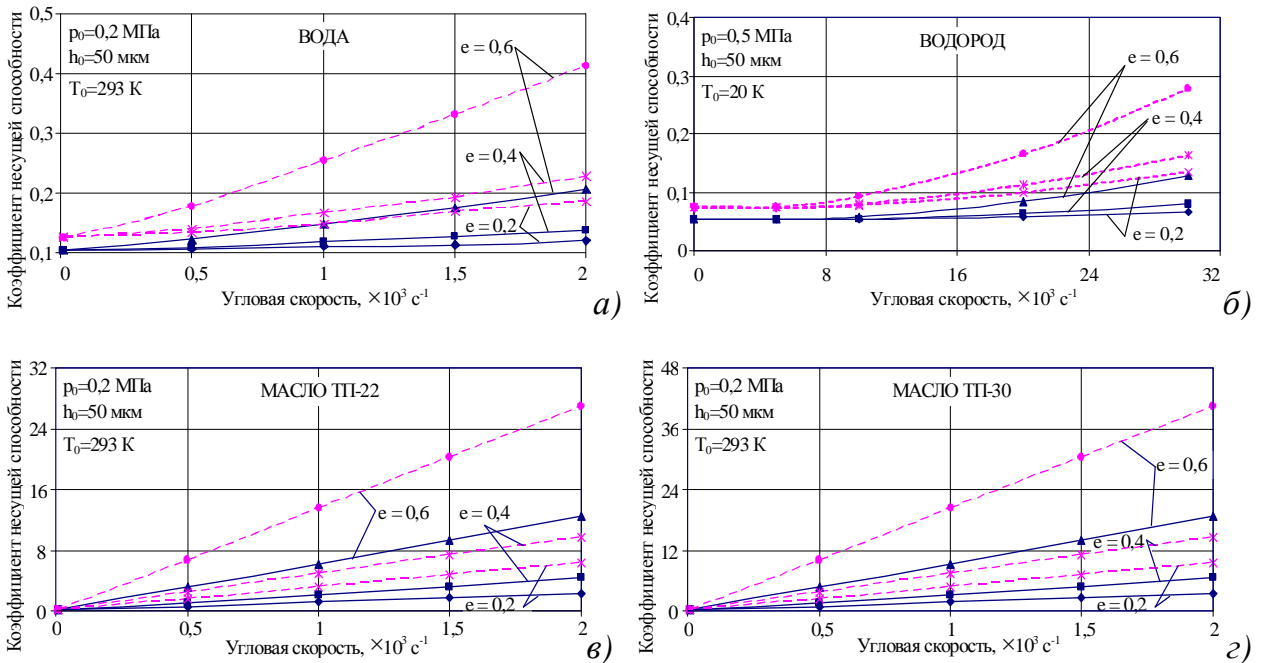


**Рисунок 3.28** Потери мощности на трение конических ГСП

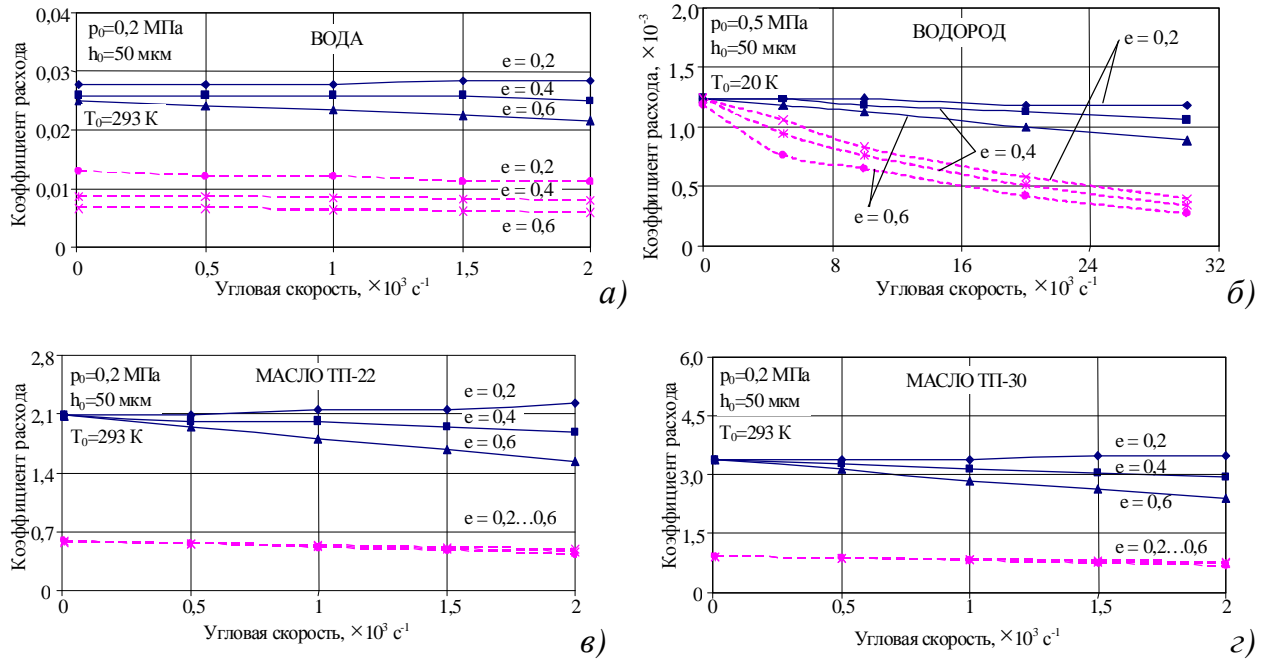


**Рисунок 3.29** Потери мощности на прокатку конических ГСП

Соответствующие безразмерные коэффициенты статических характеристик ведут себя аналогично размерным характеристикам, за исключением коэффициента потерь мощности на трение, который не зависит от угловой скорости, и по этой причине не приведен на графиках [198].



**Рисунок 3.30** Коэффициент несущей способности конических ГСП



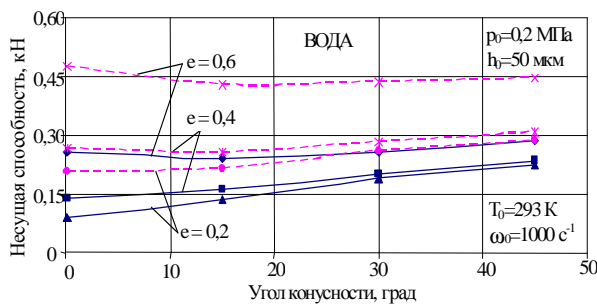
**Рисунок 3.31** Коэффициент расхода (потеря мощности на прокачку) смазочного материала конических ГСП

Анализ характеристик конических опор в зависимости от угла конусности показывает, что несущая способность ГСП с прямоугольными камерами, смазываемых водой, с увеличением угла конусности подшипника возрастает – на 13 % при больших эксцентриситетах ( $e = 0,6$ ), на 69 % при средних эксцентриситетах ( $e = 0,4$ ) и в 2,5 раза при малых эксцентриситетах ( $e = 0,2$ ) (**рисунок 3.32, а**). Несущая способность ГСП с точечными камерами при смазывании водой при больших эксцентриситетах ( $e = 0,6$ ) незначительно снижается – на 7 %, а при средних ( $e = 0,4$ ) и небольших ( $e = 0,2$ ) – возрастает на 16% и 38% соответственно (**рисунок 3.32, а**). Снижение радиальной несущей способности составляет 54 % при  $e = 0,6$  и 66...68 % при  $e = 0,2...0,4$  для ГСП с прямоугольными камерами; для ГСП с точечными камерами – снижение составляет 44 % при  $e = 0,6$  и 54...57 % при  $e = 0,2...0,4$  (**рисунок 3.32, д**) [198].

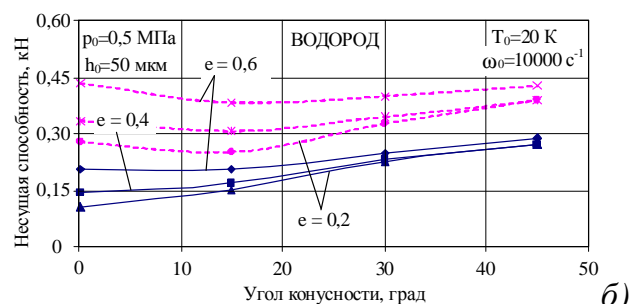
Аналогичная картина наблюдается и при смазывании водородом: с увеличением угла конусности несущая способность ГСП с прямоугольными камерами возрастает на 39 % при больших эксцентриситетах ( $e = 0,6$ ), на 90 % при средних эксцентриситетах ( $e = 0,4$ ) и в 2,5 раза при малых эксцентриситетах ( $e = 0,2$ ) (**рисунок 3.32, б**). Несущая способность ГСП с точечными камерами при эксцентри-

ситете  $e = 0,6$  снижается на 2 %, а при эксцентриситетах  $e = 0,4$  и  $0,2$  возрастает на 17 % и 40 % соответственно (*рисунок 3.32, б*). Снижение радиальной несущей способности для ГСП с прямоугольными камерами составляет 70...78 %, а для ГСП с точечными камерами – 62...75 % при  $e = 0,2...0,6$  (*рисунок 3.32, е*).

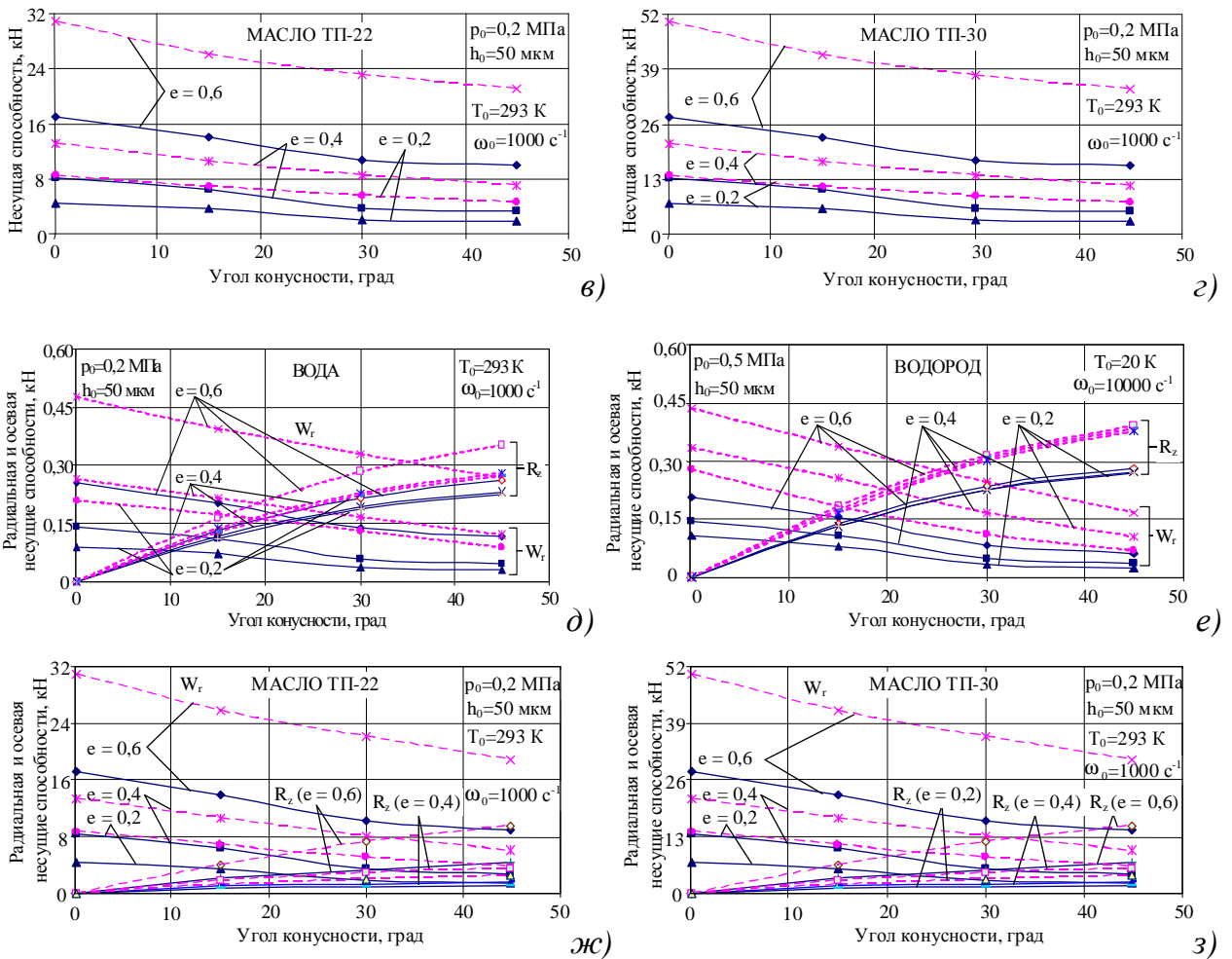
При смазывании турбинными маслами несущая способность конических ГСП также, как и конических ГДП, с увеличением угла конусности подшипника снижается. Это связано со значительным уменьшением радиальной несущей способности, которую возрастающая осевая реакция  $R_Z$  не компенсирует. В процентном соотношении это выглядит следующим образом: снижение радиальной несущей способности составляет 48 % и 39 % при  $e = 0,6$ ; 65...66 % и 54...56 % при  $e = 0,4...0,2$  для ГСП с прямоугольными камерами и точечными камерами соответственно (*рисунок 3.32, ж, з*). Снижение полной несущей способности для ГСП с прямоугольными камерами происходит на 42 % при  $e = 0,6$  и в среднем на 57...60% при  $e = 0,2...0,4$ ; для ГСП с точечными камерами – на 32 % при  $e = 0,6$  и в среднем на 47...48 % при  $e = 0,2...0,4$  независимо от марки турбинного масла (*рисунок 3.32, в, г*). Различие в характере изменения несущей способности от угла конусности для гидростатических опор, смазываемых водой и турбинными маслами, также, как и для гидродинамических, заключается в том, что, как уже было сказано выше, при смазывании маслами радиальная несущая способность на порядок больше, чем при смазывании водой. Соответственно, рост осевой реакции  $R_Z$  не в состоянии компенсировать значительное снижение радиальной составляющей  $W_R$ , что и приводит к таким результатам.



а)

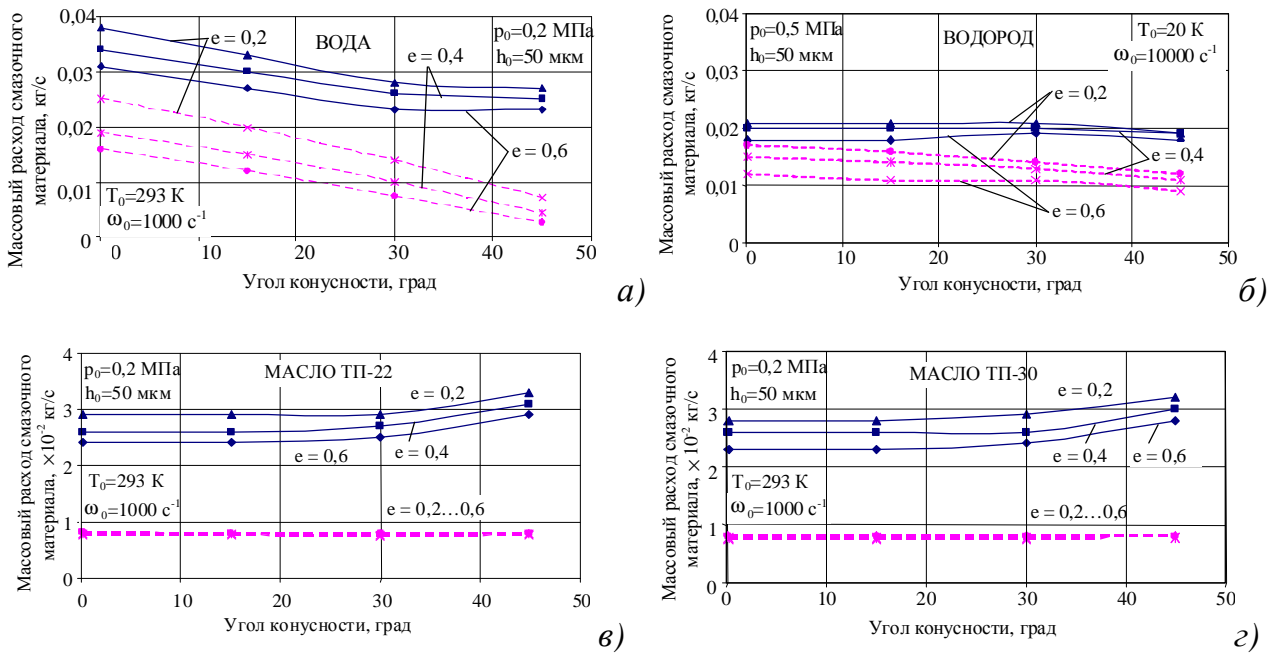


б)



**Рисунок 3.32** Несущая способность конических ГСП

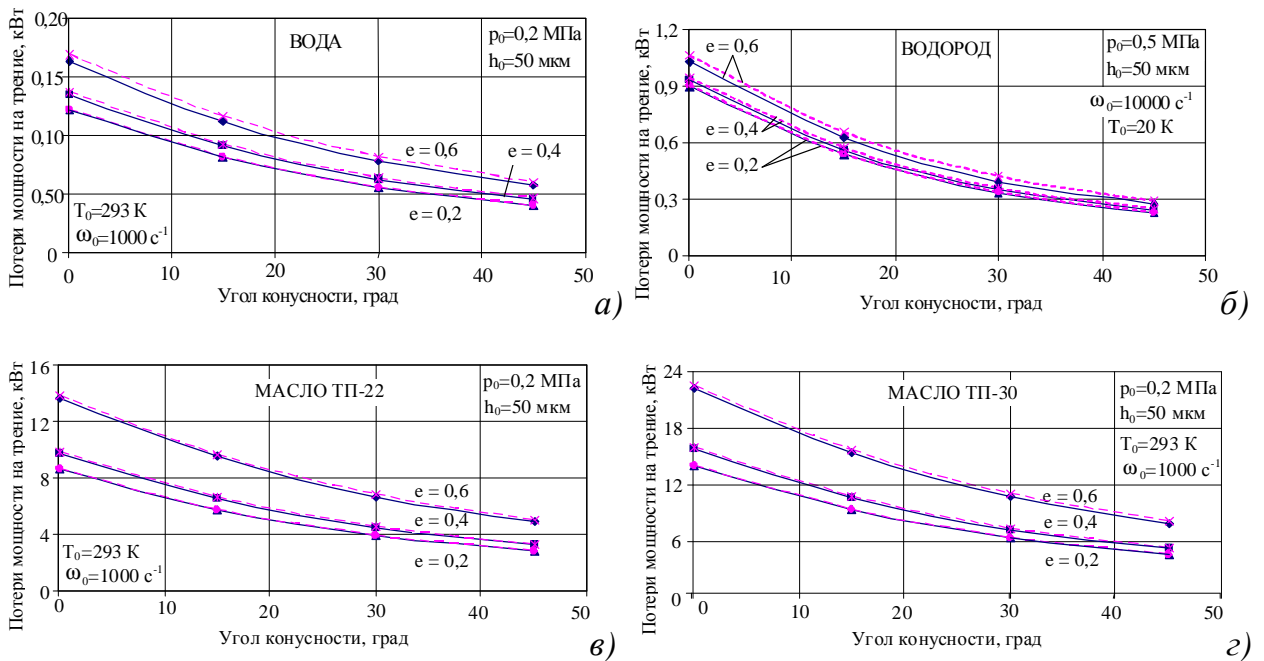
Расход смазочного материала через конические опоры с увеличением угла конусности также снижается – в среднем на 26...29 % для ГСП с прямоугольными камерами и на 72...83 % для ГСП с точечными камерами при всех эксцентриситетах при смазывании водой (**рисунок 3.33, а**); при смазывании водородом – в пределах 10 % для ГСП с прямоугольными камерами и на 23...29 % для ГСП с точечными камерами при всех эксцентриситетах (**рисунок 3.33, б**). При смазывании маслами наблюдается несколько иная картина – массовый расход через ГСП с точечными камерами с увеличением угла конусности остается постоянным, а через ГСП с прямоугольными камерами в интервале от 0 до 30° также остается постоянным, а затем в интервале от 30 до 45° возрастает в среднем на 15...20 % при всех эксцентриситетах независимо от типа турбинного масла (**рисунок 3.33, в, г**).



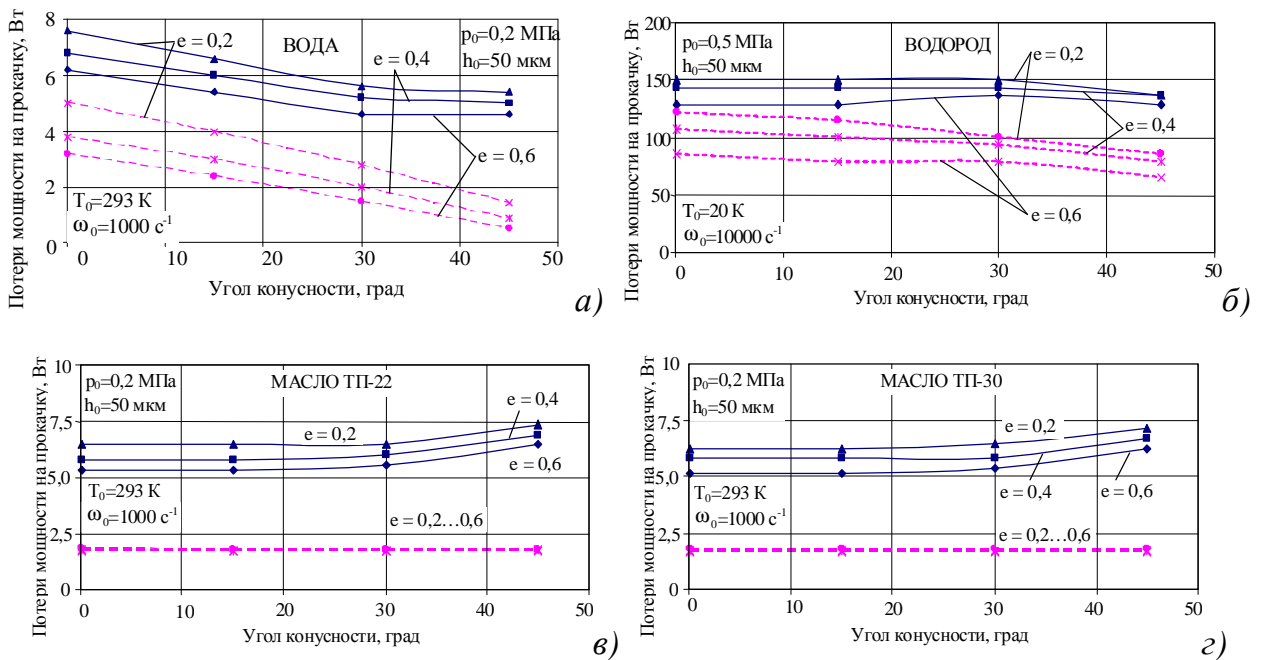
**Рисунок 3.33** Расход смазочного материала конических ГСП

С ростом угла конусности также снижаются и потери мощности на трение: в среднем на 64...67 % для всех исследуемых типов ГСП, смазываемых водой и турбинными маслами, и на 73...75 % для ГСП, смазываемых жидким водородом (*рисунок 3.34, а – г*). Потери мощности на прокачку, пропорциональны расходу, поэтому с возрастанием угла конусности снижаются – в среднем на 26...29 % для ГСП с прямоугольными камерами и на 72...83 % для ГСП с точечными камерами при всех эксцентриситетах при смазывании водой (*рисунок 3.35, а*); при смазывании водородом – в пределах 10 % для ГСП с прямоугольными камерами и на 23...29 % для ГСП с точечными камерами при всех эксцентриситетах (*рисунок 3.35, б*). При смазывании маслами – массовый расход через ГСП с точечными камерами с увеличением угла конусности остается постоянным, а через ГСП с прямоугольными камерами в интервале от 0 до 30° также остается постоянным, а затем в интервале от 30 до 45° возрастает в среднем на 15...20 % при всех эксцентриситетах независимо от типа турбинного масла (*рисунок 3.35, в, г*).





**Рисунок 3.34** Потери мощности на трение конических ГСП

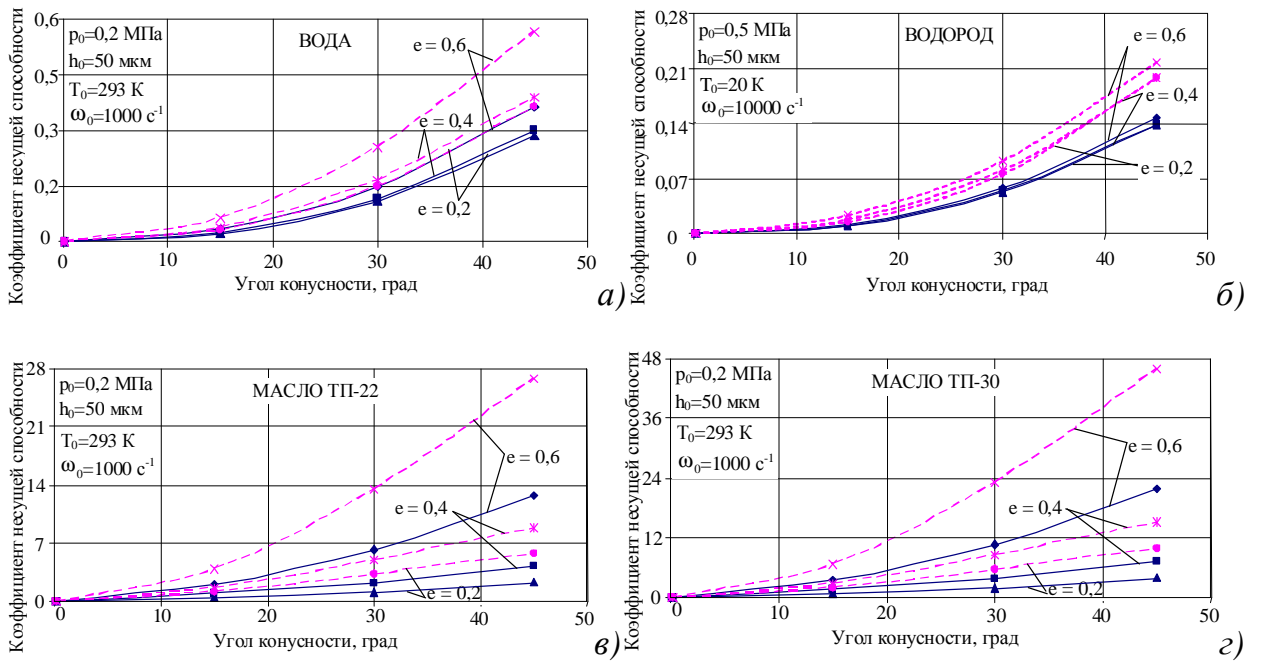


**Рисунок 3.35** Потери мощности на прокатку конических ГСП

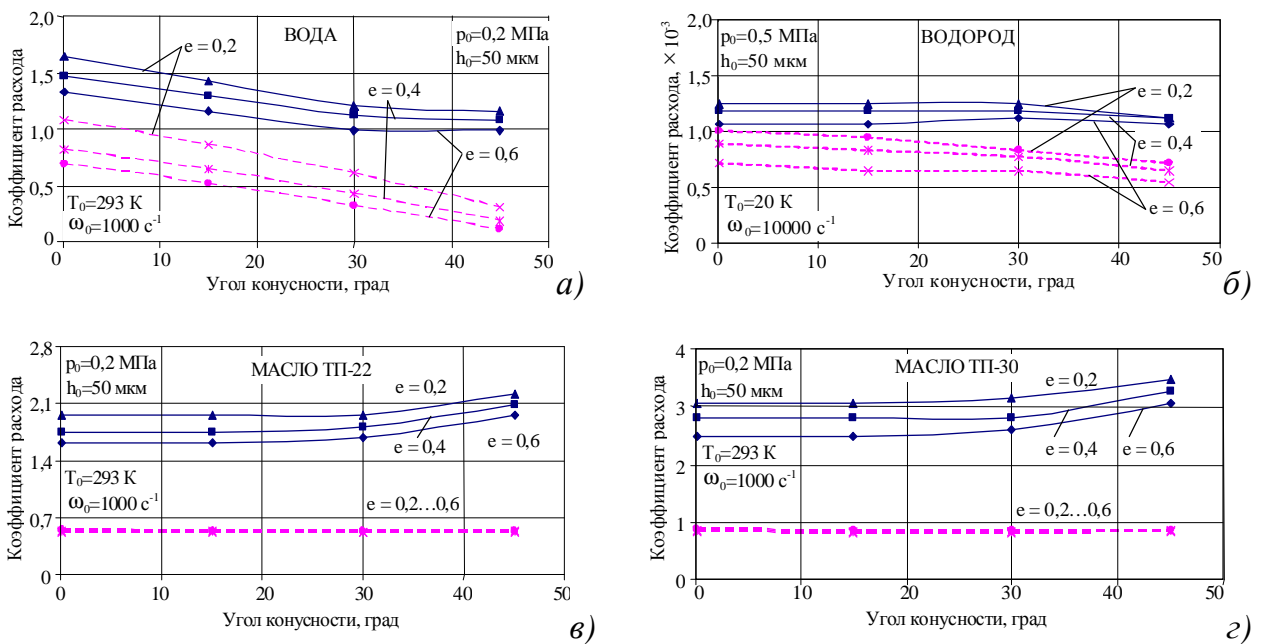
Безразмерные коэффициенты статических характеристик конических ГСП ведут себя несколько иначе – коэффициенты несущей способности и потерь мощности на трение с ростом угла конусности возрастают, особенно значительно при больших эксцентриситетах. Кроме того, эти характеристики в абсолютном значении больше для ГСП с точечными камерами по сравнению с ГСП с прямоугольными камерами (*рисунки 3.36, 3.38*). Так, например, при угле конусности  $\alpha = 45^\circ$  и эксцентриситете  $e = 0,6$  расхождение по коэффициенту несущей способности для



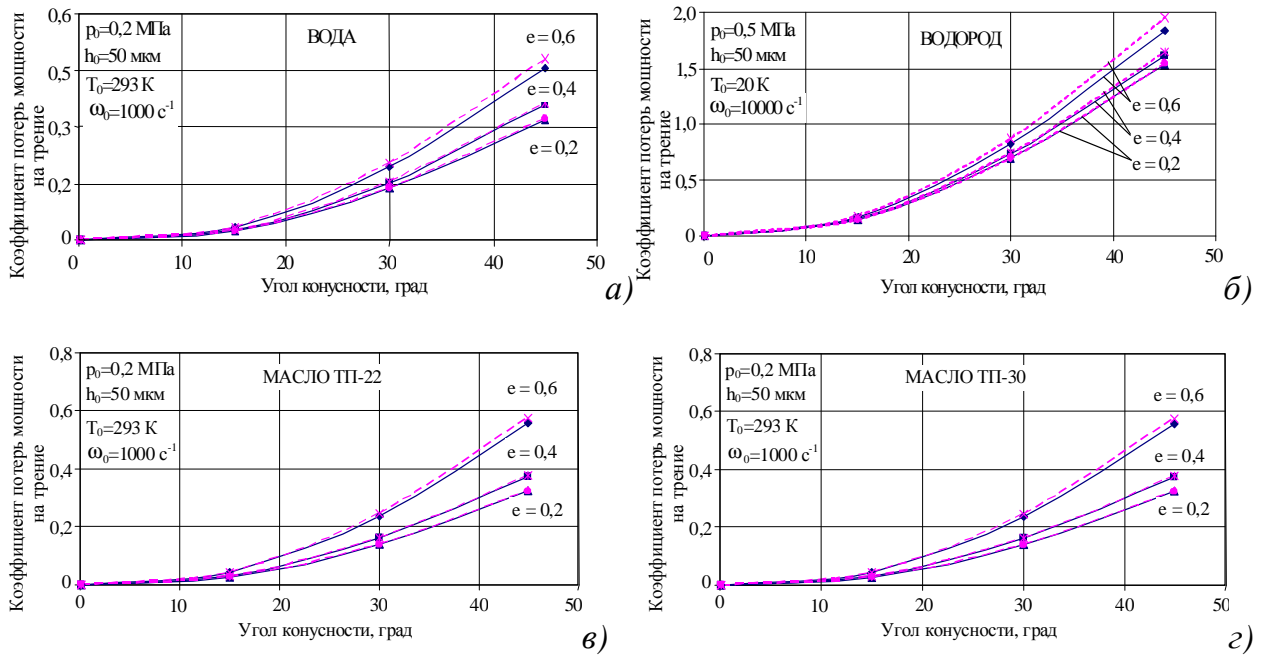
ГСП с точечными камерами и ГСП с прямоугольными камерами составляет 48 % при смазывании жидким водородом, около 55 % при смазывании водой и более, чем в 2 раза при смазывании турбинными маслами (*рисунок 3.36, а – г*); расхождение по коэффициенту потерь мощности на трение при тех же геометрических параметрах – 3...6 % при любой смазке (*рисунок 3.38, а – г*). Коэффициент расхода (*рисунок 3.37*) пропорционален соответствующей размерной характеристике (*рисунок 3.33*), с ростом угла конусности снижается в таком же соотношении.



**Рисунок 3.36** Коэффициент несущей способности конических ГСП



**Рисунок 3.37** Коэффициент расхода (потерь мощности на прокачку) конических ГСП



**Рисунок 3.38** Коэффициент потерь мощности на трение конических ГСП

Обобщая результаты расчетов по приведенным выше графикам можно отметить, что увеличение относительного радиального эксцентриситета  $\bar{e}_p$ , угловой скорости  $\omega_0$  приводит к возрастанию несущей способности конических гидростатических подшипников рассматриваемых типов, что, как и для ГДП, связано с уменьшением рабочего зазора и, соответственно, значительным увеличением давлений в нем (**рисунок 3.26**) [198, 199]. Увеличение угла конусности  $\alpha$  неоднозначно влияет на несущую способность  $W$  гидростатических опор. При смазывании водой и водородом происходит рост  $W$ , а при смазывании маслом – снижение  $W$ . Это связано с теплофизическими свойствами смазочного материала, а именно, вязкостью. Так, для маловязких жидкостей, таких как вода и, особенно, водород, радиальная несущая способность  $W_R$  при заданных рабочих и геометрических параметрах соизмерима с осевой несущей способностью  $R_Z$ , и при ее снижении с увеличением угла конусности происходит одновременное увеличение осевой реакции. Для вязких жидкостей, таких как турбинные масла,  $W_R$  значительно превышает  $R_Z$ , и, соответственно, при увеличении угла конусности снижение  $W_R$  не может быть компенсировано за счет роста  $R_Z$ , вследствие чего и происходит общее снижение несущей способности (**рисунок 3.32**).

Увеличение эксцентриситета и угловой скорости приводит к снижению массового расхода  $Q_m$  и связанных с этим потерь мощности на прокачку смазочного материала  $N_{np}$  (*рисунки 3.27, 3.29*), что, как было сказано выше объясняется «запирающим эффектом». Угол конусности неоднозначно влияет на расход, так, например, у гидростатических опор, смазываемых водой и водородом, происходит снижение расхода при увеличении угла конусности (*рисунки 3.33, 3.35, а, б*). Для ГСП с точечными камерами, смазываемых турбинными маслами, массовый расход остается практически постоянным при росте угла конусности, а для ГСП с прямоугольными камерами в интервале от 0 до 30° также остается постоянным, а затем в интервале от 30 до 45° возрастает (*рисунки 3.33, 3.35, в, г*). Потери мощности на трение  $N_{тр}$  возрастают с увеличением скорости и эксцентриситета и уменьшением угла конусности (*рисунки 3.28 и 3.34*). Приведенные графики позволяют анализировать основные характеристики конических гидростатических подшипников с прямоугольными и точечными камерами в размерной форме. Анализируя коэффициенты статических характеристик конических ГСП, можно отметить возрастание коэффициента несущей способности с увеличением относительного радиального эксцентриситета, угловой скорости и угла конусности (*рисунки 3.30, 3.36*) и коэффициента потерь мощности на трение от угла конусности и эксцентриситета (*рисунок 3.38*). Коэффициент расхода (потерь мощности на прокачку) снижается с ростом угловой скорости и эксцентриситета (*рисунок 3.31*) и угла конусности для ГСП, смазываемых водой и водородом (*рисунок 3.37, а, б*), и остается постоянным (или возрастает на некотором интервале) для ГСП, смазываемых турбинными маслами (*рисунок 3.37, в, г*). Приведенные результаты иллюстрируют основные закономерности работы конических гидростатических опор жидкостного трения двух представленных типов.

### 3.3. Влияние различных эффектов на характеристики подшипников

#### 3.3.1. Влияние турбулентности на характеристики подшипников

Для оценки влияния турбулентности в смазочном материале на статические характеристики КПС был также проведен вычислительный эксперимент и для ГДП, и для ГСП [200]. Результаты эксперимента представлены ниже на графиках, пунктирной линией показаны характеристики с учетом турбулентности при смазывании водой (рисунки 3.39 – 3.42). Установлено, что независимо от типа ГДП влияние турбулентности на характеристики одинаково при заданных рабочих и геометрических параметрах опоры. Так, например, можно отметить, что несущая способность ГДП с учетом турбулентности в смазочном слое при угловой скорости 3000 рад/с и смазывании водой возрастает в среднем на 13...14 % при эксцентриситете  $e = 0,2...0,4$  и на 6 % при  $e = 0,6$  (рисунок 3.39, а). Объемный расход смазочного материала при учете турбулентности снижается в среднем на 6...8 % при всех эксцентриситетах (рисунок 3.39, б), что может быть объяснено возникновением «запирающего» эффекта. Потери мощности на трение при учете влияния турбулентности в смазочном слое возрастают в среднем на 19...28 % при всех эксцентриситетах (рисунок 3.39, в). Потери мощности на прокачку, пропорциональные расходу, также снижаются в среднем на 6...8 % (рисунок 3.39, г) [200].

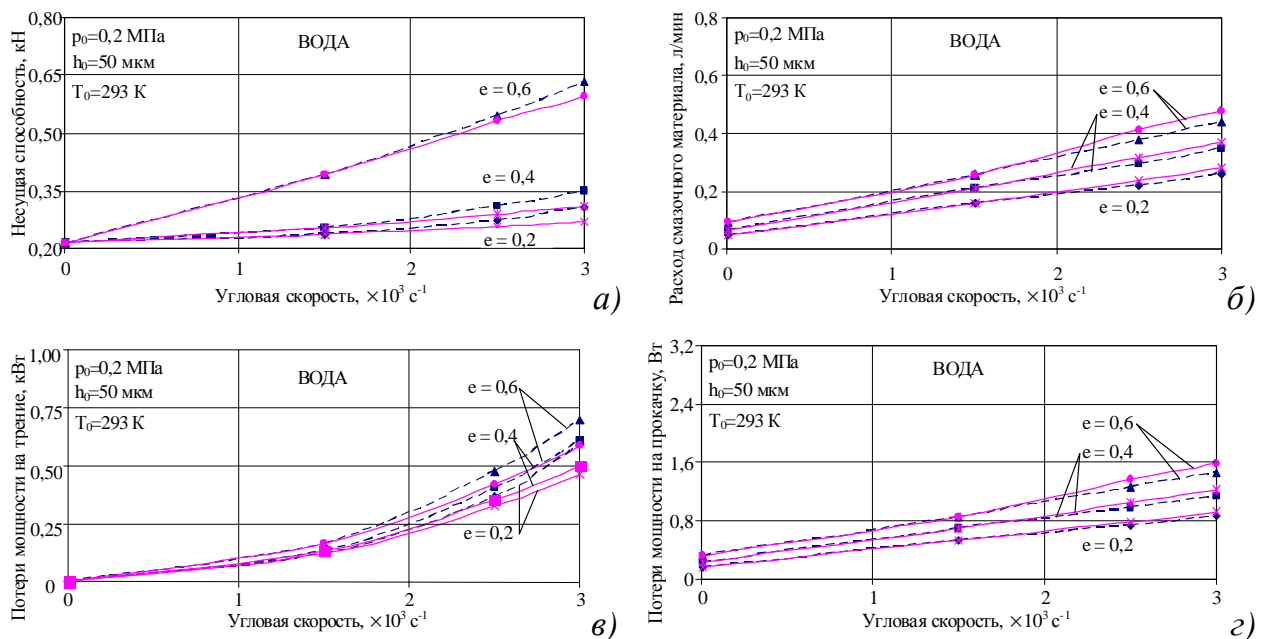
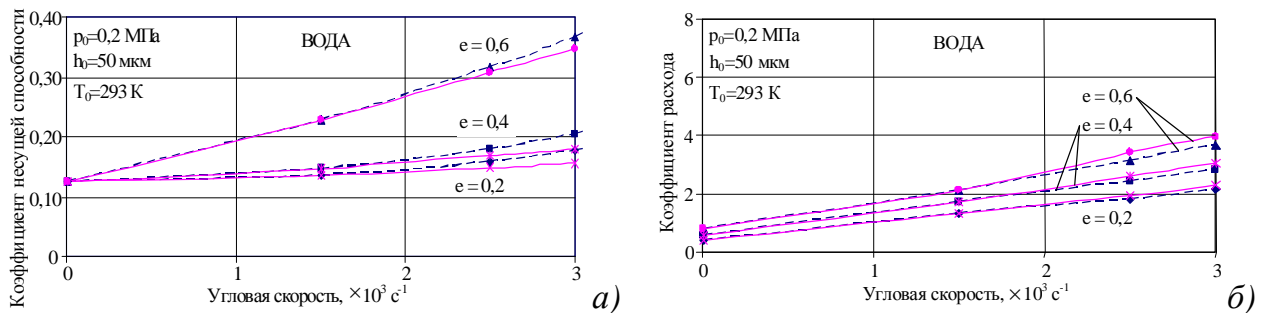


Рисунок 3.39 Влияние турбулентности на статические характеристики конических ГДП:

а – несущую способность; б – объемный расход смазочного материала;

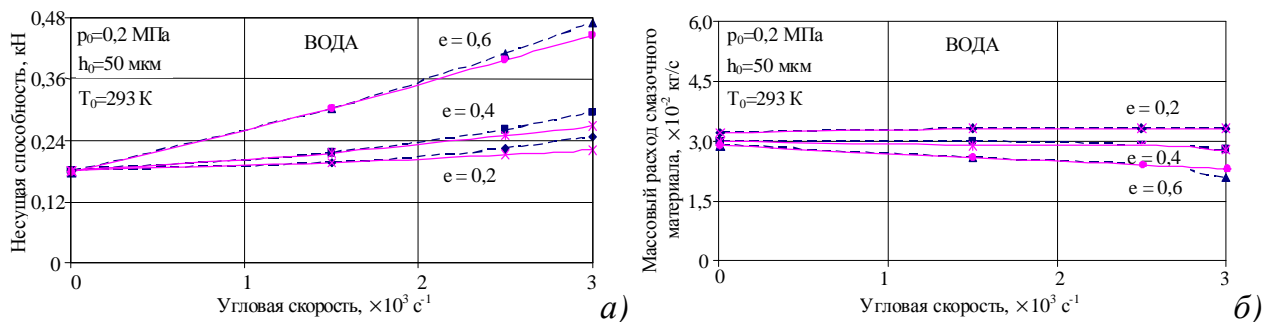
в – потери мощности на трение; г – потери мощности на прокачку

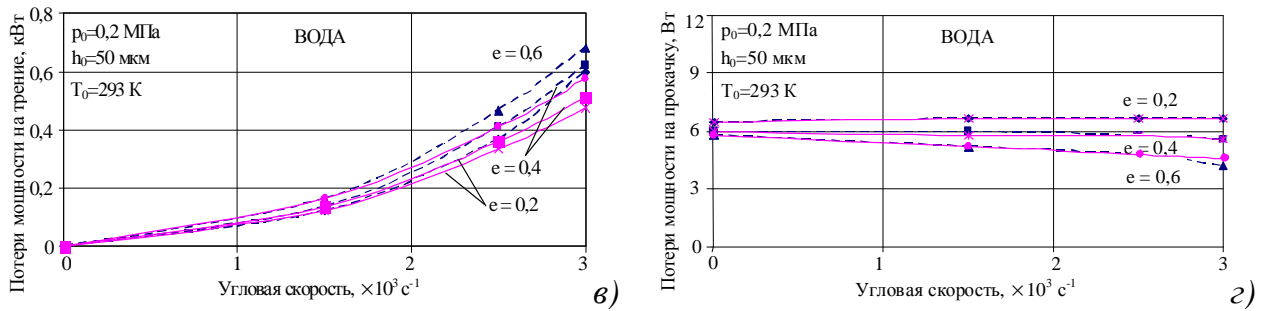
Графики безразмерных коэффициентов приведены для коэффициентов несущей способности и расхода (*рисунок 3.40, а, б*). Влияние турбулентности в смазочном материале на приведенные коэффициенты аналогично влиянию на соответствующие размерные характеристики [200].



**Рисунок 3.40** Влияние турбулентности на безразмерные статические характеристики конических ГДП: *а* – коэффициент несущей способности; *б* – коэффициент расхода

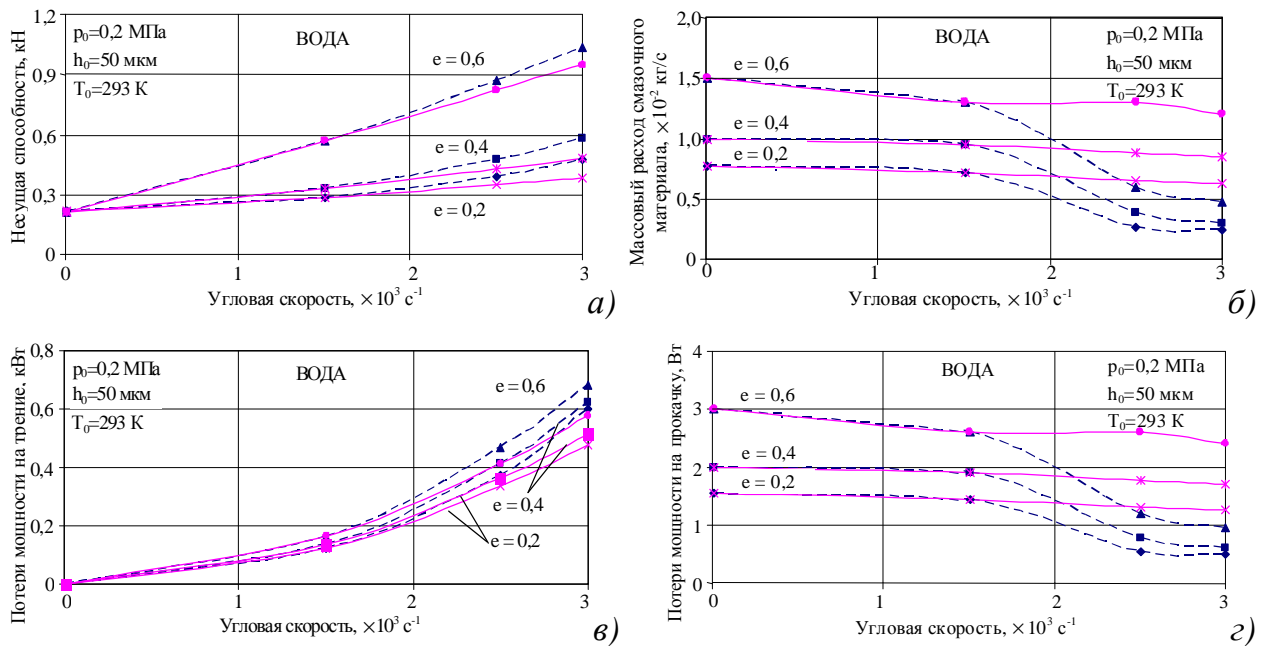
Для гидростатических подшипников наблюдаются следующие закономерности – несущая способность ГСП с прямоугольными камерами с учетом турбулентности в смазочном слое при угловой скорости 3000 рад/с и смазывании водой возрастает на 11 %, 9 % и 6 % при радиальном эксцентриситете  $e = 0,2; 0,4$  и  $0,6$  соответственно (*рисунок 3.41, а*). Массовый расход смазочного материала в отличие от ГДП при небольших и средних эксцентриситетах практически не зависит от турбулентности, а при больших эксцентриситетах ( $e = 0,6$ ) снижается на величину порядка 9 % (*рисунок 3.41, б*). Потери мощности на трение зависят от учета влияния турбулентности в смазочном слое, рост потерь составляет в среднем 18...25 % для всех эксцентриситетов (*рисунок 3.41, в*). Потери мощности на прокачку ведут себя аналогично массовому расходу (*рисунок 3.41, г*) [200].





**Рисунок 3.41** Влияние турбулентности на характеристики конических ГСП с прямоугольными камерами: *а* – несущую способность; *б* – объемный расход смазочного материала; *в* и *г* – потери мощности на трение и прокачку

В ГСП с точечными камерами несущая способность с учетом турбулентности в смазочном слое при угловой скорости 3000 рад/с и смазывании водой возрастает на 24 %, 20 % и 9 % при эксцентриситете  $e = 0,2; 0,4$  и  $0,6$  соответственно (*рисунок 3.42, а*). Массовый расход с учетом турбулентности резко снижается в среднем на 60...65 % при всех эксцентриситетах, что можно объяснить «запирающим» эффектом, т.е. пульсации скоростей и давлений в смазочном слое препятствуют поступлению смазки в зазор через камеры, что особенно характерно для точечных камер из-за их малого проходного сечения (*рисунок 3.42, б*). Потери мощности на трение также, как и для ГСП с прямоугольными камерами, возрастают в среднем на 18...24 % для всех эксцентриситетов (*рисунок 3.42, в*). Потери мощности на прокачку ведут себя аналогично расходу (*рисунок 3.42, г*) [200].



**Рисунок 3.42** Влияние турбулентности на характеристики конических ГСП с точечными камерами: *а* – несущую способность; *б* – массовый расход смазочного материала; *в* и *г* – потери мощности на трение и прокачку

Влияние турбулентности в смазочном материале на безразмерные коэффициенты ГСП аналогично влиянию на соответствующие размерные характеристики (на графиках не приведены). Таким образом, анализируя приведенные результаты, можно отметить, что турбулентное состояние смазочного материала (воды) приводит к росту таких характеристик подшипника, как несущая способность и потери мощности на трение, и к снижению расхода и потерь мощности на прокачку, особенно значительно для ГСП с точечными камерами, что вполне согласуется с физическим смыслом процесса, поскольку такое состояние характеризуется «запирающим» эффектом. Необходимость учета влияния турбулентности на характеристики подшипников подтверждается проведенными выше теоретическими исследованиями, которые показали, что расхождение составляет до 25...30 %, а в отдельных случаях, как, например, для расхода и потерь мощности на прокачку через ГСП с точечными камерами (связано с геометрией подшипника) до 60...65%, что, конечно же, оказывает влияние на конечный результат и, поэтому, должно быть учтено в дальнейших расчетах [200].

Поскольку жидкий водород является маловязким смазочным материалом, то пограничные (между ламинарным и турбулентным) режимы при заданных параметрах наступают при сравнительно небольших угловых скоростях (около 400 рад/с). Однако, при такой скорости не обеспечивается необходимая радиальная несущая способность, т.е. полная несущая способность обеспечивается только за счет осевой, которая возникает из-за перепада давлений на торцах подшипника для гидродинамических подшипников. Соответственно, нет оснований для появления полноценных турбулентных режимов и, как следствие, не приводится анализ влияния турбулентности на характеристики конических подшипников.

Турбинные масла являются вязкими рабочими телами, соответственно при заданных рабочих скоростях роторов на конических подшипниках число Рейнольдса, от которого непосредственно и зависит режим течения, не достигает критических значений, при которых наступает режим турбулентности. По этой причине в данной работе анализ влияния турбулентности на характеристики конических опор, смазываемых турбинными маслами, также не проводился.

### ***3.3.2. Влияние эффекта Ломакина на характеристики подшипников***

Центробежные насосы и компрессоры, широко используемые во всех отраслях промышленности, характеризуются устойчивой тенденцией к повышению рабочих параметров: подачи смазочного материала, давлений и скоростей, т.е. к концентрации все более высоких мощностей в единичных агрегатах [201]. Например, подачи главных циркуляционных насосов атомных электростанций составляет 20 000 м<sup>3</sup>/ч, напор высокооборотных насосов достигает 60 МПа, центробежные компрессоры сверхвысокого давления развивают давление на выходе до 180 МПа, частота вращения роторов турбонасосных агрегатов ракетных двигателей достигает 200 000 об/мин и ограничивается лишь прочностью рабочих колес.

В процессе создания центробежных насосов и компрессоров, помимо отработки экономичной проточной части, первостепенными задачами являются снижение вибраций, обеспечение требуемой надежности и долговечности опор и приводных муфт, разработка надежных и достаточно герметичных уплотнений. Особенность данных машин состоит в том, что все эти задачи взаимосвязаны и в большинстве случаев могут быть удовлетворительно решены за счет правильного выбора конструкции щелевых уплотнений, т.е. кольцевых дросселей. Поскольку в центробежных машинах около 10 % потребляемой мощности теряется на протекание через щелевые уплотнения рабочих колес и системы авторазгрузки осевых сил. Энергию объемных потерь можно превратить в полезную энергию, если щелевые уплотнения использовать одновременно как гидростатические опоры, обладающие не только большой радиальной жесткостью, но и эффективно демпфирующие колебания ротора. В этом случае энергия протекания не только обеспечивает необходимую несущую способность опор, но и, что самое важное, снижает до допустимого уровня вибрации ротора даже при наличии значительной неуравновешенности.

Связь вибрационных характеристик ротора с конструкцией щелевых уплотнений впервые была обнаружена и исследована профессором А.А. Ломакиным еще в 1953 году при доводке питательных насосов [202]. После того, как по инициативе инженера-конструктора С.М. Этингера была создана модель невращаю-



щегося ротора в уплотнениях с подводом давления от внешнего насоса и на ней исследована зависимость центрирующих сил от конструкции щелевых уплотнений, величины радиального зазора и дросселируемого давления, профессором А. Ломакиным был выполнен теоретический анализ радиальных сил в кольцевых зазорах, дано физическое объяснение происхождения радиальной гидростатической центрирующей силы в щелевом уплотнении и вывод формулы для вычисления этой силы, называемой иногда силой Ломакина, а сам эффект носит название эффекта Ломакина-Этингера.

Гидростатической называется сила, которая не зависит от движения стенок канала, а определяется дросселируемым перепадом давления, радиальными и угловыми статическими смещениями вала, а также геометрическими параметрами канала. Данная сила создается давлением напорного течения и существенно влияет на изгибную жесткость вала, поэтому она имеет первостепенное значение для правильной оценки критических скоростей вращения ротора. Проекции этой силы на оси неподвижной  $OXYZ$  системы координат (**рисунок 2.10**) могут быть найдены из соответствующих геометрических соотношений аналогично [201] по формулам:

$$F_{Lx} = -R_y^* \cos(\alpha/2) \int_0^{2\pi} f \sin \beta d\beta, \quad F_{Ly} = -R_y^* \cos(\alpha/2) \int_0^{2\pi} f \cos \beta d\beta, \quad (3.21)$$

$$F_{Lz} = -R_y^* \sin(\alpha/2) \int_0^{2\pi} f d\beta.$$

Окончательное линейризованное выражение элементарной силы напорного течения  $f$  согласно работе [201] принимает вид:

$$f = f_0 + f_\beta,$$

где постоянная по окружности составляющая  $f_0$ , определяемая выражением:

$$f_0 = \frac{L}{2} \left\{ (p_0 + p_s) - (p_0 - p_s) [K_\Sigma - \lambda^* (1 + 2K_\Delta)] \right\}, \quad (3.22)$$

не влияет на величину суммарной радиальной силы.

Составляющая  $f_\beta$  определяется следующей зависимостью:

$$f_\beta = \frac{(p_0 - p_s)L}{2h_0} \left\{ \frac{L}{2} [1 + 2K_\Delta] (\theta \cos \beta + \gamma \sin \beta) - [\lambda^* + NK_\Sigma + 2\lambda^* (1 - N)K_\Delta] y \cos \beta \right\},$$

где первое слагаемое, содержащее углы перекоса оси вала в горизонтальном  $\theta$  и вертикальном  $\gamma$  направлениях, т.е. влияние перекосов на силу напорного течения, обусловленную местными потерями, на порядок меньше силы, обусловленной эксцентриситетом.

Режим течения учитывается параметром  $N$ , который для ламинарного, турбулентного и для автомодельной области (вязкая составляющая сил трения пренебрежимо мала по сравнению с турбулентными напряжениями, т.е. коэффициент сопротивления трения не зависит от числа Рейнольдса и определяется лишь величиной относительной шероховатости) турбулентного течений имеет соответственно следующие значения:  $N = 4,0; 10/7; 1,0$ . Коэффициенты  $K_{\Sigma}$  и  $K_{\Delta}$  определяются как:  $K_{\Sigma} = K_1 + K_2$ ,  $K_{\Delta} = K_1 - K_2$ , где  $K_1$  и  $K_2$  – коэффициенты, характеризующие относительные потери давления на входе и восстановление давления на выходе и определяемые по формулам:

$$K_1 = \frac{\zeta_1}{\zeta_{\Sigma}} \frac{1}{(1 + \lambda^*)^2}; K_2 = \frac{\zeta_2}{\zeta_{\Sigma}} \frac{1}{(1 - \lambda^*)^2}, \quad (3.23)$$

где  $\zeta_1$  и  $\zeta_2$  – коэффициенты местных гидравлических потерь на входе и выходе канала;  $\zeta_{\Sigma}$  – суммарный коэффициент гидравлических потерь;  $\lambda^*$  – параметр конусности втулки ( $\lambda^* = \alpha L / 4h_0$ ).

Подставляя значение элементарной силы  $f$  в формулу (3.21) и вычисляя соответствующие интегралы, получаем проекции гидростатической силы на оси координат  $OXYZ$ :

$$F_{Lx} = -\pi R_u^* \cos(\alpha/2) \frac{(p_0 - p_s) L^2}{4h_0} (1 + 2K_{\Delta}) \gamma;$$

$$F_{Ly} = -\pi R_u^* \cos(\alpha/2) \frac{(p_0 - p_s) L}{2h_0} \left\{ \frac{L}{2} [1 + 2K_{\Delta}] \theta - [\lambda^* + NK_{\Sigma} + 2\lambda^* (1 - N) K_{\Delta}] \gamma \right\}; \quad (3.24)$$

$$F_{Lz} = -R_u^* \sin(\alpha/2) \int_0^{2\pi} f d\beta = 0.$$

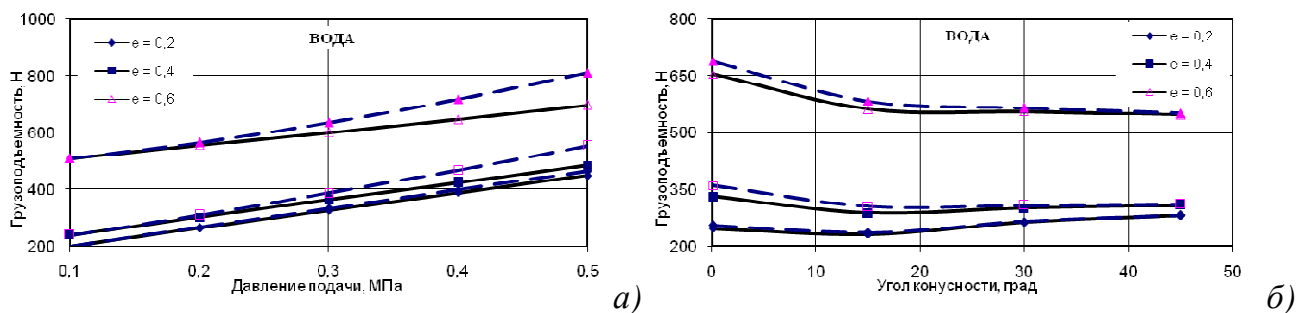
Из полученных формул следует, что проекция  $F_{Lx}$  радиальной силы не зависит от эксцентриситета, и пропорциональна углу перекоса оси вала  $\gamma$  в верти-

кальном направлении. Проекция  $F_{Ly}$  зависит как от угла перекоса (в горизонтальном направлении), так и от радиального смещения вала. Проекция гидростатической силы на ось  $z$  равна нулю, т.к. эта сила перпендикулярна направлению потока. Соответствующие коэффициенты при эксцентриситете и угле перекоса представляют радиальную и радиально-угловую гидростатические жесткости [201].

Таким образом, общая реакция смазочного слоя  $R_S$  может определяться как сумма двух составляющих – гидродинамической (подъемной) силы  $R$  и гидростатической силы Ломакина  $F_L$ :  $\bar{R}_S = \bar{R} + \bar{F}_L$ . Тогда несущая способность  $W$  определяется как:

$$W = \sqrt{R_{Sx}^2 + R_{Sy}^2 + R_{Sz}^2} . \quad (3.25)$$

Результаты сравнительного анализа несущей способности (грузоподъемности) конических ГДП при тех же рабочих и геометрических параметрах (смазочный материал – вода) с учетом и без учета силы Ломакина приведены на **рисунке 3.43**. Можно отметить, что при давлении подачи смазочного материала  $p_0 = 0,5$  МПа расхождение в несущей способности достигает 3; 14 и 16 % при относительных эксцентриситетах  $e = 0,2$ ; 0,4 и 0,6 соответственно (**рисунок 3.43, а**). С ростом угла конусности влияние силы Ломакина на несущую способность снижается. Например, при  $\alpha = 30 \dots 45^\circ$  разница составляет 1...2 % (**рисунок 3.43, б**).



**Рисунок 3.43** Несущая способность (грузоподъемность) конических ГДП: без учета силы Ломакина (—), с учетом силы Ломакина (---)

Поэтому, в некоторых случаях силой Ломакина при расчете соответствующих характеристик опор пренебрегают, и определяют несущую способность  $W$  по формуле (2.52).

## **4. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РОТОРНОЙ СИСТЕМЫ НА КОНИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКАХ**

### **4.1. Задачи динамического анализа и модель подвеса ротора**

Динамический анализ роторной системы можно представить в виде непосредственно динамического анализа роторов и отдельно динамического анализа подшипников. Динамический анализ роторов включает в себя следующие общеизвестные виды анализов: модальный (расчет собственных и критических частот, построение диаграммы Кэмпбелла), гармонический (определение гармонических колебаний, вейвлет-анализ), нелинейный (расчет траекторий движения, построение амплитудно-частотных характеристик, параметрические колебания, самовозбуждающиеся колебания (автоколебания), бигармонические колебания), переходные режимы (разгон, выбег, маневрирование и т. д.).

Акцент в данной диссертационной работе делается на динамический анализ подшипников, который является элементом динамического анализа роторной системы. К динамическому анализу подшипников относится расчет полей давлений, на основании интегрирования которого определяются реакции смазочного слоя; расчет силовых факторов: полей температур и момента трения окружной силы. Далее осуществляется расчет кривых подвижного равновесия, а в случае конического подшипника, и пространственных кривых подвижного равновесия. Коэффициенты жесткости и демпфирования рассчитываются по специальной методике в окрестности равновесного положения центра цапфы или ее текущего положения на стационарной траектории. При этом можно отметить равенство перекрестных коэффициентов жесткости и демпфирования. Итогом нелинейного динамического анализа является определение устойчивости и расчет траекторий движения ротора методом траекторий путем рассмотрения трехстепенного осциллятора с заданием постоянной или переменной нагрузок.

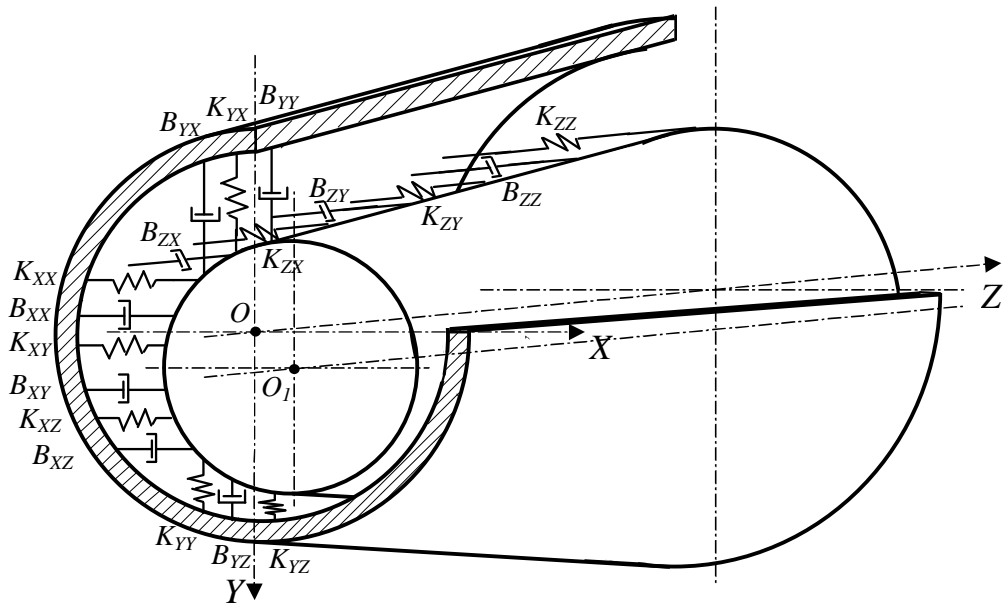
Применение опор жидкостного трения в конструкциях подвески роторных систем высокоскоростных турбомашин длительного ресурса является распространенной практикой. В этом случае традиционная компоновка подвеса включа-

ет в себя опорный и упорный подшипники для компенсации соответственно радиальной и осевой составляющих внешней нагрузки. Тенденция к сокращению габаритов и массы машин при увеличении частот вращения их роторов приводят к целесообразности применения конических опор жидкостного трения, способных одновременно воспринимать радиальную и осевую нагрузку [1, 30, 68]. При этом одной из основных задач проектирования и расчета становится обеспечение устойчивости движения ротора высокоскоростной турбомашин [203 – 207].

Решение этой проблемы связано с необходимостью определения динамических коэффициентов смазочного слоя, характеризующих его упругие и демпфирующие свойства [136, 137, 208, 209]. Другой важной задачей динамики роторов является расчет критических скоростей ротора, знание которых позволяет избежать повышенных амплитуд колебаний ротора на резонансных режимах работы турбомашин. Определение критических частот роторных систем, в основе которого лежат, как правило, метод переходных матриц или метод конечных элементов [204 – 206] также требует знания коэффициентов жесткости и демпфирования смазочного слоя.

Введение динамических коэффициентов предполагает представление гидродинамических сил смазочного слоя в виде линейных функций перемещений и скоростей центра цапфы [208, 209]. Этот подход справедлив для малых, по сравнению с величиной зазора  $h_0$ , отклонений (эксцентриситетов  $e$ ) цапфы, то есть там, где наблюдается линейность характеристики «несущая способность – перемещение». Линеаризация гидродинамических сил оправдана для анализа динамического поведения быстроходных турбомашин, для роторов которых относительный эксцентриситет  $\bar{e}$ , как правило, не превышает величины:  $\bar{e} = e/h_0 \leq 0,3$  [204, 206 – 210].

В соответствии с принятым подходом к линеаризации гидродинамических реакций [204 – 209] представим динамическую модель роторно-опорного узла на коническом подшипнике в виде ротора, опирающегося на систему пружин и демпферов (*рисунок 4.1*). Угловые перемещения ротора для простоты не рассматриваются, но могут быть учтены введением дополнительных угловых жесткостей.

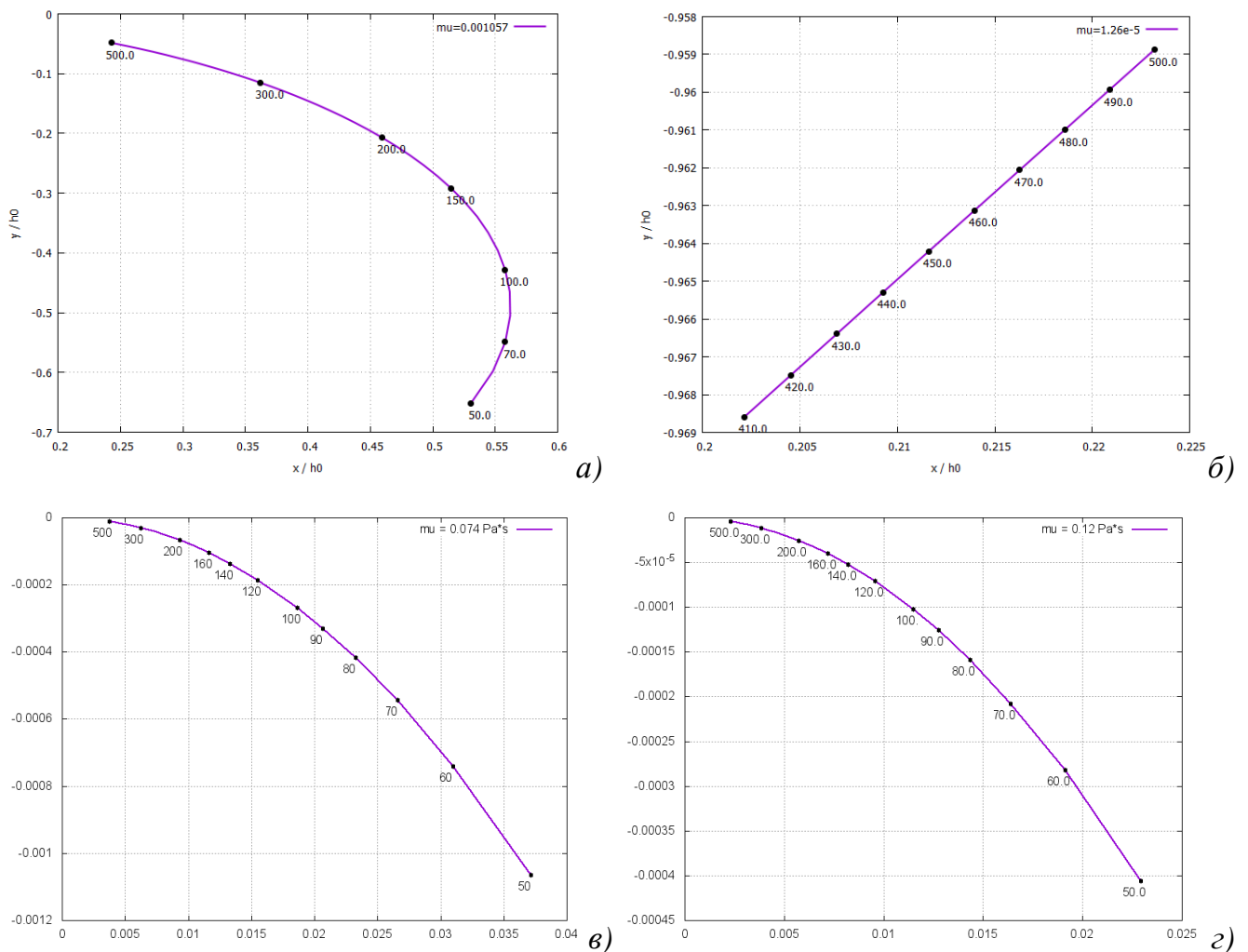


**Рисунок 4.1** Динамическая модель роторно-опорного узла на коническом подшипнике

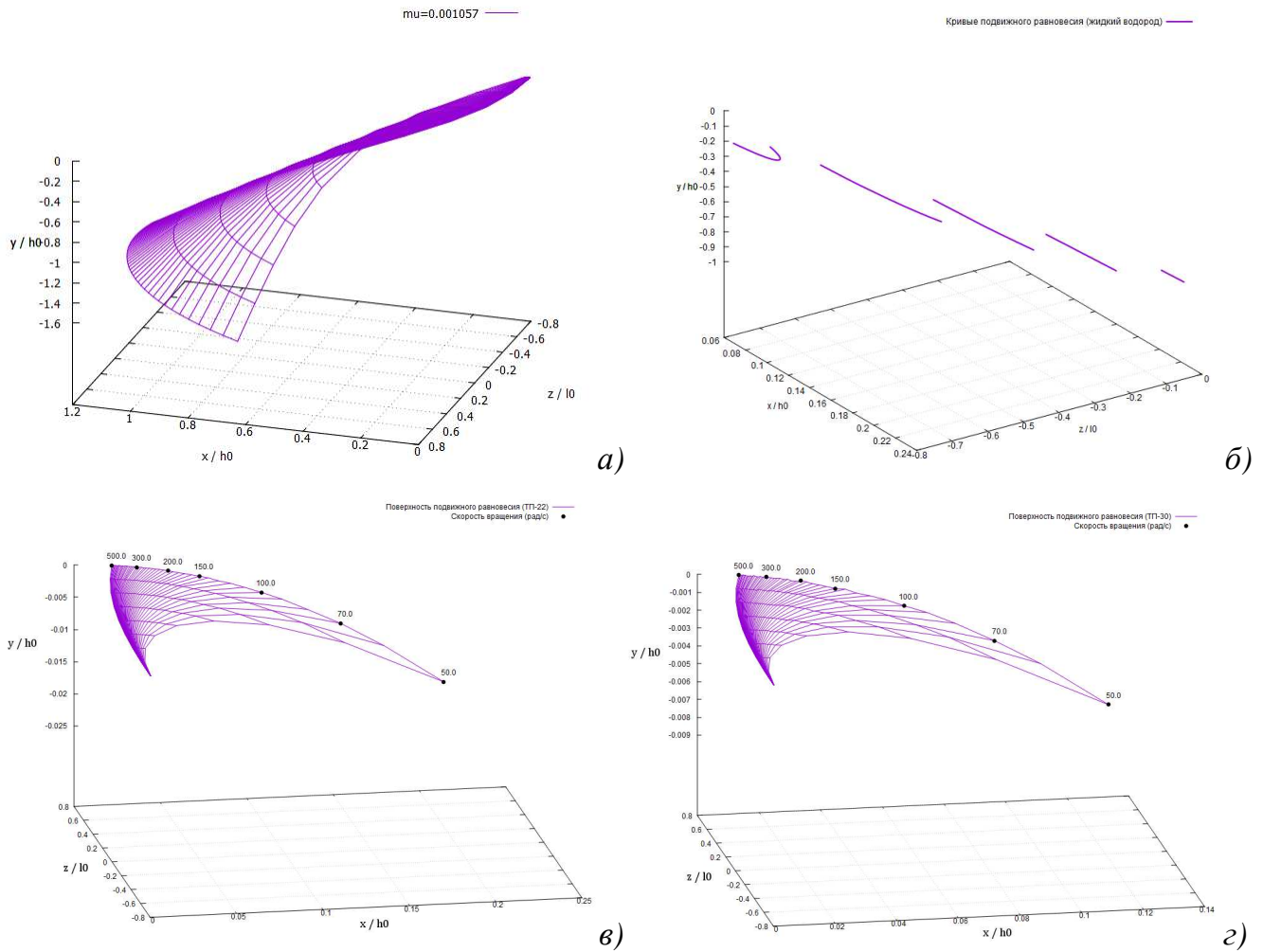
Положение равновесия сбалансированного ротора на подшипниках жидкостного трения, нагруженного стационарной нагрузкой, определяется кривой подвижного равновесия [6, 204 – 209], т.е. геометрическим местом точек, описывающих положение центра цапфы ротора при различных сочетаниях нагрузки и частоты вращения (**рисунки 4.2, 4.3**). Поскольку в рассматриваемом случае цапфа ротора имеет коническую поверхность, т.е. каждому сечению соответствует своя кривая подвижного равновесия, то, насчитав заданное количество кривых подвижного равновесия для каждого конкретного сечения с определенным шагом по длине подшипника, можно получить семейство кривых подвижного равновесия в пространстве, т.к. называемые пространственные кривые подвижного равновесия (**рисунок 4.3**). Кривая подвижного равновесия находится путем варьирования параметра нагрузки  $\Phi = \mu\omega D^*L/mg$  ( $D^*$  – текущий диаметр опорной поверхности подшипника), достигаемого изменением частоты вращения ротора  $\omega$  при постоянном значении силы тяжести ( $mg = \text{const}$ ), конкретный вид которой зависит от геометрических и рабочих параметров подшипника, смазочного материала и т.п. Каждой точке – точке статического равновесия – этой поверхности будет соответствовать определенное сочетание величин осевой и радиальной нагрузок и

частоты вращения. При этом внешняя нагрузка уравнивается реакциями смазочного слоя ( $R_{X_0}, R_{Y_0}, R_{Z_0}$ ; индекс «0» указывает на стационарное положение).

Для нахождения динамических характеристик смазочного слоя необходимо знать стационарное положение центра цапфы, т.е. построить кривую подвижного равновесия. Результаты расчета кривых, в т.ч. и пространственных, подвижного равновесия с помощью специальных программ для конического подшипника, смазываемого водой, жидким водородом и турбинными маслами ТП-22 и ТП-30, при различных угловых скоростях вращения (рад/с) приведены на *рисунках 4.2 и 4.3* [214].



**Рисунок 4.2** Кривые подвижного равновесия в коническом подшипнике при смазывании: *а* – водой; *б* – жидким водородом; *в* – маслом ТП-22; *г* – маслом ТП-30



**Рисунок 4.3** Пространственные кривые подвижного равновесия в коническом подшипнике при смазывании:

*а* – водой; *б* – жидким водородом; *в* – маслом ТП-22; *г* – маслом ТП-30

Анализируя приведенные графики можно отметить, что с увеличением вязкости смазочного материала точка подвижного равновесия смещается к центру подшипника, это вполне подтверждает классическую теорию. При смазывании водой увеличение угловой скорости приводит к значительному перемещению точки подвижного равновесия в сторону центра подшипника, в то время как при смазке жидким водородом ротор практически не всплывает, т.е. «лежит» на подшипнике (*рисунок 4.2, а, б*). При смазывании жидким водородом при положительном осевом смещении ротора не обеспечивается необходимая несущая способность, вследствие чего можно построить только лишь ограниченное количество пространственных кривых (*рисунок 4.3, б*). В случае смазывания турбинными маслами ротор практически находится около геометрического центра подшипни-



ка даже при незначительных угловых скоростях, таким образом, обеспечивается необходимая несущая способность (*рисунок 4.2 и 4.3, в, з*).

Силы реакции  $R_X$ ,  $R_Y$  и  $R_Z$  являются функциями координат  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  и мгновенных скоростей  $\dot{X}$ ,  $\dot{Y}$  и  $\dot{Z}$  центра цапфы [204 – 209]. Следовательно, при малых амплитудах движения  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  и  $\Delta Z$ , измеряемых от положения статического равновесия  $(X_0; Y_0; Z_0)$ , на опорную поверхность ротора будут действовать дополнительные гидродинамические реакции, являющиеся функциями перемещений и скоростей центра цапфы:  $\Delta R_{X\{Y,Z\}} = \Delta R_{X\{Y,Z\}}(X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$ . В предположении малости перемещений  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  и  $\Delta Z$  и скоростей  $\Delta \dot{X}$ ,  $\Delta \dot{Y}$ ,  $\Delta \dot{Z}$  разложение реакций смазочного слоя в окрестности точки статического равновесия в ряд Тейлора с точностью до слагаемых первого порядка малости дает следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
 R_X &= R_{X_0} + \left(\frac{\partial R_X}{\partial X}\right)_0 \Delta X + \left(\frac{\partial R_X}{\partial Y}\right)_0 \Delta Y + \left(\frac{\partial R_X}{\partial Z}\right)_0 \Delta Z + \\
 &\quad + \left(\frac{\partial R_X}{\partial \dot{X}}\right)_0 \Delta \dot{X} + \left(\frac{\partial R_X}{\partial \dot{Y}}\right)_0 \Delta \dot{Y} + \left(\frac{\partial R_X}{\partial \dot{Z}}\right)_0 \Delta \dot{Z}; \\
 R_Y &= R_{Y_0} + \left(\frac{\partial R_Y}{\partial X}\right)_0 \Delta X + \left(\frac{\partial R_Y}{\partial Y}\right)_0 \Delta Y + \left(\frac{\partial R_Y}{\partial Z}\right)_0 \Delta Z + \\
 &\quad + \left(\frac{\partial R_Y}{\partial \dot{X}}\right)_0 \Delta \dot{X} + \left(\frac{\partial R_Y}{\partial \dot{Y}}\right)_0 \Delta \dot{Y} + \left(\frac{\partial R_Y}{\partial \dot{Z}}\right)_0 \Delta \dot{Z}; \\
 R_Z &= R_{Z_0} + \left(\frac{\partial R_Z}{\partial X}\right)_0 \Delta X + \left(\frac{\partial R_Z}{\partial Y}\right)_0 \Delta Y + \left(\frac{\partial R_Z}{\partial Z}\right)_0 \Delta Z + \\
 &\quad + \left(\frac{\partial R_Z}{\partial \dot{X}}\right)_0 \Delta \dot{X} + \left(\frac{\partial R_Z}{\partial \dot{Y}}\right)_0 \Delta \dot{Y} + \left(\frac{\partial R_Z}{\partial \dot{Z}}\right)_0 \Delta \dot{Z}.
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Тогда дополнительные реакции  $\Delta R_X$ ,  $\Delta R_Y$  и  $\Delta R_Z$  можно представить в виде:

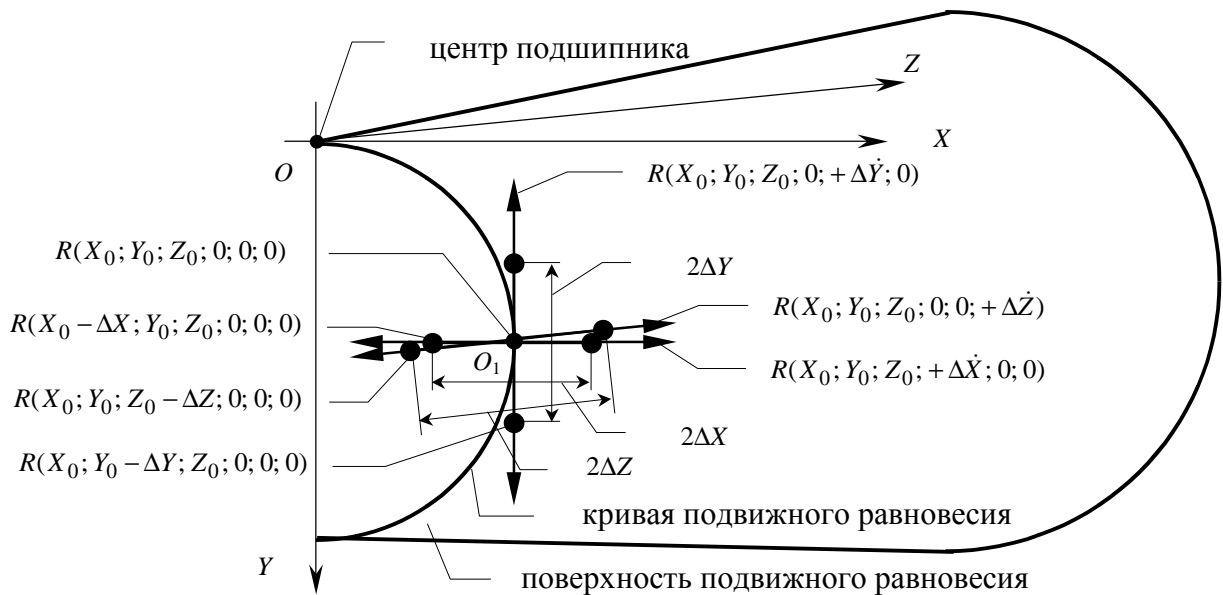
$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Delta R_X \\ \Delta R_Y \\ \Delta R_Z \end{bmatrix} &= -K \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} - B \begin{bmatrix} \Delta \dot{X} \\ \Delta \dot{Y} \\ \Delta \dot{Z} \end{bmatrix}; \\
 K &= \begin{bmatrix} K_{XX} & K_{XY} & K_{XZ} \\ K_{YX} & K_{YY} & K_{YZ} \\ K_{ZX} & K_{ZY} & K_{ZZ} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} B_{XX} & B_{XY} & B_{XZ} \\ B_{YX} & B_{YY} & B_{YZ} \\ B_{ZX} & B_{ZY} & B_{ZZ} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Матрица  $K$  характеризует упругие, а матрица  $B$  – демпфирующие свойства смазочного слоя. Отрицательные знаки при матрицах  $K$  и  $B$  в выражении (4.2) показывают, что дополнительные силы противоположны по направлению перемещениям и скоростям их вызвавшим. Элементы матриц  $K$  и  $B$  – коэффициенты  $K_{XX}, K_{XY}, \dots, B_{XX}, B_{XY}, \dots$  – частные производные, рассчитываемые в положении равновесия:

$$K_{IJ} = -\left(\frac{\partial R_I}{\partial J}\right)_0; \quad B_{IJ} = -\left(\frac{\partial R_I}{\partial \dot{J}}\right)_0; \quad \dot{J} = \partial J / \partial t; \quad I, J = X, Y, Z. \quad (4.3)$$

Методика определения нелинейных реакций смазочного слоя  $R_X, R_Y, R_Z$  в конических подшипниках жидкостного трения в условиях турбулентного неизо-термичного течения смазочного материала подробно описана в работах [137, 149, 211 – 213]. Несмотря на линеаризованный вид, соотношения (4.1) – (4.3) все же определенным образом учитывают нелинейное поведение смазочного слоя. К примеру, жесткость пленки характеризует изменение силы, вызванное изменением положения цапфы. Вследствие нелинейного поведения слоя смазки изменение положения цапфы приводит к неколлинеарному смещению вектора сил, что учитывается перекрестными коэффициентами  $K_{IJ}$ , отражающими взаимное влияние перемещений в перпендикулярных направлениях. Аналогичная ситуация и с демпфированием, возникающим в результате сдавливания несущего слоя. Изменение вектора скорости цапфы приводит к неколлинеарному смещению результирующего вектора реакции слоя, что характеризуется перекрестными коэффициентами демпфирования  $B_{IJ}$ .

Схема определения динамических коэффициентов конических подшипников [137, 207, 209, 211 – 213] представлена на *рисунке 4.4*. Расчет коэффициентов осуществляется по соотношениям (4.3), где производные от реакций смазочного слоя по кинематическим параметрам в окрестности положения равновесия заменены разностными аналогами.



**Рисунок 4.4** Схема для определения динамических коэффициентов в КПС

Тогда расчетные соотношения для коэффициентов жесткости, например  $K_{XY}$  и демпфирования  $B_{XZ}$ , имеют вид:

$$K_{XY} = -\frac{R_X(X_0; Y_0 + \Delta Y; Z_0; 0; 0; 0) - R_X(X_0; Y_0 - \Delta Y; Z_0; 0; 0; 0)}{2\Delta Y};$$

$$B_{YZ} = -\frac{R_Y(X_0; Y_0; Z_0; 0; 0; 0; +\Delta \dot{Z}) - R_Y(X_0; Y_0; Z_0; 0; 0; 0; -\Delta \dot{Z})}{2\Delta \dot{Z}}.$$
(4.4)

Аналогичные соотношения могут быть получены и для остальных динамических коэффициентов. Связь между размерными и безразмерными коэффициентами жесткости и демпфирования определяется в соответствии с правилами, изложенными в работе [211 – 213]:

$$K = \bar{K} \frac{P_0 r_0^2}{h_0}; \quad B = \bar{B} \frac{P_0 r_0^2}{\omega_0 h_0}.$$
(4.5)

## 4.2. Динамические коэффициенты жесткости и демпфирования

Результаты расчета динамических коэффициентов<sup>1</sup> в размерной и безразмерной форме от рабочих и геометрических параметров конических опор, смазываемых водой, жидким водородом и турбинными маслами, при переменных теплофизических свойствах смазочного материала и различных радиальных относи-

<sup>1</sup> Далее размерные коэффициенты обозначаются как жесткость и демпфирование, а безразмерные – как коэффициенты жесткости и демпфирования.

тельных эксцентриситетах  $e_p$ , положения цапфы ротора приведены на *рисунках 4.5 – 4.12* [136, 137, 211 – 213]. Гидродинамические подшипники имеют следующие рабочие и геометрические параметры: длина  $L = 53$  мм; больший радиус  $R_2 = 24$  мм; число клиньев  $N_S = 8$  (для многоклинового и гибридного подшипников); угол конусности  $\alpha = 30^0$ ; средний радиальный зазор  $h_0 = 50$  мкм, давление подачи  $p_0 = 0,2$  МПа (для воды и масел) и  $p_0 = 0,5$  МПа (для жидкого водорода); температура смазочной жидкости  $T_0 = 293$  К (для воды и масел) и  $T_0 = 20$  К (для водорода).

Анализ полученных теоретических результатов показывает зависимости динамических коэффициентов конического подшипника от положения цапфы в смазочном слое (относительного радиального эксцентриситета), угловой скорости и угла конусности. Тип гидродинамического подшипника (гладкий, многоклиновый, гибридный) практически не влияет на значения динамических характеристик, расхождение составляет не более нескольких процентов (на графиках это не отображено). Отмечается, что с увеличением угловой скорости жесткость конических ГДП значительно возрастает (*рисунок 4.5*), особенно это касается перекрестных коэффициентов  $K_{XY}$  и  $K_{YX}$  независимо от типа смазки; также наблюдается и рост прямых коэффициентов  $K_{XX}$  и  $K_{YY}$  при смазывании водой и жидким водородом, однако менее значительно (*рисунок 4.5, а, б*). Повышение давления подачи смазочного материала и уменьшение радиального зазора повышает жесткость несущего слоя в конических подшипниках [211 – 213].

Демпфирование конических ГДП, смазываемых водой и турбинными маслами, при увеличении угловой скорости практически не изменяется (*рисунок 4.6, а, в, г*), исключение составляют лишь коэффициенты  $B_{XX}$  и  $B_{YY}$ , которые незначительно снижаются при смазывании водой, тогда как при смазывании водородом происходит рост демпфирования, особенно прямых коэффициентов  $B_{XX}$  и  $B_{YY}$  (*рисунок 4.6, б*), что связано со специфическими свойствами жидкого водорода. Безразмерные коэффициенты жесткости ведут себя аналогично размерным составляющим, т.е. с ростом угловой скорости происходит их рост (*рисунок 4.7*). Однако, коэффициенты демпфирования с ростом скорости уже не остаются постоянными, как размерная характеристика. Отмечается значительный рост прямых ко-

эффицентов  $B_{XX}$  и  $B_{YY}$  и менее значительный рост перекрестных коэффициентов  $B_{XY}$  и  $B_{YX}$  и коэффициента  $B_{ZZ}$  (рисунок 4.8) [211 – 213].

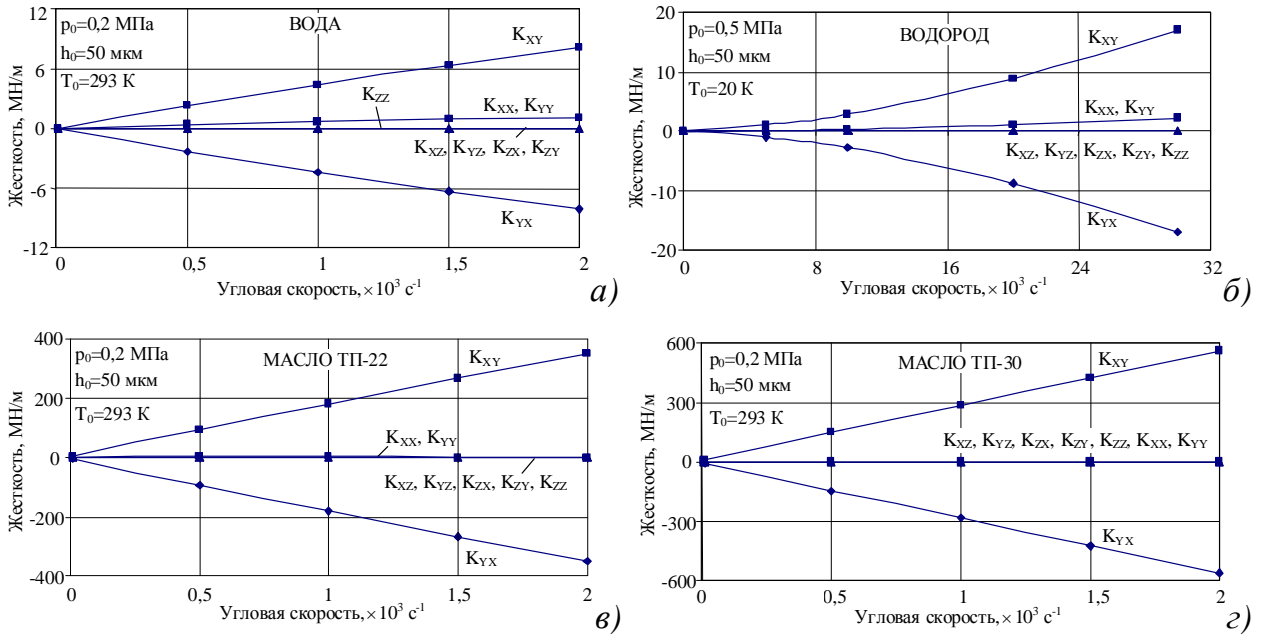


Рисунок 4.5 Жесткость конических ГДП

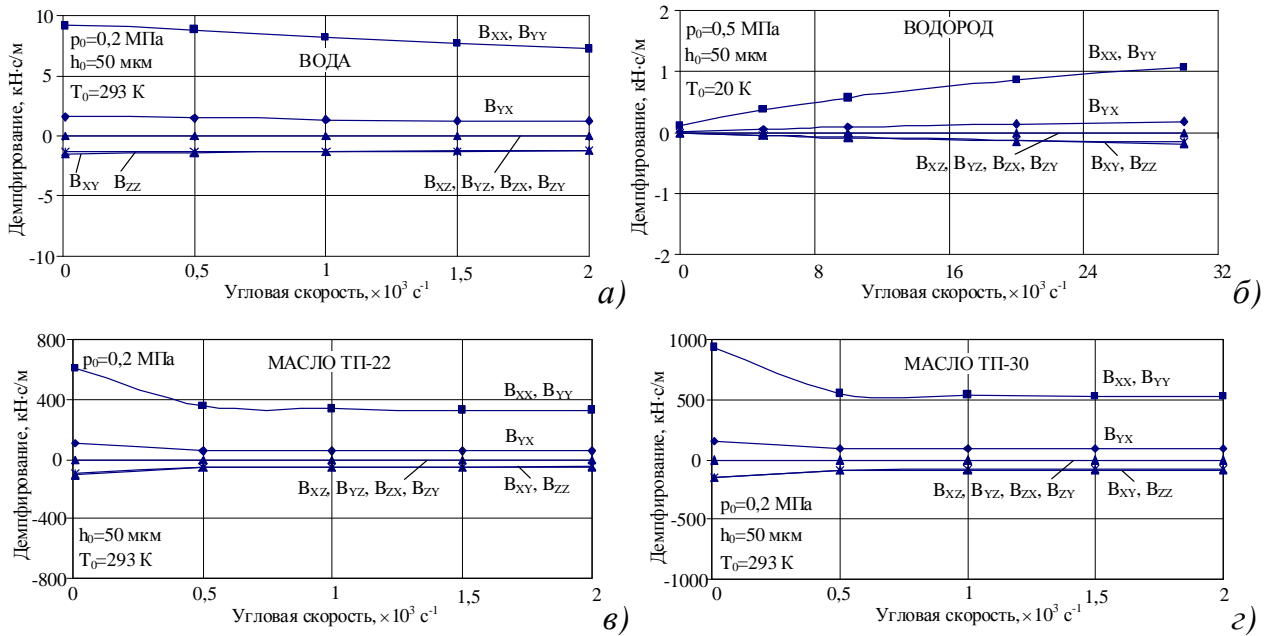
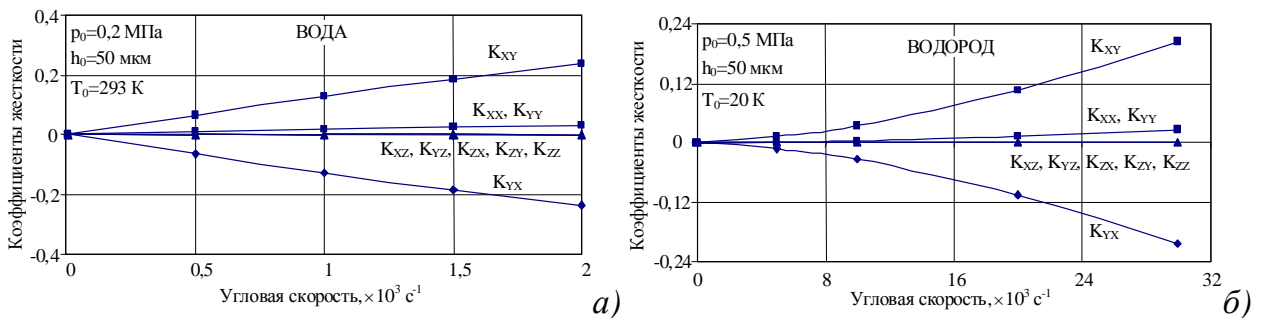
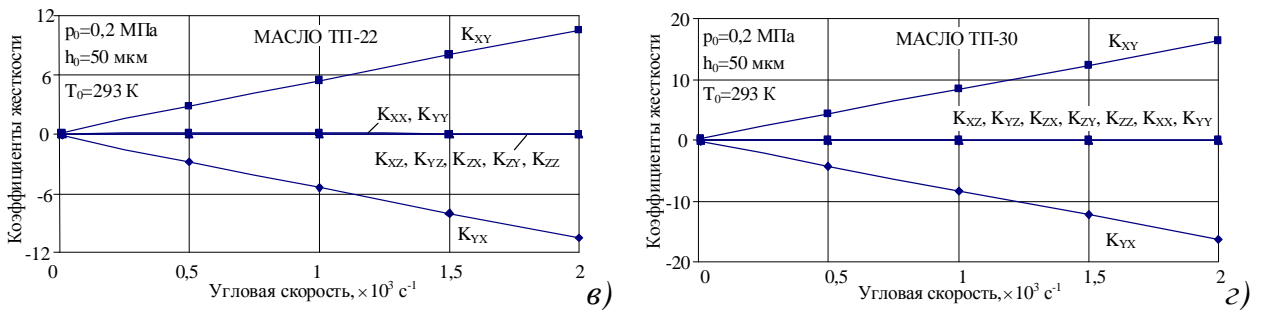
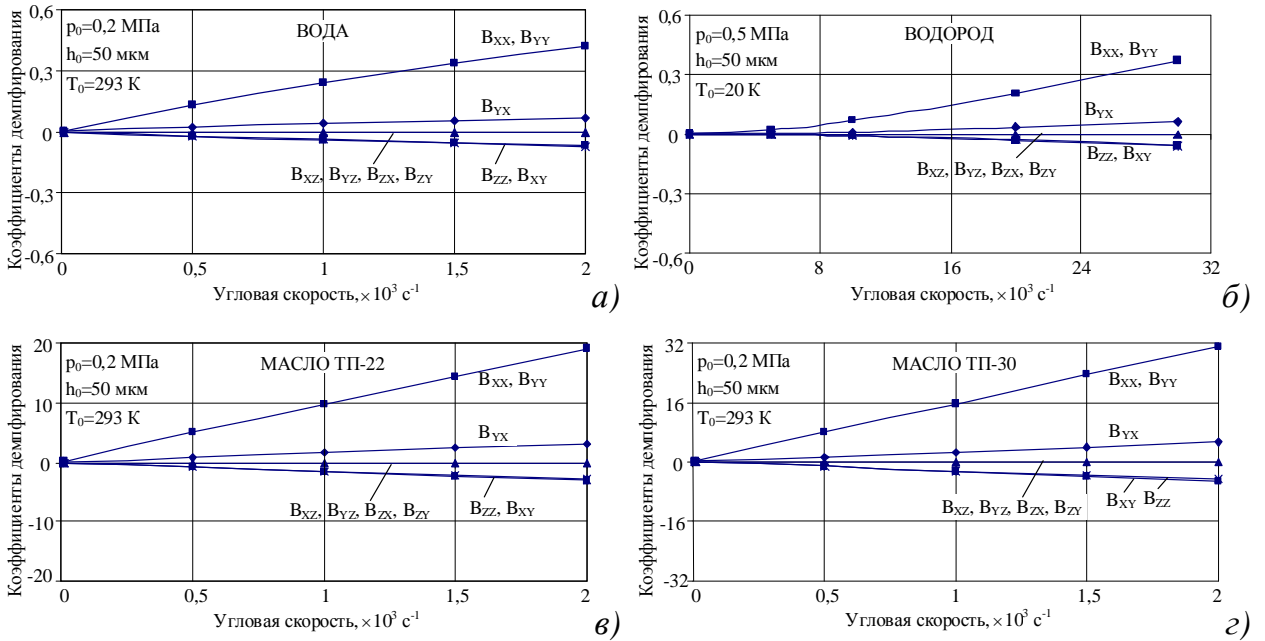


Рисунок 4.6 Демпфирование конических ГДП



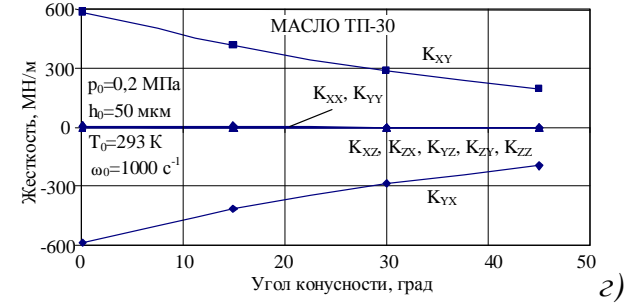
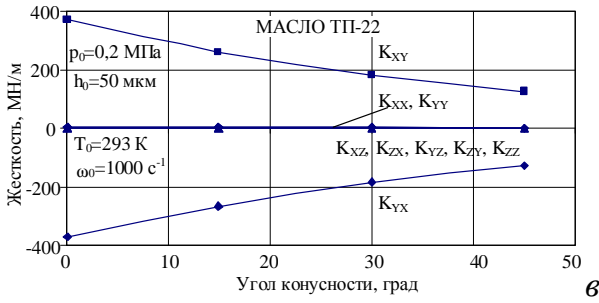
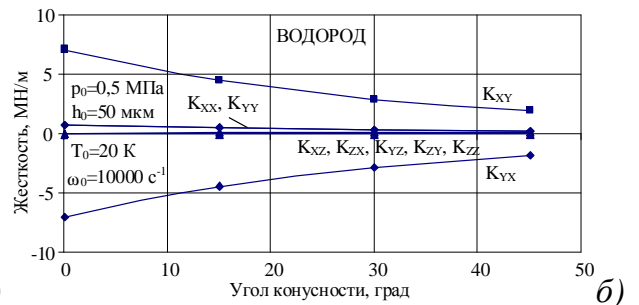
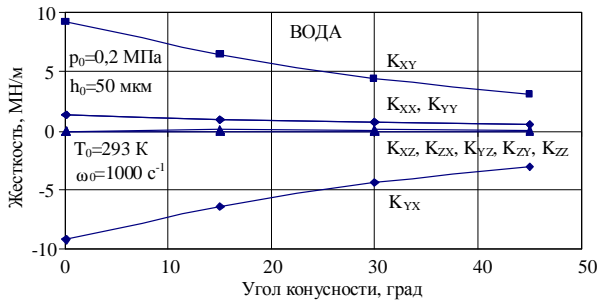


**Рисунок 4.7** Коэффициенты жесткости конических ГТП

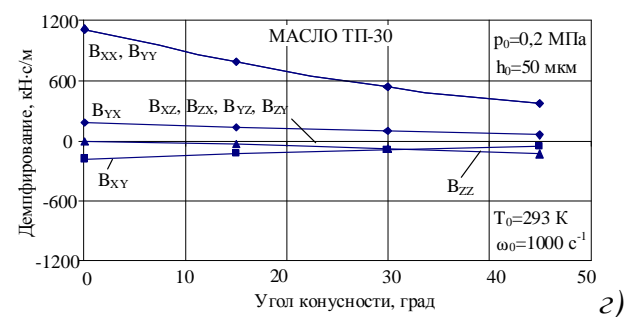
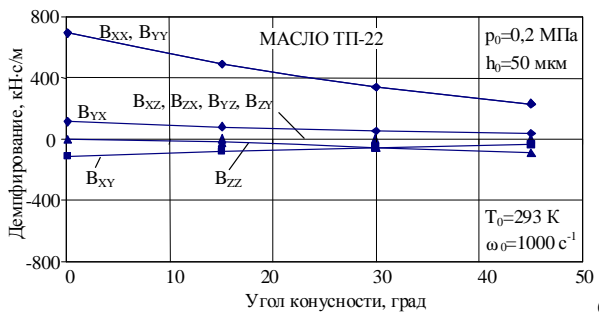
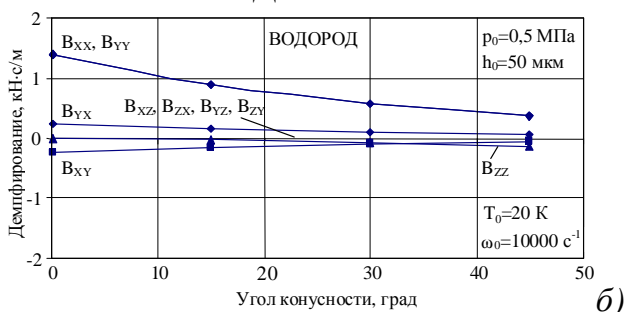
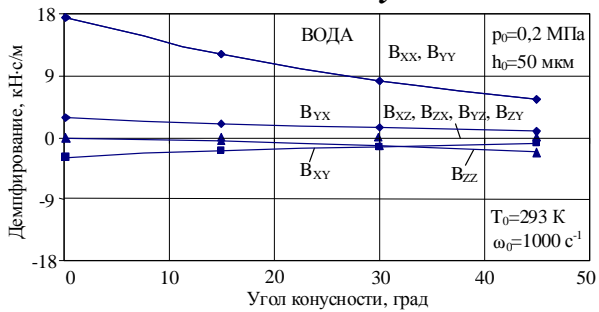


**Рисунок 4.8** Коэффициенты демпфирования конических ГТП

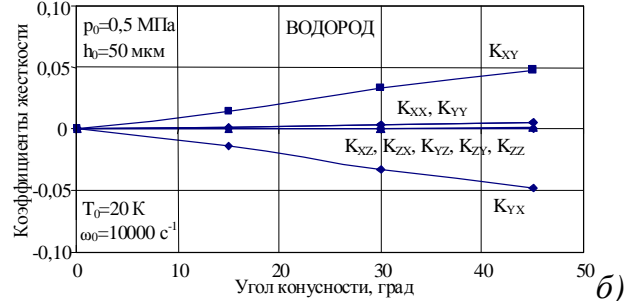
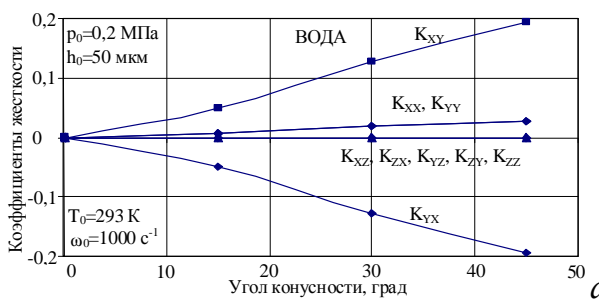
При увеличении угла конусности можно отметить значительное снижение как прямых ( $K_{XX}$  и  $K_{YY}$ ), так и перекрестных коэффициентов жесткости ( $K_{XY}$  и  $K_{YX}$ ) для всех типов смазок (*рисунок 4.9*). Отмечается, что при увеличении угла конусности  $\alpha$  демпфирующие составляющие изменяются аналогично жесткостным, т.е. с ростом угла конусности происходит снижение как прямых коэффициентов демпфирования  $B_{XX}$  и  $B_{YY}$ , так и перекрестных –  $B_{XY}$  и  $B_{YX}$  (по абсолютной величине) и рост осевой составляющей  $B_{ZZ}$  (также по модулю) (*рисунок 4.10*). Однако, безразмерные коэффициенты в противоположность размерным характеристикам с ростом угла конусности возрастают – значительный рост наблюдается у перекрестных коэффициентов жесткости ( $K_{XY}$  и  $K_{YX}$ ) и прямых коэффициентов демпфирования ( $B_{XX}$  и  $B_{YY}$ ). Кроме того, менее значительно возрастают и прямые коэффициенты жесткости ( $K_{XX}$  и  $K_{YY}$ ) и перекрестные коэффициенты демпфирования ( $B_{XY}$  и  $B_{YX}$ ), а также коэффициент  $B_{ZZ}$  по абсолютной величине (*рисунки 4.11 и 4.12*) [211 – 213].

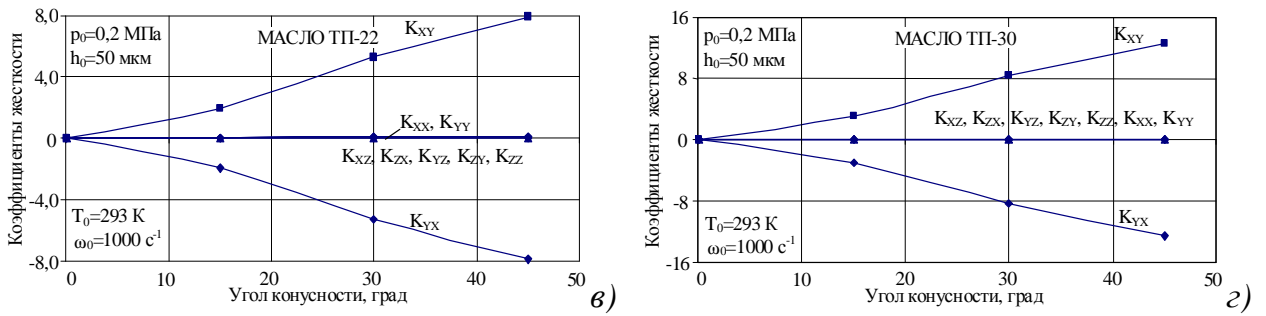


**Рисунок 4.9** Жесткость конических ГДП

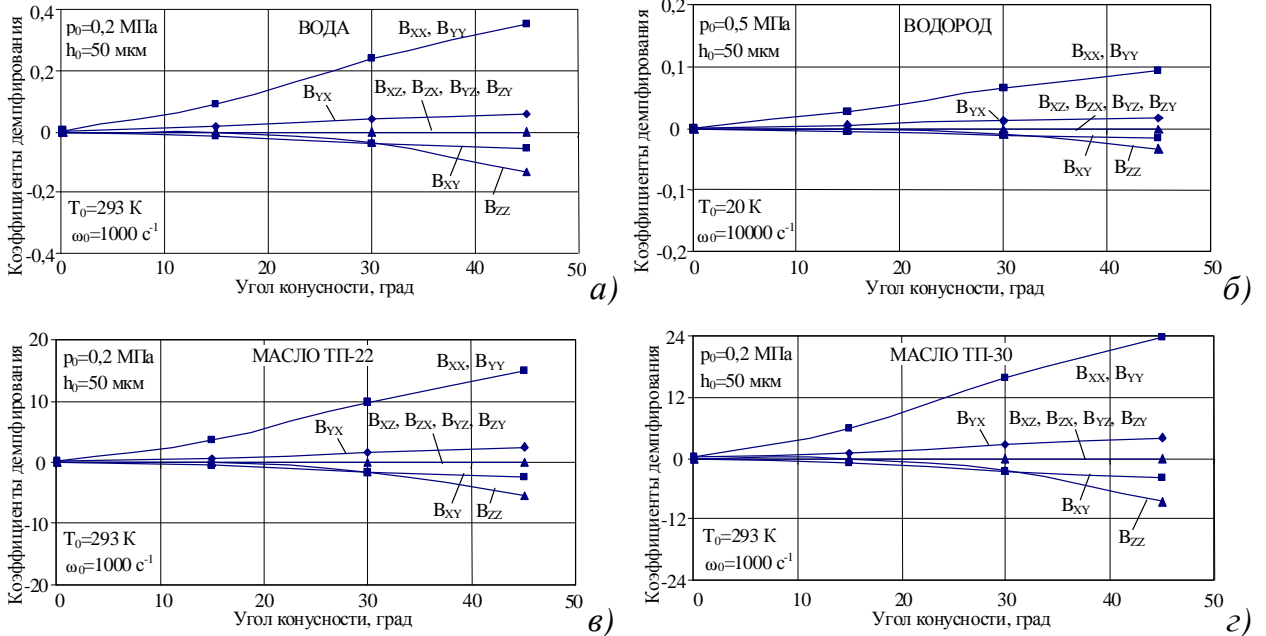


**Рисунок 4.10** Демпфирование конических ГДП





**Рисунок 4.11** Коэффициенты жесткости конических ГТП



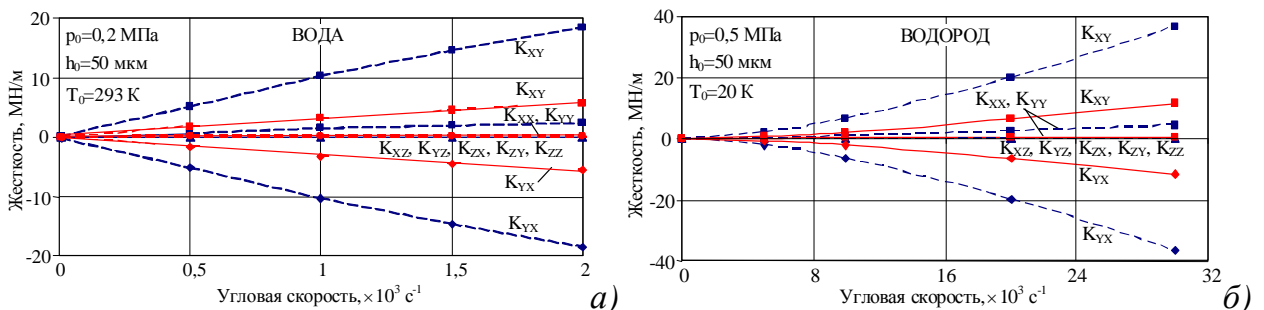
**Рисунок 4.12** Коэффициенты демпфирования конических ГТП

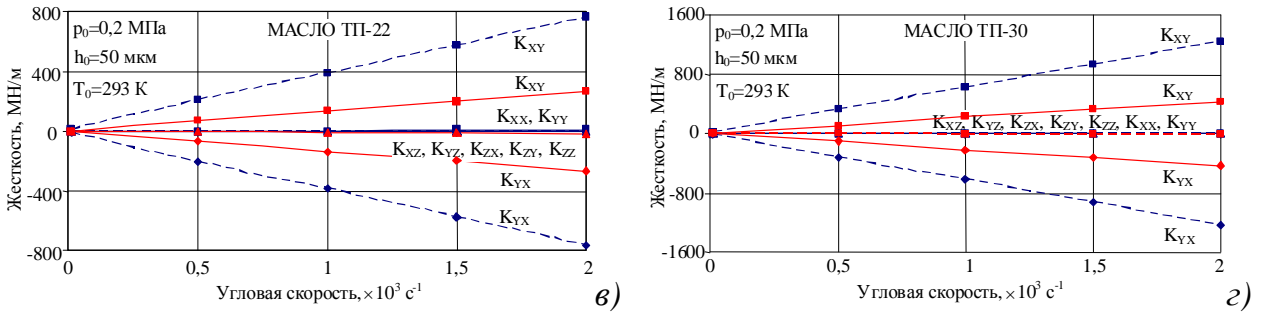
Зависимости динамических коэффициентов конических ГСП (геометрические параметры опор такие же, как и конических гладких ГТП; параметры камер: число питающих камер  $N_K = 4$ ; длина и ширина прямоугольной камеры –  $L_K = 41$  мм и  $B_K = 8$  мм; число жиклеров, питающих одну камеру  $N_H = 1$ ; длина и диаметр жиклера –  $l_H = 4$  мм и  $d_H = 1$  мм), смазываемых водой, жидким водородом и турбинными маслами, приведены на **рисунках 4.13 – 4.20** [136, 137, 211 – 213]. Анализ полученных результатов показывает зависимости исследуемых коэффициентов конических ГСП от относительного радиального эксцентриситета, угловой скорости и угла конусности. При увеличении угловой скорости жесткость конических ГСП независимо от типа подшипника и смазки, также как и гладких ГТП, значительно возрастает (**рисунок 4.13**). Можно отметить значительный рост перекрестных коэффициентов  $K_{XY}$  и  $K_{YX}$ ; если сравнить значения соответствующих ко-



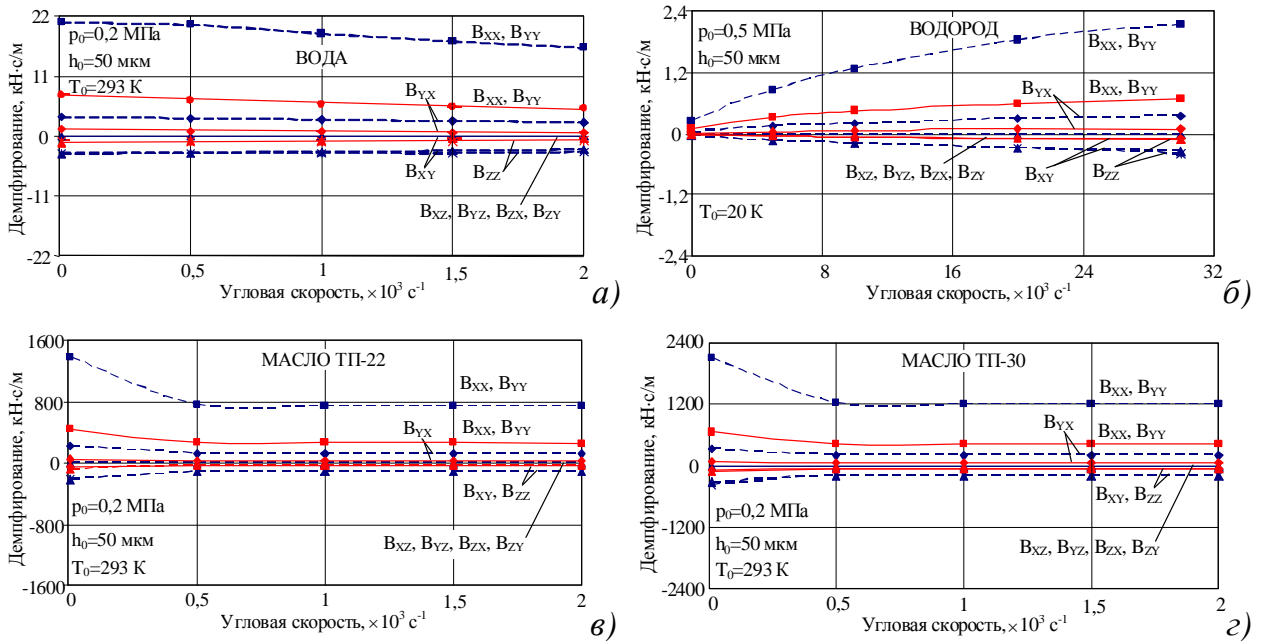
эффицентов для ГСП с прямоугольными камерами и для ГСП с точечными камерами, то последние будут в среднем в 3 раза больше. Отмечается и рост прямых коэффициентов  $K_{XX}$  и  $K_{YY}$  с ростом скорости (*рисунок 4.13*).

Демпфирование конических ГСП аналогично соответствующим характеристикам конических ГДП, т.е. при смазывании водой и турбинными маслами рост угловой скорости практически не изменяет демпфирующие свойства исследуемых опор (*рисунок 4.14, а, в, г*), за исключением лишь прямых коэффициентов  $B_{XX}$  и  $B_{YY}$ , которые незначительно снижаются при смазывании водой. При смазывании водородом происходит рост демпфирования, особенно прямых коэффициентов  $B_{XX}$  и  $B_{YY}$  (*рисунок 4.14, б*), что, как было уже сказано выше, связано со свойствами водорода. Если сравнивать соответствующие коэффициенты для ГСП с прямоугольными камерами и ГСП с точечными камерами, то отмечается трехкратное расхождение, как и для жесткости. Характер изменения безразмерных коэффициентов жесткости аналогичен размерным составляющим, т.е. с увеличением угловой скорости происходит рост жесткостных коэффициентов (*рисунок 4.15*). В отличие от размерной характеристики, коэффициенты демпфирования с ростом угловой скорости уже не остаются постоянными, а значительно возрастают прямые коэффициенты  $B_{XX}$  и  $B_{YY}$  и менее значительно – перекрестные коэффициенты  $B_{XY}$  и  $B_{YX}$  и коэффициент  $B_{ZZ}$  (*рисунок 4.16*). Коэффициенты жесткости и демпфирования конических ГСП с точечными камерами также в среднем в 3 раза больше соответствующих характеристик конических ГСП с прямоугольными камерами.

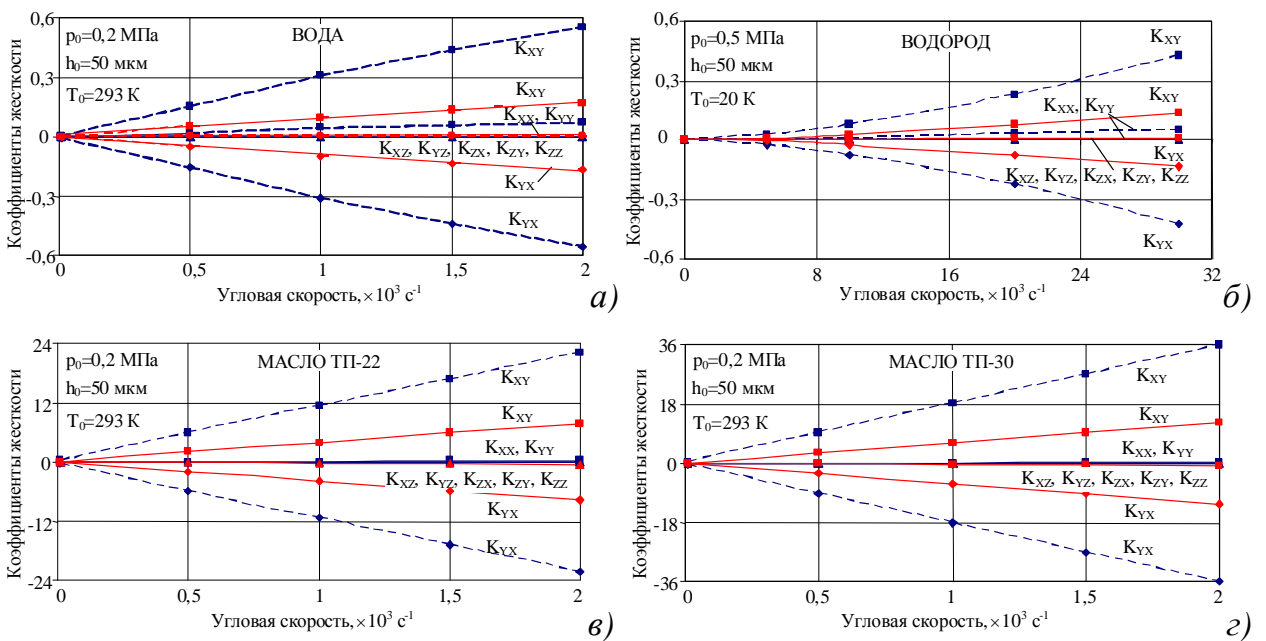




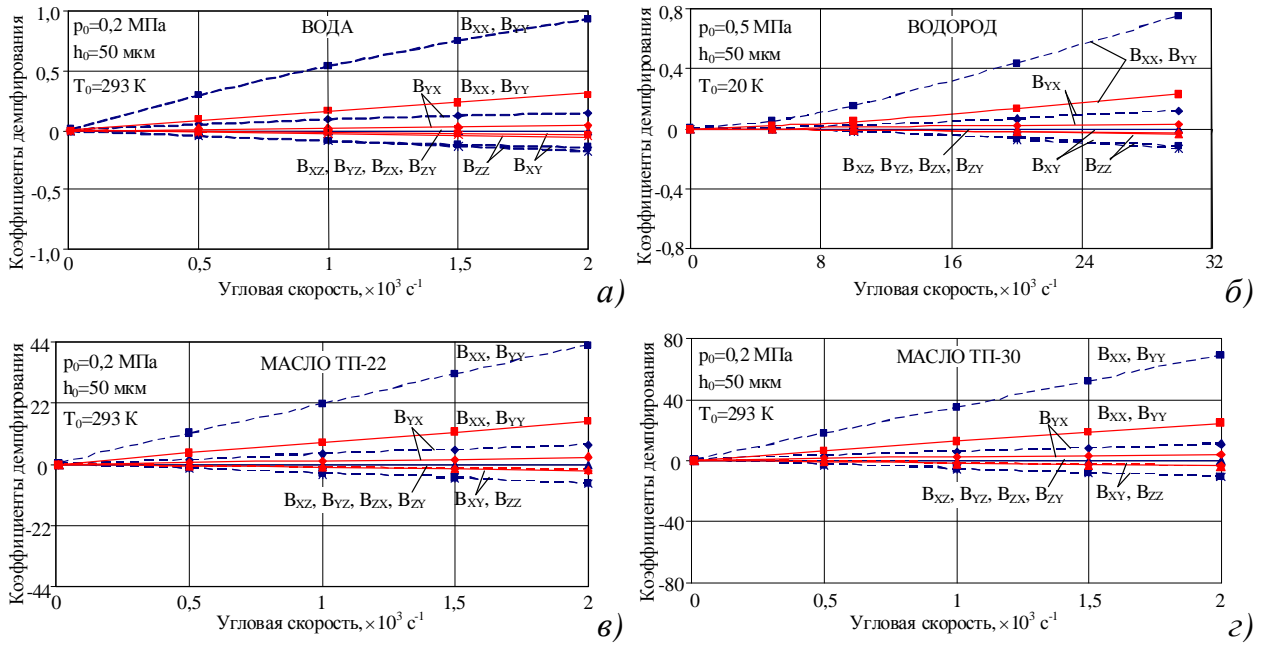
**Рисунок 4.13** Жесткость конических ГСП: с прямоугольными (—) и точечными (---) камерами



**Рисунок 4.14** Демпфирование конических ГСП

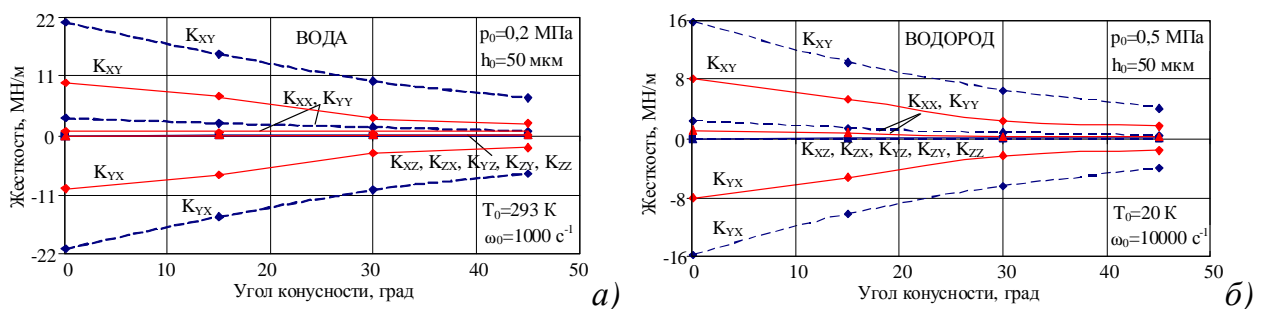


**Рисунок 4.15** Коэффициенты жесткости конических ГСП



**Рисунок 4.16** Коэффициенты демпфирования конических ГСП

Увеличение угла конусности ГСП также, как и для ГДП, приводит к значительному снижению как прямых ( $K_{XX}$  и  $K_{YY}$ ), так и перекрестных коэффициентов жесткости ( $K_{XY}$  и  $K_{YX}$ ) для всех типов смазок (**рисунок 4.17**). Аналогичная ситуация наблюдается и для демпфирования – при увеличении угла конусности происходит снижение как прямых коэффициентов демпфирования  $B_{XX}$  и  $B_{YY}$ , так и перекрестных коэффициентов  $B_{XY}$  и  $B_{YX}$  (по абсолютной величине) и рост осевой составляющей  $B_{ZZ}$  (также по модулю) (**рисунок 4.18**). Коэффициенты жесткости и демпфирования с ростом угла конусности возрастают – значительный рост наблюдается у перекрестных коэффициентов жесткости ( $K_{XY}$  и  $K_{YX}$ ) и прямых коэффициентов демпфирования ( $B_{XX}$  и  $B_{YY}$ ), менее значительно возрастают и прямые коэффициенты жесткости ( $K_{XX}$  и  $K_{YY}$ ) и перекрестные коэффициенты демпфирования ( $B_{XY}$  и  $B_{YX}$ ) а также коэффициент демпфирования ( $B_{ZZ}$ ) по абсолютной величине (**рисунки 4.19 и 4.20**) [211 – 213].



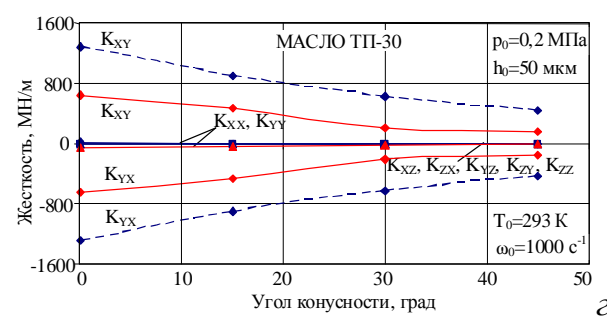
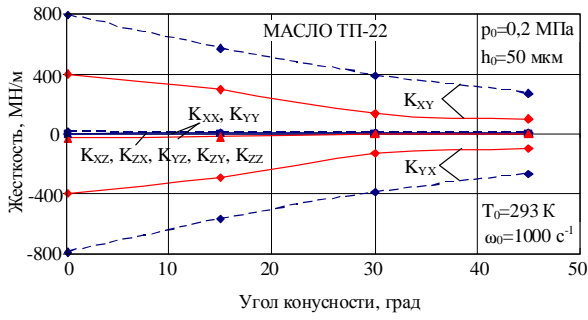


Рисунок 4.17 Жесткость конических ГСП

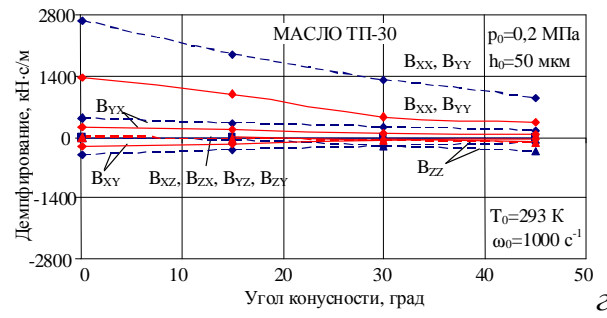
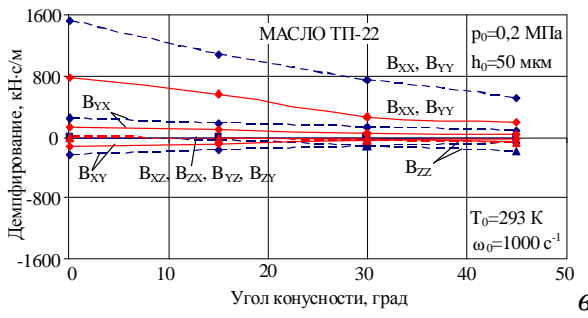
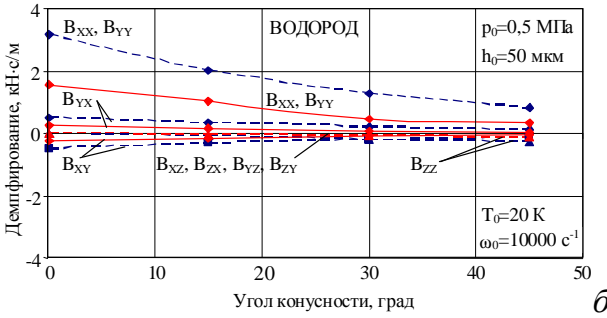
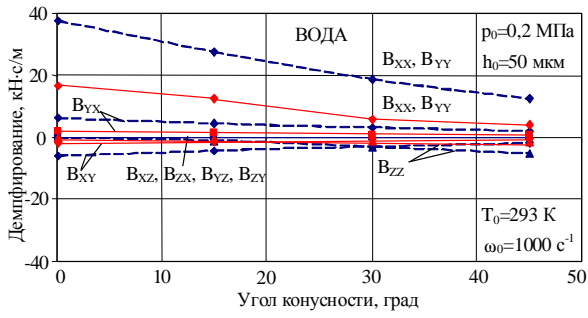


Рисунок 4.18 Демпфирование конических ГСП

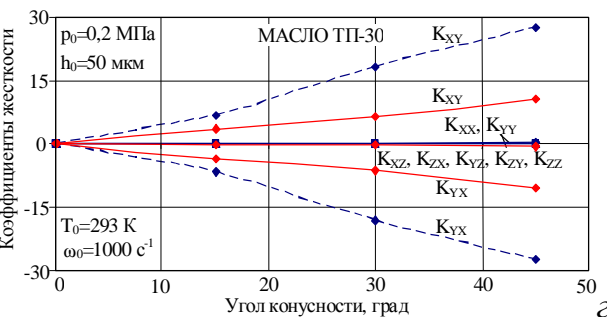
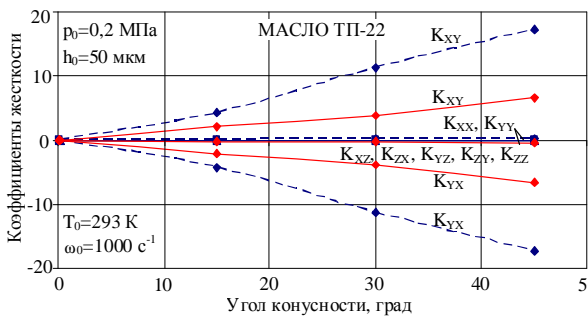
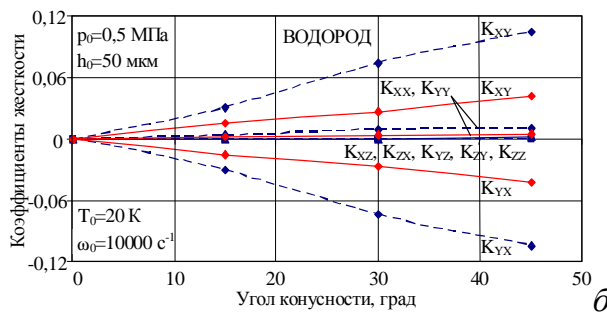
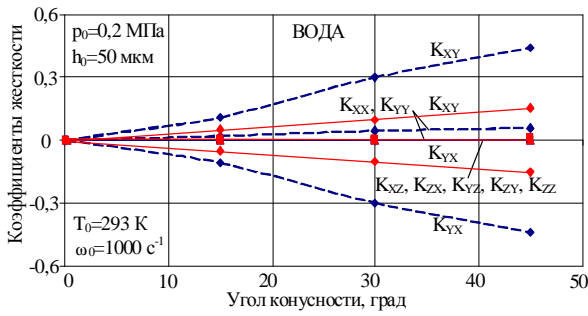
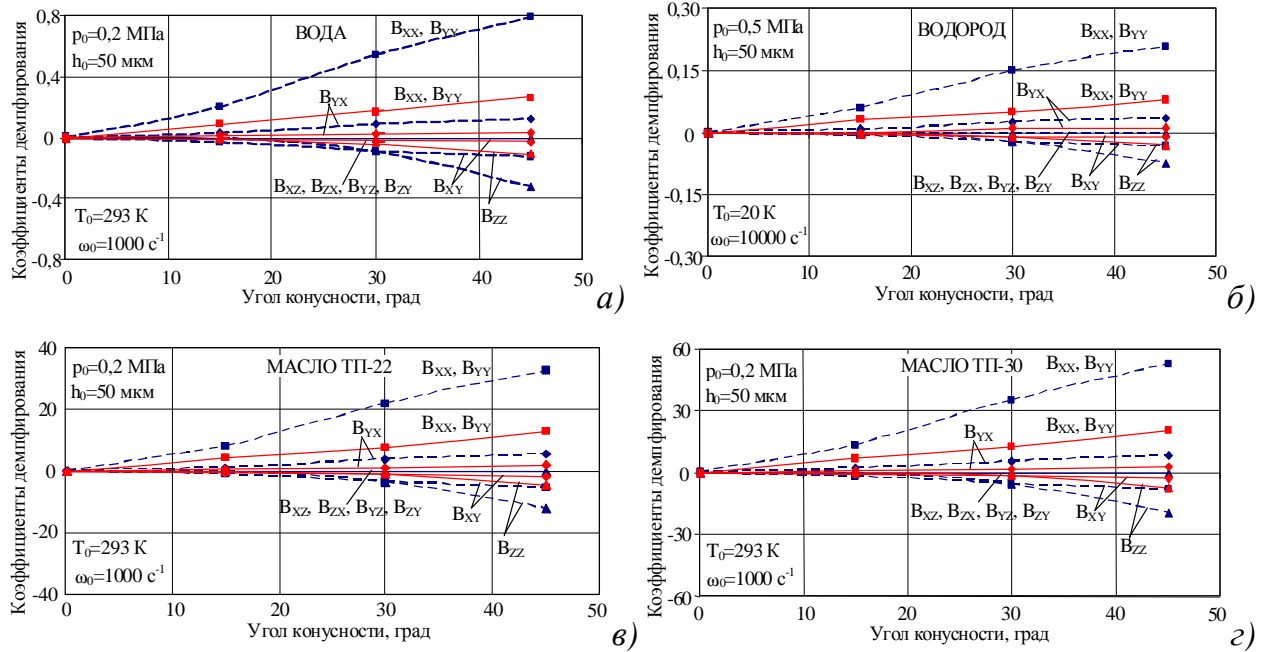


Рисунок 4.19 Коэффициенты жесткости конических ГСП



**Рисунок 4.20** Коэффициенты демпфирования конических ГСП

Результаты расчета динамических коэффициентов, представленные как в размерной, так и в безразмерной форме, позволяют проводить качественный и количественный анализ работоспособности конических опор скольжения и решать задачи устойчивости роторов высокоскоростных турбомашин на конических подшипниках жидкостного трения.

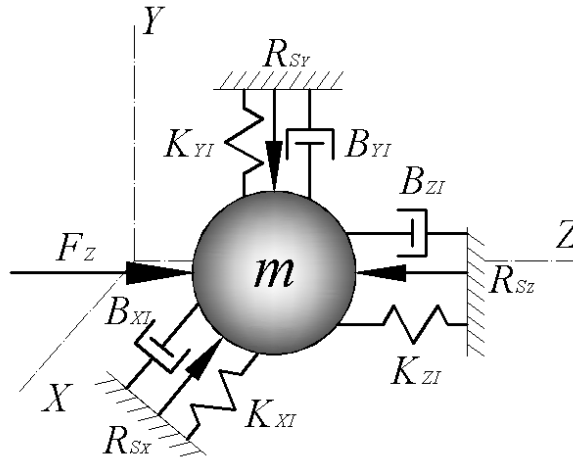
### 4.3. Анализ устойчивости роторной системы на конических подшипниках

Рассмотренная выше методика по определению коэффициентов жесткости и демпфирования смазочного слоя в конических подшипниках предоставляет возможность использования данных коэффициентов для анализа устойчивости роторной системы на исследуемых опорах. Рассмотрим движение жесткого ротора в коническом подшипнике как одномассовую ( $m$ ) модель в виде 3-хступенного осциллятора (**рисунок 4.21**) [137, 215].

Для определения устойчивости ротора необходимо знание уравнений его движения, вывод которых основан на использовании метода Лагранжа [216]. Уравнения Лагранжа II рода для голономных систем с конечным числом степеней свободы  $n$  представляются в следующем виде [217]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i; \quad i = \overline{1; n}, \quad (4.6)$$

где  $L = T - \Pi$  – функция Лагранжа;  $T$  и  $\Pi$  – кинетическая и потенциальная энергия системы соответственно;  $q_i$  и  $\dot{q}_i$  – обобщенные координата и скорость в  $i$ -ом направлении;  $Q_i$  – неконсервативная обобщенная сила;  $t$  – время.



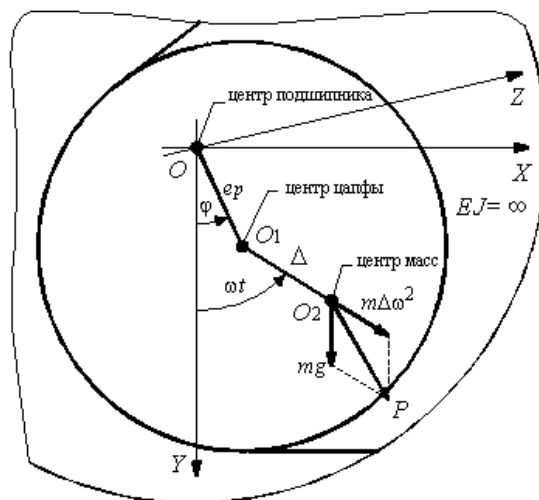
**Рисунок 4.21** Одномассовая модель ротора в виде 3-х степенного осциллятора

Координатами центра цапфы  $O_1$  в неподвижной системе  $XOY$  будут соответственно  $X$  и  $Y$ . Кинетическая энергия складывается из составляющих поступательного движения центра масс  $O_2$  и вращательного движения:

$$T = T_{пост} + T_{вращ}; \quad T_{пост} = 0,5mV_{O_2}^2; \quad T_{вращ} = 0,5J_m\omega^2 = \text{const},$$

где  $J_m$  – момент инерции эксцентричного диска относительно центра масс;  $m$  – масса ротора. Скорость центра масс  $O_2$  (**рисунок 4.22**) в проекциях на неподвижные оси координат  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  имеет вид [215]:

$$\vec{V}_{O_2} = \vec{V}_{O_1} + \vec{V}_{O_2O_1}; \quad V_{O_2X} = \dot{X} + \Delta\omega \cos \omega t; \quad V_{O_2Y} = \dot{Y} - \Delta\omega \sin \omega t; \quad V_{O_2Z} = \dot{Z}.$$



**Рисунок 4.22** Схема действующих сил в жестком роторе

Тогда выражение для кинетической энергии запишется в виде:

$$T = 0,5m \left[ (\dot{X} + \Delta\omega \cos \omega t)^2 + (\dot{Y} - \Delta\omega \sin \omega t)^2 + \dot{Z}^2 \right] + 0,5J_m \omega^2.$$

Потенциальная энергия системы состоит из энергии центра масс:

$$\Pi = -mg[Y - \Delta(1 - \cos \omega t)].$$

Неконсервативная обобщенная сила  $Q$  в общем случае представлена реакциями смазочного слоя  $R_S$  и нагрузочной силой  $F$  и в проекциях на соответствующие оси записывается следующим образом [215]:

$$Q_X = \sum R_{S_X} + F_X; \quad Q_Y = \sum R_{S_Y} + F_Y; \quad Q_Z = \sum R_{S_Z} + F_Z.$$

Подставляя полученные выражения для кинетической, потенциальной энергии и обобщенной силы в уравнения Лагранжа II-го рода, записанные для выбранных обобщенных координат  $(X, Y, Z)$ , и совершая некоторые преобразования, получаем систему уравнений движения для жесткого ротора [215]:

$$\begin{cases} m\ddot{X} = \sum R_{S_X} + m\Delta\omega^2 \sin \omega t + F_X; \\ m\ddot{Y} = \sum R_{S_Y} + m\Delta\omega^2 \cos \omega t + mg + F_Y; \\ m\ddot{Z} = \sum R_{S_Z} + F_Z. \end{cases} \quad (4.7)$$

Проведем обезразмеривание параметров и переменных, входящих в систему (4.7):

$$\begin{aligned} \bar{X}\{\bar{Y}, \bar{Z}\} &= \frac{X\{Y, Z\}}{h_0}; & \bar{R}_{S_X\{Y, Z\}} &= \frac{R_{S_X\{Y, Z\}}}{p_0 r_0^2}; & \bar{F}_{X\{Y, Z\}} &= \frac{F_{X\{Y, Z\}}}{p_0 r_0^2}; \\ \bar{t} &= \frac{t}{t_0}; & \bar{Q} &= \frac{m\Delta\omega^2}{p_0 r_0^2}; & \bar{G} &= \frac{mg}{p_0 r_0^2}. \end{aligned}$$

Тогда система уравнений движения для жесткого ротора примет следующий вид<sup>2</sup>:

$$\begin{cases} \Lambda \cdot \bar{X}'' - \sum \bar{R}_{S_X} = \bar{Q} \sin \bar{t} + \bar{F}_X; \\ \Lambda \cdot \bar{Y}'' - \sum \bar{R}_{S_Y} = \bar{Q} \cos \bar{t} + \bar{G} + \bar{F}_Y; \\ \Lambda \cdot \bar{Z}'' - \sum \bar{R}_{S_Z} = \bar{F}_Z. \end{cases} \quad (4.8)$$

где  $\Lambda$  – приведенная масса, характеризующая инерционные свойства:

$$\Lambda = \frac{mh_0}{p_0 r_0^2 t_0^2} = \frac{mh_0 \omega_0^2}{p_0 r_0^2}; \quad t_0 = \frac{1}{\omega_0}.$$

<sup>2</sup> Штрих «'» обозначает дифференцирование по безразмерному времени  $\bar{t}$ .

Для анализа устойчивости стационарного положения сбалансированного ( $\bar{Q} = 0$ ) ротора необходимо получить уравнения его возмущенного движения в окрестности положения равновесия [218]. Для этого линеаризуем реакции смазочного слоя, которые согласно (4.5) примут безразмерный вид:

$$\begin{aligned}\bar{R}_{S_X} &= \bar{R}_{X_0} - \bar{K}_{XX} \Delta\bar{X} - \bar{K}_{XY} \Delta\bar{Y} - \bar{K}_{XZ} \Delta\bar{Z} - \bar{B}_{XX} \Delta\bar{X}' - \bar{B}_{XY} \Delta\bar{Y}' - \bar{B}_{XZ} \Delta\bar{Z}'; \\ \bar{R}_{S_Y} &= \bar{R}_{Y_0} - \bar{K}_{YX} \Delta\bar{X} - \bar{K}_{YY} \Delta\bar{Y} - \bar{K}_{YZ} \Delta\bar{Z} - \bar{B}_{YX} \Delta\bar{X}' - \bar{B}_{YY} \Delta\bar{Y}' - \bar{B}_{YZ} \Delta\bar{Z}'; \\ \bar{R}_{S_Z} &= \bar{R}_{Z_0} - \bar{K}_{ZX} \Delta\bar{X} - \bar{K}_{ZY} \Delta\bar{Y} - \bar{K}_{ZZ} \Delta\bar{Z} - \bar{B}_{ZX} \Delta\bar{X}' - \bar{B}_{ZY} \Delta\bar{Y}' - \bar{B}_{ZZ} \Delta\bar{Z}'.\end{aligned}$$

Подставляя эти соотношения, а также выражения для возмущенных координат:  $\bar{X} = \bar{X}_0 + \Delta\bar{X}$ ,  $\bar{Y} = \bar{Y}_0 + \Delta\bar{Y}$  и  $\bar{Z} = \bar{Z}_0 + \Delta\bar{Z}$ , в полученную систему и вычитая затем из полученных уравнений уравнения равновесия (при  $\bar{X} = \bar{X}_0$ ,  $\bar{Y} = \bar{Y}_0$  и  $\bar{Z} = \bar{Z}_0$ ), получаем систему уравнений движения центра цапфы ротора в возмущениях, анализ которых позволяет судить об устойчивости исходной (нелинейной) системы по уравнениям первого приближения<sup>3</sup> [215]:

$$\begin{cases} \Lambda \cdot \Delta\bar{X}'' + \bar{K}_{XX} \Delta\bar{X} + \bar{K}_{XY} \Delta\bar{Y} + \bar{K}_{XZ} \Delta\bar{Z} + \bar{B}_{XX} \Delta\bar{X}' + \bar{B}_{XY} \Delta\bar{Y}' + \bar{B}_{XZ} \Delta\bar{Z}' = 0; \\ \Lambda \cdot \Delta\bar{Y}'' + \bar{K}_{YX} \Delta\bar{X} + \bar{K}_{YY} \Delta\bar{Y} + \bar{K}_{YZ} \Delta\bar{Z} + \bar{B}_{YX} \Delta\bar{X}' + \bar{B}_{YY} \Delta\bar{Y}' + \bar{B}_{YZ} \Delta\bar{Z}' = 0; \\ \Lambda \cdot \Delta\bar{Z}'' + \bar{K}_{ZX} \Delta\bar{X} + \bar{K}_{ZY} \Delta\bar{Y} + \bar{K}_{ZZ} \Delta\bar{Z} + \bar{B}_{ZX} \Delta\bar{X}' + \bar{B}_{ZY} \Delta\bar{Y}' + \bar{B}_{ZZ} \Delta\bar{Z}' = 0. \end{cases} \quad (4.9)$$

Обоснование и границы применимости этого подхода к анализу устойчивости даются теоремами Ляпунова [218]. Решение системы имеет вид:

$$\begin{aligned}\Delta\bar{X} &= A_X e^{\lambda \bar{t}} \Rightarrow \Delta\bar{X}' = A_X \lambda e^{\lambda \bar{t}} \Rightarrow \Delta\bar{X}'' = A_X \lambda^2 e^{\lambda \bar{t}}; \\ \Delta\bar{Y} &= A_Y e^{\lambda \bar{t}} \Rightarrow \Delta\bar{Y}' = A_Y \lambda e^{\lambda \bar{t}} \Rightarrow \Delta\bar{Y}'' = A_Y \lambda^2 e^{\lambda \bar{t}}; \\ \Delta\bar{Z} &= A_Z e^{\lambda \bar{t}} \Rightarrow \Delta\bar{Z}' = A_Z \lambda e^{\lambda \bar{t}} \Rightarrow \Delta\bar{Z}'' = A_Z \lambda^2 e^{\lambda \bar{t}},\end{aligned} \quad (4.10)$$

где  $A_X$ ,  $A_Y$  и  $A_Z$  – амплитуды возмущений в начальный момент времени ( $t = 0$ );  $\lambda$  – комплексное число, действительная часть которого характеризует демпфирующие свойства (степень затухания), а мнимая – частоту колебаний, которые могут иметь место в системе.

Здесь комплексное число определяется как:  $\lambda = \nu t_0 = \nu / \omega_0$ ;  $\nu = s + ip$ , где  $s$  и  $p$  – экспоненциальная и гармоническая составляющие соответственно;  $\omega_0$  – вы-

<sup>3</sup> Знак « $\Sigma$ » перед реакциями смазочного слоя опускается и расчет ведется для одной опоры.



нуждающая частота (частота вращения ротора).

Подстановка (4.10) в систему (4.9) и сокращение на  $e^{\lambda \bar{t}}$  приводит к системе линейных алгебраических уравнений относительно  $A_X$ ,  $A_Y$  и  $A_Z$  [215]:

$$\begin{cases} A_X [\Lambda \cdot \lambda^2 + \bar{B}_{XX} \lambda + \bar{K}_{XX}] + A_Y [\bar{B}_{XY} \lambda + \bar{K}_{XY}] + A_Z [\bar{B}_{XZ} \lambda + \bar{K}_{XZ}] = 0; \\ A_X [\bar{B}_{YX} \lambda + \bar{K}_{YX}] + A_Y [\Lambda \cdot \lambda^2 + \bar{B}_{YY} \lambda + \bar{K}_{YY}] + A_Z [\bar{B}_{YZ} \lambda + \bar{K}_{YZ}] = 0; \\ A_X [\bar{B}_{ZX} \lambda + \bar{K}_{ZX}] + A_Y [\bar{B}_{ZY} \lambda + \bar{K}_{ZY}] + A_Z [\Lambda \cdot \lambda^2 + \bar{B}_{ZZ} \lambda + \bar{K}_{ZZ}] = 0. \end{cases} \quad (4.11)$$

Эта система имеет единственное решение только в случае равенства нулю ее определителя, из чего следует характеристическое уравнение системы уравнений движения жесткого сбалансированного ротора:

$$a_0 \lambda^6 + a_1 \lambda^5 + a_2 \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_4 \lambda^2 + a_5 \lambda + a_6 = 0. \quad (4.12)$$

Коэффициенты, входящие в уравнение (4.12), определяются выражениями [215]:

$$\begin{aligned} a_0 &= \Lambda^3; \quad a_1 = \Lambda^2 [\bar{B}_{XX} + \bar{B}_{YY} + \bar{B}_{ZZ}]; \\ a_2 &= \Lambda^2 [\bar{K}_{XX} + \bar{K}_{YY} + \bar{K}_{ZZ}] + \Lambda [\bar{B}_{XX} \bar{B}_{YY} + \bar{B}_{XX} \bar{B}_{ZZ} + \bar{B}_{YY} \bar{B}_{ZZ} - \\ &\quad - \bar{B}_{XY} \bar{B}_{YX} - \bar{B}_{XZ} \bar{B}_{ZX} - \bar{B}_{YZ} \bar{B}_{ZY}]; \\ a_3 &= \Lambda [\bar{B}_{XX} \bar{K}_{YY} + \bar{B}_{XX} \bar{K}_{ZZ} + \bar{B}_{YY} \bar{K}_{XX} + \bar{B}_{YY} \bar{K}_{ZZ} + \bar{B}_{ZZ} \bar{K}_{XX} + \bar{B}_{ZZ} \bar{K}_{YY} - \\ &\quad - \bar{B}_{XY} \bar{K}_{YX} - \bar{B}_{XZ} \bar{K}_{ZX} - \bar{B}_{YX} \bar{K}_{XY} - \bar{B}_{YZ} \bar{K}_{ZY} - \bar{B}_{ZX} \bar{K}_{XZ} - \bar{B}_{ZY} \bar{K}_{YZ}] + \bar{B}_{XX} \bar{B}_{YY} \bar{B}_{ZZ} + \\ &\quad + \bar{B}_{XY} \bar{B}_{YZ} \bar{B}_{ZX} + \bar{B}_{XZ} \bar{B}_{YX} \bar{B}_{ZY} - \bar{B}_{XX} \bar{B}_{YZ} \bar{B}_{ZY} - \bar{B}_{XY} \bar{B}_{YX} \bar{B}_{ZZ} - \bar{B}_{XZ} \bar{B}_{YY} \bar{B}_{ZX}; \\ a_4 &= \Lambda [\bar{K}_{XX} \bar{K}_{YY} + \bar{K}_{XX} \bar{K}_{ZZ} + \bar{K}_{YY} \bar{K}_{ZZ} - \bar{K}_{XY} \bar{K}_{YX} - \bar{K}_{XZ} \bar{K}_{ZX} - \bar{K}_{YZ} \bar{K}_{ZY}] + \\ &\quad + \bar{B}_{XX} \bar{B}_{YY} \bar{K}_{ZZ} + \bar{B}_{XX} \bar{B}_{ZZ} \bar{K}_{YY} + \bar{B}_{YY} \bar{B}_{ZZ} \bar{K}_{XX} + \bar{B}_{XY} \bar{B}_{YZ} \bar{K}_{ZX} + \bar{B}_{XY} \bar{B}_{ZX} \bar{K}_{YZ} + \\ &\quad + \bar{B}_{XZ} \bar{B}_{YX} \bar{K}_{ZY} + \bar{B}_{XZ} \bar{B}_{ZY} \bar{K}_{YX} + \bar{B}_{YX} \bar{B}_{ZY} \bar{K}_{XZ} + \bar{B}_{YZ} \bar{B}_{ZX} \bar{K}_{XY} - \\ &\quad - \bar{B}_{XX} \bar{B}_{YZ} \bar{K}_{ZY} - \bar{B}_{XX} \bar{B}_{ZY} \bar{K}_{YZ} - \bar{B}_{XY} \bar{B}_{YX} \bar{K}_{ZZ} - \bar{B}_{XY} \bar{B}_{ZZ} \bar{K}_{YX} - \bar{B}_{XZ} \bar{B}_{YY} \bar{K}_{ZX} - \\ &\quad - \bar{B}_{XZ} \bar{B}_{ZX} \bar{K}_{YY} - \bar{B}_{YX} \bar{B}_{ZZ} \bar{K}_{XY} - \bar{B}_{YY} \bar{B}_{ZX} \bar{K}_{XZ} - \bar{B}_{YZ} \bar{B}_{ZY} \bar{K}_{XX}; \\ a_5 &= \bar{B}_{XX} \bar{K}_{YY} \bar{K}_{ZZ} + \bar{B}_{YY} \bar{K}_{XX} \bar{K}_{ZZ} + \bar{B}_{ZZ} \bar{K}_{XX} \bar{K}_{YY} + \bar{B}_{XY} \bar{K}_{YZ} \bar{K}_{ZX} + \bar{B}_{XZ} \bar{K}_{YX} \bar{K}_{ZY} + \\ &\quad + \bar{B}_{YX} \bar{K}_{XZ} \bar{K}_{ZY} + \bar{B}_{YZ} \bar{K}_{XY} \bar{K}_{ZX} + \bar{B}_{ZX} \bar{K}_{XY} \bar{K}_{YZ} + \bar{B}_{ZY} \bar{K}_{XZ} \bar{K}_{YX} - \\ &\quad - \bar{B}_{XX} \bar{K}_{YZ} \bar{K}_{ZY} - \bar{B}_{XY} \bar{K}_{YX} \bar{K}_{ZZ} - \bar{B}_{XZ} \bar{K}_{YY} \bar{K}_{ZX} - \bar{B}_{YX} \bar{K}_{XY} \bar{K}_{ZZ} - \bar{B}_{YY} \bar{K}_{XZ} \bar{K}_{ZX} - \\ &\quad - \bar{B}_{YZ} \bar{K}_{XX} \bar{K}_{ZY} - \bar{B}_{ZX} \bar{K}_{XZ} \bar{K}_{YY} - \bar{B}_{ZY} \bar{K}_{XX} \bar{K}_{YZ} - \bar{B}_{ZZ} \bar{K}_{XY} \bar{K}_{YX}; \\ a_6 &= \bar{K}_{XX} \bar{K}_{YY} \bar{K}_{ZZ} + \bar{K}_{XY} \bar{K}_{YZ} \bar{K}_{ZX} + \bar{K}_{XZ} \bar{K}_{YX} \bar{K}_{ZY} - \\ &\quad - \bar{K}_{XX} \bar{K}_{YZ} \bar{K}_{ZY} - \bar{K}_{XY} \bar{K}_{YX} \bar{K}_{ZZ} - \bar{K}_{XZ} \bar{K}_{YY} \bar{K}_{ZX}. \end{aligned}$$

При центральном положении цапфы ( $\bar{e}_p = 0$ ) прямые коэффициенты жесткости и демпфирования в плоскости  $XOY$ , а также перекрестные коэффициенты жесткости и демпфирования во всех остальных плоскостях равны соответственно друг другу [136, 137, 215]:

$$\begin{aligned}\bar{K}_{XX} &= \bar{K}_{YY} = \bar{K}_0; & \bar{K}_{ZZ} &= \bar{K}_{0Z}; \\ \bar{K}_{XY} &= -\bar{K}_{YX} = \bar{K}_1; & \bar{K}_{XZ} &= -\bar{K}_{ZX} = \bar{K}_2; & \bar{K}_{YZ} &= -\bar{K}_{ZY} = \bar{K}_3; \\ \bar{B}_{XX} &= \bar{B}_{YY} = \bar{B}_0; & \bar{B}_{ZZ} &= \bar{B}_{0Z}; \\ \bar{B}_{XY} &= -\bar{B}_{YX} = \bar{B}_1; & \bar{B}_{XZ} &= -\bar{B}_{ZX} = \bar{B}_2; & \bar{B}_{YZ} &= -\bar{B}_{ZY} = \bar{B}_3.\end{aligned}$$

Тогда при центральном положении цапфы коэффициенты характеристического уравнения  $a_n$  примут вид [136, 137, 215]:

$$\begin{aligned}a_0 &= \Lambda^3; & a_1 &= \Lambda^2 [2\bar{B}_0 + \bar{B}_{0Z}]; \\ a_2 &= \Lambda [\Lambda (2\bar{K}_0 + \bar{K}_{0Z}) + \bar{B}_0 (\bar{B}_0 + 2\bar{B}_{0Z}) + \bar{B}_1^2 + \bar{B}_2^2 + \bar{B}_3^2]; \\ a_3 &= 2\Lambda \left[ \bar{B}_0 \bar{K}_0 \left( 1 + \frac{\bar{B}_{0Z}}{\bar{B}_0} + \frac{\bar{K}_{0Z}}{\bar{K}_0} \right) + \bar{B}_1 \bar{K}_1 + \bar{B}_2 \bar{K}_2 + \bar{B}_3 \bar{K}_3 \right] + \bar{B}_{0Z} (\bar{B}_0^2 + \bar{B}_1^2) + \bar{B}_0 (\bar{B}_2^2 + \bar{B}_3^2); \\ a_4 &= \Lambda [\bar{K}_0 (\bar{K}_0 + 2\bar{K}_{0Z}) + \bar{K}_1^2 + \bar{K}_2^2 + \bar{K}_3^2] + \\ &+ 2[\bar{B}_{0Z} (\bar{B}_0 \bar{K}_0 + \bar{B}_1 \bar{K}_1) + \bar{B}_0 (\bar{B}_2 \bar{K}_2 + \bar{B}_3 \bar{K}_3)] + \bar{K}_{0Z} (\bar{B}_0^2 + \bar{B}_1^2) + \bar{K}_0 (\bar{B}_2^2 + \bar{B}_3^2); \\ a_5 &= 2[\bar{K}_{0Z} (\bar{B}_0 \bar{K}_0 + \bar{B}_1 \bar{K}_1) + \bar{K}_0 (\bar{B}_2 \bar{K}_2 + \bar{B}_3 \bar{K}_3)] + \bar{B}_{0Z} (\bar{K}_0^2 + \bar{K}_1^2) + \bar{B}_0 (\bar{K}_2^2 + \bar{K}_3^2); \\ a_6 &= \bar{K}_{0Z} (\bar{K}_0^2 + \bar{K}_1^2) + \bar{K}_0 (\bar{K}_2^2 + \bar{K}_3^2).\end{aligned}$$

Коэффициенты характеристического уравнения определяются коэффициентами жесткости и демпфирования:  $a_n = f(\bar{K}_{IJ}, \bar{B}_{IJ}, \Lambda)$ , а те, в свою очередь, – геометрическими и рабочими параметрами конических подшипников скольжения:  $\bar{K}_{IJ}, \bar{B}_{IJ} = f(R_1, R_2, L, \alpha, \omega, p_0, T_0, \mu, \rho$  и т.д.).

Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы все корни (4.12) имели отрицательную действительную часть [218]. Существует две постановки задачи устойчивости: 1) заданы все параметры, и определяется, устойчиво ли данное состояние системы. Эта задача сводится к применению критериев устойчивости (Рауса-Гурвица, Найквиста, Михайлова и др.); 2) заданы некоторые параметры, и определяется, при каких сочетаниях остальных параметров система

устойчива. Такой подход предполагает построение областей устойчивости (метод  $D$ -разбиений).

Применение критерия Рауса-Гурвица требует построения матрицы Гурвица, которая для жесткого ротора имеет вид [136, 137, 215, 218]:

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ 0 & 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \end{bmatrix}.$$

Необходимые и достаточные условия отрицательности действительной части корней  $\lambda$  и, следовательно, устойчивости системы выражаются в положительности (при  $a_0 > 0$ ) всех главных диагональных миноров матрицы Гурвица [137, 215]:

$$\Delta_1 = a_1 > 0; \quad \Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0; \quad \Delta_3 = a_1 a_2 a_3 + a_0 a_1 a_5 - a_1^2 a_4 - a_0 a_3^2 > 0;$$

$$\Delta_4 = a_1 a_2 a_3 a_4 + a_0 a_2 a_3 a_5 + 2 a_0 a_1 a_4 a_5 + a_1^2 a_2 a_6 - a_0 a_1 a_3 a_6 - a_1 a_2^2 a_5 - \\ - a_0 a_3^2 a_4 - a_1^2 a_4^2 - a_0^2 a_5^2 > 0;$$

$$\Delta_5 = a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 + 2 a_1^2 a_2 a_5 a_6 + a_1^2 a_3 a_4 a_6 + 2 a_0 a_1 a_4 a_5^2 + a_0 a_3^3 a_6 + a_0 a_2 a_3 a_5^2 - \\ - a_1 a_2 a_3^2 a_6 - a_1 a_2^2 a_5^2 - a_1^2 a_4^2 a_5 - a_1^3 a_6^2 - 3 a_0 a_1 a_3 a_5 a_6 - a_0 a_3^2 a_4 a_5 - a_0^2 a_5^3 > 0;$$

$$\Delta_6 = a_6 \Delta_5 > 0.$$

В качестве примера приведен расчет устойчивости жесткого ротора на коническом подшипнике в среде «MathCAD» (*рисунок 4.23*). Задаются рабочие и геометрические параметры подшипника, масса ротора, приходящаяся на одну опору, и коэффициенты жесткости и демпфирования, рассчитанные для конкретного подшипника в п. 4.2. Далее идет непосредственно модуль расчета устойчивости ротора, в котором рассчитываются следующие параметры: приведенная масса ротора  $\Lambda$ , коэффициенты характеристического уравнения  $a_i$  и главные диагональные миноры  $\Delta_i$  матрицы Гурвица. Приведенный пример показывает положительность миноров  $\Delta_i$ , что позволяет судить об устойчивости ротора в коническом подшипнике при заданных параметрах.

Недостатком применения критерия Рауса-Гурвица является необходимость расчета определителей высокого порядка, что вызывает определенные сложности даже при помощи ЭВМ. Другим недостатком является то, что с помощью критерия можно выяснить, устойчива система или нет, но при этом он не дает ответа на вопрос, как изменить параметры системы, чтобы сделать ее устойчивой.

**Mathcad Professional - [Расчет устойчивости жесткого ротора на КПС]**

Файл Правка Вид Вставка Формат Математика Символы Окно ?

Normal Arial 10 B I U

**Расчет устойчивости жесткого ротора на КПС**

**Ввод исходных данных:**

Геометрические параметры:  $L := 0.053 \text{ м}$   $R2 := 0.024 \text{ м}$   $h0 := 0.000050 \text{ м}$

Угол перекаса:  $\gamma := 0.02 \text{ град}$  Угол конусности:  $\alpha := 30 \text{ град}$

Рабочие параметры:  $\omega0 := 1000 \text{ с}^{-1}$   $p0 := 200000 \text{ Па}$   $ps := 100000 \text{ Па}$

Перевод углов из градусов в радианы:  $\text{rad}(\text{arg}) := \frac{\pi}{180} \cdot \text{arg}$

Перевод углов из градусов в радианы:  $\alpha := \text{rad}(\alpha)$  рад

$r0 := \frac{R2}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$   $r0 = 0.093 \text{ м}$

Масса ротора на 1 опору:  $m = 1.9 \text{ кг}$

**Коэффициенты жесткости:**

$K_{xx} := 1.24 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$   $K_{yx} := -3.96 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$   $K_{zx} := 0 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$

$K_{xy} := 3.96 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$   $K_{yy} := 1.24 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$   $K_{zy} := 0 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$

$K_{xz} := 0 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$   $K_{yz} := 0 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$   $K_{zz} := 0.27 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$

**Коэффициенты демпфирования:**

$B_{xx} := 7.22 \cdot 10^3 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$   $B_{yx} := 1.2 \cdot 10^3 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$   $B_{zx} := 0 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$

$B_{xy} := -1.2 \cdot 10^3 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$   $B_{yy} := 7.22 \cdot 10^3 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$   $B_{zy} := 0 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$

$B_{xz} := 0 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$   $B_{yz} := 0 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$   $B_{zz} := 1.07 \cdot 10^3 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$

**Расчет:**

Приведенная масса:  $\Lambda := \frac{m \cdot h0 \cdot \omega0^2}{p0 \cdot r0^2}$

$\Lambda = 0.055$

**Коэффициенты характеристического уравнения:**

$a0 := \Lambda^3$

$a1 := \Lambda^2 \cdot (B_{xx} + B_{yy} + B_{zz})$

$a2 := \Lambda^2 \cdot (K_{xx} + K_{yy} + K_{zz}) + \Lambda \cdot (B_{xx} \cdot B_{yy} + B_{xx} \cdot B_{zz} + B_{yy} \cdot B_{zz} - B_{xy} \cdot B_{yx} - B_{xz} \cdot B_{zx} - B_{yz} \cdot B_{zy})$

$a3 := \Lambda \cdot (B_{xx} \cdot K_{yy} + B_{xx} \cdot K_{zz} + B_{yy} \cdot K_{xx} + B_{yy} \cdot K_{zz} + B_{zz} \cdot K_{xx} + B_{zz} \cdot K_{yy} - B_{xy} \cdot K_{yx} - B_{xz} \cdot K_{zx} - B_{yz} \cdot K_{zy} - B_{xz} \cdot K_{zx} - B_{zy} \cdot K_{yz}) + B_{xx} \cdot B_{yy} \cdot K_{zz} + B_{xx} \cdot B_{zz} \cdot K_{yy} + B_{yy} \cdot B_{zz} \cdot K_{xx} + B_{xy} \cdot B_{yz} \cdot K_{zx} + B_{xy} \cdot B_{zz} \cdot K_{yx} + B_{yy} \cdot B_{zz} \cdot K_{xz} + B_{yz} \cdot B_{zz} \cdot K_{xy} - B_{xz} \cdot K_{zx} - B_{zy} \cdot K_{yz} + B_{yz} \cdot K_{zx} + B_{zx} \cdot K_{zy} - B_{xz} \cdot K_{zy} - B_{zy} \cdot K_{zx} - B_{zz} \cdot K_{yy} - K_{zz}$

$a6 := K_{xx} \cdot K_{yy} \cdot K_{zz} + K_{xy} \cdot K_{yz} \cdot K_{zx} + K_{xz} \cdot K_{yx} \cdot K_{zy} - K_{xx} \cdot K_{yz} \cdot K_{zy} - K_{xy} \cdot K_{yx} \cdot K_{zz} - K_{xz} \cdot K_{zy} \cdot K_{zz}$

**Критерий устойчивости Рауса-Гурвица:**

$\Delta1 := a1$

$\Delta2 := a1 \cdot a2 - a0 \cdot a3$

$\Delta3 := a1 \cdot a2 \cdot a3 + a0 \cdot a1 \cdot a5 - a1^2 \cdot a4 - a0 \cdot a5^2$

$\Delta4 := a1 \cdot a2 \cdot a3 \cdot a4 + a0 \cdot a2 \cdot a3 \cdot a5 + 2 \cdot a0 \cdot a1 \cdot a4 \cdot a5 + a1^2 \cdot a2 \cdot a6 - a0 \cdot a1 \cdot a3 \cdot a6 - a1 \cdot a2^2 \cdot a5 - a0 \cdot a3^2 \cdot a4 - a1^2 \cdot a4^2 - a0^2 \cdot a5^2$

$\Delta5 := a1 \cdot a2 \cdot a3 \cdot a4 \cdot a5 + 2a1^2 \cdot a2 \cdot a5 \cdot a6 + a1^2 \cdot a3 \cdot a4 \cdot a6 + 2 \cdot a0 \cdot a1 \cdot a4 \cdot a5^2 + a0 \cdot a3^3 \cdot a6 + a0 \cdot a2 \cdot a3 \cdot a5^2 - a1 \cdot a2 \cdot a3^2 \cdot a6 - a1 \cdot a2^2 \cdot a5^2 - a1^2 \cdot a4^2$

$\Delta6 := a6 \cdot \Delta5$

**Коэффициенты характеристического уравнения: Главные диагональные миноры матрицы Гурвица: Условие устойчивости системы (при  $a0 > 0$ )**

$a0 = 1.686 \times 10^{-4}$   $\Delta1 = 47.33$   $\Delta1 > 0$

$a1 = 47.33$   $\Delta2 = 1.71 \times 10^8$   $\Delta2 > 0$

$a2 = 3.82 \times 10^6$   $\Delta3 = 9.887 \times 10^{18}$   $\Delta3 > 0$

$a3 = 5.793 \times 10^{10}$   $\Delta4 = 8.624 \times 10^{31}$   $\Delta4 > 0$

$a4 = 9.941 \times 10^{12}$   $\Delta5 = 1.589 \times 10^{48}$   $\Delta5 > 0$

$a5 = 1.842 \times 10^{16}$   $\Delta6 = 7.388 \times 10^{60}$   $\Delta6 > 0$

$a6 = 4.649 \times 10^{12}$

**Рисунок 4.23** Фрагмент модуля расчета устойчивости жесткого ротора на коническом подшипнике в среде «MathCAD»

При использовании метода  $D$ -разбиений в случае потери устойчивости корни уравнения пересекают мнимую ось и переходят из левой в правую полуплоскость. При нахождении корней на мнимой оси действительная часть обращается в нуль ( $s = 0$ ) и корни уравнения имеют вид:  $\lambda = \gamma i$ . Здесь  $\gamma$  – относительная частота, равная:  $\gamma = p/\omega$ , где  $p$  – частота колебаний на границе устойчивости;  $\omega$  – вынужденная частота. Для жесткого ротора подстановка  $\lambda = \gamma i$  в (4.12) приводит к следующей системе [137, 215]:

$$\begin{cases} -a_0\gamma^6 + a_2\gamma^4 - a_4\gamma^2 + a_6 = 0, \\ a_1\gamma^5 - a_3\gamma^3 + a_5\gamma = 0. \end{cases} \quad (4.13)$$

Относительная частота определяется уравнением:  $\gamma(a_1\gamma^4 - a_3\gamma^2 + a_5) = 0$ .

При  $\gamma = 0$  коэффициент  $a_6 = 0$ , что характеризует системы с отрицательной жесткостью и которые в рассматриваемом объекте не встречаются. Тогда уравнение частоты автоколебаний на границе устойчивости записывается следующим образом [137, 215]:

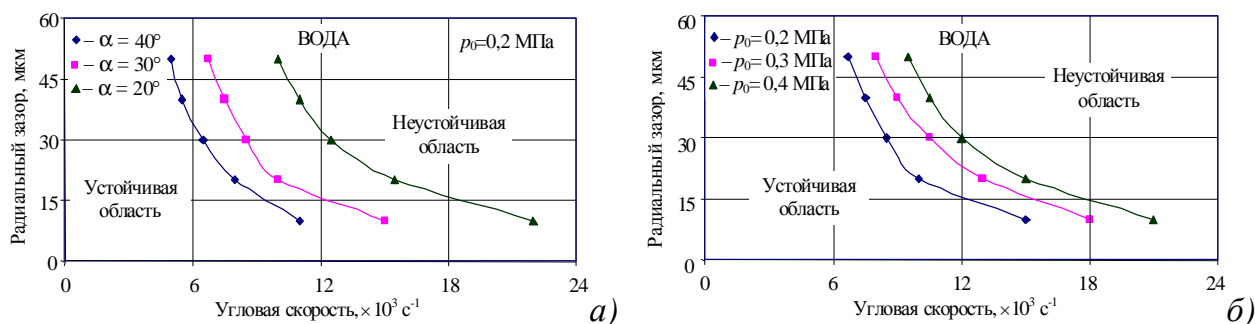
$$a_1\gamma^4 - a_3\gamma^2 + a_5 = 0 \Rightarrow \gamma_{1,2}^2 = \frac{a_3 \pm \sqrt{a_3^2 - 4a_1a_5}}{2a_1}, \quad (4.14)$$

где  $a_n$  – коэффициенты характеристического уравнения (4.12).

Подставляя значения коэффициентов  $a_n$  как для общего случая, так и для центрального положения цапфы, получаем относительные частоты  $\gamma_{1,2}^2$  для соответствующих случаев. Обозначив  $\gamma_{1,2}^2 = a_*$ , запишем выражение для границы устойчивости, которое согласно (4.13) имеет вид [137, 215]:

$$-a_0a_*^3 + a_2a_*^2 - a_4a_* + a_6 = 0. \quad (4.15)$$

В качестве примера приведен расчет областей устойчивой работы жесткого ротора на конических подшипниках жидкостного трения методом  $D$ -разбиений (**рисунок 4.24**). Варьируя углом конусности (**рисунок 4.24, а**) и давлением подачи смазочного материала (**рисунок 4.24, б**), насчитывается семейство кривых, разделяющих области устойчивой и неустойчивой работы жесткого ротора, в координатах угловая скорость – радиальный зазор [215].



**Рисунок 4.24** Области устойчивой работы жесткого ротора на конических подшипниках при варьировании: *a* – углом конусности; *б* – давлением подачи смазочного материала

Отмечается, что повышение давления подачи смазочного материала, уменьшение радиального зазора и угла конусности положительно влияет на устойчивость исследуемой роторной системы, т.е. области устойчивой работы роторов расширяются в сторону увеличения угловой скорости [215].

#### 4.4. Метод траекторий

Метод траекторий является эффективным средством [26, 162, 219 – 227] изучения влияния нелинейности реакций смазочного слоя и позволяет моделировать реальное динамическое поведение ротора. Метод основан на совместном численном интегрировании системы уравнений гидродинамики несущего слоя и уравнений движения ротора.

Траектории движения цапфы представляют собой геометрическое место точек, определяющих положение центра опорной части ротора, движущегося под действием системы внешних возмущающих сил и реакций смазочного слоя, в конкретный момент времени. Траектория является диаграммой, построенной в полярных координатах; положение каждой точки характеризуется эксцентриситетом  $e$  и углом положения линии центров  $\varphi$ . Этот метод позволяет изучать динамику ротора при любых эксцентриситетах. В случае конических опор скольжения цапфа ротора движется не только в сечении, перпендикулярном продольной оси подшипника, но и вдоль оси, т.е. совершает сложное пространственное движение. Ротор представляется сосредоточенной массой, движущейся под действием внешних сил ( $F_x, F_y, F_z$ ) и реакций подшипника ( $R_x, R_y, R_z$ ).

Вид и размеры траектории движения центра цапфы определяются видом и характером нагружения, геометрическими и рабочими параметрами системы. В общем случае действующие на ротор внешние силы являются переменными по величине и направлению. В зависимости от характера действующих на ротор сил можно выделить следующие основные виды плоских траекторий и состояний устойчивости роторной системы [162]:

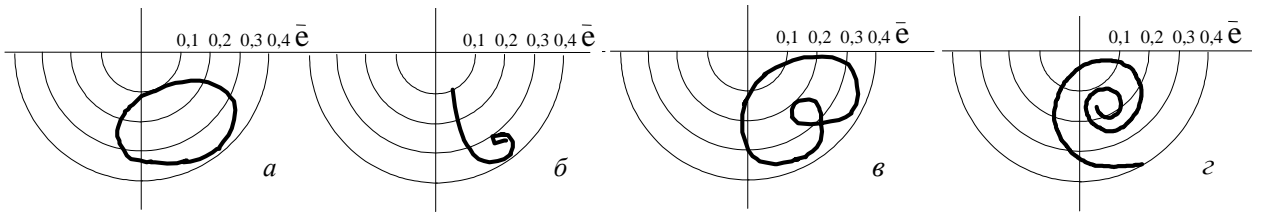
1) орбитально-устойчивое состояние (устойчивый предельный цикл), при котором центр цапфы описывает повторяющиеся траектории эллиптического вида (*рисунок 4.25, а*); такой вид траекторий характерен для несбалансированного ротора, совершающего вынужденные колебания под действием центробежной нагрузки; геометрия эллипса определяется соотношением силы тяжести и нагрузки от дисбаланса;

2) точечно-устойчивое состояние (фокус), траекторию которого описывает центр цапфы сбалансированного ротора и останавливается на кривой подвижного равновесия (*рисунок 4.25, б*);

3) неустойчиво-ограниченное состояние ротора, характеризующееся незамкнутой, развивающейся в ограниченной плоскости, траекторией сложной формы [7, 228]; свидетельствует о наличии в системе самовозбуждающихся колебаний ограниченной амплитуды, обусловленных нелинейными свойствами несущего слоя; ротор сохраняет свою работоспособность;

4) замкнутые кривые сложной формы, похожие на наклоненную цифру «8», «улитку Паскаля» (*рисунок 4.25, в*), кардиоиду, разнообразные эпициклоиды и т.д.; в этом случае ротор подвержен действию автоколебаний с частотой прецессии  $\Omega$  и наложенным на них синхронным колебаниям от дисбаланса с частотой  $\omega$  (бигармонические колебания) [7];

5) неустойчиво-неограниченное состояние, при котором ротор работает в неустойчивой области, а траектория движения цапфы представляет собой разворачивающуюся спираль, стремящуюся к границам зазора (*рисунок 4.25, г*).



**Рисунок 4.25** Виды траекторий движения центра цапфы

Метод траекторий позволяет судить об устойчивости системы «ротор – подшипники скольжения» на основании следующих соображений [7, 162, 223]:

- траектория центра цапфы устойчивого ротора, беря начало в некоторой исходной точке, заканчивается либо фокусом, либо предельным циклом;
- если движение ротора является неустойчивым, то траектория центра цапфы либо монотонно удаляется от исходного положения, достигая со временем границы радиального зазора, либо постепенно заполняет некоторую область, не доходя до границы зазора. Таким образом, суждение об устойчивости или неустойчивости системы делается на основании вида траектории.

Ротор будем считать нагруженным следующими силами: силой тяжести, центробежными силами (характеризуются дисбалансом) и равнодействующими гидродинамического давления, образующими реакции смазочного слоя. Расчет равнодействующих гидродинамической силы давления ведется согласно (2.51).

При симметричном расположении ротора в опорах скольжения уравнения движения жесткого ( $c = \infty$ ) ротора в декартовых координатах (**рисунок 4.22**) аналогично (4.7) имеет вид<sup>4</sup>:

$$\begin{cases} m\ddot{X} = 2R_X + m\Delta\omega^2 \sin \omega t + F_X; \\ m\ddot{Y} = 2R_Y + m\Delta\omega^2 \cos \omega t + mg + F_Y; \\ m\ddot{Z} = F_Z. \end{cases} \quad (4.16)$$

При построении траектории движения центра цапфы уравнения (4.16) представляются в полярных координатах. При переходе учитываются следующие геометрические и кинематические соотношения:

<sup>4</sup> Знак «2» перед реакциями смазочного слоя означает наличие двух одинаковых подшипников.



$$\begin{cases} X = e_p \sin \varphi; \\ Y = e_p \cos \varphi; \\ Z = e_o; \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{X} = \dot{e}_p \sin \varphi + e_p \dot{\varphi} \cos \varphi; \\ \dot{Y} = \dot{e}_p \cos \varphi - e_p \dot{\varphi} \sin \varphi; \\ \dot{Z} = \dot{e}_o; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{X} = \ddot{e}_p \sin \varphi + 2\dot{e}_p \dot{\varphi} \cos \varphi + e_p \ddot{\varphi} \cos \varphi - e_p \dot{\varphi}^2 \sin \varphi; \\ \ddot{Y} = \ddot{e}_p \cos \varphi - 2\dot{e}_p \dot{\varphi} \sin \varphi - e_p \ddot{\varphi} \sin \varphi - e_p \dot{\varphi}^2 \cos \varphi; \\ \ddot{Z} = \ddot{e}_o. \end{cases} \quad (4.17)$$

Подставляя соотношения (4.17) в уравнения (4.16), имеем для жесткого ротора:

$$\begin{cases} m(\ddot{e}_p \sin \varphi + 2\dot{e}_p \dot{\varphi} \cos \varphi + e_p \ddot{\varphi} \cos \varphi - e_p \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) = 2R_X + m\Delta\omega^2 \sin \omega t + F_X; \\ m(\ddot{e}_p \cos \varphi - 2\dot{e}_p \dot{\varphi} \sin \varphi - e_p \ddot{\varphi} \sin \varphi - e_p \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) = 2R_Y + m\Delta\omega^2 \cos \omega t + mg + F_Y; \\ m\ddot{e}_o = F_Z. \end{cases} \quad (4.18)$$

Выполним с полученной системой следующие действия: 1) умножим первое уравнение на  $\sin \varphi$ , а второе – на  $\cos \varphi$ , и результаты сложим; 2) умножим первое уравнение на  $\cos \varphi$ , а второе – на  $(-\sin \varphi)$ , и результаты сложим. Получаем уравнения движения жесткого и гибкого ротора в полярных координатах соответственно:

$$\begin{cases} m(\ddot{e}_p - e_p \dot{\varphi}^2) = (2R_X + F_X) \sin \varphi + (2R_Y + F_Y) \cos \varphi + m\Delta\omega^2 \cos(\omega t - \varphi) + mg \cos \varphi; \\ m(e_p \ddot{\varphi} + 2\dot{e}_p \dot{\varphi}) = (2R_X + F_X) \cos \varphi - (2R_Y + F_Y) \sin \varphi + m\Delta\omega^2 \sin(\omega t - \varphi) - mg \sin \varphi; \\ m\ddot{e}_o = F_Z. \end{cases} \quad (4.19)$$

После обезразмеривания уравнения (4.19) примут вид:

$$\begin{cases} \Lambda(\bar{e}_p'' - \bar{e}_p \varphi'^2) = (2\bar{R}_X + \bar{F}_X) \sin \varphi + (2\bar{R}_Y + \bar{F}_Y) \cos \varphi + \bar{Q} \cos(\bar{t} - \varphi) + \bar{G} \cos \varphi; \\ \Lambda(\bar{e}_p \varphi'' + 2\dot{\bar{e}}_p \varphi') = (2\bar{R}_X + \bar{F}_X) \cos \varphi - (2\bar{R}_Y + \bar{F}_Y) \sin \varphi + \bar{Q} \sin(\bar{t} - \varphi) - \bar{G} \sin \varphi; \\ \Lambda \bar{e}_o'' = \bar{F}_Z. \end{cases} \quad (4.20)$$

Аналитическое интегрирование полученных уравнений движения жесткого ротора (4.20) не представляется возможным ввиду отсутствия аналитических зависимостей для реакций смазочного слоя  $R_i$  и их производных. Поэтому для получения траекторий движения необходимо численное интегрирование уравнений системы (4.20). Алгоритм расчета траекторий движения центра цапфы приведен на **рисунке 4.26** [223].

**Блок 1.** Задание исходных данных для расчета координат центра цапфы в подшипнике скольжения. В качестве начальных условий принимаются значения координат и скоростей центра цапфы в начальный момент времени:

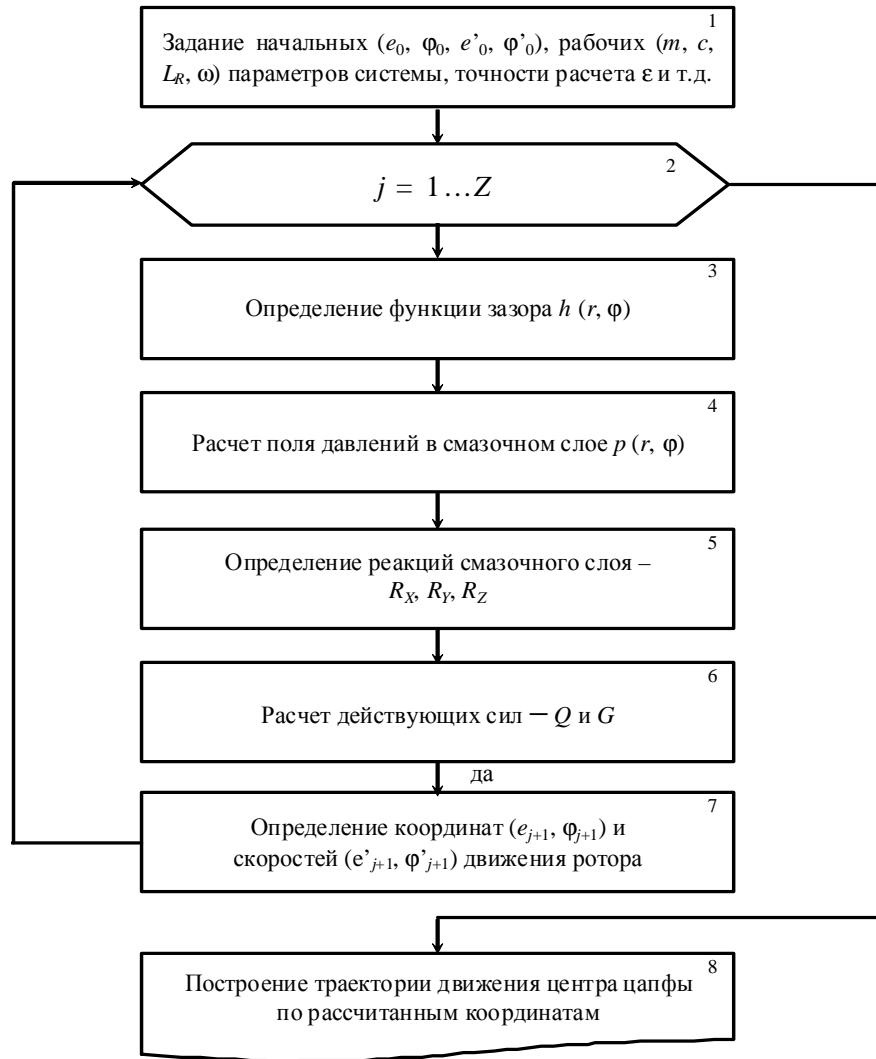
$$\bar{e}_p(0) = \bar{e}_0; \quad \varphi(0) = \varphi_0; \quad \bar{e}_o(0) = \bar{e}_o; \quad \bar{e}'_p(0) = \bar{e}'_0; \quad \varphi'(0) = \varphi'_0; \quad \bar{e}'_o(0) = \bar{e}'_o. \quad (4.21)$$

Для уменьшения времени выхода центра цапфы на расчетную траекторию в качестве начального положения принимались значения координат центра цапфы на кривой подвижного равновесия. Величина шага интегрирования по времени  $\Delta t$  определяется путем разбиения времени одного оборота  $t_0$  на несколько интервалов  $Z_0$  ( $Z_0 = 50 \dots 150$ ), число которых зависит от массы и скорости вращения ротора:  $\Delta t = t_0 / Z_0$ . Точность расчета деформаций варьируется в интервале:  $\varepsilon = 0,0005 \dots 0,01$ . В качестве рабочих параметров задаются следующие величины: масса ротора  $m$ , его жесткость  $c$ , угловая скорость  $\omega$  и длина  $L_0$ . Также в данном блоке задается общее число интервалов интегрирования, которое определяет время движения (несколько оборотов).

**Блок 2.** Этот блок необходим для организации цикла, определяющего время интегрирования. Каждый шаг цикла позволяет определить новые координаты центра цапфы, служащие для построения искомой траектории.

**Блоки 3 – 5.** В этих блоках определяется функция зазора, и рассчитываются поле давлений и реакции смазочного слоя. Подробный алгоритм определения этих величин описан в главе 2 данной работы.

**Блок 6.** Предназначен для расчета значений проекций главного вектора действующих сил на каждом временном шаге с учетом величины силы тяжести  $G$  и дисбаланса  $Q$ , а также скоростного режима. При определении величины, направления и точки приложения главного вектора действующих сил приняты следующие допущения: ротор сводится к одномассовой модели; действующая на ротор распределенная нагрузка заменена эквивалентной сосредоточенной силой; величина и направление действующей силы в каждый момент времени определяется по принципу суперпозиции векторной суммой центробежной силы и силы тяжести; точка приложения силы находится в центре масс ротора; действующие на опоры силы для двухопорной схемы распределяются симметрично.



**Рисунок 4.26** Алгоритм расчета траекторий движения центра цапфы

**Блок 7.** Блок предназначен для численного интегрирования уравнений движения жесткого ротора (4.20). Используя следующие замены:  $\bar{e}'_p = z_1$ ,  $\Phi' = z_2$  и  $\bar{e}'_o = z_3$ , можно записать системы в форме уравнений, разрешенных относительно первой производной. Тогда система (4.20) примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{e}'_p = z_1; \quad \Phi' = z_2; \quad \bar{e}'_o = z_3; \\ z'_1 = \frac{(2\bar{R}_X + \bar{F}_X)\sin\varphi + (2\bar{R}_Y + \bar{F}_Y)\cos\varphi + \bar{Q}\cos(\bar{t} - \varphi) + \bar{G}\cos\varphi}{\Lambda} + \bar{e}_p z_2^2; \\ z'_2 = \frac{(2\bar{R}_X + \bar{F}_X)\cos\varphi - (2\bar{R}_Y + \bar{F}_Y)\sin\varphi + \bar{Q}\sin(\bar{t} - \varphi) - \bar{G}\sin\varphi}{\bar{e}_p \Lambda} - \frac{2z_1 z_2}{\bar{e}_p}; \\ z'_3 = \frac{\bar{F}_Z}{\Lambda}. \end{array} \right. \quad (4.22)$$

Граничные условия (4.21) в таком случае примут вид:

$$\bar{e}_p(0) = \bar{e}_0; \quad \varphi(0) = \varphi_0; \quad \bar{e}_o(0) = \bar{e}_o; \quad z_1(0) = \bar{e}'_0; \quad z_2(0) = \varphi'_0; \quad z_3(0) = \bar{e}'_o.$$

Система дифференциальных уравнений (4.22) решается численным 4-х шаговым методом Адамса-Башфорта, имеющим четвертый порядок точности [176]. Выбор метода основывался на опыте интегрирования аналогичной системы различными методами, изложенном в работах [6, 162, 219 – 221], где рассмотрены метод Эйлера и его модификации, методы Рунге-Кутты, Милна, Адамса и др., а также на сравнительном анализе этих методов [176, 177]. Проведенные исследования показали, что выбранный метод Адамса-Башфорта является наиболее приемлемым. Это объясняется тем, что данный метод обладает высокой точностью по сравнению с методом Эйлера и его модификациями; требует меньшего числа вычислений правой части дифференциального уравнения по сравнению с методом Рунге-Кутты того же порядка точности, что существенно снижает затраты времени; обладает большей устойчивостью по сравнению с методом Милна, у которого может наблюдаться экспоненциальный рост погрешности распространения. Недостатком метода Адамса-Башфорта, как и других многошаговых методов, является невозможность самостартования. Поэтому для расчета первых трех (после начальной) точек траектории используется метод Эйлера.

В соответствии с 4-х шаговым методом Адамса-Башфорта численное решение уравнения  $y' = f(x, y(x))$  ищется в виде:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{\Delta x}{24} \cdot [55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}],$$

здесь  $\Delta x$  – шаг интегрирования;  $n$  – номер текущего значения  $y$ .

Тогда имея в виду (4.22) формулы для расчета координат и скоростей примут следующий вид (для  $j > 4$ ):

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{e}_{j+1} = \bar{e}_j + \frac{\Delta \bar{t}}{24} \cdot [55\bar{e}'_j - 59\bar{e}'_{j-1} + 37\bar{e}'_{j-2} - 9\bar{e}'_{j-3}] \\ \varphi_{j+1} = \varphi_j + \frac{\Delta \bar{t}}{24} \cdot [55\varphi'_j - 59\varphi'_{j-1} + 37\varphi'_{j-2} - 9\varphi'_{j-3}] \\ \bar{e}'_{j+1} = \bar{e}'_j + \frac{\Delta \bar{t}}{24} \cdot [55\bar{e}''_j - 59\bar{e}''_{j-1} + 37\bar{e}''_{j-2} - 9\bar{e}''_{j-3}] \\ \varphi'_{j+1} = \varphi'_j + \frac{\Delta \bar{t}}{24} \cdot [55\varphi''_j - 59\varphi''_{j-1} + 37\varphi''_{j-2} - 9\varphi''_{j-3}] \end{array} \right. \quad (4.23)$$

На начальном этапе ( $j \leq 4$ ) используется метод Эйлера:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{e}_{j+1} = \bar{e}_j + \Delta \bar{t} \cdot \bar{e}'_j; \quad \bar{e}'_{j+1} = \bar{e}'_j + \Delta t \cdot \bar{e}''_j; \\ \varphi_{j+1} = \varphi_j + \Delta t \cdot \varphi'_j; \quad \varphi'_{j+1} = \varphi'_j + \Delta t \cdot \varphi''_j. \end{array} \right. \quad (4.24)$$

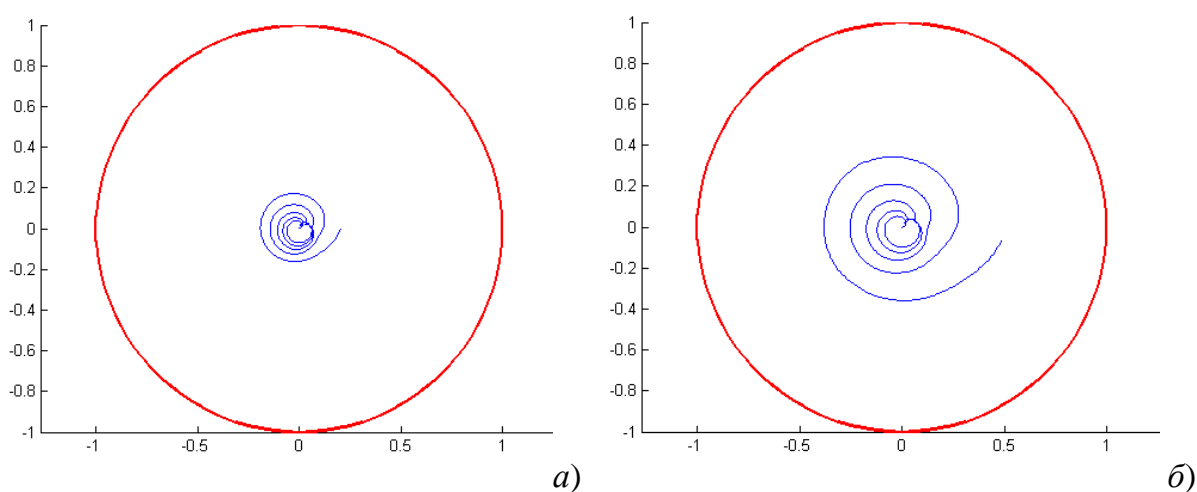
Начальные условия (при  $j = 1$ ) записываются в соответствии с (4.21). Ускорения  $\bar{e}''_p = z'_1$ ,  $\varphi'' = z'_2$  и  $\bar{e}''_o = z'_3$  на каждом шаге интегрирования определяются правыми частями четвертого, пятого и шестого уравнений системы (4.22) для жесткого ротора по расчетным значениям действующих сил.

**Блок 8.** После завершения интегрирования уравнений движения на заданном интервале выводятся результаты расчета: координаты, скорости, силы, деформации и т.д. в каждый момент времени. По рассчитанным значениям координат строится траектория движения, на основании которой можно судить о динамических характеристиках исследуемой системы. Для всестороннего изучения динамики роторов на конических подшипниках необходимо построить и исследовать семейство траекторий, полученных путем варьирования различных параметров: скорости, дисбаланса, массы и жесткости ротора, температуры и давления подачи смазочного материала, геометрических характеристик подшипников и т.д.

#### 4.4.1. Траектории движения ротора в конических ГДП

На *рисунках 4.27 – 4.29* представлено семейство траекторий центра цапфы в конических гидродинамических подшипниках [223, 224]. Траектории построены в предположении устойчивой работы ротора в осевом направлении без учета его перекоса относительно оси подшипника и без учета дисбаланса. Конические ГДП имеют следующие рабочие и геометрические параметры: длина  $L = 53$  мм; больший диаметр  $D_2 = 48$  мм; угол конусности  $\alpha = 30^\circ$ ; радиальный зазор  $h_0 = 50$  мкм,

давление подачи  $p_0 = 0,2$  МПа; температура смазочной жидкости  $T_0 = 293$  К (для воды и масел) и  $T_0 = 20$  К (для водорода). Масса ротора  $m = 3,9$  кг. Анализируя приведенные диаграммы можно отметить следующие особенности поведения ротора в зазоре конических подшипников при смазывании водой – увеличение частоты вращения и массы ротора приводит к увеличению амплитуды траектории (**рисунок 4.27**). Изменение угла конусности также влияет на траектории движения – амплитуда остается прежней, изменяется непосредственно вид и характер траектории. Изменение давления подачи смазочного материала при заданных рабочих и геометрических параметрах практически не влияет на вид и размеры траекторий.

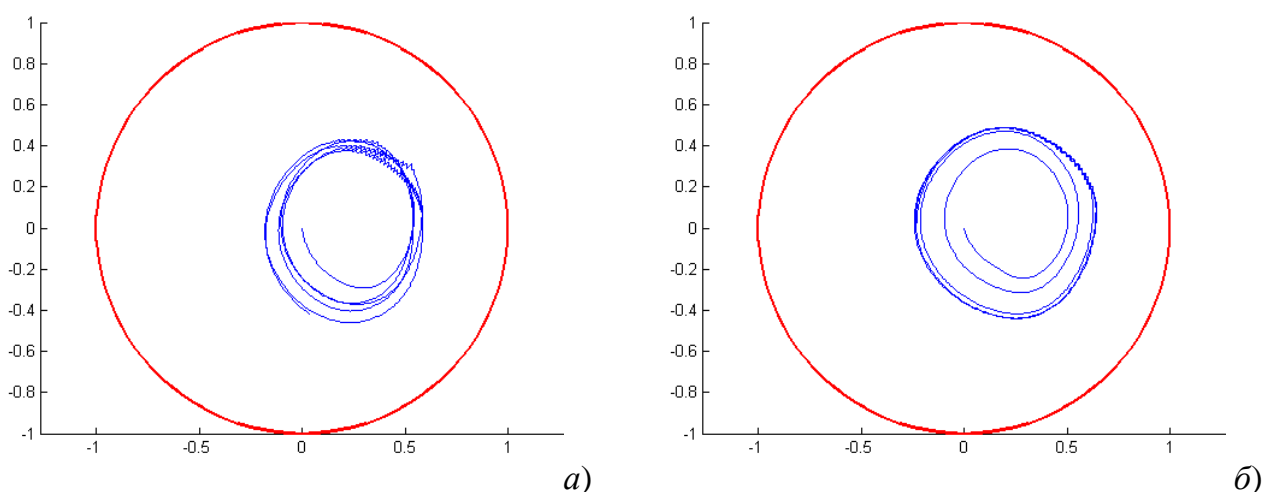


**Рисунок 4.27** Траектории движения центра цапфы в конических ГДП при смазывании водой: *а* – при частоте вращения  $n = 40.000$  об/мин; *б* – при массе ротора  $m = 5$  кг

При частоте вращения  $n = 40.000$  об/мин (**рисунок 4.27, а**) можно говорить о появлении неустойчивости в движении ротора в зазоре конического подшипника, поскольку представленная траектория движения представляет собой разворачивающуюся спираль, стремящуюся к границам зазора (см. сравнение с **рисунок 4.25, г**). Это особенно заметно при увеличении массы ротора – так, например, увеличение массы ротора примерно на 25 % приводит к двукратному возрастанию амплитуды траектории и ее стремлению к границам зазора, что говорит о неустойчивости движения ротора при заданных параметрах ( $p_0 = 0,2$  МПа,  $n = 40.000$  об/мин) (**рисунок 4.27, б**) [223, 224].

При смазывании жидким водородом траектории движения центра ротора в конических подшипниках скольжения при заданных параметрах (давление подачи

$p_0 = 0,2$  МПа, зазор  $h_0 = 20$  мкм) достигают значительных амплитуд, сопоставимых с размерами радиального зазора (**рисунок 4.28**). Анализ диаграмм показывает, что при увеличении частоты вращения происходит рост амплитуд траекторий, которые приближаются к окружностям, диаметр которых сопоставим с размерами зазора и со временем даже может достичь границ зазора (**рисунок 4.28, а**), аналогичная ситуация наблюдается и при увеличении массы ротора ( $n = 5000$  об/мин) (**рисунок 4.28, б**), что позволяет говорить об орбитально-устойчивом состоянии роторной системы [223, 224].

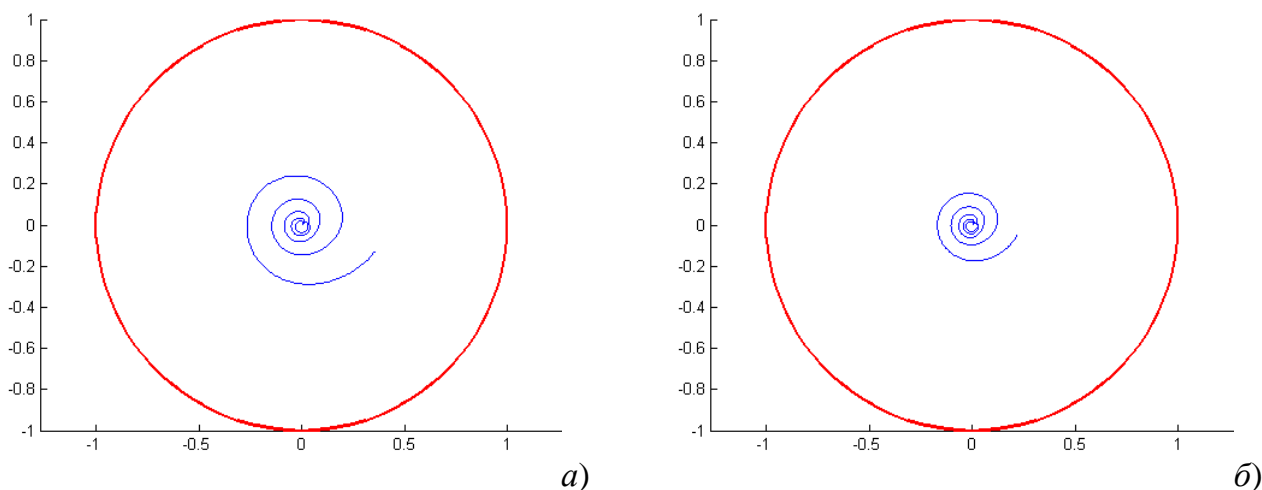


**Рисунок 4.28** Траектории движения центра цапфы в конических ГДП при смазывании водородом: *а* – при частоте вращения  $n = 4000$  об/мин; *б* – при массе ротора  $m = 3,9$  кг

Таким образом, проведя комплекс теоретических вычислений можно определить предельные частоту вращения и массу ротора, при достижении которых траектория движения достигнет границы радиального зазора при данных условиях и произойдет касание стенки подшипника.

Теоретические исследования поведения роторов на конических подшипниках жидкостного трения, смазываемых турбинными маслами ТП-22 и ТП-30, проведены при радиальном зазоре  $h_0 = 200$  мкм. Увеличение радиального зазора связано с тем, что обладающие большей вязкостью масла позволяют достичь необходимой несущей способности и при повышенных зазорах. Анализ приведенных диаграмм (**рисунок 4.29**) показывает рост амплитуд траекторий движения с увеличением частоты вращения. При давлении подачи  $p_0 = 0,2$  МПа и массе ротора  $m=3,9$  кг при смазывании маслом ТП-22 при частоте вращения 40.000 об/мин тра-

ектория движения представляет собой разворачивающуюся спираль, стремящуюся к границам зазора (*рисунок 4.29, а*). Такой вид кривой характеризует неустойчивость движения ротора в подшипниках. При смазывании маслом ТП-30 наблюдается аналогичная картина, смещается в сторону увеличения скорости вращения только граница появления неустойчивых режимов работы (*рисунок 4.29, б*).



**Рисунок 4.29** Траектории движения центра цапфы в конических ГДП

при смазывании: *а* – турбинным маслом ТП-22 и частоте вращения  $n = 40.000$  об/мин;

*б* – турбинным маслом ТП-30 и частоте вращения  $n = 50.000$  об/мин

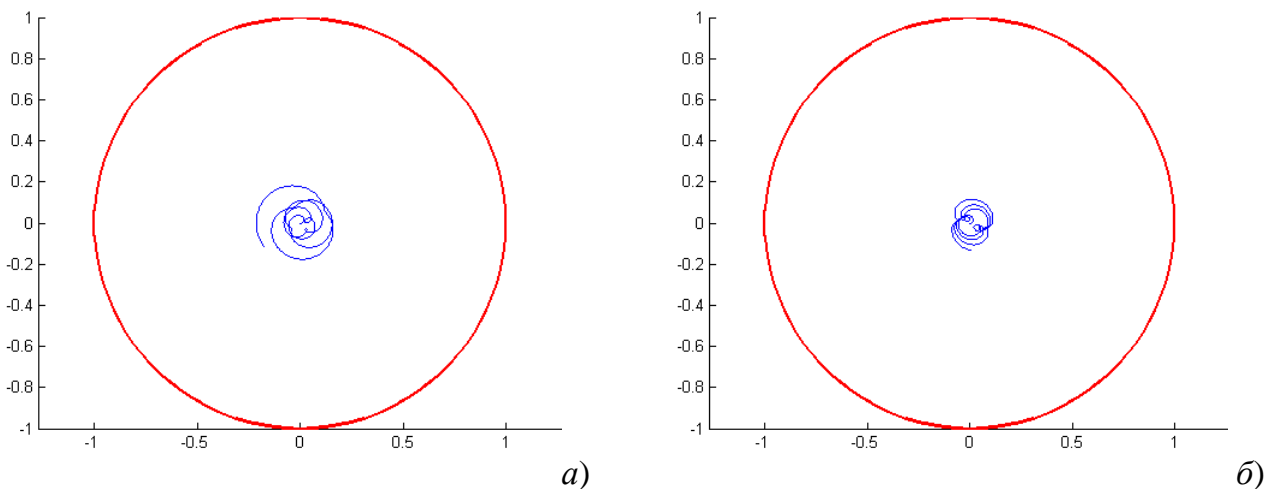
Таким образом, обобщая полученные результаты, можно сказать, что снижение частоты вращения и величины радиального зазора и увеличение давления подачи смазочного материала приводит к повышению устойчивости системы. Изменение угла конусности приводит к изменению формы и вида траектории, амплитуда при этом практически не меняется.

#### 4.4.2. Траектории движения ротора в конических ГСП

На *рисунках 4.30 – 4.31* представлено семейство траекторий центра цапфы в конических гидростатических подшипниках с точечными и прямоугольными камерами. Данные траектории также построены в предположении устойчивой работы ротора ( $m = 3,9$  кг) в осевом направлении без учета его перекоса относительно оси подшипника и без учета дисбаланса. Подшипники имеют такие же параметры, как и гладкие ГДП: длина  $L = 53$  мм, максимальный диаметр  $D_2 = 48$  мм; угол конусности  $\alpha = 30^\circ$ , радиальный зазор  $h_0 = 50$  мкм, давление подачи  $p_0 = 0,2$  МПа;



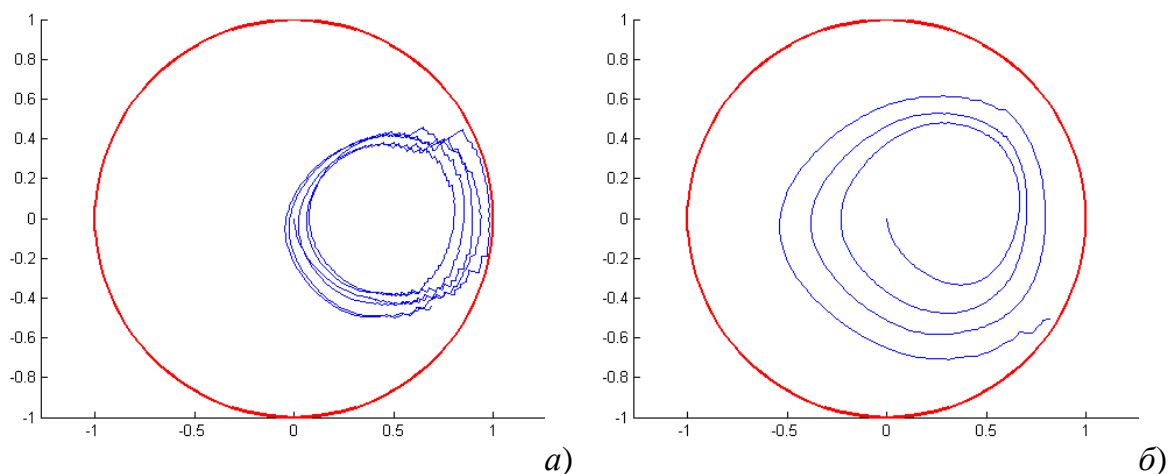
частота вращения  $n = 20.000$  об/мин; температура смазочной жидкости  $T_0 = 293$  К (для воды и масел) и  $T_0 = 20$  К (для жидкого водорода); число питающих камер  $N_K = 4$ , длина и ширина прямоугольной камеры  $L_K = 20$  мм и  $B_K = 8$  мм соответственно; число жиклеров, питающих одну камеру  $N_H = 1$ , длина и диаметр жиклера  $L_H = 4$  мм и  $D_H = 1$  мм. Анализ диаграмм позволяет выявить следующие особенности поведения ротора в зазоре конических ГСП: изменение угла конусности подшипника с  $30^\circ$  до  $60^\circ$  влияет на траектории движения – амплитуда, в целом, остается прежней, изменяется непосредственно вид и характер траектории (*рисунок 4.30*).



**Рисунок 4.30** Траектории движения центра цапфы в конических ГСП при смазывании водой: *a* – с точечными камерами ( $\alpha = 60^\circ$ ); *б* – с прямоугольными камерами ( $\alpha = 60^\circ$ )

Например, в конических ГСП с точечными камерами ( $\alpha = 60^\circ$ ) траектория принимает сложную форму, представляющую собой совокупность «улитки Паскаля» с различными эпициклоидами (*рисунок 4.30, а*). В конических ГСП с прямоугольными камерами ( $\alpha = 60^\circ$ ) (*рисунок 4.30, б*) траектория принимает вид так называемой «восьмерки». Такой вид траекторий характерен для случая действия автоколебаний и наложенных на них синхронных колебаний [223, 224].

Анализ траекторий движения центра цапфы в конических ГСП с точечными камерами, смазываемых жидким водородом, свидетельствует о том, что увеличение частоты вращения и массы ротора приводит к еще большему росту соответствующих амплитуд траекторий, сопоставимых с размерами зазора и достигающих границ зазора, т.е. можно говорить о появлении отчасти орбитально-устойчивого состояния (*рисунок 4.31, а*) или неустойчивого состояния (*рисунок 4.31, б*).



**Рисунок 4.31** Траектории движения центра цапфы в конических ГСП с точечными камерами при смазывании жидким водородом в зависимости от частоты вращения:

$a$  – 3000 об/мин;  $b$  – 4000 об/мин

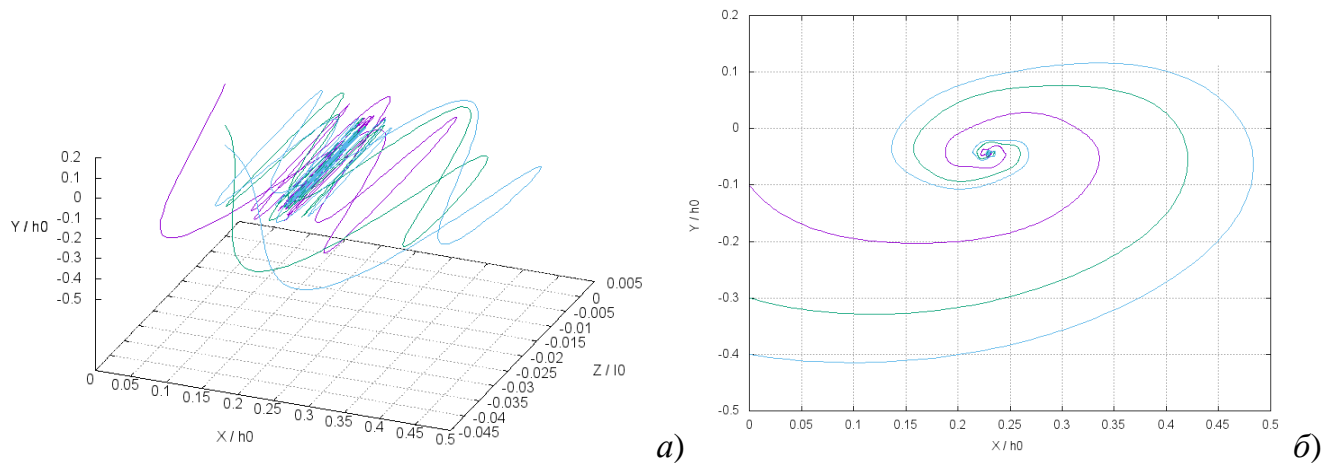
Оценивая траектории движения ротора в конических гидростатических подшипниках в целом, можно отметить, что наблюдается аналогичная картина по сравнению с результатами, полученными для конических гидродинамических подшипников. Увеличение частоты вращения, радиального зазора, уменьшение давления подачи смазочного материала приводит к росту указанных амплитуд. Изменение угла конусности приводит к изменению характера и вида траектории, амплитуда при этом практически не меняется.

#### **4.4.3. Пространственные траектории движения ротора в конических подшипниках**

Для решения задачи построения пространственных траекторий движения центра ротора в коническом подшипнике жидкостного трения было разработано специализированное программное обеспечение на базе языке программирования «Julia» (аналог программы «MatLab»). Трехмерная визуализация результатов дает более наглядное представление о движении ротора в конической опоре. Результаты расчета выводятся как в трехмерном пространстве (3-D траектории), так и в виде разверток в поперечной ( $X$ - $Y$ ) и продольной ( $Z$ - $Y$ ) плоскостях. Развертка в поперечной плоскости по виду траектории позволяет судить об устойчивости или неустойчивости роторной системы на конических подшипниках при использовании метода траекторий. Развертка в плоскости  $Z$ - $Y$  дает возможность оценить колебания ротора в продольном направлении, что позволяет путем выбора соответ-

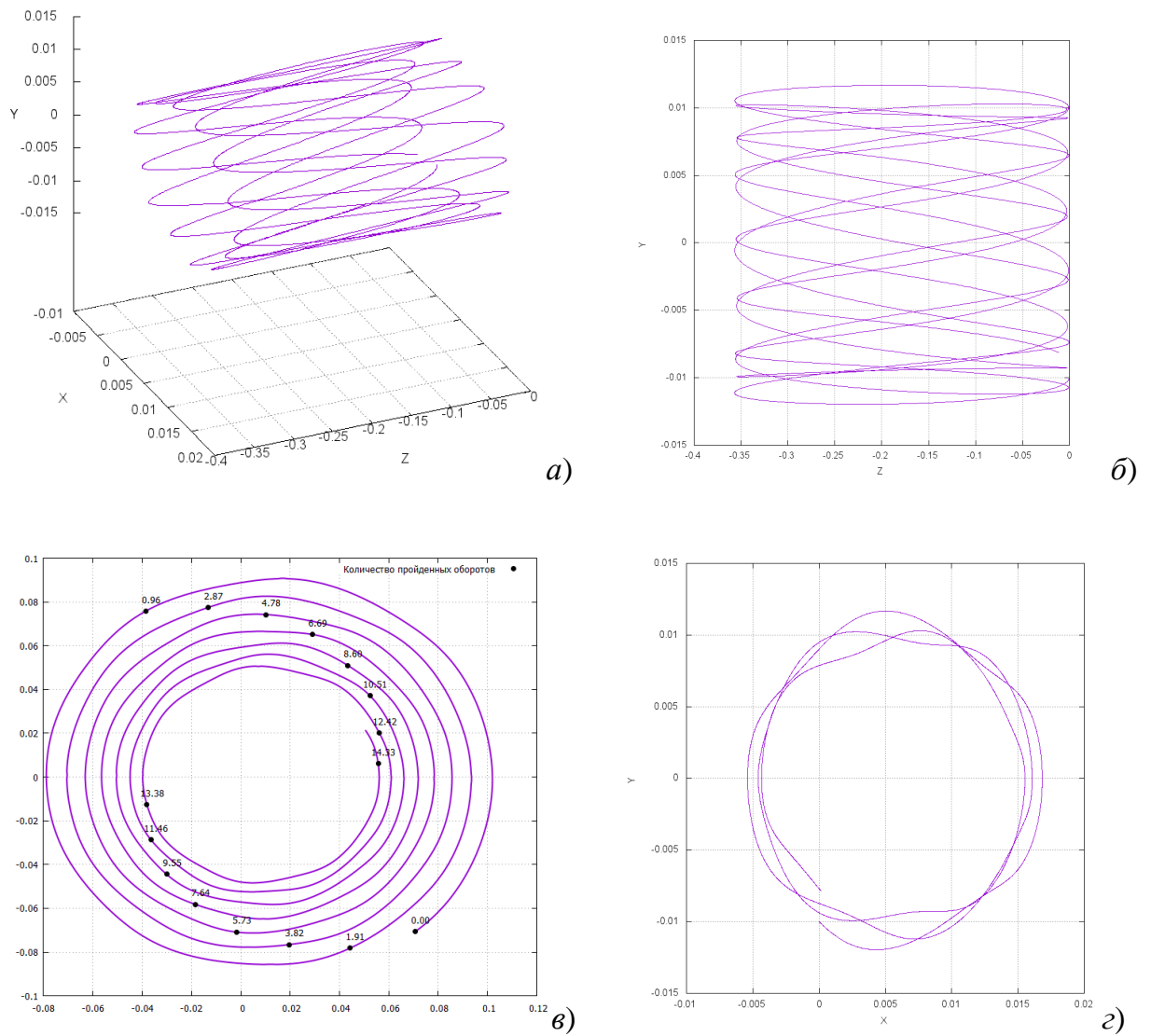
ствующим геометрическим и рабочим параметрам ротора и конического подшипника подобрать такую геометрию системы, чтобы при работе на основных режимах предотвратить возможные столкновения и удары ротора о подшипник.

На *рисунках 4.32 – 4.33* представлено семейство пространственных траекторий центра масс ротора в конических подшипниках жидкостного трения. Данные траектории и развертки колебаний в соответствующих плоскостях в коническом подшипнике, смазываемом водой и турбинным маслом ТП-22, при угловых скоростях вращения  $n = 3.000$  об/мин (*а, в, д*);  $5.000$  об/мин (*б, з, е*) построены без учета перекоса ротора относительно оси подшипника. Конический подшипник имеет стандартные параметры (см. п. 4.4.1), внешняя осевая нагрузка  $F_Z$  принимается постоянной и выбирается опытным путем, например для турбинного масла  $F_Z = 1000$  Н, воды –  $F_Z = 840$  Н.



**Рисунок 4.32** Траектории движения центра масс ротора в коническом подшипнике при смазывании водой ( $n = 5.000$  об/мин): *а* – пространственная; *б* – в плоскости  $X-Y$

Анализируя результаты диаграмм можно отметить, что траектории движения центра ротора в конических подшипниках жидкостного трения при смазывании водой при различных частотах вращения (*рисунок 4.32*) принимают точечно-устойчивое состояние (см. сравнение с *рисунком 4.25, б*). Это говорит о том, что ротор сбалансирован, траектория центра цапфы останавливается на кривой подвижного равновесия, а система – устойчива. Установлено, что увеличение частоты вращения ротора с  $3.000$  до  $5.000$  об/мин приводит практически к двукратному росту амплитуды траектории как в поперечной плоскости  $X-Y$ , так и в продольной плоскости  $Z-Y$ .



**Рисунок 4.33** Траектории движения центра масс ротора в коническом подшипнике при смазывании турбинным маслом ТП-22: *а* – пространственная; *б* – в плоскости  $Z-Y$ ; *в* – в плоскости  $X-Y$  ( $n = 3.000$  об/мин); *г* – в плоскости  $X-Y$  ( $n = 5.000$  об/мин)

При смазывании конических подшипников турбинным маслом ТП-22 при тех же рабочих и геометрических параметрах наблюдается несколько иная картина (**рисунок 4.33**). Во-первых, состояние орбитально-устойчивое, при котором центр масс ротора описывает повторяющиеся траектории эллиптического вида (см. сравнение с **рисунок 4.25, а**). Такой вид траектории характерен для несбалансированного ротора, совершающего вынужденные колебания под действием центробежной нагрузки; при этом геометрия эллипса определяется соотношением силы тяжести и нагрузки от дисбаланса. Во-вторых, при таком же увеличении скорости вращения с 3.000 до 5.000 об/мин амплитуды траектории движения цен-

тра ротора в подшипниках не возрастают, а значительно уменьшаются в плоскости  $X-Y$  (*рисунок 4.33, в, г*), только в продольном направлении остаются соизмеримыми. Это говорит о том, что рост угловой скорости благоприятно сказывается на работе и, соответственно, устойчивости роторной системы на конических подшипниках при смазывании турбинным маслом.

Оценивая в целом результаты расчетов, можно сказать о том, что метод траекторий является достаточно эффективным средством моделирования реального динамического поведения ротора и определения по виду и характеру плоской траектории устойчивости исследуемой роторной системы, в том числе и на конических подшипниках жидкостного трения. Представление результатов расчета в виде пространственных траекторий улучшает и дополняет визуализацию движения ротора в конических опорах, что является несомненной новизной данной работы.

## **5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КОНИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКОВ**

### **5.1. Постановка задач и планирование эксперимента**

С целью оценки работы конических опор скольжения были проведены экспериментальные исследования конического гидростатического подшипника с прямоугольными камерами. Для этого был спроектирован и собран роторно-опорный узел на коническом ГСП, входящий в состав экспериментальной установки (*рисунок 5.1*), которая, в свою очередь, является частью экспериментального стенда по исследованию условий работы различных типов подшипников [6, 136, 137, 229 – 231]. При проведении эксперимента по исследованию динамических (жесткость и демпфирование) и статических (несущая способность, расход смазочного материала, потери мощности на трение и прокачку) характеристик конических подшипников скольжения возникает проблема, связанная с тем, что искомые характеристики объекта испытаний, которые требуется определить в результате эксперимента, недоступны непосредственному измерению.

Другой проблемой является организация испытания исследуемого объекта, поскольку процессы функционирования носят сложный динамический характер, и повышается значение учета тех влияний, которые оказывает испытательное, регистрирующее и управляющее оборудование на сам процесс функционирования испытуемого объекта. Поэтому важнейшим принципом организации эксперимента является системный подход, предполагающий рассмотрение всех средств, участвующих в эксперименте, как единой системы, описываемой соответствующей математической моделью. Математическая модель является неотъемлемым элементом испытания, без построения которой невозможно осуществить планирование эксперимента, его проведение и обработку результатов. Только наличие соотношений, связывающих искомые характеристики КПС с параметрами подшипников, позволяет получить перечень необходимых испытаний и их рациональную последовательность, совокупность регистрируемых величин, а также требования к точности измерений и частоте регистрации и т. д. Эти же соотношения служат для определения оценок ис-

комых характеристик, удовлетворяющих соответствующим статистическим требованиям. Поэтому для построения математической модели проводимого эксперимента необходимо иметь четкое представление о его структуре, поведении отдельных элементов, взаимодействии между ними, влиянии различных факторов, а также о реакции на изменения условий испытаний.

После построения математической модели необходимо предстоящий эксперимент тщательно спланировать. Планирование эксперимента – это выбор числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с достаточной точностью. Математическое планирование эксперимента определяет схему проведения испытаний путем варьирования всех независимых переменных и анализ полученных данных [230, 232 – 234]. План эксперимента составляется таким образом, чтобы получить максимум информации при минимальных затратах средств и времени на его проведение. Эта задача решается, основываясь на гипотезе о нормальном законе распределения результатов измерений, разброс которых обусловлен неизбежной погрешностью выбранного экспериментального метода и влиянием случайных отклонений [234]. Таким образом, использование методов математического планирования достигает наибольшего эффекта при условии корректной постановки задачи и рационального выбора исходных данных.

В проводимом эксперименте выделяют следующие основные этапы:

- подготовка к эксперименту;
- математическое планирование;
- проведение эксперимента и анализ его результатов.

Подготовка к эксперименту предусматривает следующий комплекс мероприятий.

1) Формулировка цели и задач исследований.

Исследование условий работы конических гидростатических подшипников, используемых в качестве опор роторов высокоскоростных турбомашин.

2) Краткое описание объекта.

Объектом исследования в проводимом эксперименте является конический гидростатический подшипник скольжения, в качестве смазочного материала использу-

ется вода, термодинамические и теплофизические свойства которой хорошо известны [163].

3) Изучение условий и результатов, достигнутых при исследовании аналогичных объектов.

С этой целью был проведен анализ работ отечественных и зарубежных авторов по экспериментальным исследованиям конических подшипников.

4) Выделение определяющих факторов, включаемых в реальный эксперимент (*таблица 5.1.*).

*Таблица 5.1.* Список определяющих факторов в эксперименте

№	Наименование фактора	Размерность	Уровни варьирования факторов		Точность	Шаг варьирования	Число уровней
			нижний	верхний			
1	Давление подачи, $p_0$	МПа	0,1	0,5	0,05	0,1	5
2	Температура подачи, $T_0$	°К	293	333	1	10	5
3	Угловая скорость, $\omega_0$	рад/с	140	700	1	140	5
4	Толщина регулировочной пластины, $s$	мм	1,30	1,50	0,01	0,05	5
5	Статическая радиальная нагрузка, $F_p = mg$	Н	20	100	1	20	5
6	Угол наклона нагружаемого клина, $\alpha_k$	град	10	30	1	5	5

5) Определение возможности фиксации факторов на выбранном уровне и сохранения заданного значения в ходе эксперимента.

В процессе проведения эксперимента давление, температура и угловая скорость вследствие изменения расхода смазочного материала, теплообмена в гидравлических трактах конического подшипника и проскальзывания ремней в шкивах соответственно отклонялись от заданных значений на определенном уровне в допустимых пределах; статическая радиальная нагрузка, толщина пластины и угол наклона клина в ходе эксперимента оставались постоянными.

6) Выбор шага  $\Delta X_i$  варьирования уровней фактора (см. *таблицу 5.1.*).

7) Установление числа уровней (значений) для каждого фактора.



Число уровней фактора определяется как:  $n_i = \frac{X_{i_{\max}} - X_{i_{\min}}}{\Delta X_i} + 1$ ,

где  $X_{i_{\max}}$ ,  $X_{i_{\min}}$  – максимальное и минимальное значения фактора.

Необходимо учитывать, что минимальное число уровней фактора должно быть не менее двух, максимальное число ограничивается числом опытов, и придерживаться условия выдачи минимально возможного числа уровней для достижения цели. Значения числа уровней для каждого из факторов в проводимом эксперименте сведены в *таблицу 5.1*.

8) Определение взаимодействия факторов и оценка критических значений факторов (или их комбинаций), приводящих к остановке работы исследуемого объекта.

Максимальные значения факторов выбирались таким образом, чтобы не происходило достижение критических значений, вследствие чего роторно-опорный узел на конических опорах скольжения мог выйти из строя.

9) Составление списка откликов  $u_i$  и точности их определения (*таблица 5.2*).

**Таблица 5.2.** Список откликов в эксперименте

№	Наименование отклика	Размерность	Область определения	Точность измерений	Тип датчика
1	Давление на сливе, $p_s$	МПа	0,1...0,5	0,05	КРТ-СТ
2	Температура на сливе, $T_s$	°К	293...333	1	ПТ-С
3	Массовый расход смазочного материала, $Q_m$	кг/с	0...0,5	$1,5 \cdot 10^{-3}$	СКВГ-90-3-15
4	Перемещение цапфы в направлении оси $X$ , $e_x$	мкм	0...200	1	IA5-18GM-I3
5	Перемещение цапфы в направлении оси $Y$ , $e_y$	мкм	0...200	1	IA5-18GM-I3
6	Перемещение цапфы в направлении оси $Z$ , $e_z$	мкм	0...500	1	IA5-18GM-I3

10) Определение числа опытов в эксперименте.

Число опытов определяется как:  $N = \prod_{i=1}^{N_\phi} n_i$ , где  $N_\phi$  – число факторов.

Таким образом, для полного исследования условий работы конических гидростатических подшипников при заданном числе  $n$  уровней необходимо проведе-

ние  $N = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 15625$  опытов, реализующих все возможные сочетания изменяемых параметров. С целью уменьшения числа опытов в эксперименте используется рандомизация, для проведения которой была разработана специальная программа, согласно которой каждому опыту соответствует определенная комбинация изменяемых факторов. Фрагмент рандомизированной матрицы приведен в *таблице 5.3*.

Математическое планирование эксперимента предусматривает следующие мероприятия.

- 1) Определение необходимого числа опытов.
- 2) Описание плана проведения эксперимента и метода получения достоверных данных.
- 3) Оценка возможности проведения параллельных измерений.

Поскольку роторно-опорный узел на конических подшипниках обладает высокой степенью воспроизводимости, т.е. с течением времени исследуемые параметры не претерпевают серьезных изменений, то для повышения точности исследований, снижения влияния случайных отклонений и их оценки каждый опыт (при данном сочетании измеряемых параметров) повторялся пять раз и в качестве результата бралось среднее арифметическое результатов этих повторов.

- 4) Составление матрицы планирования  $K$ -факторного эксперимента.

Поскольку в эксперименте определяющими являются шесть факторов, то необходимо составить матрицу 6-ти факторного эксперимента (*таблица 5.3*).

- 5) Выбор последовательности проведения эксперимента.

При проведении эксперимента выбирается определенная последовательность проведения опытов (например, по 10 опытов в день).

- 6) Выбор математической модели для описания эксперимента.

После завершения планирования эксперимента в соответствии с методикой его проведения собирается опытная установка, проверяются и регулируются приборы и датчики, составляется журнал наблюдений, в котором записываются цель исследований, параметры, подлежащие оптимизации и характеризующие процесс,

факторы и таблица их уровней, интервал варьирования, план эксперимента (матрица планирования).

В ходе проведения эксперимента и анализа его результатов проводится:

- измерение и обработка данных;
- вычисление статистических данных для проверки гипотез (дисперсионный анализ) и оценка корреляции параметров;
- интерпретация результатов эксперимента.

Эксперимент проводится небольшими сериями (по 10 опытов) по рандомизированному плану (см. **таблица 5.3**). Результаты измерений фиксируются с помощью виртуального осциллографа «ADCLab». После каждой серии производится обработка результатов измерений и принимается обоснованное решение о целесообразности дальнейшего проведения эксперимента.

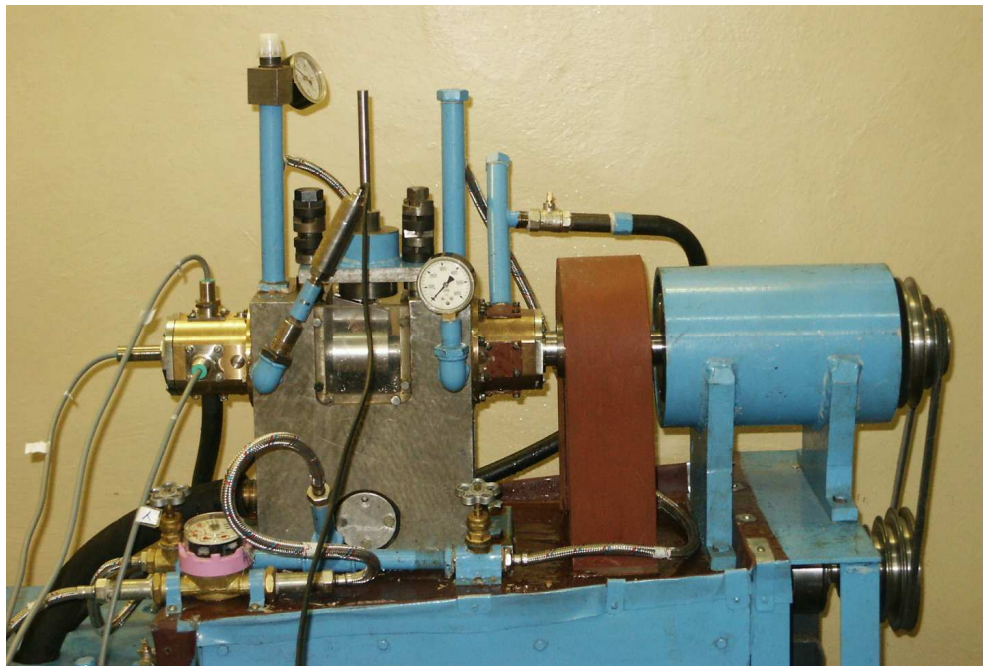
**Таблица 5.3.** Фрагмент рандомизированной матрицы 6-ти факторного 5-ти уровневого эксперимента

№	Уровни факторов						Выход					
	$p_0$	$T_0$	$\omega_0$	$s$	$mg$	$\alpha_k$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$
1	1	3	2	5	4	3	$p_{s1}$	$T_{s1}$	$Q_{m1}$	$e_{x1}$	$e_{y1}$	$e_{z1}$
2	3	5	1	4	2	1	$p_{s2}$	$T_{s2}$	$Q_{m2}$	$e_{x2}$	$e_{y2}$	$e_{z2}$
3	2	3	4	2	5	4	$p_{s3}$	$T_{s3}$	$Q_{m3}$	$e_{x3}$	$e_{y3}$	$e_{z3}$
4	3	2	5	1	4	3	$p_{s4}$	$T_{s4}$	$Q_{m4}$	$e_{x4}$	$e_{y4}$	$e_{z4}$
5	2	5	1	4	1	5	$p_{s5}$	$T_{s5}$	$Q_{m5}$	$e_{x5}$	$e_{y5}$	$e_{z5}$
6	4	3	2	1	5	2	$p_{s6}$	$T_{s6}$	$Q_{m6}$	$e_{x6}$	$e_{y6}$	$e_{z6}$
7	1	5	3	2	4	4	$p_{s7}$	$T_{s7}$	$Q_{m7}$	$e_{x7}$	$e_{y7}$	$e_{z7}$
8	5	1	3	4	2	2	$p_{s8}$	$T_{s8}$	$Q_{m8}$	$e_{x8}$	$e_{y8}$	$e_{z8}$
9	3	5	2	1	4	1	$p_{s9}$	$T_{s9}$	$Q_{m9}$	$e_{x9}$	$e_{y9}$	$e_{z9}$
10	1	3	5	2	4	1	$p_{s10}$	$T_{s10}$	$Q_{m10}$	$e_{x10}$	$e_{y10}$	$e_{z10}$

По окончании эксперимента осуществляется статистическая обработка и сравнение результатов теоретических и экспериментальных исследований и определяется адекватность разработанной математической модели реальным условиям работы роторно-опорных узлов высокоскоростных турбомашин на КПС.

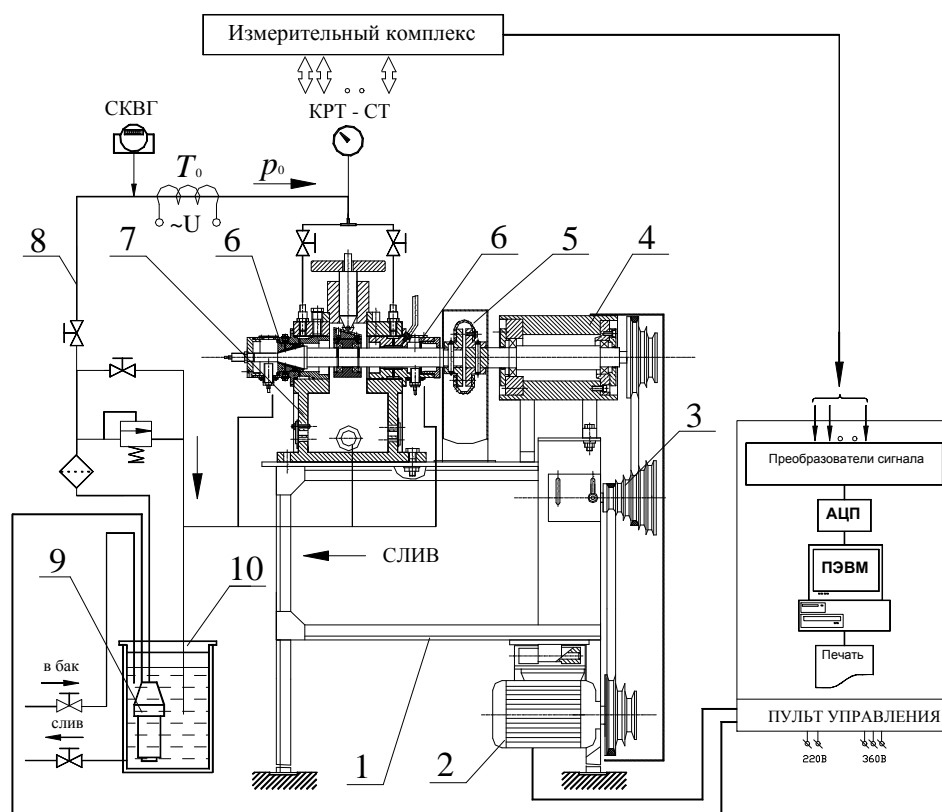
## 5.2. Экспериментальные стенды и конструкции подшипниковых установок

Изучение условий работы конических подшипников производилось на специальном экспериментальном стенде по исследованию условий работы различных типов подшипников [6, 136, 137, 229, 231]. Для этого был спроектирован и собран роторно-опорный узел на коническом ГСП, входящий в состав экспериментальной установки (*рисунок 5.1*), которая, в свою очередь, является частью экспериментального стенда ЭС-1, общий вид которого представлен на *рисунке 5.2*.



*Рисунок 5.1* Общий вид экспериментальной установки

Экспериментальный стенд ЭС-1, принципиальная схема которого представлена на *рисунке 5.2*, включает: подшипниковую установку 7 с испытуемыми опорами скольжения 6 (одна опора – коническая, другая – радиальная); электродвигатель 2, осуществляющий привод вращения ротора через двухступенчатую клиноременную передачу 3, подшипниковый узел 4 и упругую муфту 5; станину 1, на которой закреплены основные узлы; систему питания подшипников скольжения, включающую: гидронасос 9, бак 10 со смазочным материалом и набор фильтров, вентиля и трубопроводов, служащих для циркуляции смазочного материала в течение всего эксперимента; комплекс необходимой измерительной аппаратуры; систему электропитания; пульт управления.



**Рисунок 5.2** Принципиальная схема экспериментального стенда ЭС-1

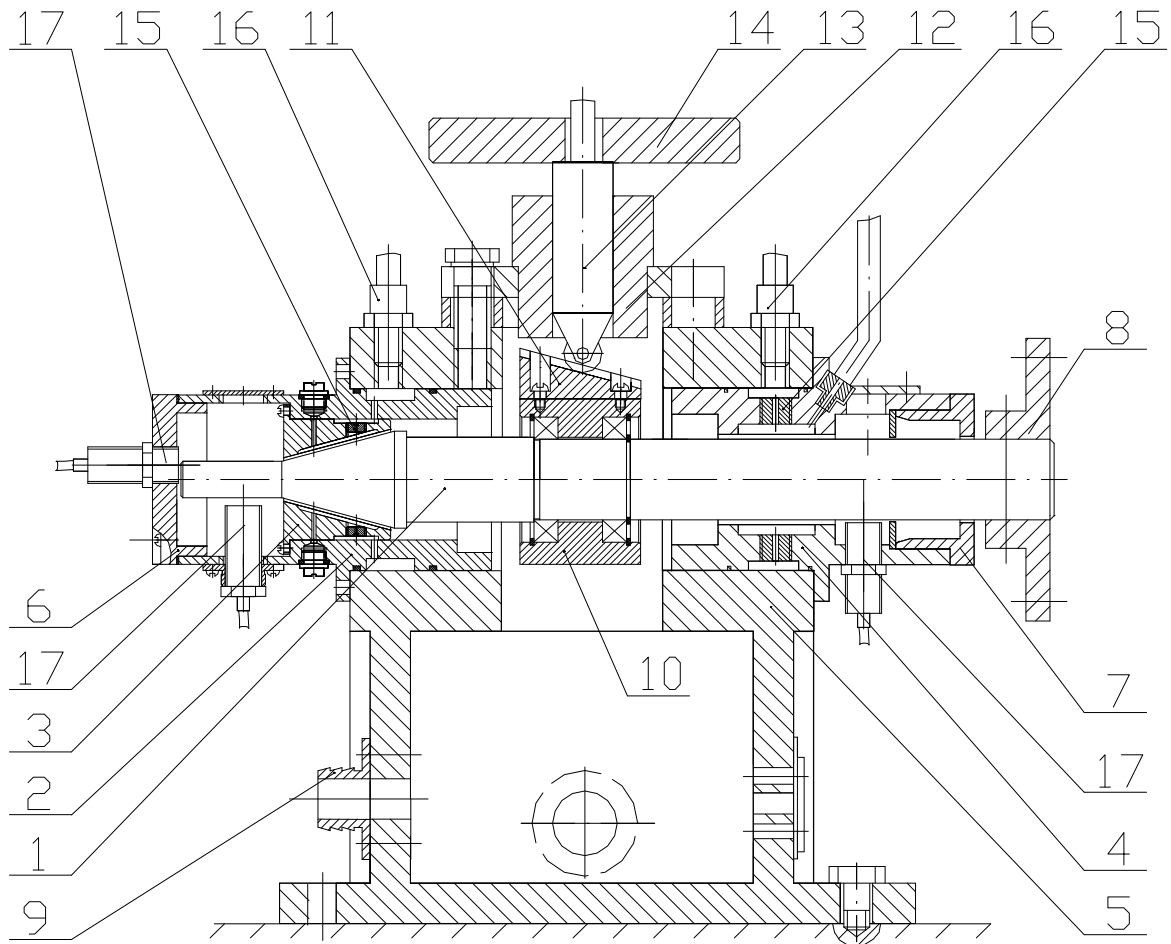
При моделировании течения потока в гидравлических трактах подшипника необходимо учитывать свойства смазочного материала. В качестве рабочего тела при проведении эксперимента по исследованию конических ГСП использовалась вода, свойства которой хорошо известны [163]. Кроме того, все электрооборудование изолировано от попадания влаги, а быстровращающиеся узлы в целях безопасности защищены специальными металлическими кожухами. Ротор подшипниковой установки приводится во вращение асинхронным электродвигателем 3Фкор.3АМК с короткозамкнутым ротором номинальной мощностью  $N_{дв} = 0,6$  кВт и частотой вращения  $n_{дв} = 1350$  об/мин через двухступенчатую клиноременную передачу, позволяющую дискретно путем соответствующей перестановки ремней изменять частоту вращения ротора в пределах от 0 до 6930 об/мин. Подшипниковый узел 4 предназначен для устранения влияния привода на динамику ротора за счет консольного нагружения ротора силой натяжения ремня. Соединение вала подшипниковой установки 7 и вала подшипникового узла 4 осуществляется торообразной упругой муфтой 5, передающей крутящий момент и не препятствующей радиальным и осевым перемещениям ротора.

Система питания смазочным материалом (водой) 8, выполненная по замкнутой схеме, позволяет изменять параметры рабочего тела в следующих пределах: давление подачи  $p_0$  от 0,1 до 0,5 МПа, расход  $Q_0$  до 0,5 кг/с, температура  $T_0$  от 293 до 333 °К, и включает электрический гидронасос БВО12 – 40 мощностью 0,25 кВт, бак 10 емкостью 40 литров, а также фильтры для предотвращения попадания различных инородных включений в гидравлические тракты подшипника, вентили и соединительные трубопроводы. Для поддержания температуры воды в баке 10 происходит ее периодическое обновление путем слива отработанной жидкости и подачи воды извне.

Основным узлом экспериментального стенда является подшипниковая установка 7, позволяющая нагружать испытуемый ротор постоянными по величине и направлению силами (радиальной и осевой), что позволяет моделировать работу роторно-опорных узлов на конических ГСП. Подшипниковая установка (*рисунок 5.3*) представляет собой массивный жесткий корпус 5, изготовленный из нержавеющей стали 1Х18Н9Т, в котором соосно установлены втулки 2 и 4, изготовленные из латуни ЛАЖМц 55-5-2-1 и бронзы БрО10Ф1 соответственно. Во втулке 2 крепится втулка 3 (материал – бронза БрАЖ 9-4\*), внутренняя поверхность которой выполнена конической, при этом втулки 3 и 4 являются опорами вала 1. Особенность этих опор состоит в том, что втулка 3 является конической опорой скольжения, а втулка 4 – радиальной. Соосность подшипниковых втулок 3 и 4 обеспечивалась выбором соответствующих посадок и нормами на изготовление. С наружной стороны втулок 2 и 4 установлены крышки 6 и 7. Крутящий момент передается на вал 1 через полумуфту 8.

Конический гидростатический подшипник (*рисунки 5.3 и 5.4, а, б*) имеет следующие геометрические параметры: максимальный диаметр внутренней поверхности  $D = 48$  мм; минимальный диаметр –  $d = 20$  мм; длина опорной поверхности  $L = 53$  мм; угол конусности  $\alpha = 30^0$ ; число питающих прямоугольных камер  $N_K = 4$ ; длина камеры  $L_K = 40$  мм; ширина камеры  $B_K = 8$  мм; глубина камеры  $h_K = 2$  мм. Радиальный подшипник 4 имеет следующие размеры: номинальный диаметр  $D = 40$  мм; длина опорной поверхности  $L = 66$  мм; число прямоугольных ка-

мер  $N_K = 4$ ; длина камеры  $L_K = 46$  мм; ширина камеры  $B_K = 8$  мм; глубина камеры  $h_K = 5$  мм. В качестве компенсаторных устройств используются жиклеры длиной ( $l_H$ ) 5 и 4 мм и диаметром ( $d_H$ ) 0,8 и 1 мм для радиального и конического подшипников соответственно. Шероховатость опорной поверхности конического подшипника  $Ra$  составляет 0,8 мкм, а радиального – 0,63 мкм.



**Рисунок 5.3** Подшипниковая установка

Ротор подшипниковой установки представляет собой прямой вал длиной  $L = 435$  мм с опорным коническим участком, имеющим длину  $L = 56$  мм и угол конусности  $\alpha = 30^\circ$  (рисунки 5.3 и 5.4, в). Диаметр части вала, примыкающей к коническому участку меньшего диаметра, составляет  $D_R = 18$  мм, а части вала, примыкающей к коническому участку с противоположной стороны –  $D_R = 42$  мм до посадочного места под нагрузочную втулку, диаметр остальной части вала –  $D_R = 40$  мм. Вал изготовлен из нержавеющей стали 12X18H10T, на котором установлена универсальная нагрузочная втулка.



**Рисунок 5.4** Детали подшипниковой установки: а) втулка; б) конический ГСП; в) ротор

Сборка вала и цилиндрического подшипника осуществляется по посадке  $H7/e8$ , которая обеспечивает гарантированный радиальный зазор не менее 50 мкм. Измеренный средний радиальный зазор составляет  $h_0 = 75$  мкм. При сборке конического подшипника 3 и вала 1 необходимо учитывать наличие, помимо радиального  $h_p$ , еще и осевого зазора  $h_o$ , который связан с радиальным следующей зависимостью:  $h_o = h_p / (\text{tg}(\alpha/2))$ ; полный зазор  $h$  определяется как:  $h = h_o \sin(\alpha/2) = h_p \cos(\alpha/2)$ . Поэтому, варьируя толщиной регулировочной пластины, можно выставлять необходимый осевой, а, следовательно, радиальный и полный зазор в коническом подшипнике. Регулировка осевого зазора осуществляется посредством набора пластин известной толщины  $s$ . Значения зазоров в подшипнике в зависимости от толщины регулировочных пластин при угле конусности  $\alpha = 30^\circ$  сведены в **таблицу 5.4**.

**Таблица 5.4.** Значения зазоров в коническом ГСП ( $\alpha = 30^\circ$ )

Толщина регулировочной пластины $s$ , мм	$h_o$ , мкм	$h_p$ , мкм	$h$ , мкм
1,30	330	88	86
1,35	280	75	73
1,40	230	62	60
1,45	180	48	47
1,50	130	35	34

Универсальная нагрузочная втулка служит для создания статического нагружения вала и представляет собой стальную обойму, в которой размещены два шариковых подшипника качения, опирающихся своими внутренними кольцами



на поверхность испытуемого вала. С одной стороны установлен шариковый радиальный однорядный подшипник 1000908, имеющий следующие размеры: диаметр внутреннего кольца  $d = 40$  мм, диаметр внешнего кольца  $D = 62$  мм, ширина подшипника  $B = 12$  мм (ГОСТ 8338 – 75\*). Со стороны действия осевой нагрузки установлен шариковый радиально-упорный однорядный подшипник 1036908 (ГОСТ 831 – 75\*) с углом контакта  $\alpha = 12^{\circ}$ , имеющий такие же размеры, что и радиальный подшипник 1000908. Внутренние кольца подшипников крепятся на валу по переходной посадке  $\text{Ø}40 L0/g6$ , а внешние кольца – по переходной посадке  $\text{Ø}62 K7/l0$ . К нагрузочной втулке сверху крепится клин с углом наклона к горизонтали  $\alpha_k$  в пределах от  $10^{\circ}$  до  $30^{\circ}$ . Изменяя угол наклона клина, можно регулировать соотношение величин радиальной и осевой нагрузок, связанных зависимостью:  $F_o = F_p \text{tg}(\alpha_k)$ , значения которых сведены в **таблицу 5.5**.

**Таблица 5.5.** Значения радиальной и осевой нагрузок в зависимости от угла клина

Радиальная нагрузка $F_p = mg$ , Н	Осевая нагрузка $F_o$ , Н				
	$\alpha_k = 10^{\circ}$	$\alpha_k = 15^{\circ}$	$\alpha_k = 20^{\circ}$	$\alpha_k = 25^{\circ}$	$\alpha_k = 30^{\circ}$
20	4	5	7	9	11
40	7	10	14	18	22
60	11	15	21	27	33
80	14	20	28	36	44
100	18	25	35	45	55

Для более полного и независимого исследования работы конических подшипников жидкостного трения был спроектирован и собран экспериментальный стенд модификации ЭС-2 (**рисунок 5.5**), принципиальная схема которого представлена на **рисунке 5.6**. Стенд включает: станину 1, на которой закреплены установка 5 с испытуемой конической опорой скольжения 6 (другая опора 4 – шарикоподшипниковая); регулируемый электродвигатель 2, осуществляющий привод вращения ротора через гибкую муфту 3; систему питания 7 конического подшипника, включающую: масляный насос 8, соединенный с баком 9 со смазочным материалом и набор фильтров, вентилей и трубопроводов, служащих для циркуляции смазочного материала в течение всего эксперимента; комплекс необходимой измерительной аппаратуры; систему электропитания; пульт управления, позволяющий осуществлять централизованный контроль за работой всей установки.

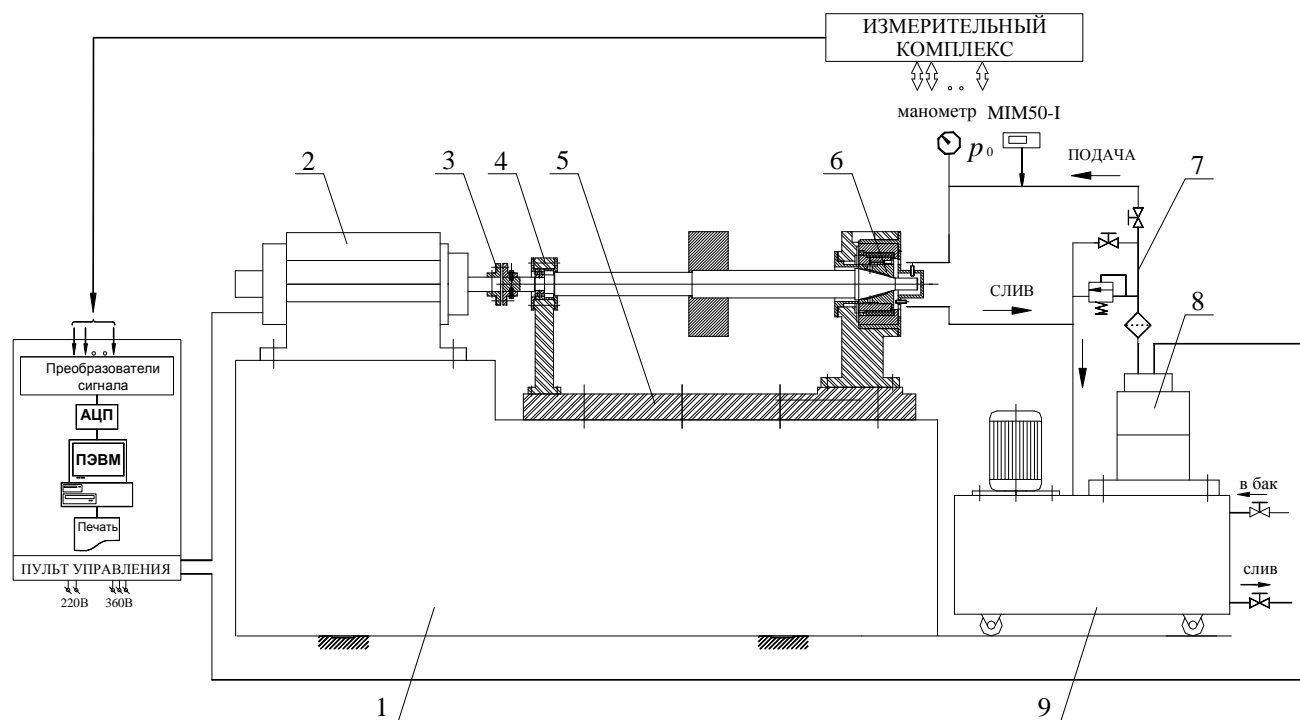


**Рисунок 5.5** Общий вид экспериментального стенда ЭС-2

В качестве рабочего тела при проведении экспериментальных исследований использовалось масло № 7 (ГОСТ КНР GR443-89), свойства которого известны. В целях безопасности при проведении экспериментальных исследований ротор установки защищен специальным металлическим кожухом. Привод вала осуществляется от электродвигателя переменного тока марки SD12-4 А (КНР) номинальной мощностью  $N_{дв} = 4,5$  кВт с управлением посредством преобразователя частоты INVERTER YK1-2000 (КНР), позволяющим варьировать частоту вращения вала от 0 до 12000 об/мин с шагом в данном эксперименте в 30 об/мин. Соединение вала установки 5 с валом электродвигателя 2 осуществляется гибкой муфтой 3, передающей крутящий момент и не влияющей на пространственные перемещения ротора в опоре скольжения [235].

Система питания смазочным материалом (маслом) 7, выполненная по замкнутой схеме, позволяет изменять параметры рабочего тела в следующих пределах: давление подачи  $p_0$  от 0,1 до 1 МПа, расход  $Q_0$  до 6 л/мин, и включает масляный насос 8 марки JG-80/6 (КНР), приводимый в движение собственным электродвигателем и соединенный с баком 9 емкостью 80 литров, а также фильтры для предотвращения попадания различных инородных включений в гидравлические

тракты подшипника, вентили и соединительные трубопроводы. В систему подключен расходомер марки ММ50-1 (КНР), осуществляющий измерение расхода масла через подшипник [235, 236].

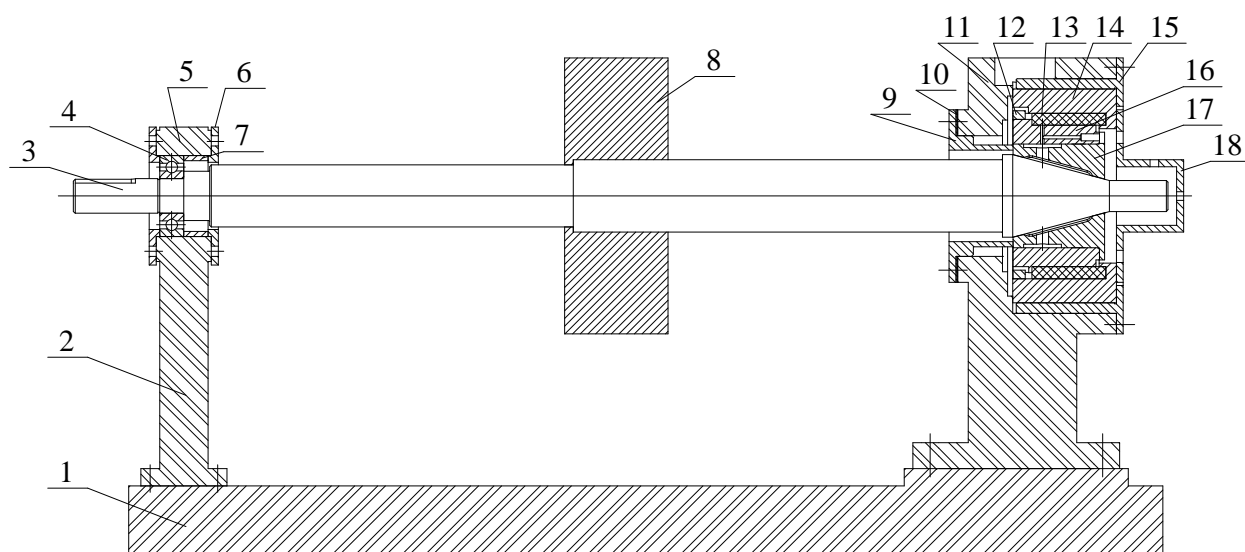


**Рисунок 5.6** Принципиальная схема экспериментального стенда ЭС-2

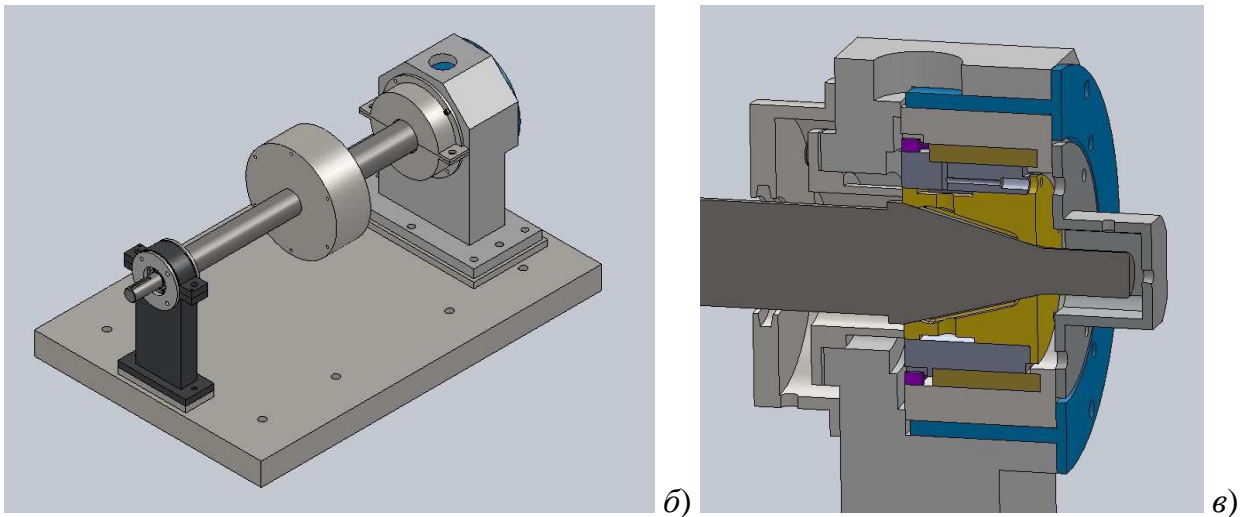
Основным узлом экспериментального стенда является установка 5, позволяющая нагружать испытуемый ротор постоянными по величине и направлению силами (радиальной и осевой), что позволяет моделировать поведение роторно-опорных узлов на конических подшипниках (*рисунок 5.7*). Левая опора представляет собой подшипник качения, правая – непосредственно исследуемый конический подшипник скольжения с упруго-демпферным креплением, в качестве которого используется металлорезиновое (МР) кольцо или МР-демпфер. Смазочная система непосредственно подводится к испытуемому роторно-опорному узлу на базе конической опоры с МР-демпфером [235, 236].

Экспериментальная установка (*рисунок 5.7*) представляет собой массивную станину 1, изготовленную из стали марки Q235 (ГОСТ КНР), на которой закреплены опорные стойки 2 и 11. В стойке 2 установлен подшипник качения 4, являющийся левой опорой вала 3. Сверху и с боков стойка 2 закрыта крышками 5 и 6. Втулка 7 предназначена для предотвращения перемещения подшипника каче-

ния в осевом направлении. Правая опора вала представляет собой конический подшипник скольжения 17, изготовленный из бронзы марки ZCuAl9Fe4 9-4 (ГОСТ КНР). Через отверстие диаметром 2 мм во втулке 16, неподвижно соединенной посредством винтов с подшипником 17, осуществляется подача смазочного материала в рабочую зону. Втулка 16 с закрепленным в ней коническим подшипником 17 свободно опирается на металлорезиновый демпфер 13, позволяющий снижать уровень вибраций как в радиальном, так и в осевом направлении. Правая опора вала – плавающая, от проворачивания в окружном направлении во втулке 16 предусмотрен паз, в который соответствующим внутренним выступом вставляется кольцо 12. Внешними выступами кольцо 12 опирается во втулку 14, которая, в свою очередь, крепится во втулке-стакане 15, прикручиваемой непосредственно к стойке 11. Для предотвращения вытекания масла из рабочей зоны окружающую среду предусмотрены крышки 9 и 18, прикручиваемые винтами к опорной стойке 11. Регулирование зазора в коническом подшипнике осуществляется посредством набора регулировочных пластин 10 различной толщины. Для проверки возможности обеспечения радиальной грузоподъемности исследуемым подшипником и влияния величины дисбаланса на работу опорного узла на валу 3 закреплен нагрузочный диск 8. Соосность опорных стоек 2 и 11 обеспечивалась выбором соответствующих посадок и нормами на изготовление.



a)



**Рисунок 5.7** Общий вид экспериментальной установки:

*a* – схема; *б* – 3D-модель установки; *в* – продольный разрез опорного узла

Конический подшипник с прямоугольными камерами (*рисунки 5.7 и 5.8, а*) имеет следующие геометрические параметры: максимальный диаметр внутренней поверхности  $D = 48$  мм; минимальный диаметр –  $d = 20$  мм; длина опорной поверхности  $L = 53$  мм; угол конусности  $\alpha = 30^0$ ; число питающих прямоугольных камер  $N_K = 4$ ; длина камеры  $L_K = 40$  мм; ширина камеры  $B_K = 8$  мм; глубина камеры  $h_K = 2$  мм. Подшипник качения 6204 (ГОСТ КНР) имеет следующие размеры: диаметр внутреннего кольца  $d = 20$  мм, диаметр внешнего кольца  $D = 47$  мм, ширина подшипника  $B = 14$  мм. Внутреннее кольцо подшипника крепится на валу по переходной посадке  $\text{Ø}20\ H7/k6$ , а внешнее – по посадке с зазором  $\text{Ø}47\ H6/h5$ . В качестве компенсаторных устройств конического подшипника используются жиклеры длиной  $l_H = 4$  мм и диаметром  $d_H = 1$  мм, шероховатость опорной поверхности подшипника  $Ra$  составляет 0,8 мкм [235, 236].



*a)*



*б)*





**Рисунок 5.8** Основные детали экспериментальной установки:

*а* – конический подшипник с прямоугольными камерами; *б* – ротор; *в* – МР-кольца

Ротор экспериментальной установки представляет собой прямой вал длиной  $L = 635$  мм с опорным коническим участком, имеющим длину  $L = 56$  мм и угол конусности  $\alpha = 30^\circ$  (*рисунки 5.7 и 5.8, б*). Диаметр части вала, примыкающей к коническому участку меньшего диаметра, составляет  $D_R = 18$  мм, а части вала, примыкающей к коническому участку с противоположной стороны –  $D_R = 42$  мм до посадочного места под нагрузочную втулку, диаметр остальной части вала –  $D_R = 36$  мм. Вал изготовлен из нержавеющей стали марки 1Х18Н9Т, на котором установлен нагрузочный диск [235, 236].

При проведении эксперимента было использовано 4 кольца, имеющих одинаковые размеры, но разной относительной плотности, а, следовательно, и жесткости. Первая серия экспериментов была посвящена исследованию характеристик классического конического подшипника скольжения со стальной втулкой. Другие три серии экспериментов проводились непосредственно для исследования жесткостных и демпфирующих свойств МР-колец (*рисунки 5.7 и 5.8, в*). В *таблице 5.6* приведены основные характеристики МР-колец, использованных при исследовании опорного узла [235, 236].

**Таблица 5.6.** Характеристики МР-колец

№	Внешний диаметр $D_1$ , мм	Внутренний диаметр $D_2$ , мм	Ширина $B$ , мм	Относительная плотность $\bar{\rho}$	Радиальная осадка $\Delta$ , мм	Осевая осадка $\Delta_z$ , мм
1	96	82	40	0,18	0,17	0,26
2	96	82	24	0,18	0,17	0,32
3	96	82	21	0,15	0,17	0,38

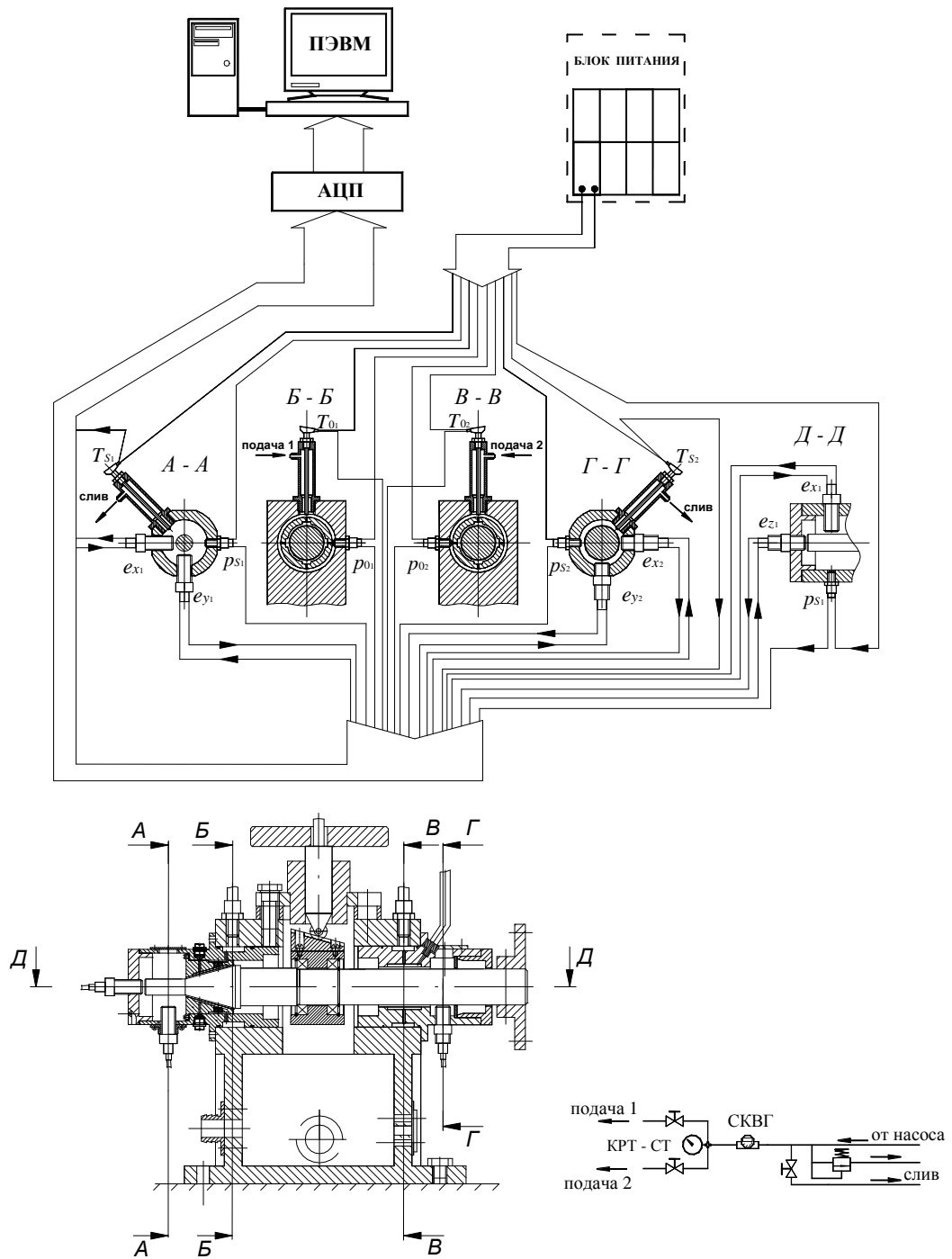
*Примечание:* относительная плотность  $\bar{\rho}$  определяется как:  $\bar{\rho} = \rho_{\text{МР}}/\rho_{\text{мат}}$ , где  $\rho_{\text{МР}}$  – плотность детали из МР-материала,  $\rho_{\text{мат}}$  – плотность материала детали.

Отличительной особенностью конических опор является наличие, помимо радиального, еще и осевого зазора, которые необходимо учитывать при сборке. Изменяя толщину регулировочной пластины можно выставлять необходимый осевой, а, следовательно, радиальный и полный зазор в коническом подшипнике. Таким образом, в представленной установке регулировка осевого зазора осуществляется посредством набора пластин известной толщины. Первая серия экспериментов была проведена при величине первоначального осевого зазора  $h_o = 0,53$  мм, что соответствует величине полного зазора  $h = 137$  мкм, при этом радиальный зазор составляет  $h_p = 142$  мкм.

Нагрузочный диск 8 служит для создания как статического, так и динамического нагружения с целью проверки обеспечения необходимой несущей способности. Кроме этого, регулируя величиной дисбаланса, можно определить оптимальные условия работы исследуемого роторно-опорного узла.

### 5.3. Методика проведения экспериментальных исследований

Комплекс измерительно-информационной системы (ИИС) экспериментального стенда ЭС-1, принципиальная схема которого представлена на *рисунке 5.9*, предназначен для получения информации о параметрах работы роторно-опорного узла на исследуемых опорах скольжения и позволяет определять радиальные и осевые перемещения и амплитуды колебаний вала, его угловую скорость, расход смазочного материала, а также давление и температуру на входе и сливе подшипников [136, 137].

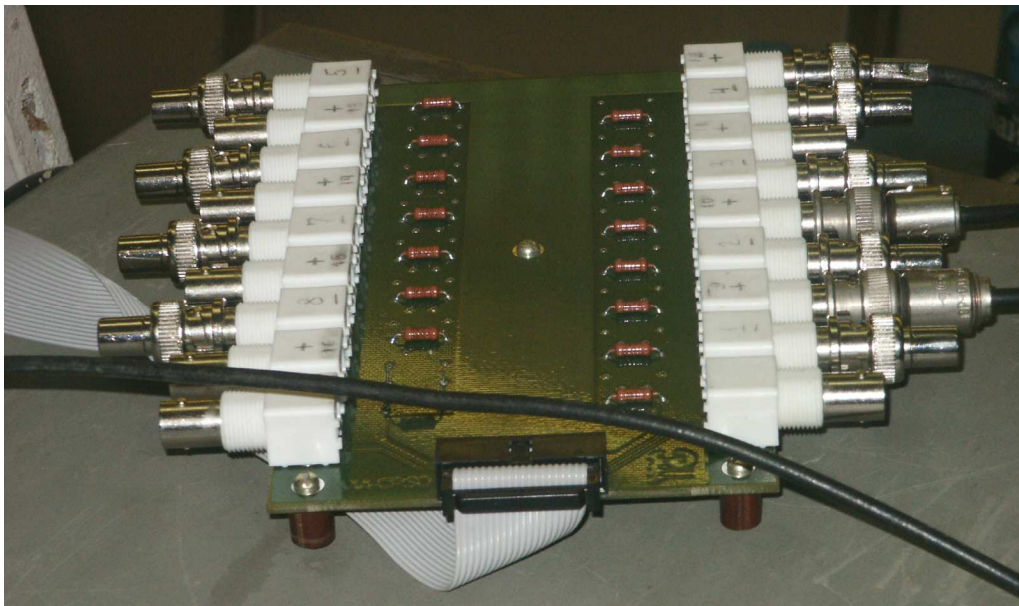


**Рисунок 5.9** Принципиальная схема измерительного комплекса

Для сбора и оценки информации используется аналого-цифровой преобразователь с последующей обработкой сигналов с помощью ЭВМ [136, 137]. В качестве аналого-цифрового преобразователя используется плата сбора данных ЛА-2МЗ «Руднев-Шилев с нормированными метрологическими характеристиками» (рисунок 5.10), которая подвергается тщательной поверке. Результаты калибровки платы по соответствующим параметрам представлены согласно ГОСТ 24736-81 и



ГОСТ 8.009-84. Калибровка аналого-цифровых каналов в реальных условиях осуществляется по динамическим параметрам: отношение сигнал/шум, коэффициент гармонических искажений, реальный динамический диапазон и число эффективных разрядов в зависимости от частоты входного воздействия на АЦП. Знания этих характеристик позволяют более корректно решать задачу применения АЦП в реальных условиях и дают возможность до эксперимента оценить погрешности, вносимые всем аналого-цифровым каналом в конечный результат измерения [136, 137].

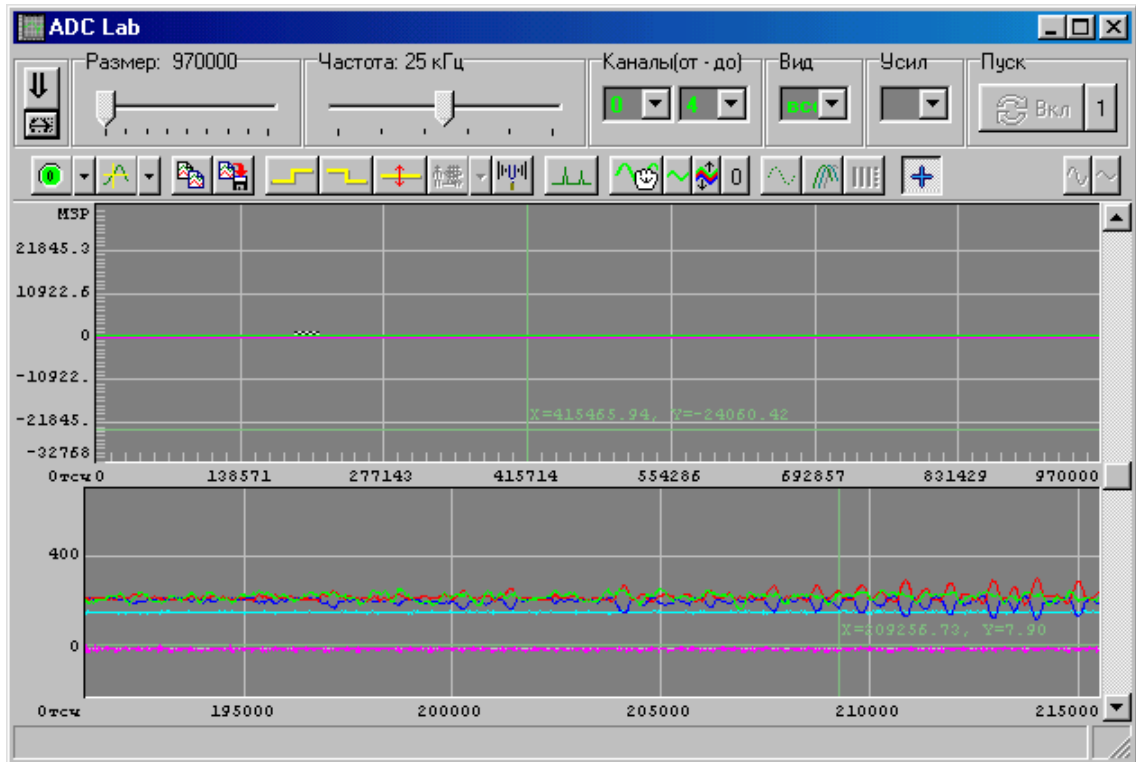


*Рисунок 5.10* Плата сбора данных ЛА-2МЗ «Руднев-Шиляев»

Использование платы ЛА-2МЗ позволяет производить сбор данных о перемещениях ротора в зазоре подшипника. Комплекс обработки сигналов состоит на базе персонального компьютера. Эта система с использованием 16-ти канальной платы «Руднев-Шиляев» используется как метрологическое средство измерений для анализа сложных быстропротекающих процессов в области исследования опор скольжения по динамическим параметрам. Плата ЛА-2МЗ содержит следующие независимые узлы: аналого-цифровой канал, трехканальный счетчик/таймер, цифровой порт ввода/вывода и интерфейс ввода/вывода данных и управляется от компьютера [136, 137].

При проведении экспериментальных исследований в качестве осциллографа со спектроанализатором используется программа «ADCLab» «Руднев – Шиляев»

(*рисунок 5.11*), которая осуществляет запись и просмотр сигнала, измеряемого с помощью устройства АЦП, в реальном времени, анализ его по нескольким каналам одновременно, а также оценку его спектральной плотности и ряд других метрологических показателей.



*Рис 5.11* Диалоговое окно виртуального осциллографа «ADCLab»

Начало записи сигналов, поступаемых с соответствующих датчиков, после включения насоса, подающего смазочный материал в рабочие зазоры исследуемых подшипников скольжения, осуществляется специальным устройством для запуска виртуального осциллографа «ADCLab», в диалоговом окне которого задаются тип и число каналов, частота сигнала в канале, продолжительность записи и указывается файл, в который осуществляется запись (*рисунок 5.12*). Просмотр записанных сигналов производится при помощи подпрограммы «Viewer», диалоговое окно которой состоит из двух частей: в верхней части развертки сигналов отображаются в нормальном виде, а в нижней – в увеличенном, при этом в зону увеличения попадает часть сигнала, находящаяся внутри области выделения. В этом окне представлены развертки выходных сигналов перемещений по осям X, Y и Z, сигналов датчиков давления, температуры и расхода смазочного материала.

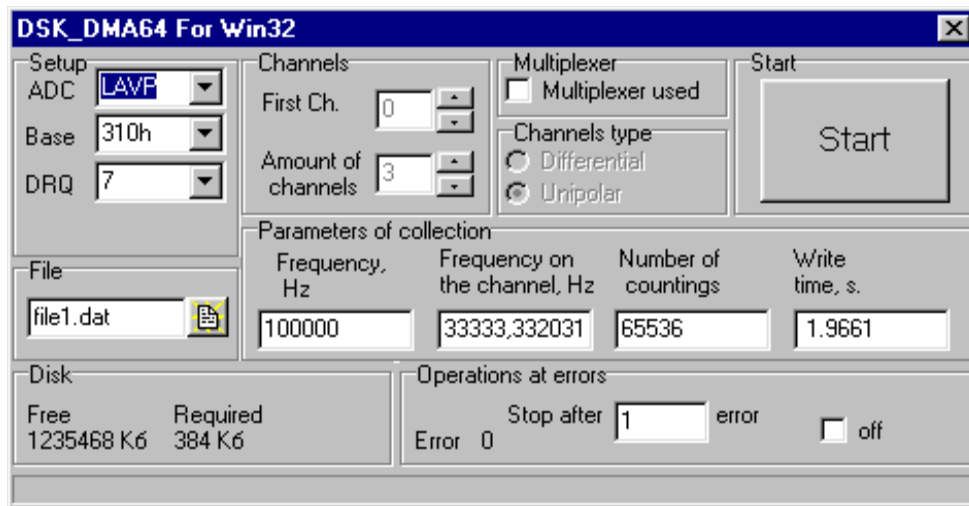


Рисунок 5.12 Диалоговое окно запуска виртуального осциллографа «ADCLab»

Для измерения и контроля необходимых физических величин в корпус подшипниковой установки вмонтированы пять датчиков перемещений вала (четыре – радиальных и один – осевой), а также датчики давления, температуры и расхода в подшипниках. В качестве датчиков перемещения используются бесконтактные индуктивные датчики IA5-18GM-I3, имеющие следующие характеристики: диапазон измерения –  $s = 2...5$  мм, рабочее напряжение –  $U = 15...30$  В, выходной сигнал –  $I = 0...20$  мА, нагрузочное сопротивление –  $R = 0...500$  Ом, рабочая температура –  $T = -10...+70^{\circ}\text{C}$ .

Для одновременной регистрации перемещений обоих концов вала в горизонтальном (вдоль оси  $X$ ) и вертикальном (вдоль оси  $Y$ ) направлениях датчики устанавливаются по два на каждый подшипник под углом  $90^{\circ}$  друг к другу (сечение  $A-A$  и  $G-G$ ). Пятый датчик для измерения осевых перемещений (вдоль оси  $Z$ ) устанавливается в торцевой крышке конического подшипника (сечение  $D-D$ ). Выходные сигналы с датчиков перемещений IA5 подаются на вход АЦП, где происходит преобразование и запись сигналов виртуальным осциллографом «ADCLab» в виде соответствующих разверток (рисунок 5.11). Для получения траекторий движения центра цапфы в подшипниках скольжения используется программный пакет «MatLab», обрабатывающий развертки выходных сигналов по осям  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Кроме того, комплекс измерительной аппаратуры позволяет одновременно получать траектории движения вала в обоих подшипниках [136, 137].

Для регистрации давления смазочного материала (воды) в системе питания

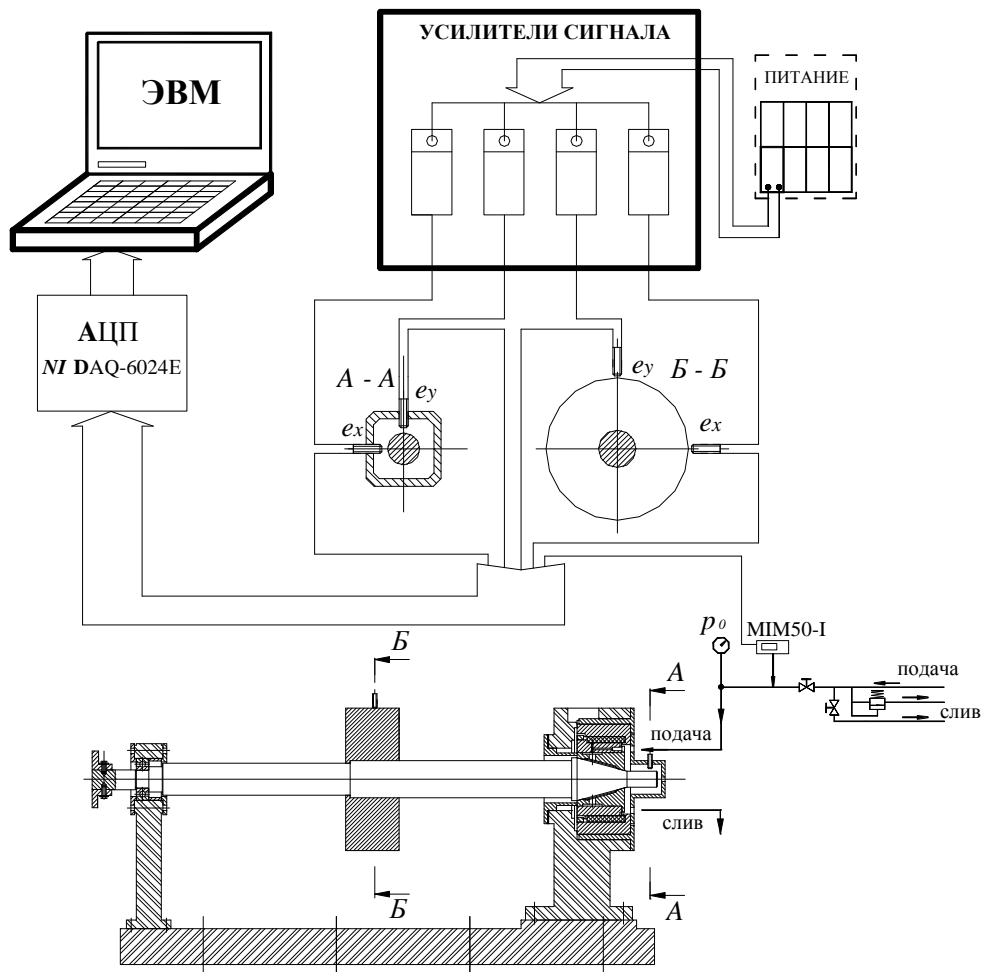
непосредственно на входе в подшипники установлен образцовый манометр. Применение четырех преобразователей давления КРТ-СТ позволяет определить давление в питающем коллекторе и на линии слива подшипников (сечения  $A-A, \dots, G-G$ ). Камеры подшипников снабжены специальными отводными каналами, что дает возможность контролировать давление смазки и в питающих камерах. Преобразователи температуры ПТ-С регистрируют температуру смазки на входе и выходе подшипников. Выходной сигнал преобразователей КРТ-СТ и ПТ-С, пропорциональный давлению и температуре, подается на вход АЦП ЛА2М3 и фиксируется в виде разверток виртуальным осциллографом. Напряжение на датчики ПТ-С и КРТ-СТ подается от источника питания постоянного тока [136, 137].

Измерение расхода рабочего материала через исследуемые подшипники осуществляется расходомером СКВГ-90-3-15 с точностью до  $1,5 \cdot 10^{-3}$  кг/с, выходной сигнал которого фиксируется АЦП ЛА2М3. Угловая скорость вала подшипниковой установки определяется с помощью бесконтактного индуктивного датчика перемещения IA5. Датчик IA5 размещен в торцевой крышке подшипниковой установки (сечение  $D-D$ ); на поверхности вала – в плоскости датчика – выполнен паз. При прохождении паза над поверхностью датчика, последний фиксирует сигнал вследствие резкого увеличения зазора. Сигналы с датчика поступают на АЦП и затем на ЭВМ, где они обрабатываются и выдаются в виде соответствующей развертки виртуальным осциллографом [136, 137].

Описанный комплекс ИИС экспериментального стенда ЭС-1 позволяет снимать амплитудно-частотные характеристики как при фиксированных угловых скоростях, так и непрерывно при плавном изменении угловой скорости при замедлении вращения ротора (метод выбега). Проведение ряда испытаний показало удовлетворительную работу экспериментального стенда и измерительного комплекса на всех режимах эксплуатации.

Комплекс измерительно-информационной системы экспериментального стенда ЭС-2, принципиальная схема которого представлена на *рисунке 5.13*, предназначен для получения информации о параметрах работы роторно-опорного узла на исследуемых опорах скольжения {и с возможностью учета МР-демпферов} и

позволяет определять радиальные и осевые перемещения и амплитуды колебаний вала, его угловую скорость, расход смазочного материала, а также давление и температуру на входе в подшипник [235, 236].



**Рисунок 5.13** Принципиальная схема измерительного комплекса

Для сбора и оценки информации используется аналого-цифровой преобразователь с последующей обработкой сигналов с помощью ЭВМ. В качестве аналого-цифрового преобразователя используется плата сбора данных DAQ-6024E фирмы *National Instruments* (США), которая подвергается тщательной поверке. Проведение комплекса предварительных тестов дало возможность до эксперимента оценить погрешности, вносимые всем аналого-цифровым каналом в конечный результат измерения [235, 236].

Использование платы *National Instruments* позволяет производить сбор данных о перемещениях ротора в зазоре подшипника. Комплекс обработки сигналов состоит на базе персонального компьютера (ноутбука). Эта система с использова-

нием 16-ти канальной платы DAQ-6024E используется как метрологическое средство измерений для анализа сложных быстропротекающих процессов в области исследования опор скольжения по динамическим параметрам. Плата DAQ-6024E содержит следующие независимые узлы: аналого-цифровой канал, цифровой порт ввода/вывода и интерфейс ввода/вывода данных и управляется от компьютера. При проведении экспериментальных исследований в качестве виртуального осциллографа используется программа «LabVIEW» фирмы «National Instruments», которая осуществляет запись и просмотр сигнала, измеряемого с помощью устройства АЦП, в реальном времени, анализ его по нескольким каналам одновременно, а также ряд других метрологических показателей [235, 236].

Для измерения и контроля необходимых физических величин в корпус экспериментальной установки вмонтированы три датчика перемещения вала (два – радиальных и один – осевой). В качестве датчиков перемещения используются бесконтактные датчики ST-2-U-0500 (ГОСТ КНР), имеющие следующие характеристики: диапазон измерения –  $s = 1,5$  мм, выходное напряжение:  $\pm 5$ В, чувствительность датчика: 4 мВ/мкм (для стали 45 ГОСТ КНР), разрешающая способность: 0,125 мкм. Для регистрации перемещения конца вала, установленного в конической опоре скольжения, датчики устанавливаются в горизонтальном (вдоль оси  $X$ ) и вертикальном (вдоль оси  $Y$ ) направлениях под углом  $90^\circ$  друг к другу (сечение  $A-A$ ). Два других датчика устанавливаются аналогичным способом к нагрузочному диску и фиксируют соответствующие перемещения вдоль осей  $X$  и  $Y$  (сечение  $B-B$ ). Это необходимо для сравнения перемещений вала в подшипнике и в месте нагружения. Выходные сигналы с датчиков перемещений ST-2-U-0500 подаются на вход АЦП, где происходит преобразование и запись сигналов виртуальным осциллографом «LabVIEW» в виде соответствующих разверток. Для получения траекторий движения центра цапфы в подшипнике скольжения используется также программный пакет «LabVIEW», обрабатывающий развертки выходных сигналов по осям  $X$  и  $Y$ . Для регистрации давления смазочного материала (масла) в системе питания непосредственно на входе в подшипник установлен образцовый манометр. Измерение расхода рабочего материала через исследуемый

подшипник осуществляется расходомером марки ММ50-1 (КНР) с точностью до 1 мл/с, выходной сигнал которого фиксируется АЦП DAQ-6024E. Измерение температуры смазочного материала производится измерителем температуры марки ХМТ (КНР) с точностью до 0,1 °С [235, 236].

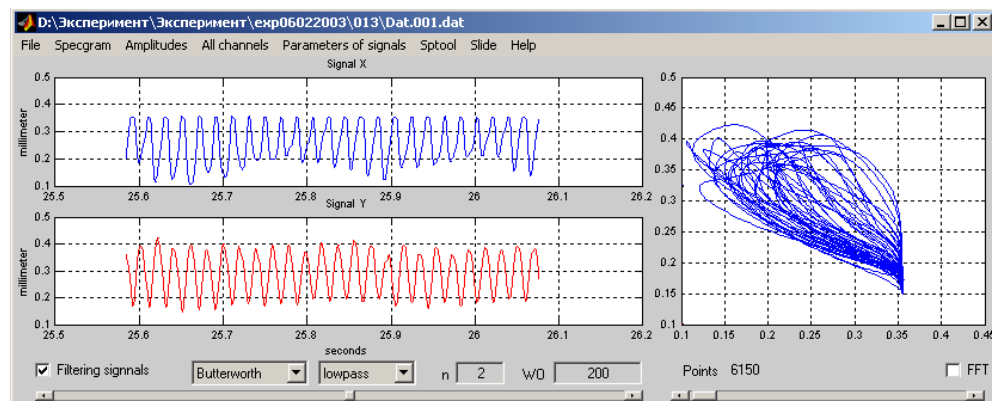
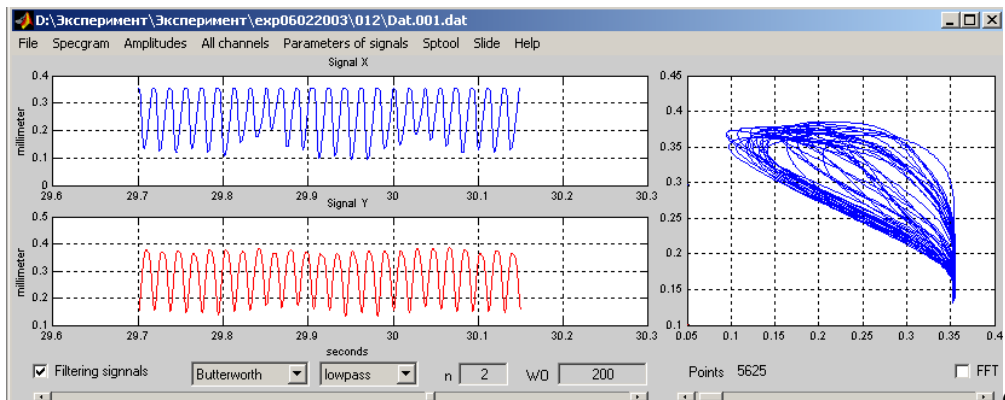
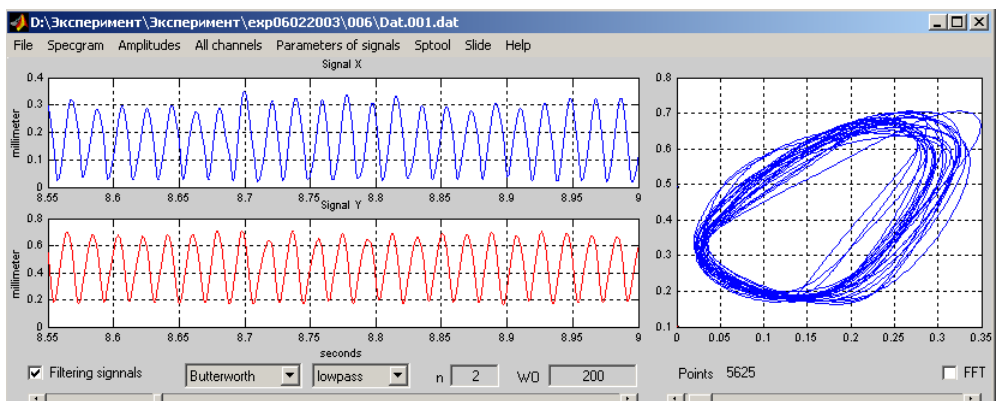
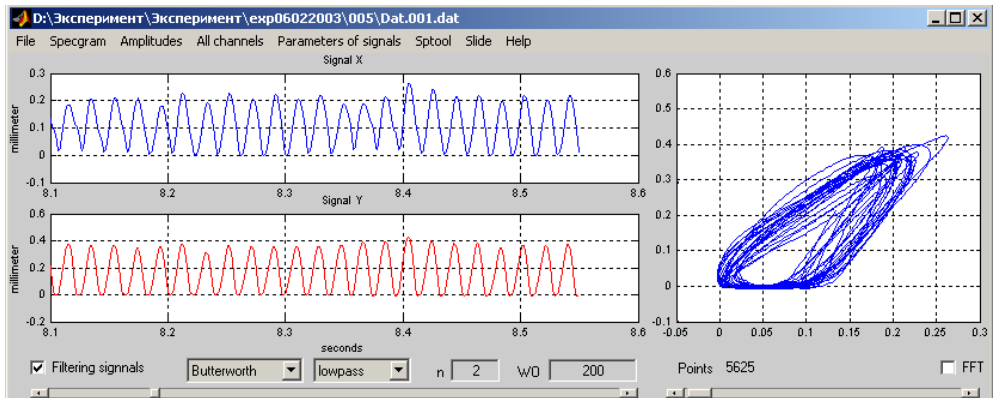
Описанный комплекс информационно-измерительной системы позволяет снимать амплитудно-частотные характеристики как при фиксированных угловых скоростях, так и непрерывно при плавном изменении угловой скорости при замедлении вращения ротора (метод выбега). Проведение ряда испытаний показало удовлетворительную работу экспериментального стенда и измерительного комплекса на всех режимах эксплуатации.

#### **5.4. Анализ результатов экспериментальных исследований**

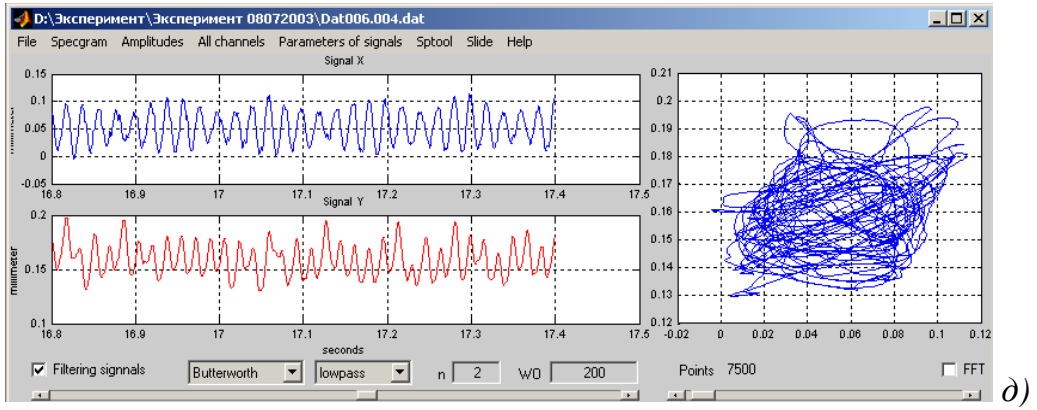
Для проверки адекватности разработанной математической модели на экспериментальном стенде ЭС-1 проводится серия экспериментов, после чего производится обработка экспериментальных данных и строятся траектории движения центра цапфы при помощи программы «MatLab» [136, 137, 230]. В диалоговом окне программы, представленной на *рисунке 5.14*, отображаются развертки сигналов перемещений по осям  $X$  и  $Y$  в виде зависимостей амплитуд колебаний от времени, а также строится траектория движения центра ротора в исследуемом подшипнике скольжения. Окно программы «MatLab», обрабатывающей развертки сигналов, имеет несколько опций. Опция «Amplitudes» (*рисунок 5.15*) позволяет выводить окно с перемещениями цапфы вдоль осей  $X$  и  $Y$  в размерном виде в зависимости от продолжительности записи сигналов. Опция «All channels» выводит в отдельном окне все каналы, по которым идет фиксирование сигналов с течением времени, опция «Slide» отображает перемещения вдоль соответствующих осей и строит траекторию движения центра цапфы ротора (*рисунок 5.16*). Результаты серии натуральных экспериментов представлены для различных движений ротора в КПС. Результаты серии натуральных экспериментов представлены для следующих опытов: №№ 2, 4, 6, 8, 10 (*рисунки 5.14 – 5.16*). Значения определяющих факторов выбираются из *таблицы 5.3*. Отмечается, что для опытов №№ 2, 4, 6, 8 наблюда-



ется устойчивое движение ротора, тогда как для 10-го опыта – неустойчивое движение, что связано, в первую очередь, с выбором факторов, не позволяющих выйти на устойчивый режим.

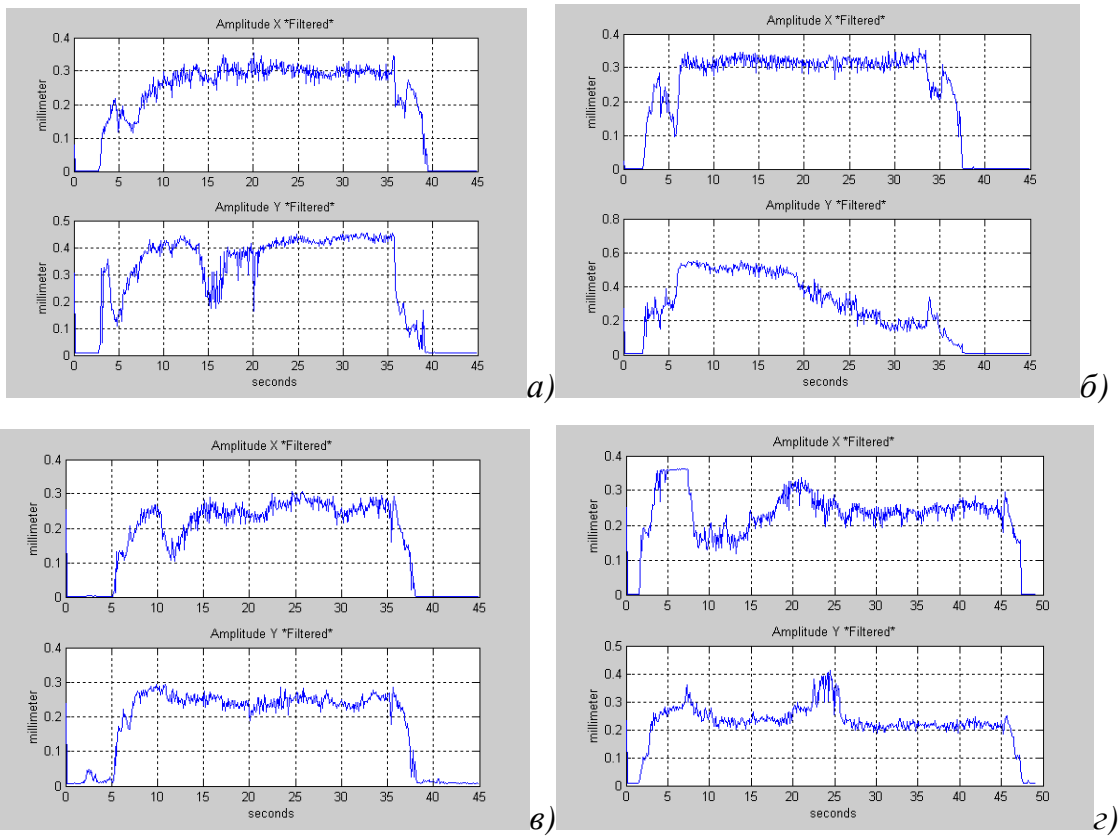






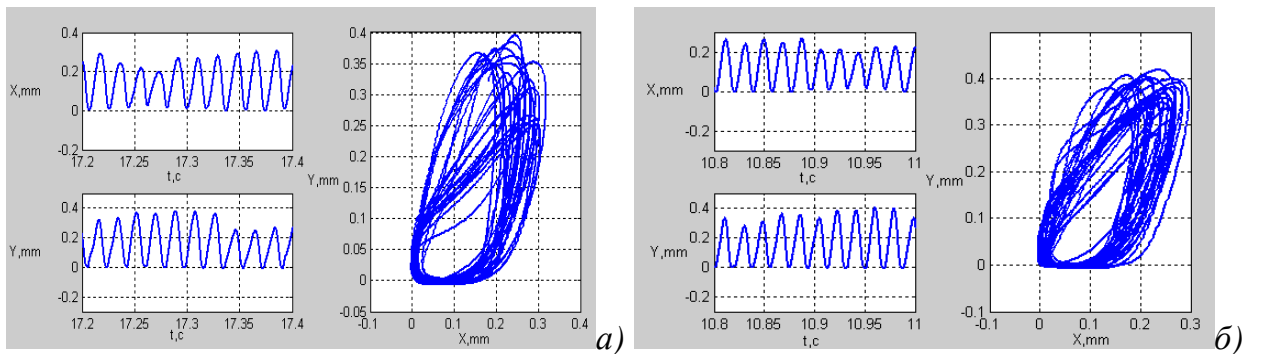
**Рисунок 5.14** Диалоговое окно программы «MatLab»:

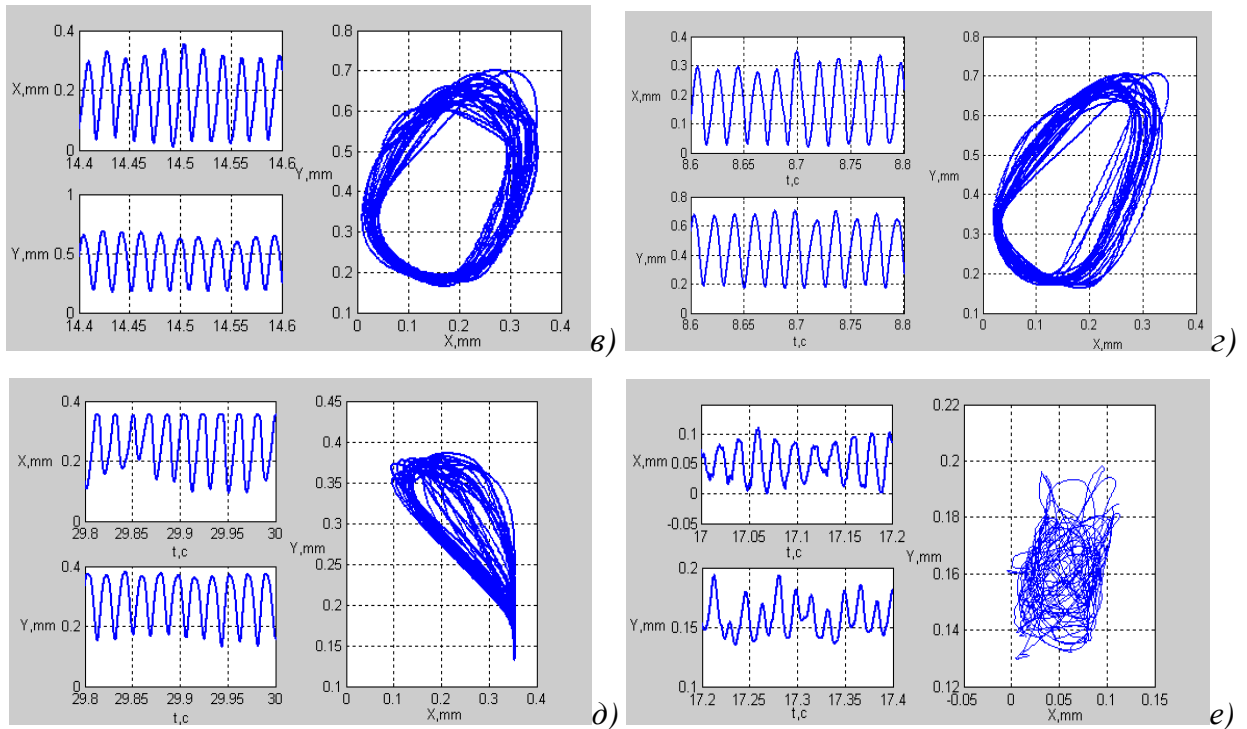
а) опыт № 2; б) опыт № 4; в) опыт № 6; г) опыт № 8; д) опыт № 10



**Рисунок 5.15** Диалоговое окно опции «Amplitudes»:

а) опыт № 2; б) опыт № 4; в) опыт № 6; г) опыт № 8





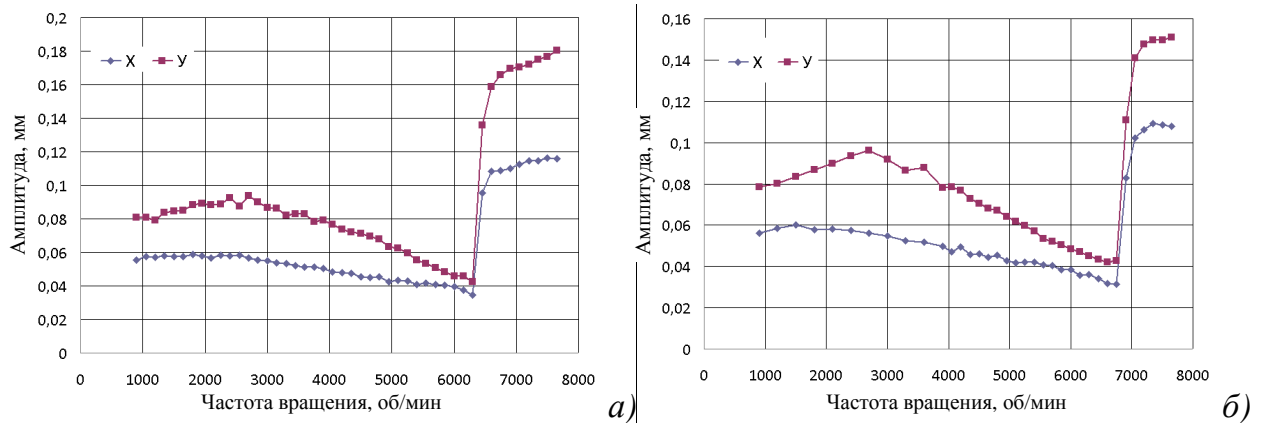
**Рисунок 5.16** Диалоговое окно опции «Slide»:

а) опыт № 1 ; б) опыт № 2; в) опыт № 3; г) опыт № 4; д) опыт № 6; е) опыт № 10

В целом, экспериментальные исследования на стенде ЭС-1 показали устойчивую работу исследуемой роторно-опорной системы на исследуемом коническом гидростатическом подшипнике с прямоугольными камерами.

Второй цикл исследований проводился на экспериментальном стенде ЭС-2. Проведение экспериментальных исследований роторов на конических подшипниках жидкостного трения было продиктовано, во-первых, необходимостью получения данных для качественного сравнения с результатами первого эксперимента, и, во-вторых, необходимостью выявления характерных признаков режима автоколебаний, обусловленных смазочным слоем подшипника скольжения, которые могли быть положены в основу спецификации при отделении автоколебаний от других видов вибраций, возникающих в роторах, вращающихся в опорах скольжения. Результаты экспериментальных исследований ротора на коническом подшипнике на стенде ЭС-2 и различном давлении подачи смазочного материала представлены на *рисунке 5.17*. Как следует из вида амплитудно-частотных характеристик, представленных на этих рисунках, при проведении испытаний возника-

ли интенсивные вибрации, амплитуды которых были значительными, что не позволяло осуществить длительную работу роторной системы на этих режимах.



**Рисунок 5.17** Амплитуды вибраций ротора при жестком креплении подшипника:

а) при давлении подачи  $p_0 = 0,26$  МПа; б) при давлении подачи  $p_0 = 0,36$  МПа

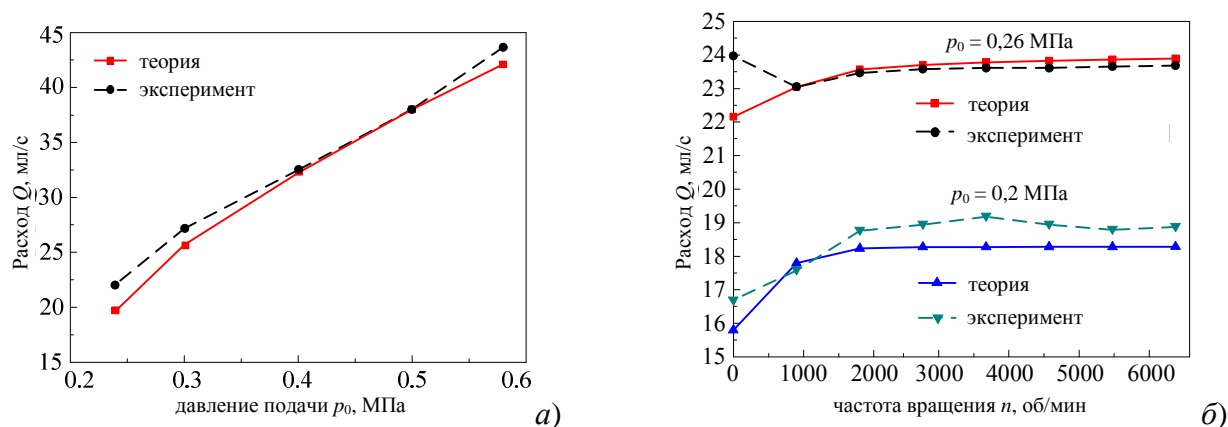
Для определения характерных особенностей и отличительных черт колебаний рассмотрим диаграмму, иллюстрирующую результаты эксперимента ротора на жестких опорах. На **рисунке 5.17** представлена амплитудно-частотная характеристика ротора с тяжелым диском при разбеге для случая конического подшипника с радиальным зазором 142 мкм. Как следует из рисунка, система имеет две области повышенных вибраций. Первая область с максимумом в районе  $n = 3000$  об/мин представляет собой область колебаний, связанных с переходом через первую критическую скорость вращения ротора. Причиной возникновения этих колебаний являются статическая и динамическая неуравновешенности ротора. Колебания системы носят в этой зоне чисто резонансный характер.

Вторая область – область интенсивных колебаний. При давлении подачи смазочного материала  $p_0 = 0,26$  МПа нижняя граница этой области располагается в районе  $n = 6000$  об/мин (**рисунок 5.17, а**), т.е. примерно на скорости, равной удвоенной первой критической скорости. Качественный характер изменения амплитуд вибраций подтверждается экспериментальными исследованиями Кельзона и др. [155]. Поскольку в проводимом эксперименте скорости вращения ограничивались значениями в районе 8000 об/мин, то верхней границы области интенсивных колебаний обнаружено не было, их присутствие наблюдалось во всем диапазоне

$n$ : от 6000 до 8000 об/мин. По аналогии с работой [155] можно предположить, что эта область имеет значительно большее распространение, поскольку в этой работе отмечается, что при скоростях вращения до 18000 об/мин не наблюдалось снижения повышенных колебаний. При этом следует, что уровень вибрации значительно выше, чем при переходе через первую критическую скорость.

Далее, рассмотрим влияние давления подачи смазочного материала на амплитуду колебаний и характер переходных процессов системы. Для этого обратимся к **рисунку 5.17, б**, где представлены результаты экспериментов при давлении подачи  $p_0 = 0,36$  МПа. Прежде всего отметим, что характер переходных процессов системы в этом случае качественно не отличается от случая, описанного выше (при давлении  $p_0 = 0,26$  МПа). По-прежнему, на скорости вращения, близкой к удвоенной первой критической, в системе возникают устойчивые колебания. Сравнивая амплитуды этих колебаний можно отметить, что с увеличением давления подачи граница области возникновения интенсивных колебаний смещается в сторону роста угловых скоростей. Также можно отметить и снижение уровня амплитуд при увеличении давления подачи.

Сравнительный анализ теоретических и экспериментальных исследований влияния рабочих параметров на расход смазочного материала представлен на **рисунке 5.18**. Как видно из графиков, теоретические результаты, рассчитанные при помощи программы «MathCAD», качественно подтверждаются экспериментальными результатами.

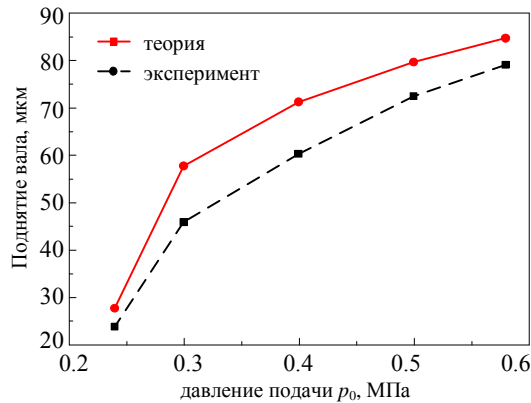


**Рисунок 5.18** Зависимость расхода смазочного материала от рабочих параметров:

$a$  – давления подачи;  $б$  – частоты вращения

Отмечается, что расход значительно возрастает при увеличении давления подачи смазочного материала (*рисунок 5.18, а*), тогда как увеличение частоты вращения ротора практически не влияет на расход, только лишь в процессе разгона ротора (до 1000 об/мин) можно наблюдать увеличение расхода. После выхода на расчетные скорости расход колеблется в незначительных пределах, оставаясь практически на одном уровне в рассматриваемом диапазоне частот вращения (*рисунок 5.18, б*).

Следующий график (*рисунок 5.19*) отражает зависимость влияния давления подачи на величину поднятия вала при отсутствии вращения ротора. Для испытываемого вала поднятие цапфы происходит на величину от 25 мкм при давлении подачи  $p_0 = 0,25$  МПа до 85 мкм при  $p_0 = 0,6$  МПа.

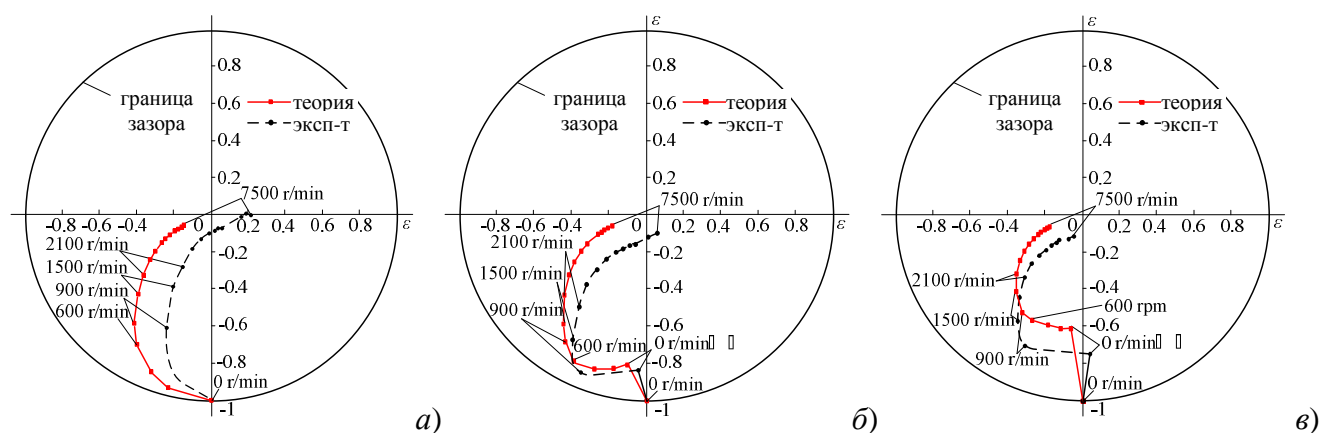


**Рисунок 5.19** Зависимость величины поднятия вала от давления подачи

Следующий цикл диаграмм посвящен исследованию положения кривых подвижного равновесия центра цапфы в зазоре подшипника (*рисунок 5.20*). Результаты получены при изменении давления подачи смазочного материала ( $p_0 = 0,16$  МПа; 0,26 МПа; 0,36 МПа) и варьировании частотой вращения ( $n = 0 \dots 7500$  об/мин).

Анализ приведенных траекторий показывает, что увеличение давления подачи смазочного материала приводит к всплытию вала даже при отсутствии вращения. В рассматриваемом случае это происходит при достижении давления подачи смазочного материала величины  $p_0 = 0,24$  МПа, и чем больше давление, тем выше расположен вал относительно поперечного сечения подшипника (*рисунок 5.20*). Увеличение частоты вращения вала также приводит к тому, что ротор располагается выше, но при этом происходит его смещение к центру поперечного се-

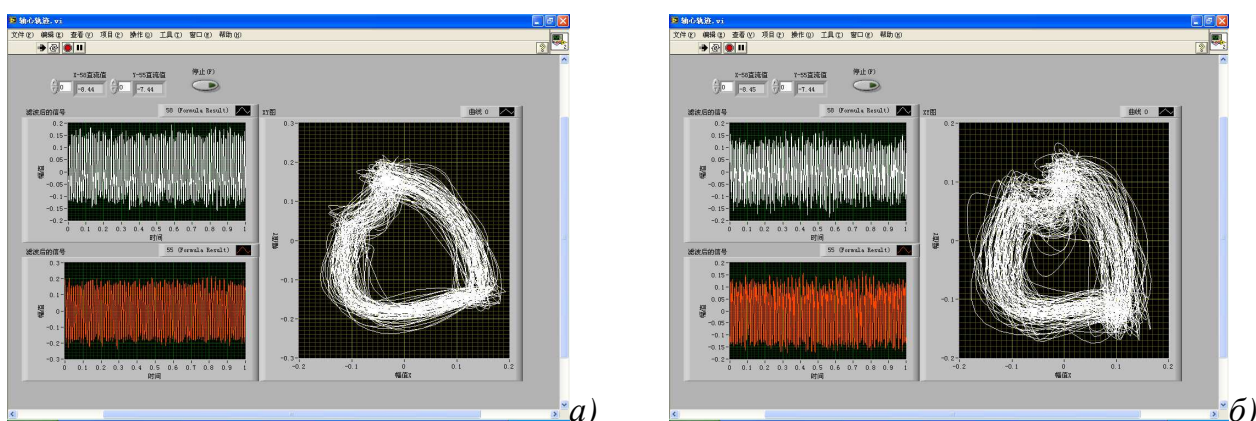
чения подшипника. Сравнительный анализ теоретических (непрерывная линия) и экспериментальных (прерывистая линия) результатов показывает качественное согласование между собой.



**Рисунок 5.20** Кривые подвижного равновесия центра цапфы при давлении подачи:

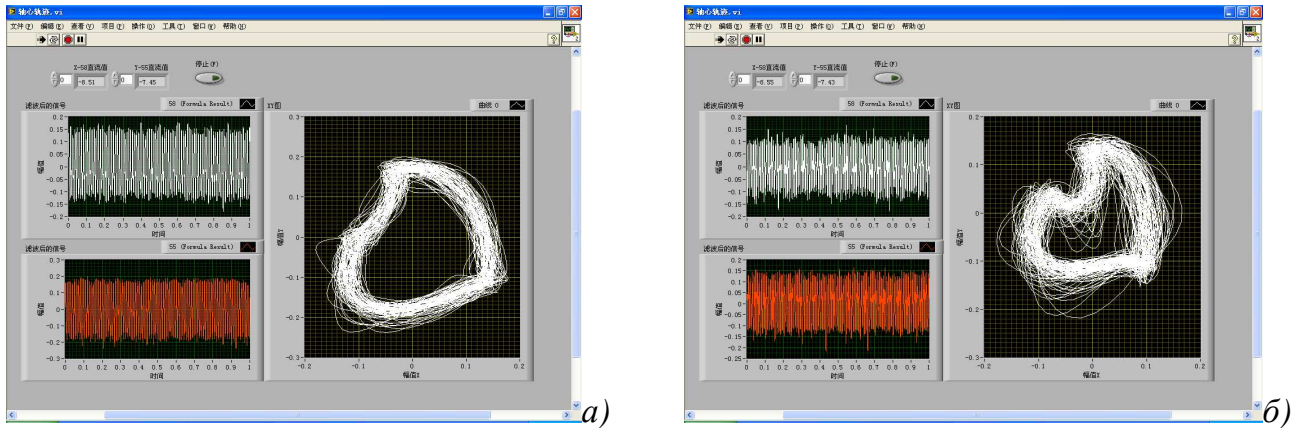
*a* – 0,16 МПа; *б* – 0,26 МПа; *в* – 0,36 МПа

Для сравнительного анализа результатов экспериментальных измерений, осуществляемых датчиками перемещений и обработанных при помощи программы «LabVIEW», необходимо их представить в виде соответствующих траекторий движения центра цапфы при различных давлениях подачи смазочного материала и угловых скоростях (**рисунок 5.21 – 5.23**). Отчетливо заметно, что при скоростях, близких к удвоенной первой критической (в районе 6000 об/мин), наблюдается резкое изменение траектории движения центра цапфы, что связано с приближением ко второй критической скорости (**рисунки 5.21, б, 5.22, б**).



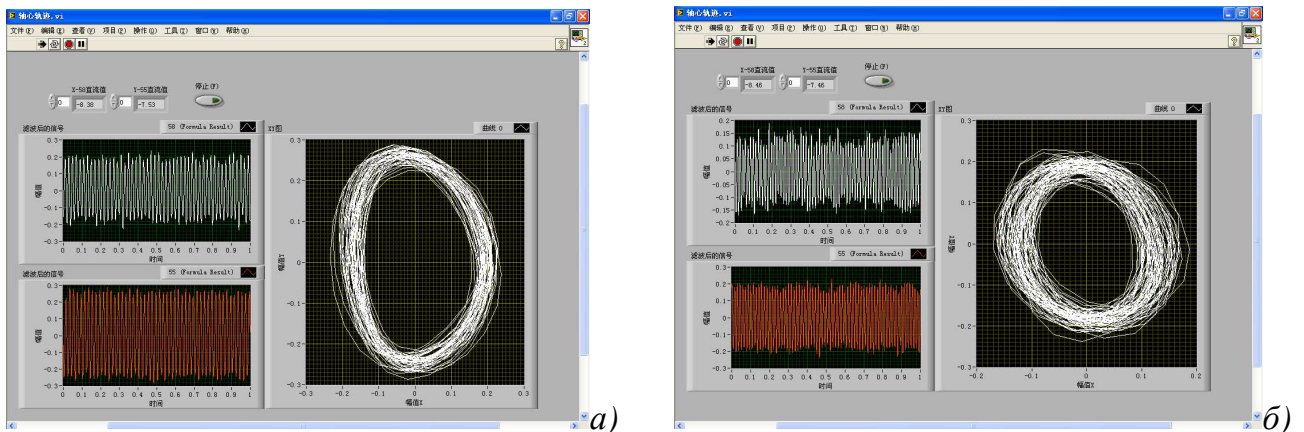
**Рисунок 5.21** Траектории движения центра цапфы при давлении подачи  $p_0 = 0,16$  МПа и частотах вращения: *a* – 5100 об/мин; *б* – 5700 об/мин





**Рисунок 5.22** Траектории движения центра цапфы при давлении подачи  $p_0 = 0,36$  МПа и частотах вращения: *a* – 5100 об/мин; *б* – 6000 об/мин

При давлении подачи  $p_0 = 0,26$  МПа и частотах вращения в интервале от 3000 до 4500 об/мин видно, что траектории представляют собой достаточно сглаженные эллипсы, близкие по форме к окружностям. Это говорит об орбитально-устойчивом состоянии роторной системы (**рисунок 5.23**).



**Рисунок 5.23** Траектории движения центра цапфы при давлении подачи  $p_0 = 0,26$  МПа и частотах вращения: *a* – 3000 об/мин; *б* – 4200 об/мин

Подводя итоги экспериментального исследования вибраций роторов при жестком креплении конических подшипников жидкостного трения, приходим к выводу, что длительная эксплуатация ротора возможна практически до скоростей, не превышающих в среднем удвоенной первой критической скорости ротора, так как за этой скоростью существует зона интенсивных автоколебаний, переход через которую вызывает серьезные затруднения. Сравнение экспериментальных результатов, полученных в ходе проведения обоих циклов исследований на стендах ЭС-1 и ЭС-2, показало качественное согласование между собой полученных опытных данных.

## **6. ВОПРОСЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОНИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКОВ**

### **6.1. Методика проектирования конических подшипников жидкостного трения**

Надежная работа роторно-опорных узлов на конических подшипниках высокоскоростных турбомашин обеспечивается путем выполнения определенных требований при проектировании. Детали конических подшипниковых узлов помимо прочности, жесткости, надежности, устойчивости должны обладать достаточной износостойкостью, теплостойкостью, технологичностью, возможностью изготовления из недорогостоящих и недефицитных материалов, простотой конструкции, минимальным количеством дросселирующих элементов, возможностью работы при использовании любых рабочих сред, минимальными размерами в радиальном и осевом направлении, противозаклинивающими устройствами.

Главным критерием работоспособности деталей подшипников скольжения, в том числе и конических опор, является обеспечение режима жидкостного трения, при котором поверхности ротора и подшипника разделены сплошным смазочным слоем, т.е. толщина смазочного слоя не должна быть меньше минимально допустимой толщины слоя, обеспечивающей этот режим:  $h \geq h_{\min}$ . Непосредственное трение между поверхностями ротора и подшипника отсутствуют, коэффициент трения  $f$  при жидкостной смазке незначителен ( $f \approx 0,001$ ), соответственно, потери на трение и тепловыделение в подшипнике незначительны. Износа поверхностей при этом не происходит, поэтому режим жидкостного трения является наиболее благоприятным для работы подшипника. Обязательным условием жидкостной смазки является непрерывная обильная подача смазочного материала в подшипник. Давление в смазочном слое, необходимое для несения действующих на подшипник нагрузок и предупреждения контакта между поверхностями, создается при эксцентричном положении вала в результате непрерывного нагнетания вращающимся ротором смазочного материала в суживающуюся часть зазора. Этот самоподдерживающийся процесс создания давления в смазочном слое носит название гидродинамической смазки [137, 237].



К критериям работоспособности исследуемых конических опор также относятся виброустойчивость и теплостойкость. Увеличение рабочих скоростей турбомашин и их деталей часто способствует возникновению вибрации. Особая опасность вибрационных нагрузок состоит в том, что при определенных условиях они могут вызвать усталостные разрушения детали. Детали высокоскоростных турбомашин со значительными скоростями вибрации подвергают расчетам на колебания. Основной задачей расчета является выбор конструкции такой жесткости, при которой будет исключена опасность возникновения резонансных колебаний. Эффективность мер по устранению колебаний достигается изменением динамических свойств исследуемой системы, то есть изменением масс-инерционных характеристик.

С увеличением температуры ухудшаются механические свойства металлов, смазочного материала, увеличивается износ, изменяются зазоры, появляются дополнительные динамические нагрузки. Для предотвращения вредных последствий перегрева опор скольжения на работу турбомашин применяют охлаждение. Эффективный способ снижения рабочей температуры подшипника – усиление теплоотвода путем подвода смазки под давлением (принудительная циркуляционная смазка) с одновременным увеличением зазора и введением дренажных канавок в ненагруженной зоне подшипника. Результаты работы [66, 137] показывают, что введение охлаждения для поддержания температуры вала на уровне меньшем, чем температура поверхности подшипника, обеспечивает увеличение давлений в рабочем зазоре и, следовательно, несущей способности, а также увеличение момента трения. Большие зазоры (более 200 мкм) неблагоприятны для несущей способности, но способствуют уменьшению трения и увеличению прокачки смазки. Рабочая температура подшипников с большим зазором меньше; повышенная благодаря этому вязкость смазки компенсирует их малую грузоподъемность. Этим объясняется способность подшипников скольжения работать даже при довольно значительных износах. Подшипники с малым зазором вследствие повышенного тепловыделения работают при высокой температуре; однако пониженная вязкость смазки компенсируется свойственной этим подшипникам высокой нагружаемо-

стью. Аналогичную способность саморегулирования подшипник проявляет и при колебаниях рабочего режима [137, 237, 238].

При повышении температуры подшипника (например, из-за временного уменьшения подачи смазочного материала) рабочая вязкость смазочного материала падает, толщина смазочного слоя уменьшается, и может произойти заедание. Однако с понижением вязкости снижается коэффициент трения и уменьшается тепловыделение, в результате чего устанавливается новое состояние равновесия. С другой стороны, при увеличении угловой скорости или уменьшении нагрузки работа подшипника может стать неустойчивой из-за уменьшения эксцентриситета вала. Однако, при возникновении вихревых движений вала резко возрастают потери на трение, температура подшипника повышается, вязкость смазочного материала уменьшается, что может привести ротор в устойчивую область [137, 237, 238]. Поскольку при высокой частоте вращения увеличивается тепловыделение, то рабочая вязкость смазочного материала уменьшается, следовательно, при конструировании быстроходных опор нужно особо тщательно выбирать конструктивные параметры с целью уменьшения тепловыделения. Применение смазочного материала повышенной вязкости также не всегда рационально, так как увеличивается трение и тепловыделение и затрудняется истечение рабочего тела из подшипника, вследствие чего температура смазочного слоя возрастает, и рабочая вязкость падает, вследствие чего уменьшается несущая способность подшипников, к тому же повышенная вязкость затрудняет пуск. Применение смазочного материала высокой вязкости оправдано лишь в тех случаях, когда подшипник работает при температуре, повышенной в результате нагрева извне. Здесь применение смазки повышенной вязкости является подчас единственно возможным способом обеспечения надежной работы подшипника.

Ввод смазочного материала в конические подшипники осуществляется через дроссельные устройства. Ввод через кольцевые канавки применяют при необходимости увеличения прокачки смазочного материала через подшипник, а также при нагрузке переменного направления. При этом кольцевые канавки резко снижают несущую способность, превращая подшипник в два коротких подшипника.

Ввод смазки с торца предпочтительнее осуществлять с меньшего диаметра, так как при подводе смазки с большего диаметра вследствие инерции смазочный материал будет выдавливаться из зазора. Ввод смазки с торца не снижает грузоподъемности подшипника, но прокачка смазки в этом случае примерно в два раза меньше, чем при центральных кольцевых канавках, поэтому смазочный материал следует вводить в ненагруженную область подшипника. Нагруженная область подшипника жидкостного трения должна быть свободна от канавок и выборок, нарушающих гладкость несущей поверхности и ослабляющих грузоподъемность. Главное условие надежной работы опоры – уменьшение критической величины промежутка между валом и подшипником, при котором наступает соприкосновение микронеровностей вала и подшипника. Это достигается высокой точностью обработки поверхностей вала и подшипников, соблюдением строгой конусности вала и подшипника, исключением перекосов и деформаций системы и тщательной очисткой смазочного материала. Малая шероховатость и правильная коническая форма поверхности не должны нарушаться при длительной эксплуатации; следовательно, вал и подшипник должны быть максимально износостойкими [237].

Жесткость характеризуется изменением размеров и формы конического подшипника под нагрузкой. Расчет на жесткость предусматривает ограничение упругих перемещений в пределах, допустимых для конкретных условий работы. Такими условиями могут быть условия работы подшипников скольжения, которые ухудшаются при больших прогибах валов, возникающих под действием рабочих нагрузок в высокоскоростных турбомашинах, которые не должны превышать некоторых допустимых значений, определяемых назначением и условиями работы конструкции [237, 238].

Под износостойкостью понимают способность деталей подшипников скольжения, в том числе и конических, сопротивляться изнашиванию, то есть истиранию поверхностей, имеющих на сопряженных поверхностях взаимно перемещающихся деталей; молекулярно-механическому изнашиванию, когда при высоких скоростях и контактных давлениях создаются условия для выдавливания масляной пленки из промежутка между трущимися поверхностями деталей и при-

варивания или молекулярного сцепления частиц подшипниковых деталей – с последующим абразивом или относительным их перемещением; коррозионно-механическому изнашиванию, при котором продукты коррозии и защитные окисные пленки, возникающие на трущихся поверхностях деталей, удаляются механическим воздействием. Для уменьшения износа необходимо ограничить рабочие давления между контактирующими поверхностями деталей, обеспечить нормальную смазку трущихся поверхностей, понизить шероховатость поверхностей вала и подшипника, применить противокоррозионные покрытия, термическую, термохимическую и другие виды обработки поверхностей, хорошие дополнительные устройства для защиты от попадания абразивных частиц, использовать противозаклинивающие устройства, например различные упоры для предотвращения соприкосновения контактируемых поверхностей [137, 237 – 239].

При больших значениях контактных давлений в результате разрушения защитных пленок и пластического деформирования отдельные участки сопряженных поверхностей подшипников скольжения могут вступить в такой тесный контакт, при котором приходят в действие силы молекулярного сцепления. Это явление называется схватыванием. Последующее перемещение поверхностей вызывает разрушение мест соединения и возникновение новых. Процесс возникновения и развития повреждений поверхностей трения вследствие схватывания называется заеданием. Наиболее слабым проявлением заедания является малоинтенсивный перенос материала с одной поверхности на другую (намазывание или наволакивание). Интенсивность заедания увеличивается с ростом контактных давлений, скорости скольжения и температуры в зоне сопряжения вала и подшипника. Это особенно характерно для КПС в момент, когда цапфа вала упирается в коническую поверхность подшипника. Поэтому, как было сказано выше, для предотвращения этого явления необходимо предусматривать противозаклинивающие устройства. Кроме того, приходится сталкиваться с задиром, т.е. повреждением поверхностей трения в виде борозд, глубина которых может достигать 100...120 мкм и более, и возникающим из-за прекращения подачи смазки к трущимся поверхностям.

Защитные пленки, разделяющие сопряженные поверхности, способствуют предупреждению схватывания. Однако, при больших значениях контактных давлений и скоростей скольжения надежную защиту от заедания эти пленки не обеспечивают. Наилучшие результаты достигаются при использовании смазок с поверхностно-активными присадками (органические соединения серы, фтора и фосфора), которые в свою очередь приводят к коррозионно-механическому изнашиванию. Пути снижения или даже устранения повреждений от этого вида изнашивания: повышение твердости рабочих поверхностей (особенно эффективно с помощью азотирования); покрытие фосфатированных рабочих поверхностей дисульфидом молибдена, что резко увеличивает долговечность деталей. Заедание возможно при достаточной смазке и отсутствии пластических деформаций в результате резкого местного повышения температуры в зоне контакта (вызванных работой сил трения) до значения, при котором смазка теряет защитные свойства. В таких случаях, характерных для высоких скоростей скольжения, одним из критериев для суждения о возможности возникновения задира является температура в зоне контакта, сравниваемая с допускаримым значением. Противостоят заеданию многофазные медно-оловянные, медно-алюминиевые, оловянно-сурьмяные подшипниковые сплавы с пластичной основой и твердыми структурными составляющими. Для высоконагруженных быстроходных подшипников, рассчитанных на работу в области жидкостной смазки, применяют почти исключительно пластичные сплавы в виде тонких слоев, наносимые на стальные (реже бронзовые) втулки и вкладыши. К основным используемым подшипниковым материалам относятся: баббиты, серебро, многослойные покрытия, бронзы, антифрикционные чугуны, легкие сплавы [237, 238]. Развитию усталостных трещин способствуют возникающие в результате механической обработки шероховатости, являющиеся также концентраторами напряжений. Для повышения несущей способности конических подшипников широко используют различного вида упрочнение поверхностей. Повышение прочности поверхностного слоя достигается наклепом при дробеструйной обработке или накаткой роликами, поверхностной закалкой и химико-термической обработкой (цементацией, нитроцементацией, азотированием и др.).

Наиболее частые причины выхода подшипников из строя: неправильный подвод и недостаточная подача смазочного материала в пусковые периоды, неправильная конструкция подшипникового узла, неблагоприятное распределение сил на подшипники, повышенные кромочные нагрузки, недостаточная жесткость вала и подшипника, неправильный выбор материала вала и подшипника, недостаточная твердость поверхности вала, неправильное соотношение между твердостью вала и подшипника, неправильная макро- и микрогеометрия несущих поверхностей. У многоопорных валов наиболее частой причиной выхода подшипников из строя являются отклонения от соосности опор или шеек вала и недостаточная жесткость корпуса, несущего опоры. Устранение этих причин обычно обеспечивает удовлетворительную работу подшипников скольжения.

При разработке конструкции современной быстроходной турбомашинны на конических подшипниках жидкостного трения, прежде всего, необходимо обеспечить высокий коэффициент полезного действия при заданных параметрах и надежность работы агрегата в течение заданного ресурса в условиях значительного температурного диапазона и значительных динамических нагрузок. Обеспечение надежности работы осуществляется рациональным отбором конструктивных исполнений основных элементов и узлов машинны, тщательно подобранными для них материалами, а также высоким качеством изготовления и сборки роторно-опорных узлов на конических подшипниках жидкостного трения.

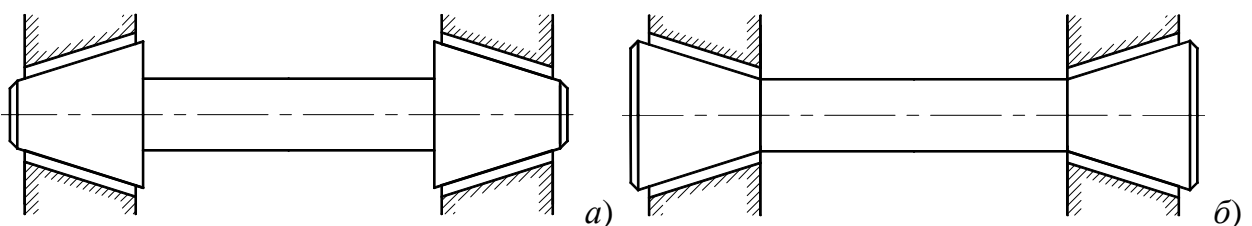
Работоспособность и надежность любой высокоскоростной турбомашинны (детандера, насоса, компрессора), ее ресурс и конструкция в целом в наибольшей степени определяются выбранной компоновочной схемой и конструктивным исполнением роторной системы: свойствами и характеристиками самого ротора и его опор [5, 6]. Вследствие этого, проектирование работоспособных, эффективных и надежных роторных систем с подшипниками скольжения, применение которых в быстроходных машиннах повышенного ресурса является более целесообразным по сравнению с опорами качения, занимает важное место. Несмотря на значительное количество работ, выполненных в области исследования и конструирования высокоскоростных турбомашин, практически отсутствуют работы по изучению ра-

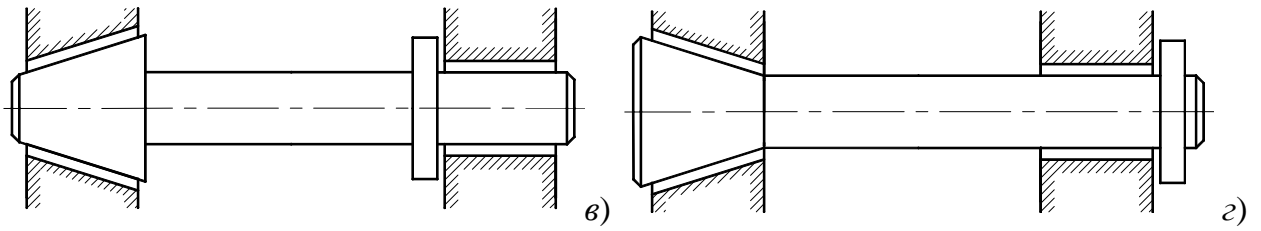
ботоспособности турбоагрегатов на конических подшипниках скольжения. Поэтому, проведенные теоретические и экспериментальные исследования, а также выполненный анализ литературы по данному вопросу [5 – 7, 137, 152, 167, 168, 210, 240] позволяют предложить ряд рекомендаций как по проектированию быстрходных роторных систем на конических подшипниках жидкостного трения, так и самих подшипников.

Роторы и опоры насосов, компрессоров, двигателей, детандеров, различных видов приводов вращательного движения воспринимают различные виды радиальных и осевых нагрузок. В этом случае в зависимости от соотношения радиальных и осевых сил рационально применение одиночных, или спаренных радиально-упорных, или конических подшипников скольжения.

Рассмотрим возможные варианты подвеса подшипников скольжения – по способу закрепления опоры подразделяются на плавающие и фиксированные [2]. Плавающие опоры применяют в случаях, когда осевая фиксация деталей создается другими средствами и необходимо избежать образования статически неопределимой системы, этот способ характерен для радиальных подшипников. Фиксирующие опоры закрепляют детали в радиальном и осевом направлениях. Наиболее распространены схемы установки опор (*рисунок 6.1*), как удобные в монтаже и исключая неопределенность в величинах реакций и, следовательно, более надежные [2]. По способу обеспечения осевой фиксации различают три вида статически определимых схем установки опор: «враспор», «враспяг», с одной фиксированной и другой – плавающей опорами (*на рисунке 6.1* не показано).

Схема «враспор» (*рисунок 6.1, а*) конструктивно проста. Каждая из опор фиксирует вал только в одном осевом направлении: правая – вправо, левая – влево (упором конических поверхностей вала в соответствующие поверхности конического подшипника, как показано на рисунке).





**Рисунок 6.1** Схемы радиально-осевых опорных узлов с осевой фиксацией: конические (а, б) и комбинированные (в, г) «враспор» и «врастяг»

Однако, возможно заклинивание опор при тепловом удлинении вала в осевом направлении, превышающем удлинение опорно-корпусных деталей. Во избежание этого при сборке в опорах оставляют начальный зазор, который при выходе изделия на стационарный температурный режим работы выбирался без образования излишнего осевого натяга. Величину зазора выставляют посредством точного изготовления осевых линейных размеров деталей подшипникового узла либо регулировкой. Схему «враспор» рекомендуют применять при коротких валах и небольшом перепаде температуры (при малых тепловых удлинениях) или при отсутствии требований высокой точности осевого позиционирования звеньев и допущении люфта [2].

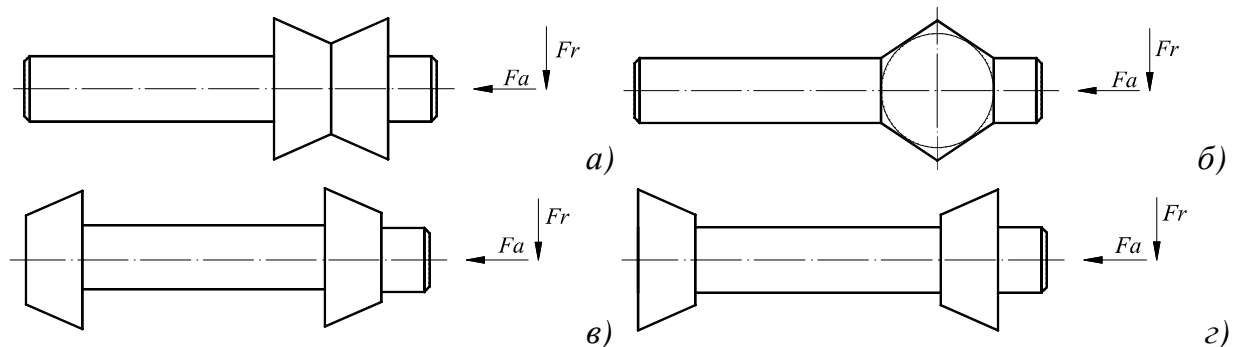
Схема «врастяг» (**рисунок 6.1, б**) считается более сложной при монтаже и регулировке. Каждая из опор тоже фиксирует вал только в одном осевом направлении, но правая – влево, а левая – вправо (упором конических поверхностей вала в подшипник, как показано на рисунке). Однако, даже предварительно затянутые подшипники не заклиниваются при тепловом удлинении вала (при удлинении вала относительно опорно-корпусных деталей осевые люфты увеличиваются). Заклинивание же возможно при охлаждении подшипникового узла.

Схемы, состоящие из комбинации радиально-упорной и конической опор (**рисунок 6.1, в, г**) используется в случае, когда нет необходимости устанавливать два конических подшипника или радиальные габариты опорного узла не позволяют разместить конический подшипник.

В работе [54] представлены конструкции валов при разных схемах установки конических подшипников скольжения (**рисунок 6.2**). Наиболее предпочтительнее конструкции валов при установке подшипников на значительном расстоянии



друг от друга в осевом направлении. Влияние близкого расположения обоих подшипников при комбинированной осевой и радиальной нагрузках (*рисунок 6.2, а*) может быть определено путем рассмотрения суммарного зазора в подшипниках. Действие осевой нагрузки приводит к смещению вала в осевом направлении, т.е. к уменьшению зазора в одном из конусов. Радиальное смещение вала приводит к уменьшению минимальной толщины смазочной пленки в каждом подшипнике. Максимальное радиальное смещение обуславливается незначительным зазором в конусе, что в данных условиях позволяет иметь существенную радиальную нагрузку. Соответственно, конус со значительным зазором не может нести существенную радиальную нагрузку. Преимущество валов при значительном расположении подшипников друг относительно друга заключается в том, что вал может наклоняться незначительно, поэтому допускаемый конус со значительным зазором приводит к увеличению эксцентриситета. Совместное использование подшипников способствует восприятию большей осевой и, следовательно, общей радиальной нагрузке, распределяемой на две опоры. Таким образом, можно утверждать, что конструкция вала (*рисунок 6.2, а*) является нерекомендуемой из-за пониженной несущей способности.

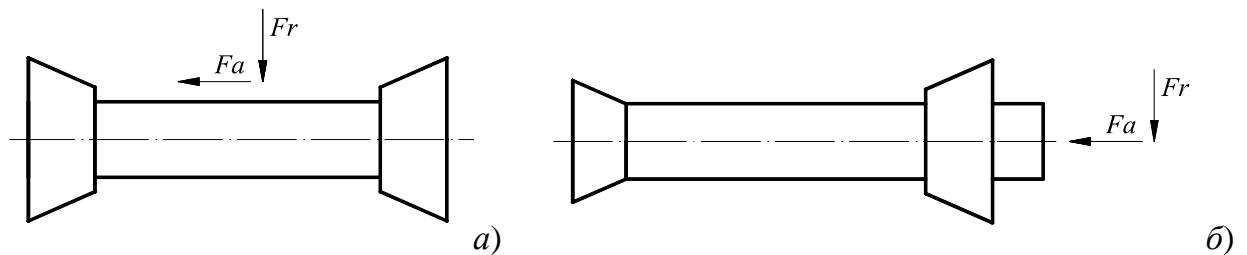


**Рисунок 6.2** Конструкции валов при различных схемах установки конических подшипников: *а* – нерекомендуемая; *б* – нежелательная; *в* – улучшенная; *г* – предпочтительная (наилучшая)

Схема вала с близким расположением конических подшипников (*рисунок 6.2, б*) еще менее предпочтительна по сравнению с предыдущим случаем из-за низкой несущей способности и больших углов перегиба. Секции четырех опорных поверхностей расположены по окружности, поэтому такая схема приводит к

значительному перекоосу оси вала относительно оси подшипников. Так называемая схема вала «враспор» с коническими подшипниками, расположенными на значительном расстоянии друг от друга (*рисунок 6.2, в*), более рациональна по сравнению с двумя предыдущими схемами, но, очевидно, что наиболее предпочтительной является схема «врасяг» также с удаленными друг от друга подшипниками (*рисунок 6.2, з*).

В случае, когда нагрузки приложены не центрально, а на конце вала, это позволяет уменьшить опорную поверхность одного из подшипников в радиальном направлении (*рисунок 6.3*). Такая компоновка имеет преимущество, заключающееся в том, что снижаются потери мощности на трение в подшипнике. Площадь опорной поверхности в осевом направлении при этом будет такой же, как и для центрального расположения нагрузок [54].



**Рисунок 6.3** Модификации схем валов: *a* – с центрально приложенными нагрузками; *б* – с нагрузками, приложенными на конце вала

Исследование рабочих характеристик 4-х и 6-тикарманных конических подшипников с капиллярным и диафрагменным дросселированием [69] показало, что в диапазоне, соответствующем областям практического использования этих опор, инерция смазочной жидкости мало влияет на динамические характеристики, кроме того рабочие характеристики 4-х и 6-тикарманных подшипников отличаются очень незначительно. Поэтому, учитывая, что последние имеют более высокое сопротивление перекоосу, их рекомендуется использовать только при повышенных требованиях к этой характеристике. При малых зазорах, когда имеет место сужение зазора от меньшего диаметра конуса к большему, грузоподъемность снижается существенно (до 40 %) по сравнению со случаем, когда зазор постоянный [241]. В этом случае уменьшается также момент трения, однако менее существенно. При расширяющемся зазоре имеет место обратная тенденция, причем уве-

личение грузоподъемности значительно и может достигать 100 %. Отмечается, что при больших относительных зазорах влияние фактора переменности зазора мало.

Необходимо учитывать, что в коническом гидростатическом осевом подшипнике малого размера [242] при определенном положении и размерах гидростатического кармана наличие перекосов приводит к появлению зон кавитации. Эти зоны возникают также при малых углах конуса. Наличие перекосов приводит к усилению гидродинамического эффекта. При этом увеличивается грузоподъемность и жесткость и уменьшается расход, однако заметно снижается демпфирующая способность. Кроме того, конический осевой ГСП с большим значением отношения минимального радиуса к максимальному, измеренным в направлении образующей подшипника, а также при увеличении относительной ширины маслоподводящей канавки имеет меньшую устойчивость [205]. Область неустойчивой работы больше для случая диафрагменного дросселя. Угол конуса влияет на устойчивость незначительно при больших значениях отношения радиусов. При низких отношениях радиусов зона неустойчивой работы увеличивается при увеличении угла конуса, влияние вращения на устойчивость системы практически отсутствует.

В работе [32] даются следующие рекомендации по выбору основных геометрических размеров конических ГСП: предпочтительными углами образующей конуса являются углы не менее  $15^{\circ}$ ; отношение длины подшипника к его среднему диаметру не должно превышать двух; отношение длины камеры к длине подшипника не должно превышать 0,6; несущие поверхности подшипника и вала должны быть притертыми друг к другу. Установлено, что при возрастании чисел  $Re$  осевая составляющая грузоподъемности падает, здесь сказывается влияние центробежных сил. В важном для практики проектирования опорных узлов диапазоне изменения давления осевая составляющая грузоподъемности изменяется почти линейно. Рассмотрение конического подшипника с диафрагменным дросселированием [60] (с отношением длины к среднему диаметру  $L/D_{cp} = 1$  и углом конусности  $\alpha$  от  $20^{\circ}$  до  $80^{\circ}$ ) показало, что увеличение радиальной грузоподъемности с увеличением угловой скорости  $\omega$  более существенно при высоких относи-

тельных эксцентриситетах, а потери мощности на трение с увеличением  $\omega$  значительно возрастают с увеличением угла  $\alpha$ . В случае применения гидродинамического подшипника было выявлено, что при условии равной конусности подшипника и цапфы ротора отсутствует механизм образования гидродинамического клина в осевом направлении, связанный с постоянным осевым зазором при отсутствии перекосов. Поэтому, такие подшипники необходимо проектировать с учетом разной конусности, а также с возможностью профилирования внутренней поверхности подшипника. Эта особенность отмечается в работе [19], в которой установлено, что при определенном наборе параметров конические подшипники, например с винтовыми канавками, обладают повышенной грузоподъемностью и жесткостью смазочного слоя по сравнению с аналогичными характеристиками гладких конических подшипников.

Проектирование надежного роторно-опорного узла для высокоскоростной турбомашинны на конических подшипниках невозможно без выбора соответствующих материалов и покрытий опорных поверхностей ротора и подшипника. Основными требованиями, предъявляемыми к материалам пары «ротор – подшипник», являются: высокие антифрикционные свойства; достаточные прочность и жесткость; коррозионная и эрозионная стойкость; теплостойкость; малый коэффициент линейного расширения; значительная теплопроводность; химическая нейтральность; смачиваемость; высокая прирабатываемость и противозадирные свойства; хорошая обрабатываемость и низкая стоимость.

При проектировании роторно-опорного узла высокоскоростной турбомашинны можно использовать следующую последовательность расчета и выбора типа конических подшипников (*рисунок 6.4*). В первом блоке выдается техническое задание на проектирование роторно-опорного узла. Задаются габаритные размеры узла, рабочие скорости и температуры, давление подачи, смазочный материал. Во втором блоке исходя из требуемых условий выбирается тип конической опоры: гидродинамическая или гидростатическая. При выборе типа конического подшипника необходимо определить: геометрию и вид опорных поверхностей; систему подачи смазочного материала, тип дросселирования, вид и размеры питаю-

щих камер; охлаждение рабочего тела, для которых исходными данными являются: угловая скорость, режим нагружения, ресурс работы, свойства смазочного материала, ориентировочные радиальные и осевые габариты подшипника.

Как было сказано выше, при значительных угловых скоростях вращения, небольших зазорах, значительном давлении подачи, вязких смазочных материалах обеспечивается принцип гидродинамической смазки. При этом для обеспечения требуемой несущей способности предпочтение отдается гладкому ГДП, однако при этом ротор обладает меньшей устойчивостью работы. Повышение устойчивости может быть достигнуто в многоклиновом подшипнике за счет введения дополнительных клиньев в рабочем зазоре, однако это приводит к снижению несущей способности. Использование гибридного подшипника позволяет совместить в одной конструкции преимущества двух типов ГДП: гладкого и многоклинового. Исходя из этих соображений, выбирается необходимый тип гидродинамического подшипника.

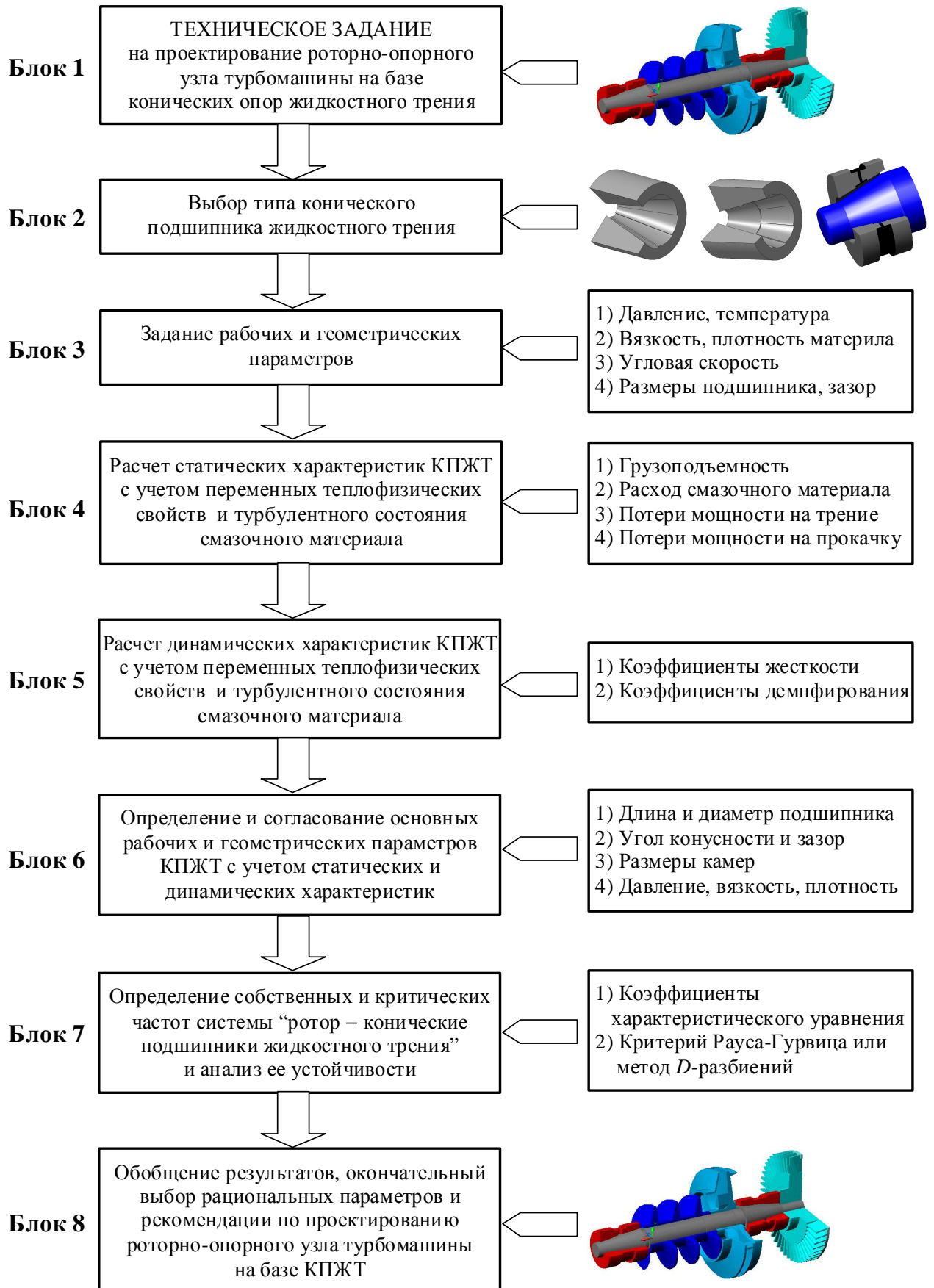
Гидростатический принцип создания несущей способности реализуется в том случае, когда невозможно обеспечить высокие скорости вращения, значительный перепад давления, малые зазоры, вязкие смазочные материалы. Это приводит к усложнению конструкции не только самого подшипника, но и всей роторной системы за счет наличия дополнительной системы подачи и отвода смазочного материала, включающей в себя насос, тракты, фильтры, емкости для сбора смазки и т.д. Также усложняется и технология изготовления конического подшипника за счет появления камер и дросселирующих элементов. Геометрия камер может быть различной, например, в данной работе рассматривались конические ГСП с точечными и прямоугольными камерами. Руководствуясь данными соображениями, выбирают необходимый тип конического гидростатического подшипника скольжения. После выбора типа конического подшипника задаются основные рабочие параметры опоры: угловая скорость, давление подачи, температура смазочного материала, вид смазочного материала, начальные плотность и вязкость. Алгоритм выбора геометрических параметров подшипника: длина и максимальный диаметр (радиус) подшипника, угол конусности, размеры камер

(для ГСП), величина зазора, подробно приведен в п.6.1.1 и п.6.1.2.

Далее осуществляется расчет статических характеристик конического подшипника скольжения с учетом переменных теплофизических свойств и турбулентного состояния смазочного материала: несущей способности, расхода смазочного материала, потерь мощности на трение и прокачку, а также их безразмерных коэффициентов. Методика расчета приведена выше и реализуется с помощью специально разработанных программ в среде «MathCAD». После этого производится согласование основных геометрических и рабочих параметров КПС с учетом рассчитанных характеристик.

Если в первом приближении полученные характеристики удовлетворяют требуемым условиям, то переходят к следующему этапу; если же нет, то изменяя геометрические размеры подшипника (длину, максимальный диаметр, угол конусности, величину зазора), проводят новый расчет характеристик до тех пор, пока не получатся требуемые значения, но с учетом проектировочного расчета (п.6.1.1). Затем переходят к расчету динамических характеристик с учетом переменности свойств и турбулентности в смазочном слое: жесткости и демпфирования, а также их коэффициентов с помощью той же программы, методика расчета которых приводится в 4-ой главе. После чего геометрические и рабочие параметры КПЖТ, уточненные после расчета статических характеристик, согласуются с динамическими характеристиками. При удовлетворении значений переходят дальше, если нет, то возвращаются блоку задания геометрических параметров, меняют их и пересчитывают не только динамические, но и статические характеристики.

Следующий этап – используя коэффициенты характеристического уравнения и критерий Рауса-Гурвица, определяют собственные и критические частоты системы «ротор – конические подшипники» и осуществляют анализ ее устойчивости. Для малых эксцентриситетов вполне приемлем линейный анализ устойчивости, основанный на рассмотрении характеристического уравнения системы, для чего используются либо критерии устойчивости (все параметры заданы), либо метод  $D$ -разбиений (при необходимости построения областей устойчивости).



**Рисунок 6.4** Последовательность расчета и выбора типа конических подшипников

При совпадении рабочей частоты вращения ротора с одной из собственных частот системы «ротор – конические подшипники» возникает явление резонанса, при котором амплитуды колебаний ротора могут достигать опасных величин (в зависимости от демпфирующих свойств подшипника). Во избежание этого при проектировании необходимо, чтобы зона рабочих частот была несколько удалена от критических частот. В качестве критерия надежности работы системы используют отношение рабочей частоты  $\omega$  к одной из собственных (критических) частот системы  $\omega_{кр}$ :  $K = \omega / \omega_{кр}$ . В случае, когда рабочие частоты лежат в резонансной зоне, выполняются следующие мероприятия: отстройка от резонансных режимов или демпфирование колебаний ротора. Отстройка от резонанса осуществляется путем изменения величины критических скоростей путем варьирования упругих и инерционных свойств системы. Демпфирование колебаний позволяет с помощью специальных устройств-демпферов или упругодемпферных опор снизить амплитуды колебаний при резонансе, не изменяя упруго-массовых свойств системы. По окончании всех расчетов опор и ротора определяются требования по динамической и статической нагрузке на опоры и балансировке ротора. Рекомендации на этот счет приводятся в специальной литературе по проектированию высокоскоростных турбомашин [243] и в данной работе не рассматриваются. Выполнение проверочного прочностного и теплового расчета необходимо для сравнения действующих напряжений и температурных полей с допустимыми величинами. В случае их несогласованности итерационный процесс проектирования повторяется до достижения согласованности.

Окончательный этап заключается в обобщении результатов расчета, выбора оптимальных параметров подшипника и предоставлении рекомендаций по проектированию роторно-опорных узлов на базе конических подшипников.

### ***6.1.1 Алгоритм проекторочного расчета геометрических параметров конических подшипников***

Одной из особенностей проектирования опор роторов является тот факт, что главный геометрический параметр, а именно, диаметр входит в исходные данные



и определяется при расчете валов. Если в качестве опор рассматриваются подшипники качения, то при известном диаметре опорной части вала в общем случае выбирается стандартный вариант с известной геометрией, а дальнейший расчет сводится к проверке по критерию долговечности или динамической грузоподъемности. Что касается подшипников скольжения, то проектировочный расчет состоит в определении необходимой длины (для радиального подшипника) из условия обеспечения несущей способности по максимальному удельному давлению [244]:

$$L = \frac{F_r}{[p]d},$$

где  $F_r$  – радиальная нагрузка,  $[p]$  – допустимое удельное давление материала вкладыша (втулки),  $d$  – диаметр опорной части вала.

Величина радиального зазора  $h_0$  выбирается из рекомендуемого диапазона  $\psi = \Delta / d = 2h_0 / d = 0,001 \dots 0,003$  ( $\Delta$  – диаметральный зазор) с учетом типа подшипника (гидростатический, гидродинамический или гидростатодинамический / гибридный), а также вида смазочного материала, класса точности и шероховатости рабочих поверхностей [244]. Следует отметить, что большие значения относительного зазора  $\psi$  характерны для подшипников скольжения с гидростатическим принципом создания несущей способности. В гидродинамических подшипниках (особенно при использовании маловязких смазочных материалов, в частности, газов) высокоскоростных роторных машин принимаются минимальные, с точки зрения технологических возможностей, значения  $\psi$ . Для конического подшипника значения относительного зазора  $\psi$  варьируются в диапазоне от  $\psi_1 = \Delta / D$  до  $\psi_2 = \Delta / d$ , это связано с тем, что при одинаковой конусности подшипника и цапфы вала диаметральный зазор является постоянной величиной по длине подшипника, в отличие от диаметра, который возрастает. В этом случае, поскольку в исходных данных задается габаритный диаметр  $D$ , можно выбрать величину радиального зазора  $h_0$  из соотношения  $\psi_1 = \Delta / D = 2h_0 / D$  [244].

До появления современных средств вычислительной техники и численных методов расчета проектирование подшипников жидкостного трения проводилось на основе условных расчетов по удельным давлениям и величинам  $pv \leq [pv]$  ( $v$  –

линейная скорость точек на поверхности вала), а также с использованием экспериментальных номограмм, связывающих значения относительного эксцентриситета, длины и параметра подшипника, называемого числом Зоммерфельда:  $S_o = \mu\omega/p\psi^2$ , где  $\mu$  – динамическая вязкость смазочного материала (Па·с),  $\omega$  – угловая скорость (рад/с),  $p$  – удельная нагрузка на единицу несущей поверхности подшипника (Па).

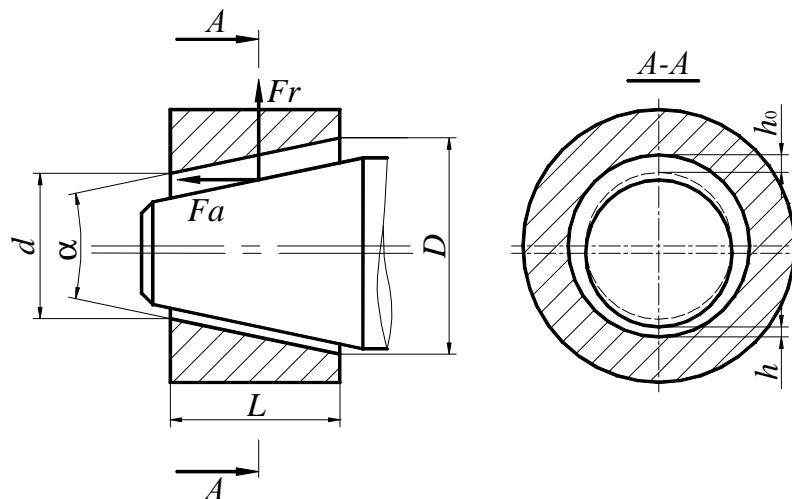
Подобные графики построены, как правило, для гладких цилиндрических подшипников полного или частичного охвата. На основании данных зависимостей определяется величина относительного радиального эксцентриситета:  $\bar{e} = e/h_0$  при заданных значениях скоростей, вязкости и зазора, затем определяется величина минимального зазора [244]:

$$h_{\min} = h_0(1 - \bar{e}_{\min}) \geq [h]. \quad (6.1)$$

Допустимая величина минимального зазора определяется как с учетом высоты микронеровностей поверхностей шейки вала  $Ra_1$  и втулки подшипника  $Ra_2$ , деформации  $\Delta$  и перекоса вала  $\gamma$ , а также коэффициента запаса  $S$  [244]:

$$[h] = (Ra_1 + Ra_2 + \Delta + \gamma)S. \quad (6.2)$$

Проектировочный расчет конических подшипников (**рисунок 6.5**) имеет свои особенности, связанные с тем, что при заданном диаметре вала (например,  $D$ ) необходимо определить два неизвестных параметра – длину подшипника  $L$  и второй диаметр  $d$  (или угол конусности  $\alpha$ ). Решение задачи связано с необходимостью учета соотношения радиальных  $F_r$  и осевых  $F_a$  внешних сил [244].



**Рисунок 6.5** Схема конического подшипника скольжения

Общий алгоритм проектировочного расчета подшипника скольжения сводится к определению размеров при заданных нагрузках с учетом свойств выбранных конструкционных и смазочных материалов. Применительно к коническим подшипникам данный алгоритм может быть записан следующим образом (**рисунок 6.6**) [244]. Вначале задаются исходные данные: радиальная и осевая нагрузки и габаритный диаметр. Далее выбираются материалы, из которых будут изготовлены сопрягаемые детали (подшипник и вал) для обеспечения соответствующего коэффициента трения при смазке. В подшипниках скольжения встречаются три основных вида смазки, каждая из которых характеризуется соответствующим коэффициентом трения: жидкостная ( $f = 0,001 \dots 0,005$ ), полужидкостная ( $f = 0,01 \dots 0,03$ ) и граничная ( $f = 0,1 \dots 0,2$ ). Наиболее предпочтителен режим жидкостной смазки, когда сопрягаемые поверхности гарантированно разделены слоем смазочного материала, что обеспечивает их безыносную работу.

Следующие два блока посвящены выбору среднего радиального зазора исходя из габаритного диаметра  $D$  и относительного зазора  $\psi$  и расчету минимального зазора  $h_{\min}$ , который не должен быть меньше минимально допустимого значения  $[h]$ , определяемого по формуле (6.2).

Далее рассчитывается коэффициент  $k_F$  исходя из соотношения осевой  $F_a$  и радиальной  $F_r$  нагрузок, необходимый для выбора оптимального угла конусности подшипника. Для чего записывается выражение для определения удельной нагрузки на конический подшипник в радиальном направлении [244]:

$$p_r = \frac{F_r}{D_{cp} L} \leq [p],$$

или

$$p_r = \frac{2F_r}{(D + d)L} \leq [p], \quad (6.3)$$

где средний диаметр подшипника определяется как:  $D_{cp} = (D + d)/2$ .

Удельная нагрузка на конический подшипник в осевом направлении может быть определена по выражению:

$$p_a = \frac{4F_a}{\pi(D^2 - d^2)} \leq [p]. \quad (6.4)$$

Тогда соотношение осевой  $F_a$  и радиальной  $F_r$  нагрузок, определяемое коэффициентом  $k_F$ , записывается через геометрические размеры конического подшипника скольжения:

$$k_F = \frac{F_a}{F_r} \leq \frac{\pi(D-d)}{2L}. \quad (6.5)$$

Учитывая, что  $\operatorname{tg}(\alpha/2) = (D-d)/2L$ , где  $\alpha$  – угол конусности, соотношение (6.5) записывается в виде:  $k_F \leq \pi \operatorname{tg}(\alpha/2)$ . Откуда

$$\operatorname{tg}(\alpha/2) \geq k_F/\pi.$$

Таким образом, угол конусности зависит от соотношения осевой и радиальной нагрузок и определяется как:

$$\alpha \geq 2 \operatorname{arctg}\left(\frac{k_F}{\pi}\right). \quad (6.6)$$

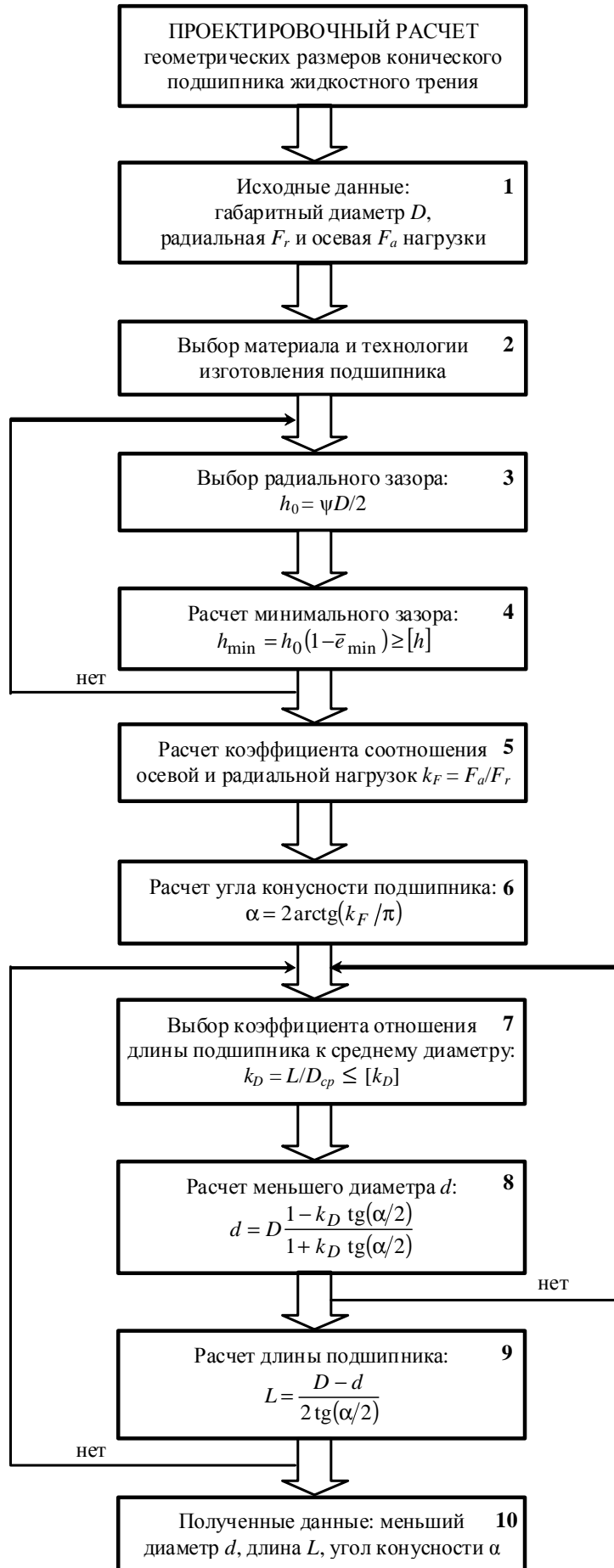
Принимая во внимание гипотезу равенства удельных нагрузок в радиальном и осевом направлениях для конического подшипника скольжения:  $p_r = p_a$ , можно рассчитать значение угла конусности:  $\alpha = 2 \operatorname{arctg}(k_F/\pi)$ . Расчет угла конусности конического подшипника скольжения от соотношения осевой и радиальной нагрузок приведен ниже в **таблице 6.1** [244].

**Таблица 6.1** Значения угла конусности от коэффициента  $k_F$

$k_F = Fa/Fr$	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,75
$\alpha$ , рад	0	0,03	0,06	0,10	0,13	0,16	0,19	0,22	0,25	0,28	0,32	0,47
$\alpha$ , град	0	1,8	3,7	5,5	7,3	9,1	10,9	12,7	14,5	16,3	18,1	26,9

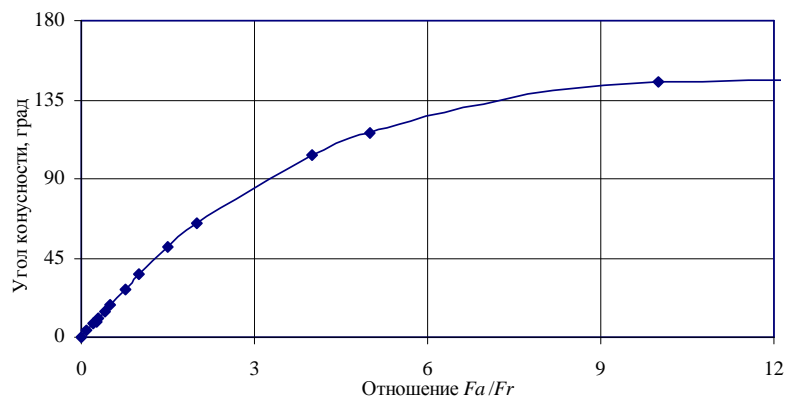
*Продолжение таблицы 6.1*

$k_F = Fa/Fr$	1	1,5	2	4	5	10	100	1000
$\alpha$ , рад	0,62	0,89	1,13	1,81	2,02	2,53	3,08	3,14
$\alpha$ , град	35,3	51,1	65,0	103,8	115,8	145,2	176,5	179,7



**Рисунок 6.6** Алгоритм проектировочного расчета конического подшипника

Ниже на *рисунке 6.7* приведена диаграмма выбора угла конусности, рассчитанного по формуле (6.6), в зависимости от соотношения осевой и радиальной нагрузок. Отмечается, что при соотношении осевой и радиальной нагрузок в пределах  $k_F = 2$  наблюдается линейная зависимость роста угла конусности. Дальнейшее увеличение коэффициента  $k_F$  приводит к более плавному росту угла конусности. В случае, если радиальная нагрузка составляет менее 1 % от осевой нагрузки, то угол конусности приближается к  $180^\circ$ , т.е. подшипник становится упорным [244].



**Рисунок 6.7** Определение угла конусности в зависимости от соотношения  $F_a/F_r$

Следующий шаг – выбор коэффициента отношения длины подшипника к его диаметру. В работе [244] отмечается, что радиальные подшипники с меньшими значениями  $L/D$  имеют пониженную несущую способность вследствие облегченного вытекания смазочного материала с торцов, однако такие подшипники менее чувствительны к перекосам. Кроме того, критическая толщина смазочного слоя у них значительно меньше, чем у подшипников с высоким отношением  $L/D$ . Это в значительной степени компенсирует пониженную несущую способность подшипников с малым  $L/D$ . Подшипники с большим отношением  $L/D$ , напротив, очень чувствительны к перекосам, вследствие чего критическая толщина смазочного слоя у них всегда больше. Исходя из вышперечисленного, и рекомендуется придерживаться для цилиндрических опор скольжения значений в диапазоне:  $L/D = 0,8 \dots 1,2$ . Для случая конической опоры по аналогии можно принять отношение длины подшипника к его среднему диаметру:  $k_D = L/D_{cp}$ , при этом должно выполняться следующее условие – коэффициент  $k_D$  не должен превышать допус-

тимого значения этого коэффициента  $[k_D]$ :  $k_D \leq [k_D]$ . Расчет допустимого значения коэффициента отношения длины конического подшипника к среднему диаметру  $[k_D]$  осуществляется из соотношения:

$$[k_D] = \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha/2)}. \quad (6.7)$$

После выбора коэффициента  $k_D$  и выполнения условия:  $k_D \leq [k_D]$ , в заключительных блоках происходит непосредственно расчет меньшего диаметра и длины конического подшипника по формулам [244]:

$$d = D \frac{1 - k_D \operatorname{tg}(\alpha/2)}{1 + k_D \operatorname{tg}(\alpha/2)}, \quad (6.8)$$

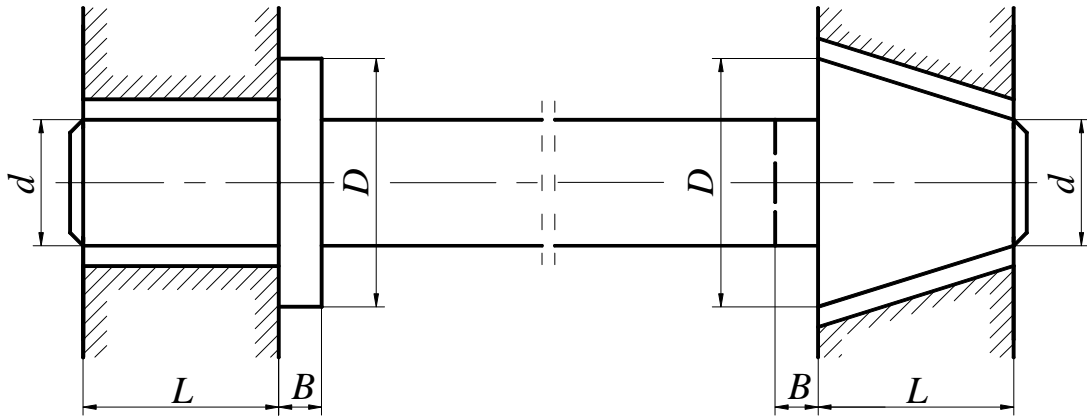
$$L = \frac{D - d}{2 \operatorname{tg}(\alpha/2)}. \quad (6.9)$$

В случае, если один из геометрических размеров подшипника не подходит по габариту, осуществляется выбор другого значения коэффициента отношения длины подшипника к среднему диаметру и производится перерасчет меньшего диаметра и длины до тех пор, пока эти значения не будут подходить по габаритам.

Предложенный алгоритм проектировочного расчета конического подшипника скольжения позволяет определить его геометрические размеры: меньший диаметр, длину и угол конусности, с точки зрения рационального проектирования, и может быть использован в дальнейших расчетах роторно-опорных узлов высокоскоростных турбомашин.

### **6.1.2. Обоснование выбора структуры радиально-осевых опор роторов**

Для выбора при проектировании машин способа установки ротора необходима предварительная оценка возможностей различных схем, с точки зрения ряда критериев, одним из которых являются габариты подшипниковых узлов, поэтому закономерно встает вопрос о целесообразности применения радиально-осевого или конического узлов. Предлагаемый подход [245] основан на сравнении размеров подшипниковых узлов жидкостного трения, выполненных в виде: 1) комбинации радиального и осевого подшипников; 2) конического подшипника (*рис. 6.8*).



**Рисунок 6.8** Схемы установки роторов: радиально-осевая и коническая

Автором предложен алгоритм выбора структуры радиально-осевых опор роторов, состоящий из двух подходов: массогабаритного и по созданию несущей способности (**рисунок 6.9**) [245]. При массогабаритном подходе в случае, когда проектируемая длина пяты  $B_{пр}$  превышает минимальную расчетную величину пяты  $B$ , определяемую техническими требованиями и условиями (проектировочным расчетом), можно говорить о преимуществе установки конического подшипника, связанного с уменьшением массы вала. Сравнительный анализ проводится по массогабаритным параметрам опорного узла при условии, что размеры опорного узла ( $L, B, D, d$ ) принимаются равными. Пространство, занимаемое валом в радиально-осевом подшипнике (**рисунок 6.8**), складывается из объемов цилиндрической части вала длиной  $L$  и пяты длиной  $B$ :  $V = 0,25\pi(d^2L + D^2B)$ .

Пространство, занимаемое валом в коническом подшипнике (**рисунок 6.8**), определяется объемами конической длиной  $L$  и цилиндрической длиной  $B$  частей ротора [245]:

$$V = \frac{\pi}{4} \left[ \frac{L}{3} (D^2 + Dd + d^2) + d^2B \right].$$

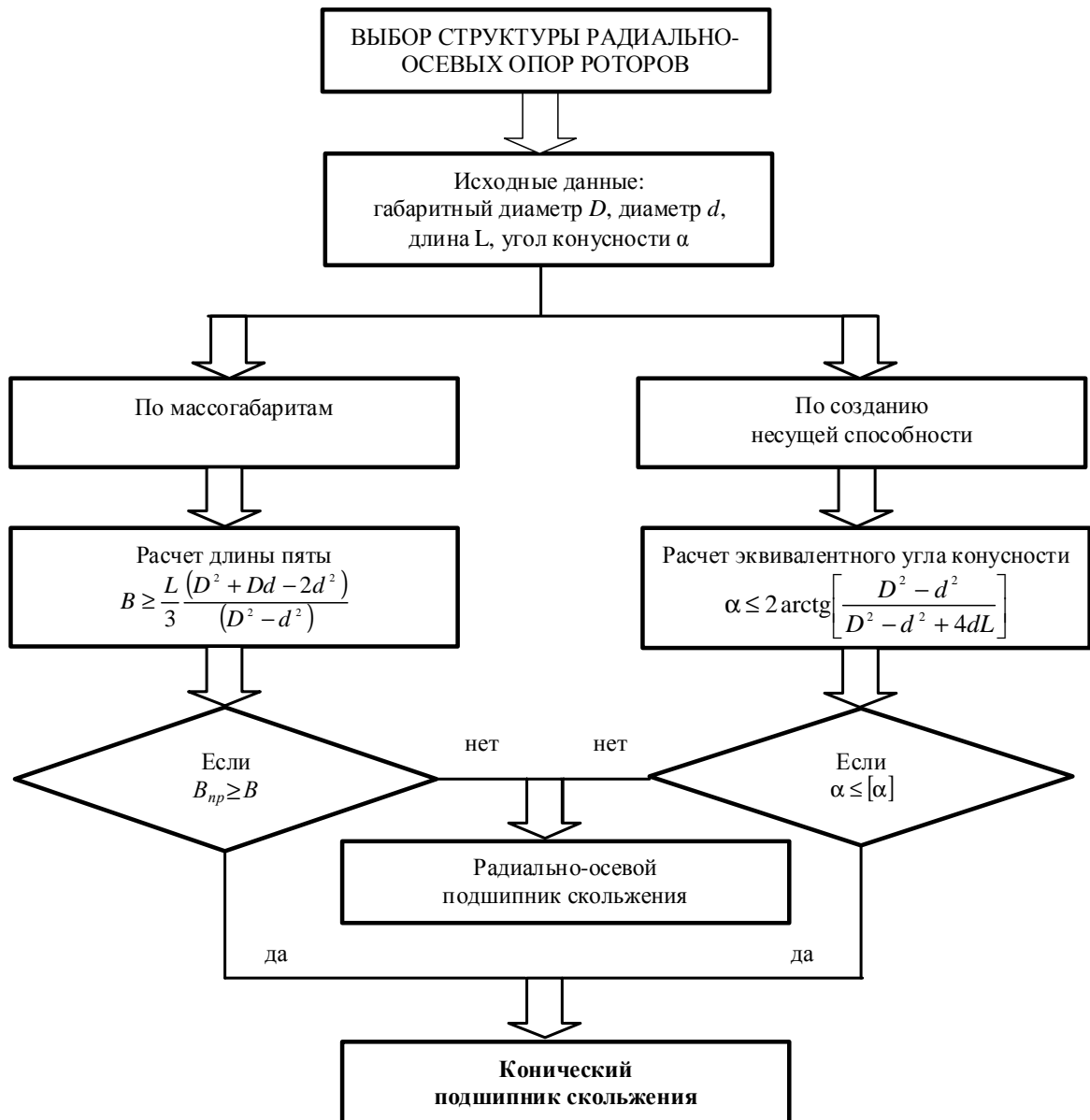
Целесообразность установки конического подшипника определяется условием уменьшения массогабаритов узла по сравнению с радиально-осевым узлом таких же размеров, т.е коническая часть должна занимать меньшее пространство по сравнению с радиально-осевой [245]:

$$\frac{\pi}{4} \left[ \frac{L}{3} (D^2 + Dd + d^2) + d^2B \right] \leq \frac{\pi}{4} (d^2L + D^2B).$$



После преобразования получается формула определения длины пяты  $B$  радиально-осевого подшипника, превышение которой позволяет говорить о целесообразности установки конического подшипника [245]:

$$B \geq \frac{L}{3} \frac{(D^2 + Dd - 2d^2)}{(D^2 - d^2)}. \quad (6.10)$$



**Рисунок 6.9** Алгоритм выбора структуры радиально-осевых опор роторов

Вводя параметр конусности  $\lambda = d/D$ , может быть сформулировано условие целесообразности установки конического подшипника исходя из условия прочности:

$$B \geq \frac{L}{3} \frac{(1 + \lambda - 2\lambda^2)}{(1 - \lambda^2)}. \quad (6.11)$$

Вводя величины относительных размеров длины соответствующих частей вала, определяемых как:  $\bar{L} = L/D$  и  $\bar{B} = B/D$ , предыдущую формулу можно записать:

$$\bar{B} \geq \frac{\bar{L} (1 + \lambda - 2\lambda^2)}{3 (1 - \lambda^2)}. \quad (6.12)$$

В случае, если проектируемая длина пяты  $B_{np}$  из прочностных, технологических и других соображений превышает расчетную длину пяты  $B$ , т.е.  $B_{np} > B$ , то исходя из уменьшения массогабаритов узла целесообразнее установить конический подшипник. Если же при проектировании оказалось возможным сконструировать пяту длиной  $B_{np}$ , меньшей расчетной длины пяты  $B$ , т.е.  $B_{np} < B$ , то по массогабаритным размерам радиально-осевой узел будет предпочтительнее конического узла [245].

**Задача 1.** Требуется рассчитать значение минимальной длины пяты  $B$  радиально-осевого подшипника таким образом, чтобы массогабаритные параметры опорного узла на базе конического подшипника были предпочтительнее параметров узла на базе радиально-осевого подшипника. Узел имеет следующие размеры  $d = 20$  мм,  $D = 48$  мм,  $L = 53$  мм.

**Решение.** Значения относительной длины пяты  $B$ , рассчитанные по формулам (6.10) – (6.12), заносим в *таблицу 6.2*.

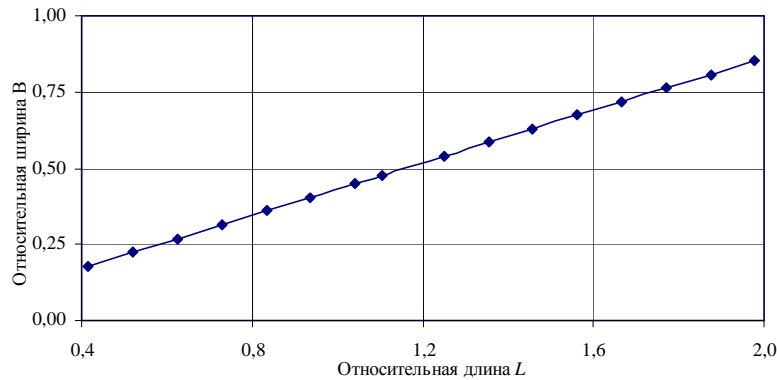
**Таблица 6.2** Значения относительной длины пяты  $B$

Диаметр $d$ , мм	20	20	20	20	20	20	20	20	20
Диаметр $D$ , мм	48	48	48	48	48	48	48	48	48
Длина $L$ , мм	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Параметр конусности $\lambda = d/D$	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42
Относительная длина $\bar{L}$	0,42	0,52	0,63	0,73	0,83	0,94	1,04	1,15	1,25
Длина пяты $B$ , мм	8,6	10,8	12,9	15,1	17,3	19,4	21,6	22,9	25,9
Относительная длина $\bar{B}$	0,18	0,22	0,27	0,31	0,36	0,40	0,45	0,48	0,54

*Продолжение таблицы 6.2*

Диаметр $d$ , мм	20	20	20	20	20	20	20	20
Диаметр $D$ , мм	48	48	48	48	48	48	48	48
Длина $L$ , мм	65	70	75	80	85	90	95	100
Параметр конусности $\lambda = d/D$	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42
Относительная длина $\bar{L}$	1,35	1,46	1,56	1,67	1,77	1,88	1,98	2,08
Длина пяты $B$ , мм	28,0	30,2	32,4	34,5	36,7	38,8	41,0	43,1
Относительная длина $\bar{B}$	0,58	0,63	0,67	0,72	0,76	0,81	0,85	0,90

На *рисунке 6.10* приведена диаграмма зависимости относительной длины пяты  $\bar{B}$  от относительной длины подшипника  $\bar{L}$ . Как видно из диаграммы, увеличение относительной длины подшипника приводит к увеличению размеров относительной длины пяты [245].



**Рисунок 6.10** Диаграмма зависимости длины пяты  $\bar{B}$  от длины подшипника  $\bar{L}$

Предложенная методика [245] формулирует условие целесообразности использования конических подшипников, позволяет давать рекомендации по выбору вида опорного узла (радиального-осевого или конического) с точки зрения минимизации массогабаритных размеров и может быть использована в дальнейших расчетах роторно-опорных узлов высокоскоростных турбомашин.

Второй вариант [246] основан на создании несущей способности (грузоподъемности) подшипником, которая является важнейшей характеристикой любой опоры. Данный подход основан на оценке эффективности радиально-осевых подшипников жидкостного трения (конических и радиально-упорных) путем сравнительного анализа площадей их опорных поверхностей (*рисунком 6.8*).

Учитывая соотношения:  $D_{cp} = (D + d)/2$ ;  $L = (D - d)/2 \operatorname{tg}(\alpha/2)$ , площадь опорной поверхности конического подшипника можно определить следующим образом [246]:

$$S_1 = \frac{\pi}{4 \operatorname{tg}(\alpha/2)} (D^2 - d^2). \quad (6.13)$$

Площадь опорной поверхности радиально-упорного подшипника складывается из опорных поверхностей цилиндрической и упорной частей [246]:

$$S_2 = \pi dL + \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2). \quad (6.14)$$

Принимая во внимание тот факт, что для создания необходимой несущей способности и предпочтения в выборе конического подшипника по сравнению с радиально-упорным площадь его опорной поверхности должна превышать площадь поверхности радиально-упорного подшипника ( $S_1 \geq S_2$ ). В этом случае можно найти эквивалентное значение угла конусности, превышение которого приведет к тому, что несущая способность конического подшипника будет меньше, чем радиально-упорного подшипника таких же размеров [246]:

$$\frac{\pi}{4 \operatorname{tg}(\alpha/2)} (D^2 - d^2) \geq \pi dL + \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2). \quad (6.15)$$

В результате преобразований получается следующая формула:

$$\operatorname{tg}(\alpha/2) \leq \frac{D^2 - d^2}{D^2 - d^2 + 4dL}. \quad (6.16)$$

С учетом параметра конусности  $\lambda = d/D$  и относительной длины  $\bar{L} = L/D$ , формула может быть записана:

$$\operatorname{tg}(\alpha/2) \leq \frac{1 - \lambda^2}{1 - \lambda^2 + 4\lambda\bar{L}}. \quad (6.17)$$

Тогда угол конусности не должен превышать эквивалентного значения ( $\alpha \leq [\alpha]$ ):

$$\alpha \leq 2 \operatorname{arctg} \left[ \frac{1 - \lambda^2}{1 - \lambda^2 + 4\lambda\bar{L}} \right]. \quad (6.18)$$

Рассмотрим некоторые виды задач, возникающие при проектировании радиально-осевых опор жидкостного трения [246].

**Задача 2.** Требуется рассчитать угол конусности для конического подшипника, имеющего следующие размеры  $d = 20$  мм,  $D = 48$  мм,  $L = 53$  мм, таким образом, чтобы площадь опорной поверхности (несущая способность) была не меньше, чем у радиально-упорного подшипника таких же размеров.

Для заданных параметров подшипника определяем значение конусности:

$$\lambda = d/D = 20/48 = 0,417$$

и относительную длину:  $\bar{L} = L/D = 53/48 = 1,1$ .

Затем находим угол конусности подшипника из геометрических соотношений:

$$\alpha = 2 \operatorname{arctg} \left[ \frac{D-d}{2L} \right] = 2 \operatorname{arctg} \left[ \frac{1-\lambda}{2\bar{L}} \right] = 2 \operatorname{arctg} \left[ \frac{(1-0,417)}{2 \cdot 1,1} \right] = 29,7^\circ.$$

Эквивалентный угол конусности определяется по формуле:

$$[\alpha] = 2 \operatorname{arctg} \left[ \frac{1-0,417^2}{1-0,417^2 + 4 \cdot 0,417 \cdot 53/48} \right] = 34,4^\circ.$$

Условие  $\alpha \leq [\alpha]$  выполнено.

Как видно из расчетов, угол конусности не превышает эквивалентного значения, что позволяет судить о создании необходимой несущей способности и предпочтении в выборе конического подшипника по сравнению с радиально-упорным подшипником.

**Задача 3.** Требуется рассчитать текущие и эквивалентные углы конусности для конических подшипников, имеющих постоянные диаметры  $d = 20$  мм,  $D = 48$  мм, и переменную длину  $L$  от 20 до 100 мм, таким образом, чтобы площадь опорной поверхности (несущая способность) была не меньше, чем у радиально-упорного подшипника таких же размеров.

По формулам (6.13 – 6.18) определяем параметр конусности  $\lambda$ , относительную длину  $\bar{L}$ , текущее и эквивалентное значения угла конусности и заносим все результаты в **таблицу 6.3**.

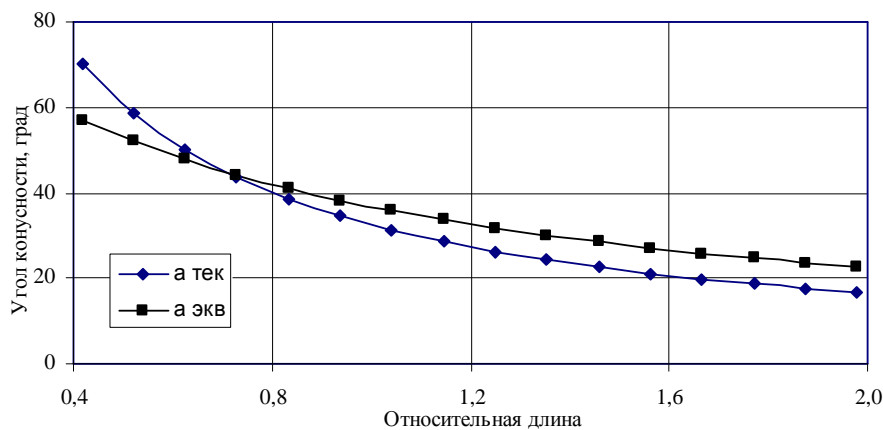
**Таблица 6.3** Значения текущего и эквивалентного углов конусности

Диаметр $d$ , мм	20	20	20	20	20	20	20	20	20
Диаметр $D$ , мм	48	48	48	48	48	48	48	48	48
Длина $L$ , мм	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Параметр конусности $\lambda = d/D$	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42
Относительная длина $\bar{L} = L/D$	0,42	0,52	0,63	0,73	0,83	0,94	1,04	1,15	1,25
Текущее значение угла конусности $\alpha$ , град	70,0	58,5	50,1	43,6	38,6	34,6	31,3	28,6	26,3
Эквивалентное значение угла конусности $\alpha$ , град	57,1	52,0	47,8	44,1	40,9	38,2	35,8	33,6	31,7

*Продолжение таблицы 6.3*

Диаметр $d$ , мм	20	20	20	20	20	20	20	20
Диаметр $D$ , мм	48	48	48	48	48	48	48	48
Длина $L$ , мм	65	70	75	80	85	90	95	100
Параметр конусности $\lambda = d/D$	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42
Относительная длина $\bar{L} = L/D$	1,35	1,46	1,56	1,67	1,77	1,88	1,98	2,08
Текущее значение угла конусности $\alpha$ , град	24,3	22,6	21,2	19,9	18,7	17,7	16,8	15,9
Эквивалентное значение угла конусности $\alpha$ , град	30,0	28,5	27,1	25,8	24,7	23,6	22,7	21,8

Ниже на *рисунке 6.11* приведена диаграмма сравнения текущего и эквивалентного углов конусности в зависимости от относительной длины. Как видно из диаграммы, при значениях  $\bar{L}$  в пределах 0,73 текущее значение превышает эквивалентное значение угла конусности, что свидетельствует о том, что конический подшипник имеет более низкую несущую способность по сравнению с радиально-осевым подшипником таких же размеров. При значениях относительной длины  $\bar{L}$ , превышающих данное значение, можно выбирать и устанавливать конический подшипник [246].



**Рисунок 6.11** Диаграмма сравнения текущего и эквивалентного углов конусности

Предложенная методика сравнительного анализа несущей способности конического и радиально-осевого подшипников скольжения позволяет определить эквивалентные углы конусности с точки зрения рационального проектирования и может быть также использована в дальнейших расчетах роторно-опорных узлов высокоскоростных турбомашин.

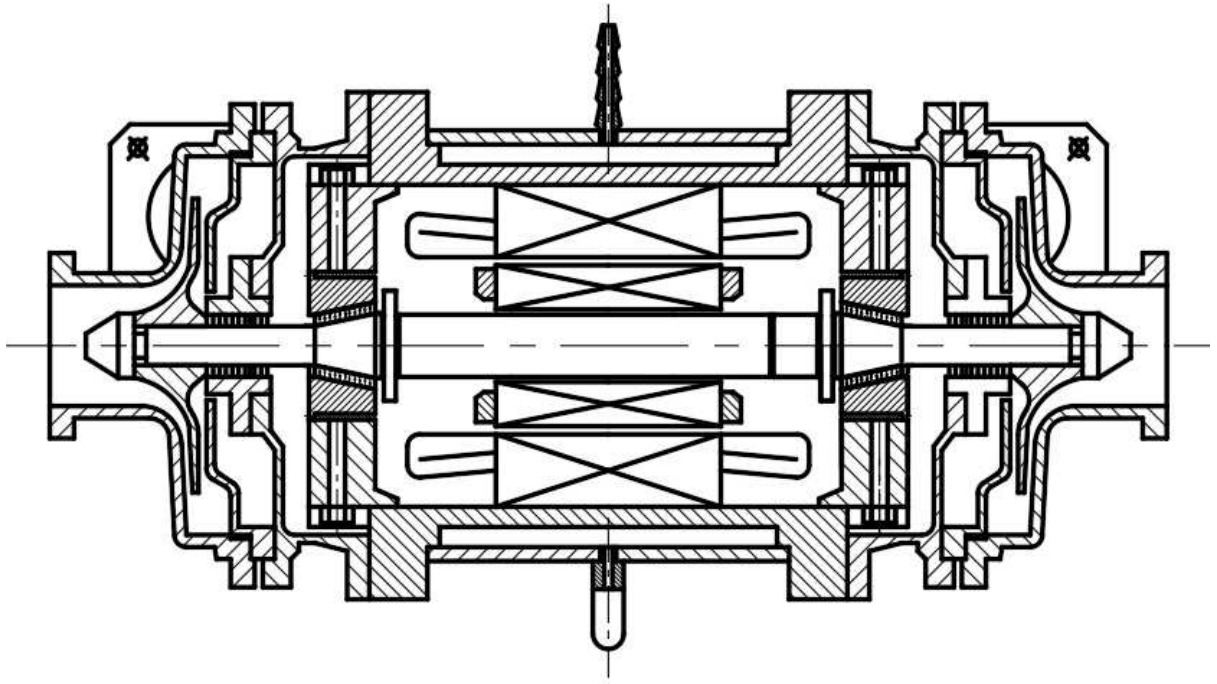
## **6.2. Влияние температурных деформаций роторов на характеристики конических подшипников жидкостного трения**

Опоры роторов высокоскоростных турбомашин являются наиболее ответственными деталями, определяющими надежность всей конструкции. Повышение надежности конструкции осуществляется за счет уменьшения количества используемых в системе деталей. Благодаря способности к восприятию совокупности одновременно действующих радиальных и осевых нагрузок в любой их комбинации с учетом угла конусности конические подшипники, заменяя собой опорные

узлы из одновременно установленных цилиндрических и упорных подшипников, оптимально подходят для применения в большинстве областей промышленности [9, 137, 168]. Конические подшипники жидкостного трения получили свое распространение из-за одновременного восприятия радиальной и осевой нагрузки, возможности корректировки осевого зазора, уменьшения осевых габаритов турбомашин и т.д. [9, 137].

Оценка работоспособности исследуемых роторно-опорных узлов высокоскоростных турбомашин определяется характеристиками этих опор, и в первую очередь, несущей способностью [136, 137, 143, 168, 183]. Основой расчета характеристик подшипников жидкостного трения, и в частности, конических, является функция распределения давлений в смазочном слое, от точности определения которой зависит точность расчета основных характеристик [137, 168]. Решение задачи гидродинамики для нахождения поля давлений в смазочном слое основано на совместном решении уравнений, отражающих три фундаментальных закона сохранения: массы, импульса и энергии. Для описания течения вязкой сжимаемой жидкости используется система уравнений неразрывности, количества движения (уравнения Навье-Стокса) и энергии [149]. Замыкание системы дифференциальных уравнений осуществляется уравнениями теплофизических параметров [137, 149, 168], связующим звеном является функция радиального зазора [142, 144, 168].

Учитывая, что зазоры в сопряжении ротор – подшипник жидкостного трения минимальны, необходимо обратить внимание на происходящие в этом сопряжении тепловые процессы (нагрев или охлаждение смазочного материала и материалов, из которых изготовлен ротор и подшипник), поскольку изменение температурных условий может служить причиной изменения величины зазора в подшипнике. Это особенно актуально для случая конического подшипника, т.к. например, нагрев поверхностей ротора и подшипника может привести к значительному уменьшению величины зазора между ними, и, как следствие, к возможному заклиниванию конических сопрягаемых поверхностей. Это является одной из причин ограничения распространения конических подшипников в промышленности (*рисунок 6.12*).



**Рисунок 6.12** Схема ротора на конических подшипниках жидкостного трения в турбогенераторе

Для предотвращения возможного заклинивания необходимо провести ряд мероприятий: во-первых, предусматривать упоры, которые будут обеспечивать гарантированный зазор в сопряжении, во-вторых, зная коэффициент линейного расширения материалов ротора и подшипника, а также рабочие температуры, ориентировочно рассчитывать порядок изменения величин радиального и осевого зазоров исходя из расширения материалов при нагреве.

Для изготовления валов турбомашин, обычно, применяются высоколегированные стали марок 1X18H9T, 12X18H9T, 10X14Г14H3T, 18X2H4MA, 30XГСА и др. [162, 247, 248]. Втулки подшипников изготавливаются из оловянистых бронз типа Бр ОФ 6.5–0.15, Бр ОФ 10–1 или БрАЖ 9-4\*, обладающих высокими антифрикционными свойствами. Значения коэффициента линейного расширения таких материалов в интервале температур от 0 до 100 °С представлены в **таблице 6.4** [247, 248].

**Таблица 6.4** Значения коэффициента линейного расширения (при  $T = 0 \dots 100$  °С)

Материал	Коэффициент линейного расширения $\alpha$ , $K^{-1}$
Бронза	$1,75 \cdot 10^{-5}$
Высоколегированная сталь	$1,6 \cdot 10^{-5}$



Коэффициент линейного расширения для различных материалов подшипника и ротора [162, 247, 248] показывает, что численные значения коэффициента для бронз (подшипник) лишь в незначительной мере превосходят значения для сталей (ротор). Тем не менее, этот факт означает разную скорость изменения линейных размеров элементов роторно-опорного узла и, следовательно, может привести к значительному отличию радиального зазора от его начального значения.

Функция радиального зазора в гладком коническом подшипнике скольжения (*рисунок 6.13*) при отсутствии перекоса при эксплуатации имеет вид:

$$h = h_0 \pm \Delta_T, \quad (6.19)$$

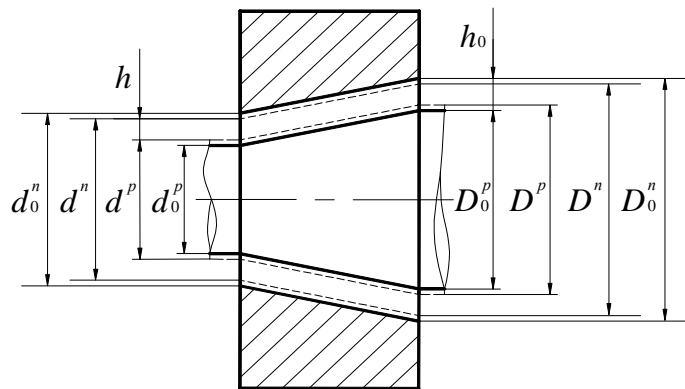
где  $h_0$  – средний радиальный зазор в нормальных условиях (при сборке):

$$h_0 = 0,5 \cdot (d_0^n - d_0^p) = 0,5 \cdot (D_0^n - D_0^p);$$

$D_0^n (d_0^n)$  и  $D_0^p (d_0^p)$  – соответственно максимальные (минимальные) диаметры опорных частей подшипника и ротора, определяемые соответствующей посадкой при сборке;

$$h = 0,5 \cdot (d^n - d^p) = 0,5 \cdot (D^n - D^p);$$

$D^n (d^n)$  и  $D^p (d^p)$  – соответственно максимальные (минимальные) диаметры опорных частей подшипника и ротора при эксплуатации;  $\Delta_T$  – добавочный член, учитывающий изменение радиальных размеров вследствие теплового нагрева (расширения) (знак «-») или охлаждения (знак «+»).



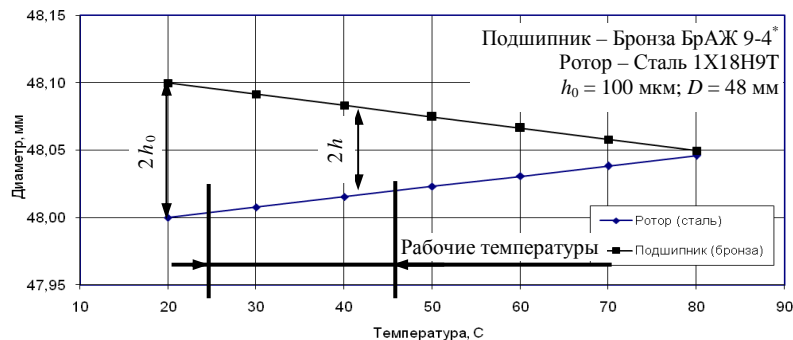
**Рисунок 6.13** Расчетная схема изменения радиальных размеров опорного узла при температурном воздействии

Истинное значение радиального зазора с учетом теплового расширения может быть определено по выражению аналогично [162, 249, 250]:

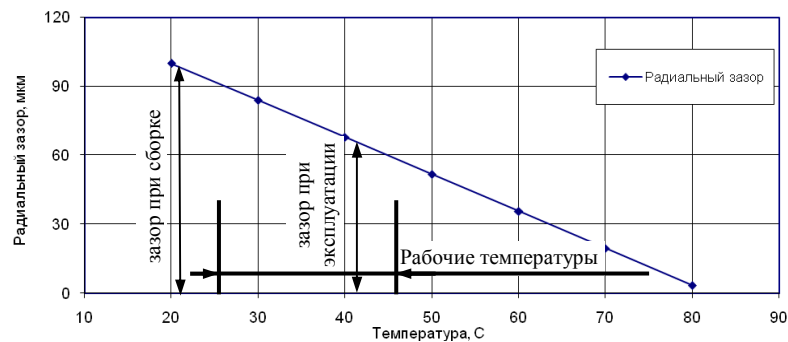
$$h = \frac{1}{2}(D^n - D^p) = \frac{1}{2}D_0^n \left( 1 - \int_{T_c}^{T_p} \alpha_n(T) dT \right) - \frac{1}{2}D_0^p \left( 1 + \int_{T_c}^{T_p} \alpha_p(T) dT \right), \quad (6.20)$$

где  $\alpha_n$ ,  $\alpha_p$  – коэффициенты линейного расширения материалов подшипника и ротора, являющиеся функциями температуры;  $T_p$ ,  $T_c$  – соответственно рабочая температура и температура при сборке опорного узла ( $T_c = 20^\circ\text{C}$ ).

На *рисунке 6.14, а* приведены графики изменения диаметров опорных частей ротора и подшипника. *Рисунок 6.14, б* иллюстрирует изменение радиального зазора, вычисленного по формуле (6.20), как функции температуры. Видно, что в результате нагревания радиальный зазор может изменять свое значение от величины среднего радиального зазора ( $h = 100$  мкм) при сборке в нормальных условиях до величины нескольких мкм при нагреве опорных поверхностей сопрягаемых тел до  $80^\circ\text{C}$  [250].



а)



б)

**Рисунок 6.14** Изменение геометрических параметров при нагревании

Сравнивая выражения (6.19) и (6.20), получим значение поправки на тепловое расширение  $\Delta_T$ :

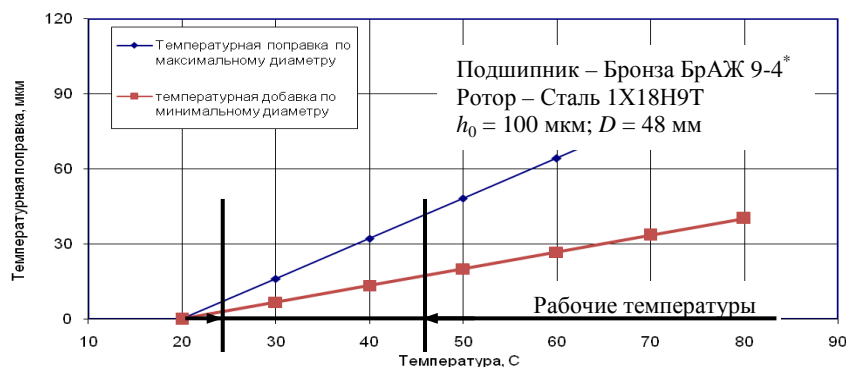
$$\Delta_T = \frac{1}{2} \left[ D_0^n \int_{T_c}^{T_p} \alpha_n(T) dT + D_0^p \int_{T_c}^{T_p} \alpha_p(T) dT \right].$$

Учитывая, что  $D_0^n \approx D_0^p$ , можно в полученном выражении для поправки  $\Delta_T$  использовать значение номинального максимального диаметра  $D_m$ <sup>1</sup>:

$$\Delta_T = \frac{1}{2} D_m \int_{T_c}^{T_p} [\alpha_n(T) + \alpha_p(T)] dT. \quad (6.21)$$

Следует также заметить, что рекомендуется учитывать при расчете влияния теплового расширения конструктивные особенности узла и условия теплообмена. С этой целью в формулу (6.21) можно ввести множителем некоторый коэффициент  $b$  ( $b < 1.0$ ) в связи с тем, что исследования по тепловому расширению применяются для стержней, тогда как ротор и подшипник, являясь более массивными телами, изменяют свои линейные размеры при нагревании/охлаждении в меньшей степени аналогично [4].

**Рисунок 6.15** содержит графики  $\Delta_T$  – температурных поправок на изменение зазора. Значения поправки могут иметь и отрицательный знак, что характеризуют увеличение размера в случае нагревания. Можно также заметить, что изменение рабочей температуры на несколько градусов может привести к заметному (несколько мкм) изменению радиального зазора и оказать влияние на работу опорного узла. Кроме того, температурная поправка изменяет поле допуска на изготовление сопрягаемых элементов и должна быть учтена в процессе проектирования и производства [249, 250].



**Рисунок 6.15** Температурная поправка на тепловое расширение

<sup>1</sup> С целью упрощения записи в последующих разделах индекс « $m$ » опускается.

Следует учесть, что в процессе течения смазочного материала по гидравлическим трактам турбомашин в результате нарушения теплоизоляции могут возникать температурные перепады по поверхности ротора. Это приводит к температурному изгибу оси ротора и вызывает не только изменение радиального зазора, но и появление дополнительной динамической нагрузки, вызванной так называемым температурным дисбалансом. Однако, в данной работе такая задача не рассматривается.

### **6.3. Рекомендации по проектированию конических подшипников жидкостного трения**

Одним из неблагоприятных факторов в работе роторной системы является возникновение повышенных вибраций при высоких скоростях вращения. Этому явлению посвящено достаточное количество работ – наиболее важные результаты экспериментального исследования вибраций роторов в жестких опорах получены в работах Ньюкерка [251], Пинкуса [252], Тондла [253, 254], Бекера и Штернлихта [255], Хегга [256]. Среди советских ученых можно отметить В.И. Олимпиева [257], М.И. Лаппу [258], В.Я. Кальменса [259], С.П. Максимова [260], А.С. Кельзона [155] и др. Все эти ученые отмечают основную проблему экспериментального исследования роторов на жестких подшипниках скольжения, заключающуюся в том, что в этой системе возникают интенсивные колебания, что препятствует достижению высоких скоростей вращения.

Возникновение повышенных вибраций вынуждает конструкторов изыскивать пути их подавления. Меры подавления вибраций, обусловленных специфическими свойствами смазочного слоя, можно разделить на три группы: 1) мероприятия, направленные на обеспечение устойчивой работы системы путем изменения конструктивных параметров подшипников с цилиндрической расточкой вкладышей; 2) применение виброустойчивых подшипников скольжения; 3) применение упруго-демпферных опор. К мероприятиям первой группы относятся: а) меры, направленные на увеличение относительного эксцентриситета путем увеличения удельной нагрузки за счет уменьшения длины подшипника, уменьшения

скорости вращения ротора, увеличения зазора и уменьшения вязкости; б) меры, направленные на изменение условий подвода смазочного материала путем повышения давления подачи и изменения места расположения питающего отверстия; в) меры, направленные на разрушение непрерывности смазочного слоя в его нерабочей поверхности путем сверления отверстий во вкладышах (для опор, подверженных действию постоянных по направлению сил) или в цапфе ротора (для опор, подверженных действию центробежных сил). Характеризуя мероприятия первой группы, следует заметить, что область применения этих мер весьма ограничена и существует обоснованное мнение, что подшипники с цилиндрической расточкой вкладыша не могут в достаточной степени обеспечить надежную работу высокоскоростных роторных машин [155, 261].

Мероприятия второй группы состоят в конструировании новых типов вкладышей подшипников, позволяющих расширить диапазон устойчивой работы ротора. К таким опорам относятся многоклиновые подшипники, в которых возникают дополнительные клинья с соответствующей эпюрой давления в ненагруженной зоне; подшипники с вкладышами, смещенными в плоскости разъема; «лимонные» подшипники; подшипники с самоустанавливающимися сегментами. К виброустойчивым подшипникам скольжения относятся также и подшипники с плавающей втулкой. Эти подшипники, как отмечается в работе Чернавского [262], обеспечивают в ряде случаев необходимый запас устойчивости. Однако при больших скоростях и малых нагрузках виброустойчивость таких подшипников может оказаться недостаточной, поскольку эти опоры не могут стабилизировать ротор в центральном положении.

Недостатками применения виброустойчивых подшипников является то, что их применение связано, во-первых, со значительным увеличением стоимости изготовления подшипника за счет сложной геометрии опорной поверхности, во-вторых, с увеличением потерь на трение, и, наконец, то, что при их применении не исключена возможность возникновения нежелательных колебаний на более высоких скоростях вращения, поскольку их применение позволяет лишь отдалить границу возникновения колебаний.

Мероприятия третьей группы предусматривают для подавления повышенных вибраций использование упруго-демпферных опор, что позволяет добиться сужения зоны колебаний и уменьшения их амплитуд. В этом случае возможны два подхода – первый подход предусматривает введение упруго-демпферных опор с целью сдвига пороговой частоты, на которой возникают данные колебания, в сторону более высоких частот вращения. Диапазон скоростей вращения ротора в данном случае ограничивается значением этой пороговой частоты. Вторым подходом к использованию упруго-демпферных опор предусматривается возможность перехода ротором через зону повышенных вибраций в диапазон частот вращения ротора, свободный от данных колебаний [155].

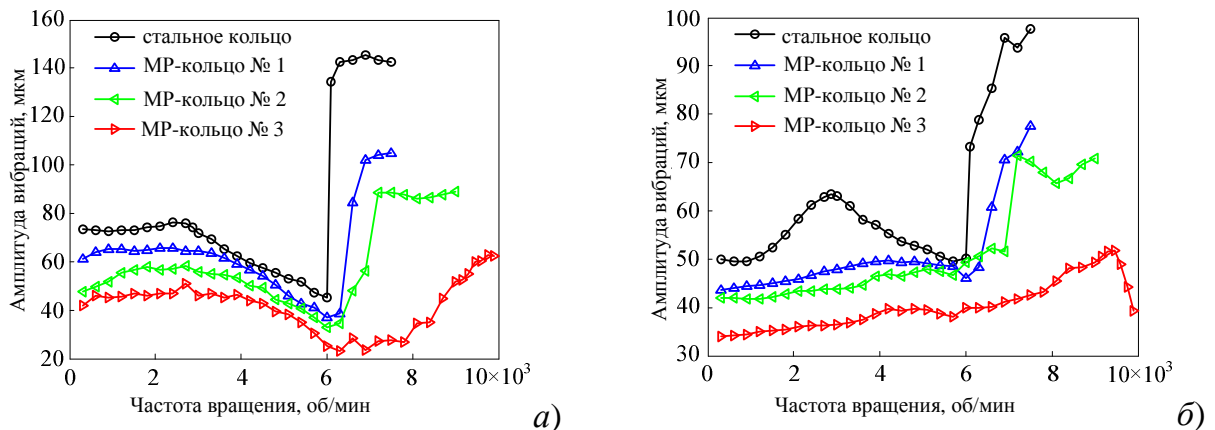
В этой связи в качестве упруго-демпферных опор можно использовать детали из материалов капиллярно-пористой структуры, что обеспечивает значительное снижение металлоемкости последних, внедрение в производство экологически чистых безотходных технологий изготовления деталей при одновременном повышении срока службы и функциональной надежности машин и оборудования в эксплуатации. Ярким представителем материалов данного класса является материал МР (металлорезина или металлический аналог резины), разработанный в Куйбышевском авиационном институте (КуАИ) (ныне Самарский государственный аэрокосмический университет) в 60-е годы прошлого столетия. У истоков создания технологии изготовления и исполнения устройств из материала МР стояли видные ученые-экспериментаторы КуАИ: А.М. Соيفер, А.И. Белоусов, В.Н. Бузицкий, Г.В. Лазуткин, А.А. Тройников, Ю.И. Байбородов и др. [263, 264].

Материал МР представляет собой полученную холодным прессованием определенным способом уложенной, растянутой и дозированной по весу металлической проволочной спирали. Детали из металлорезины после прессования не требуют дополнительной механической обработки. Энергия механических колебаний благодаря трению между проволочками спирали быстро рассеивается и превращается в теплоту. В зависимости от давления при прессовании получается металлорезина разной пористости, то есть с разным отношением её плотности к плотности металла спирали, соответственно, она по-разному поглощает колеба-

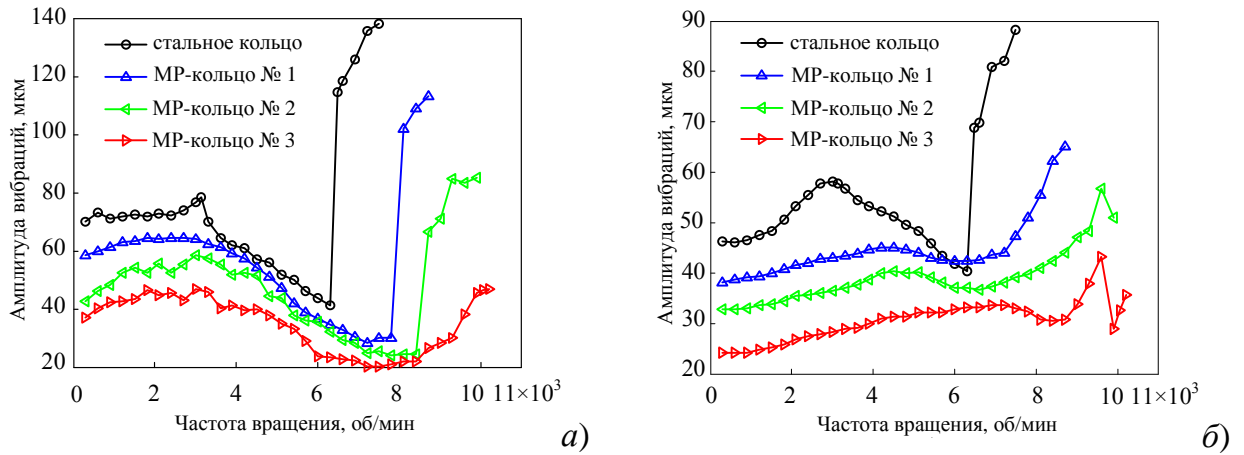
ния различных частот. Изделия из МР обладают упругими свойствами, подобными свойствам как резины, так и пластмассы, но имеют в 10 раз большую прочность, в 2...3 раза лучше поглощают ударные и вибрационные нагрузки, могут работать в агрессивных средах, не подвержены воздействию масел, грязи, пыли, выдерживают температуру от  $-50$  до  $+400$  °С, не боятся радиации и не воспламеняются, в сравнении с резинами и полимерами металлорезина имеет ряд существенных преимуществ, определяющих эффективность ее использования [263, 264].

Учитывая все вышесказанное, был проведен комплекс экспериментальных исследований устойчивой работы роторной системы путем сравнения уровня вибраций при жестком и упруго-демпферном креплении конических подшипников жидкостного трения [235, 236, 265]. В качестве демпфера использовались втулки, выполненные из металлорезины разной плотности (см. раздел 5.2). Кроме того, экспериментальные испытания необходимы и для выявления новых качественных закономерностей поведения роторной системы в реальных условиях.

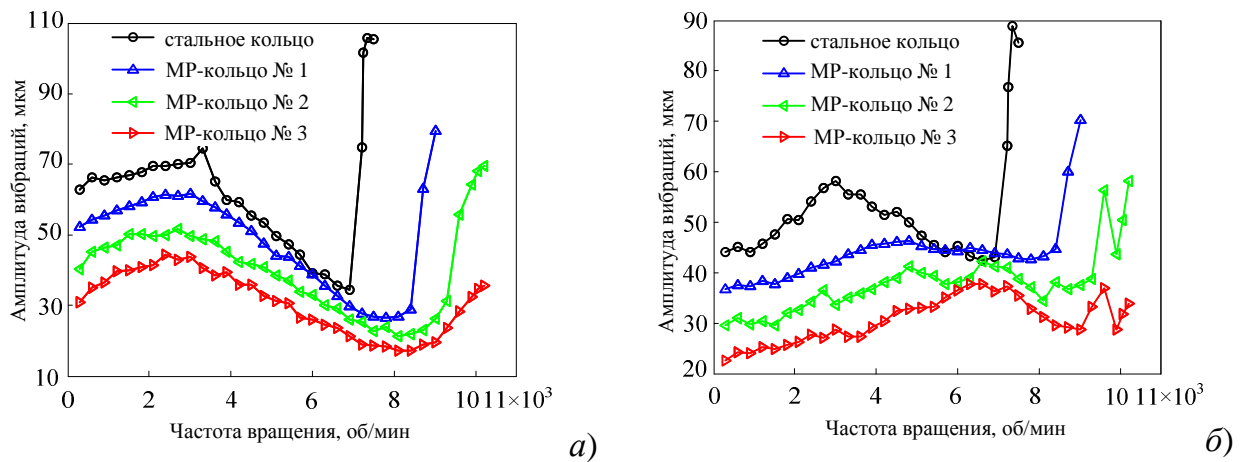
С целью более объективного сравнения результатов исследований при жестком и упруго-демпферном вариантах крепления исследуемого подшипника эксперимент проводился таким образом, чтобы общие условия (зазоры, температура, давление подачи), а также методика измерений, регистрация и тарировка оставались идентичными. Результаты экспериментального исследования роторов на упруго-демпферных опорах и их сравнительного анализа с результатами, полученными при жестком креплении подшипника, представлены на *рисунках 6.16 – 6.18*.



**Рисунок 6.16** Зависимости вертикальной амплитуды вибрации от частоты вращения при давлении подачи смазочного материала  $p_0 = 0,16$  МПа: *а* – цапфа; *б* – диск



**Рисунок 6.17** Зависимости вертикальной амплитуды вибрации от угловой скорости при давлении подачи смазочного материала  $p_0 = 0,26$  МПа: *a* – цапфа; *б* – диск



**Рисунок 6.18** Зависимости вертикальной амплитуды вибрации от угловой скорости при давлении подачи смазочного материала  $p_0 = 0,36$  МПа: *a* – цапфа; *б* – диск

Анализируя результаты эксперимента, представленные на этих рисунках, отчетливо видно, что при жестком креплении подшипника скольжения существуют две области повышенных вибраций, подробно описанные в предыдущем разделе. Установка ротора в упруго-демпферную опору, как видно из графиков, нивелирует первую область повышенных вибраций в районе  $n = 3000$  об/мин, т.е. практически нет резонансного пика, связанного с переходом через первую критическую скорость, что является немаловажным фактором при работе всей системы. Амплитуды вибраций снижаются с увеличением демпфирующей способности и уменьшением жесткости МР-кольца.

Вторая область повышенных вибраций начинается в диапазоне скоростей от 6000 до 8000 об/мин (зона исключительно интенсивных колебаний при жестком



креплении подшипников), начало которой зависит от давления подачи смазочного материала и упруго-демпфирующих свойств МР-колец. Работа роторной системы при жестком креплении (верхняя кривая) ограничена скоростью вращения, примерно равной удвоенной критической скорости ротора. Начиная с 6000 об/мин в системе наступают интенсивные колебания в весьма широком диапазоне частот вращения. При упруго-демпферном варианте крепления (три нижние кривые) уровень вибраций значительно меньше. Как следует из рисунка и анализа, проведенного выше, ротор, установленный в упруго-демпферные опоры, не всегда имеет ярко выраженную зону колебаний, из чего вытекает условие нормальной работы системы на повышенных скоростях (более 8000 об/мин).

Увеличение давления подачи смазки и демпфирования при одновременном снижении жесткости колец смещает начало возникновения повышенных вибраций (второй критической скорости) в сторону увеличения частоты вращения ротора. Уровень вибраций в этой зоне характеризуется снижением амплитуд. Этот вывод является общим для всех экспериментов, проводимых на стенде при упруго-демпферном креплении конической опоры. Все опыты сопровождались более низким уровнем вибраций, система спокойно выходила на предельные для стенда скорости вращения и продолжительное время работала там без всяких признаков увеличения вибраций. Данный метод является достаточно эффективным способом снижения повышенных вибраций в роторной системе. Можно отметить, что установка ротора в упруго-демпферные опоры приводит к снижению уровня вибраций не только в областях самоцентрирования, но и при переходе через резонансные режимы, виброперегрузки при этом будут тем меньше, чем меньше жесткость опор.

Необходимо также отметить еще одно обстоятельство чисто практического значения. Вращение ротора при жестком креплении опор скольжения, особенно при малых зазорах, требует исключительно точной установки соосности подшипников, поскольку малейший перекоп может привести к захвату цапфой вкладыша и заклиниванию вала. Эта проблема полностью снимается при использовании упругой постановки подшипников, которая автоматически реализует самоустановку последних.

## 6.4. Описание программного обеспечения для расчета конических подшипников

### 6.4.1. Программа расчета характеристик конических подшипников в среде «MathCAD»

Для расчета статических и динамических характеристик конических подшипников скольжения, используемых в высокоскоростных турбомашинах, и проведения серии вычислительных экспериментов по определению влияния различных факторов на работу роторной системы были разработаны специальные программы расчета характеристик 5 типов подшипников (гладкого, многоклинового и гибридного ГДП и ГСП с точечными и прямоугольными камерами), смазываемых водой, жидким водородом и турбинными маслами, на базе математического пакета прикладных программ «MathCAD» [187, 266] (*Приложение А*).

Программы расчета характеристик позволяют непосредственно получать статические характеристики конических опор скольжения: несущую способность (грузоподъемность)  $W$ , расход смазочного материала  $Q$ , потери мощности на трение  $N_{mp}$  и прокачку  $N_{np}$ , а также их безразмерные коэффициенты ( $K_W$ ,  $K_Q$ ,  $K_{Nmp}$ ,  $K_{Nnp}$ ), используемые при проектировании установки и подвеса роторов быстроходных машин, в широком диапазоне изменения геометрических и рабочих параметров системы, а также в условиях переменных теплофизических свойств и турбулентного состояния смазочного материала. Динамические характеристики (жесткость  $K$ , демпфирование  $B$  и безразмерные коэффициенты жесткости  $\bar{K}$  и демпфирования  $\bar{B}$ ) определяются исходя из реакций смазочного слоя в окрестности равновесного положения, рассчитываемых при помощи данной программы.

Поскольку программы расчета характеристик роторно-опорных узлов на конических подшипниках скольжения имеют практически одинаковую структуру, то описание приводится для программы расчета ГСП с прямоугольными камерами, которая состоит из нескольких блоков, описание которых приводится ниже. Это обеспечивает надежное функционирование используемой программы, упрощает ее отладку и модификацию.

В первом блоке производится задание рабочих (угловая скорость, начальная температура смазочного материала, давления подачи и слива), геометрических (длина, большой радиус, зазор, углы конусности и перекоса) и начальных (координаты и скорости центра цапфы в начальный момент времени) параметров исследуемых подшипников, число узлов размерной сетки и число итераций (требуемая точность), а также геометрических параметров камер (длина, ширина, количество) и жиклера (длина, диаметр) (*рисунок 6.19*).

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### ПРОГРАММА РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК КОНИЧЕСКОГО ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА С ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ КАМЕРАМИ

#### Параметры расчета:

Номер первого элемента массива:  $ORIGIN \equiv 1$

#### Ввод исходных данных:

Рабочие параметры :

Угловая скорость:	$\omega_0 := 1500$ рад/с	Давление подачи:	$p_0 := 200000$ Па
Начальная температура смазочного материала:	$T_0 := 293$ К	Давление слива:	$ps_1 := 100000$ Па $ps_2 := 100000$ Па

Геометрические параметры:	Атмосферное давление:	$patm := 100000$ Па	
Длина подшипника	$L := 0.053$ м	Угол конусности:	$\alpha := 30$ град
Большой радиус подшипника	$R_2 := 0.024$ м	Угол перекоса:	$\gamma := 0.02$ град
Зазор	$h_0 := 0.000050$ м		

Начальные параметры:

Координаты центра цапфы:	$x := 0.14$	$y := 0.14$	$z := 0$	б/р
Скорости центра цапфы:	$V_{x0} := 0.1$	$V_{y0} := 0.1$	$V_{z0} := 0.1$	б/р
Число узлов размерной сетки:	$N := 20$	$M := 21$		
Точность:	$\epsilon := 0.1$			
Число итераций:	$n := 3$			
Количество точек на один оборот:	$Z_0 := 10$			
Общее количество точек:	$Z := 3$			

#### Параметры камер

Геометрические параметры камер:

Число камер:	$NK := 4$
Ширина камеры:	$BK := 0.008$ м
Длина камеры:	$LK := 0.041$ м

Геометрические параметры жиклера:

Диаметр:	$DN := 0.001$ м
Длина:	$LN := 0.004$ м

**Рисунок 6.19** Блок задания параметров расчета

В следующем блоке приводятся аппроксимированные формулы для определения начальных свойств (температуры, энтальпии, плотности, вязкости и теплоемкости) смазочного материала, в качестве которого используются вода, жидкий водород и турбинные масла ТП-22 и ТП-30, необходимые для расчета полей давлений в зазоре конических опор скольжения с учетом переменности теплофизических свойств и турбулентного состояния смазочного материала (*рисунок 6.20*).

Расчет параметров дискретизации камер (только для гидростатического подшипника) включает определение числа участков, приходящихся на половину длины образующей; числа участков, приходящихся на камеру и перемычку в окружном направлении; ширины межкамерной перемычки; числа участков, приходящихся на половину камеры в осевом направлении; числа участков, приходящихся на перемычку в окружном направлении, и числа участков, приходящихся на камеру в окружном направлении, а также начального и конечного узлов камер (*рисунок 6.21*).

■ **Свойства смазочного материала (вода):**

l-жидкость, g-газ

Критическое давление:

$$p_{kr} := 22.565 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

ЖИДКОСТЬ

Температура

$$Tl(p, I, I0) := \frac{272.8 - 1.8857055 \cdot 10^{-7} \cdot p \cdot p0 - 8.9158332 \cdot 10^{-16} \cdot (p \cdot p0)^2 + 0.00024149 \cdot I \cdot I0 - 4.8089715 \cdot 10^{-12} \cdot (I \cdot I0)^2}{T0}$$

Энтальпия

$$Hl(p, T, I0) := \frac{-1102723.836 + 0.0008299 \cdot p \cdot p0 + 3943.635727 \cdot T \cdot T0 + 0.360048 \cdot (T \cdot T0)^2}{I0}$$

Плотность

$$\rho l(p, T, \rho0) := \frac{824.882704 + 5.131402 \cdot 10^{-7} \cdot p \cdot p0 - 6.025865 \cdot 10^{-15} \cdot (p \cdot p0)^2 + 1.430054 \cdot T \cdot T0 - 0.00287 \cdot (T \cdot T0)^2}{\rho0}$$

**Рисунок 6.20** Фрагмент блока задания начальных свойств смазочного материала

■ **Расчет параметров дискретизации камер:**

$$NL := \text{round} \left[ \frac{LF}{LL} \cdot (N - 1), 0 \right]$$

$$NL = 10$$

{число участков, приходящееся на ПОЛдлины образующей}

$$NS := \text{floor} \left( \frac{M - 1}{NK} \right)$$

$$NS = 5$$

{число участков, приходящееся на КАМЕРУ и ПЕРЕМЫЧКУ, в окружном направлении}

$$PK := \frac{\pi \cdot (R2 + R1)}{NK} - BK$$

$$PK = 0.019 \text{ м}$$

{ширина межкамерной перемычки}

$$NLK := \text{round} \left[ \frac{LK}{2LL} \cdot (N - 1), 0 \right]$$

$$NLK = 7$$

{число участков, приходящееся на ПОЛкамеры, в осевом направлении}

$$MPB := \text{round} \left( \frac{M - 1}{NK}, 0 \right)$$

$$MPB = 5$$

{число участков, приходящееся на КАМЕРУ и ПЕРЕМЫЧКУ, в окружном направлении - аналог NS}

$$MP := \text{round} \left( \frac{PK}{PK + BK} \cdot MPB, 0 \right)$$

$$MP = 3$$

{число участков, приходящееся на ПЕРЕМЫЧКУ, в окружном направлении}

$$MB := MPB - MP$$

$$MB = 2$$

{число участков, приходящееся на КАМЕРУ, в окружном направлении}

Начальный узел камер в осевом направлении:

$$ib := NL - NLK$$

$$ib = 3$$

Конечный узел камер в осевом направлении:

$$ie := NL + NLK$$

$$ie = 17$$

**Рисунок 6.21** Блок расчета параметров дискретизации камер



### Функция решения уравнения баланса расходов

```

ppH(p, μ, ρ, Kr, Kφ) :=
  QG ← 0
  A ←  $\frac{\rho_0 \cdot V r_0 h_0 \cdot r_0 \cdot \Delta \phi}{32}$ 
  B ←  $\frac{\rho_0 \cdot (h_0)^3 \cdot p_0 \cdot \Delta \phi}{96 \cdot \mu_0 \cdot \Delta r}$ 
  C ←  $\frac{\rho_0 \cdot V \phi_0 h_0 \cdot r_0 \cdot \Delta r}{16}$ 
  D ←  $\frac{\rho_0 \cdot (h_0)^3 \cdot p_0 \cdot \Delta r}{24 \cdot \mu_0 \cdot \Delta \phi}$ 
  pn ← p
  for NumK ∈ 1.. NK
    | jb ← (NumK - 1) · MPB + 1
    | je ← (NumK - 1) · MPB + MB + 1
    | j2 ← | jb - 1 if jb ≠ 1
           | M - 1 otherwise
    | pH ← pNL, jb

```

**Рисунок 6.23** Фрагмент блока определения давления в камерах

### Функция решения уравнения Рейнольдса

```

pp(p, μ, ρ, ρс, Kr, Kφ) :=
  f0 ← 0
  pn ← p
  α1 ← 0
  β1 ← p1,1
  while f0 < n
    for j ∈ 1.. M - 1
      | j2 ← | j - 1 if j ≠ 1
             | M - 1 otherwise
      for i ∈ 2.. N - 1
        | A1 ←  $\frac{\text{dif1}(\rho_{i-1,j}, \rho_{i+1,j}, \Delta r)}{\rho_{i,j}} + \frac{1}{r_i}$ 
        | A2 ←  $\frac{3}{h_{i,j}} \cdot \text{dif1}(h_{i-1,j}, h_{i+1,j}, \Delta r) - \frac{\text{dif1}(\mu_{i-1,j}, \mu_{i+1,j}, \Delta r)}{\mu_{i,j}}$ 
        | A ← A1 + A2
        | B ←  $\frac{K_{r,1,j}}{K_{\phi,1,j}}$ 
        | C1 ←  $\frac{\text{dif1}(\rho_{i,j2}, \rho_{i,j+1}, r_i \cdot \Delta \phi)}{\rho_{i,j}}$ 

```

**Рисунок 6.24** Фрагмент блока определения давлений в смазочном слое подшипника

### Функция решения уравнения баланса энергий

```

Π(p, pc, μ, ρ, ρc, Cp, Kr, Kφ, I, Ic) := In ← I
for NumK ∈ 1..NK
  |
  | jb ← (NumK - 1) · MPB + 1
  | je ← (NumK - 1) · MPB + MB + 1
  | j2 ← | jb - 1 if jb ≠ 1
  |      | M - 1 otherwise
  | pH ← pNL, je
  | pHc ← pcNL, je
  | IHc ← IcNL, je

```

**Рисунок 6.25** Фрагмент блока решения уравнения баланса энергий

Далее записывается главный расчетный модуль по определению полей теплофизических и термодинамических параметров в каждой точке смазочного слоя исследуемых подшипников, которые представляются в виде соответствующих графиков. Завершающий блок представляет результаты расчета размерных (реакции смазочного слоя, радиальная, осевая и полная грузоподъемности, массовый и объемный расходы смазочного материала, потери мощности на трение и прокачку) и безразмерных характеристик конических опор (**рисунок 6.26**).

#### Размерные характеристики конического подшипника скольжения

Реакции смазочного слоя в направлении соответствующих осей

$$R_x := \frac{p_0}{8} \cdot r_0^2 \cdot \Delta\phi \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=1}^{N-1} \left[ (p_{n_{i,j}} + p_{n_{i+1,j}} + p_{n_{i,j+1}} + p_{n_{i+1,j+1}}) \left[ (r_{i+1})^2 - (r_i)^2 \right] \cdot \sin(\beta_j) \right] \quad R_x = -49.637 \text{ Н}$$

$$R_y := \frac{p_0}{8} \cdot r_0^2 \cdot \Delta\phi \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=1}^{N-1} \left[ (p_{n_{i,j}} + p_{n_{i+1,j}} + p_{n_{i,j+1}} + p_{n_{i+1,j+1}}) \left[ (r_{i+1})^2 - (r_i)^2 \right] \cdot \cos(\beta_j) \right] \quad R_y = -2.119 \text{ Н}$$

Радиальная реакция:  $W_r := \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad W_r = 49.682 \text{ Н}$

Осевая реакция :

$$R_z := \frac{p_0}{8} \cdot r_0^2 \cdot \Delta\phi \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=1}^{N-1} \left[ (p_{n_{i,j}} + p_{n_{i+1,j}} + p_{n_{i,j+1}} + p_{n_{i+1,j+1}}) \left[ (r_{i+1})^2 - (r_i)^2 \right] \right] \quad R_z = 190.607 \text{ Н}$$

Грузоподъемность подшипника:  $W_{\text{max}} := \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \quad W = 196.975 \text{ Н}$

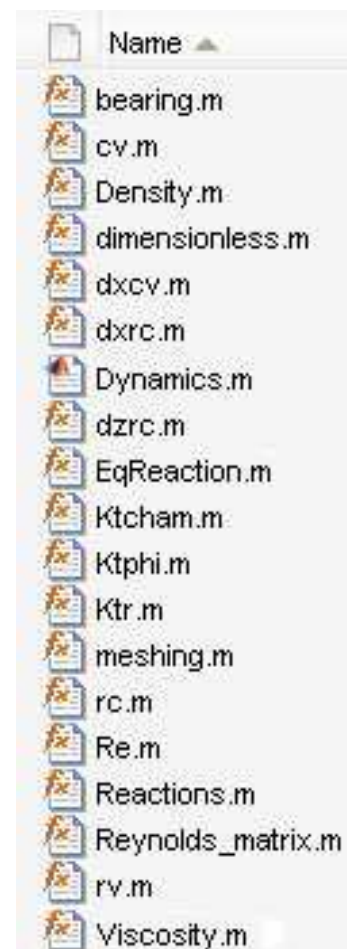
**Рисунок 6.26** Фрагмент блока расчета характеристик конического подшипника

#### 6.4.2. Программное обеспечение для расчета траекторий движения ротора в конических подшипниках в среде «MatLab»

Для практической реализации разработанных математических моделей расчета траекторий движения центра цапфы в конических подшипниках жидкостного трения, а также методов анализа динамического состояния исследуемой роторной системы было разработано специализированное программное обеспечение на базе языка «MatLab». Это связано с тем, что работа алгоритмов на традиционных языках программирования, таких как «Delphi», «C++» и др., например метода конечных элементов, требует больших временных затрат, так как обрабатываются матрицы больших размерностей, что предполагает использование циклических структур. По этой причине программное обеспечение и было разработано на языке «MatLab» [266 – 269], который специально ориентирован на работу с матрицами и позволяет избежать применения медленных циклических структур.

Разработанное программное обеспечение [187, 270, 271] имеет модульную структуру, т.е. каждый отдельный скрипт-файл или функция, написанная на языке «MatLab», выполняет определенную часть алгоритма. Использование модульной схемы при создании программного обеспечения обусловлено двумя важными причинами. Во-первых, это простота отладки и выявления различных ошибок на стадии разработки и тестирования. Во-вторых, упрощение дальнейшей модернизации и совершенствования разработанного программного обеспечения.

Программа состоит из следующих модулей (*рисунок 6.27*):



**Рисунок 6.27** Модули программы расчета траекторий центра цапфы в коническом подшипнике



1) «*Dynamics.m*» – является файлом-сценарием и предназначен для численного интегрирования уравнений движения жесткого ротора. В нем задаются геометрические параметры подшипника и исходные данные, необходимые для начала соответствующего расчета.

Как отмечалось в главе 4, численное интегрирование системы дифференциальных уравнений осуществлялось методом Адамса-Башфорта. В результате отработки этого модуля находятся реакции в подшипнике и строятся траектории движения центра цапфы ротора.

2) «*bearing.m*» – модуль, предназначенный для расчета поля давления методом конечных элементов.

В настоящее время метод конечных элементов (МКЭ) стал одним из наиболее эффективных численных методов решения краевых задач механики сплошных сред. Широкое использование этого метода в значительной мере объясняется простой физической интерпретацией основных его вычислительных операций, наличием компьютерных программ, обеспечивающих высокую степень автоматизации трудоемких операции составления и решения систем вариационно-разностных уравнений. Наиболее важными преимуществами МКЭ, в приложении к решаемой задаче, являются следующие:

- криволинейная область может быть аппроксимирована с помощью прямолинейных элементов или описана точно с помощью криволинейных элементов. Таким образом, методом можно пользоваться для областей с любой формой границы;
- размеры элементов могут быть переменными, это позволяет укрупнить или уменьшить сеть разбиения области на элементы при необходимости;
- с помощью МКЭ можно рассматривать граничные условия с разрывной поверхностной нагрузкой, а также смешанные граничные условия;
- МКЭ позволяет составлять достаточно общие программы для решения частных задач определенного класса [272].

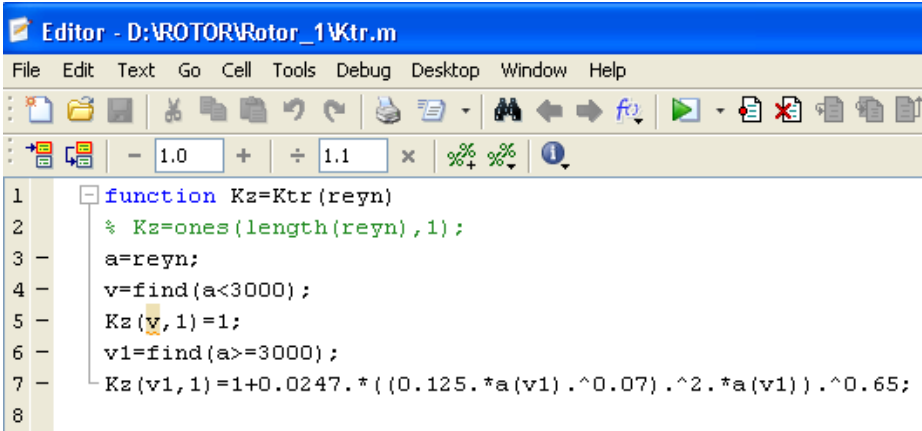
Развитие вычислительной техники к настоящему времени достигло такого уровня, что главная проблема при использовании МКЭ, заключающаяся в необходимости составления вычислительных программ и применении мощной вычисли-

тельной техники, решена и отсутствуют ограничения в применении этого метода.

Помимо двух описанных выше модулей, которые являются основными, в разработанном программном обеспечении используются и дополнительные расчетные модули:

- 3) «*cv.m*» и «*rv.m*» – расчет соответствующих скоростей;
- 4) «*Density.m*» и «*Viscosity.m*» – определение плотности и вязкости;
- 5) «*dimensionless.m*» – обезразмеривание исходных данных;
- 6) «*dxcv.m*» – расчет скорости во времени;
- 7) «*dxrc.m*» и «*dzrc.m*» – расчет перемещения в плоскости  $XU$  и по оси  $Z$  соответственно;
- 8) «*EqReaction.m*» и «*Reaction.m*» – расчет реакций в подшипнике по соответствующим осям и расчет их изменения с течением времени;
- 9) «*Ktcham.m*» – коэффициент турбулентности в жиклере;
- 10) «*Ktr.m*» и «*Ktphi.m*» – коэффициенты турбулентности по осям  $r$  и  $\phi$ ;
- 11) «*meshing.m*» – построение размерной сетки;
- 12) «*rc.m*» – расчет функции зазора;
- 13) «*Re.m*» и «*Reynolds\_matrix.m*» – коэффициент Рейнольдса в каждой точке полученной сетки и получение матрицы Рейнольдса соответственно.

В качестве примера ниже приведены модули расчета коэффициентов турбулентности, плотности и вязкости смазочного материала (рисунки 6.28 – 6.30).



```

Editor - D:\ROTOR\Rotor_1\Ktr.m
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
[Icons]
- 1.0 + ÷ 1.1 × % %
1 function Kz=Ktr(reyn)
2     % Kz=ones(length(reyn),1);
3     a=reyn;
4     v=find(a<3000);
5     Kz(v,1)=1;
6     v1=find(a>=3000);
7     Kz(v1,1)=1+0.0247.*{(0.125.*a(v1).^0.07).^2.*a(v1).^0.65;
8

```

a)

```

1 function Kx=Ktphi(reyn)
2     % Kx=ones(length(reyn),1);
3     a=reyn;
4     v=find(a<3000);
5     Kx(v,1)=1;
6     v1=find(a>=3000);
7     Kx(v1,1)=1+0.044.*((0.125.*a(v1).^0.07).^2.*a(v1)).^0.725;
8

```

б)

Рисунок 6.28 Модули расчета коэффициентов турбулентности: а –  $K_r$ ; б –  $K_\phi$

```

1 function DRho=Density(DPres,DTemp,Lub)
2     switch Lub
3     case 0 %Постоянные произвольные свойства
4         DRho=1000*ones(length(DPres),1);
5     case 1 %Жидкий кислород
6         DRho=1629.9618-5.3873.*DTemp;
7     case 2 %Жидкий водород DRho=2000/(13.4295+0.7633.*DTemp)-MathCad;
8         DRho=120.876-2.6948833.*DTemp+0.00051183333.*DTemp.^3;
9     case 3 %Жидкий фреон
10        DRho=2376.0-2.683.*DTemp;
11    case 4 %Вода
12        DRho=824.882704+5.131402E-7*DPres-6.025865E-15*DPres.^2+1.430054*DTemp-0.00287.*DTemp.^2;
13    case 5 %Турбинное масло ТП-22
14        DRho=390.73541+718.63753+0.25*0.029616276.^2.*DTemp.^2-718.63753.^0.5.*0.029616276.*DTemp;
15    case 6 %Турбинное масло ТП-30
16        DRho=593.07888+535.72331+0.25*0.038479016.^2.*DTemp.^2-535.72331.^0.5.*0.038479016.*DTemp;
17    end;
18

```

Рисунок 6.29 Модуль расчета плотности смазочного материала

```

1 function DMu=Viscosity(DPres,DTemp,Lub)
2     switch Lub
3     case 0
4         DMu=0.001.*ones(length(DPres),1);
5     case 1 %Жидкий кислород
6         DMu=1E-7.*(4787.9066-31.0005.*DTemp);
7     case 2 %Жидкий водород
8         DMu=1E-8.*(3337.7732-93.525.*DTemp);
9     case 3 %Жидкий фреон
10        DMu=(0.541./DTemp-1.1936E-3);
11    case 4 %Вода
12        DMu=1.147E-6.*exp(2000./DTemp);
13    case 5 %Турбинное масло ТП-22
14        DMu=0.0016874286+21098.165.*exp(-0.04532933.*DTemp)+21098.246.*exp(-0.045329127.*DTemp);
15    case 6 %Турбинное масло ТП-30
16        DMu=0.0032757673+212182.28.*exp(-0.051566906.*DTemp)+212182.91.*exp(-0.05156694.*DTemp);
17    end;
18

```

Рисунок 6.30 Модуль расчета вязкости смазочного материала

К основным возможностям разработанного программного обеспечения следует отнести – статический и динамический расчет конических подшипников жидкостного трения. Подробный листинг программы приведен в *Приложении Б*.

### 6.4.3. Программа расчета пространственных траекторий движения ротора в конических подшипниках

Программа расчета пространственных траекторий центра цапфы в конических подшипника жидкостного трения написана на языке программирования «Julia» (аналог программы «MatLab») и структурно разделена на три модуля: модуль моделирования геометрии канала, модуль расчета поля давления в подшипнике и непосредственно модуль расчета траектории движения центра цапфы. Модуль моделирования геометрии канала содержит реализацию процедур построения функции зазора, описанных в [147]. Для одномассовой модели системы «ротор-подшипник», не учитывающей возможность перекоса оси ротора относительно оси симметрии подшипника, выражение для функции зазора в подшипнике, каждое сечение которого является окружностью переменного радиуса, может быть получена из базовой функции зазора для идеального цилиндрического подшипника. Ниже приведен фрагмент модуля расчета функции зазора для рассматриваемого случая (*рисунок 6.31*).

```
R = z -> (1 - z/l)*R2_min + (z/l)*R2_max
h = (phi, z) -> begin
    t = (z - Z) / l
    return gap( (1 - t)*R1_min + t*R1_max, R(z), X, Y )(phi)
end
```

**Рисунок 6.31** Фрагмент модуля расчета функции зазора:

$R1\_min, R1\_max, R2\_min, R2\_max$  – минимальные и максимальные радиусы ротора и подшипника соответственно;  $(X, Y, Z)$  – координаты центра цапфы;  $l$  – длина подшипника

Результирующая функция  $h$  двух переменных  $(\phi, z)$  представляет собой искомую функцию зазора, которая может быть использована в решателе уравнения Рейнольдса.

Поле давлений определяется из численного решения уравнения Рейнольдса, представленного в инвариантной форме и с достаточно высокой точностью описывающего кинематику смазочного материала как в цилиндрическом, так и в коническом подшипнике. Для решения используется метод конечных разностей

первого порядка с произвольной, в общем случае неравномерной прямоугольной расчетной сеткой. Конечно-разностный решатель реализован для эллиптического уравнения общего вида:

$$\nabla(a\nabla u) + ku = f,$$

где для уравнения Рейнольдса  $a = \rho h^3 / \mu K$ ,  $u$  – искомая функция (в данном случае, давление),  $k = 0$ . Модуль общей сигнатуры функции расчета:

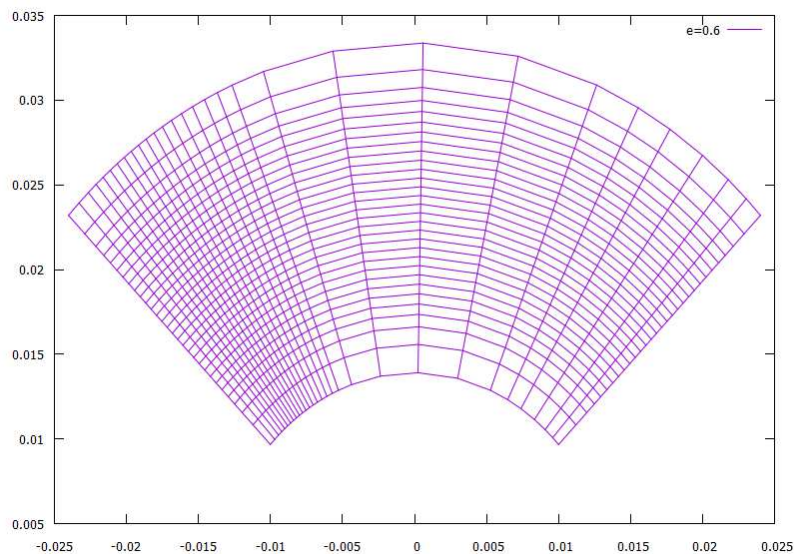
$$\text{reynoldsFD}(h, l, \mu, \omega, dX, dY, dZ, R, p_l, p_r, \text{Grid}),$$

где  $h$  – функция зазора,  $l$  – длина подшипника,  $\mu$  – динамическая вязкость смазочного материала,  $\omega$  – угловая скорость ротора (рад/с),  $(dX, dY, dZ)$  – вектор скорости центра цапфы,  $R = R(z)$  – функция изменения радиуса опоры в зависимости от координаты  $z$ ;  $p_l$  и  $p_r$  – заданные давления на торцах подшипника (граничные условия Дирихле),  $\text{Grid}$  – заданная расчетная сетка (массив узлов).

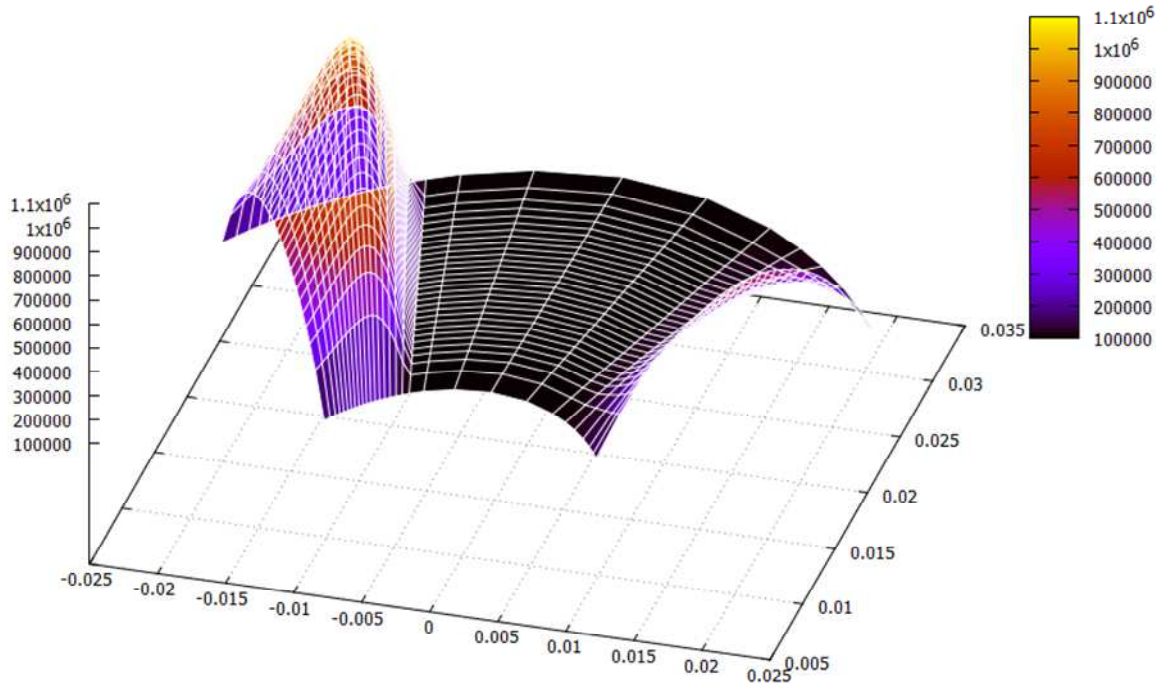
Результатом работы данной функции является массив (матрица) значений искомой функции давления в узлах расчетной сетки. Для оператора « $\nabla$ » в универсальном решателе необходимо указать коэффициенты Ламе при решении уравнения Рейнольдса. Условие сопряженности по окружной координате указывается как дополнительное ограничение линейной системы. Для решения полученной линейной системы используется итерационный метод неполной факторизации Н.И. Булеева [273], который имеет более высокую скорость сходимости, менее подвержен накоплению ошибок округления по сравнению с методами Якоби и Зейделя и не приводит к уплотнению матрицы в отличие от прямых (гауссовых) методов.

Задача выбора достаточной размерности расчетной сетки оказывается нетривиальной, особенно учитывая то, что уравнение Рейнольдса решается множество раз в процессе построения траектории движения и скорость центра цапфы, входящая в правую часть уравнения Рейнольдса и существенно влияющая на вид решения, меняется в широком диапазоне. Для смягчения возможных ростов погрешности определения возникающих в подшипнике реакций смазочного слоя используется адаптивный подход, описанный в [274] и предполагающий непара-

метрическую деформацию расчетной сетки по оценке локальных погрешностей. При этом для сохранения структурной простоты расчетной схемы допустимыми считаются только расчетные сетки, координатные линии которых сохраняют ортогональность. Используемый метод адаптации оставляет возможность регулировать степень допустимой деформации, то есть степень допустимого отклонения расчетной сетки от равномерной, от величины которой зависит трудоемкость процедуры адаптации сетки. Это позволяет усиливать адаптивные свойства программы расчета в зависимости от ожидаемой ошибки решения уравнения Рейнольдса. Эмпирически установлено, что в установившемся режиме при малых эксцентриситетах в качестве достаточной размерности конечно-разностной модели можно принять сетку размером  $40 \times 40$  узлов. При увеличении эксцентриситета и величины градиентов скоростей центра цапфы данная размерность уже не может быть принята в качестве достаточной, либо расчетная сетка должна быть деформирована таким образом, чтобы отражать существенные особенности решения. Для преодоления этих трудностей и обеспечения вычислительной эффективности коэффициент адаптации берется монотонно убывающим в окрестности начальных условий, и далее при расчете траектории движения центра цапфы степень необходимой адаптации ставится в зависимость от величины градиента скорости и величины эксцентриситета (*рисунки 6.32 и 6.33*).



**Рисунок 6.32** Схема адаптивной сетки для эксцентриситетов  $e > 0,6$



**Рисунок 6.33** Поле давлений на адаптивной сетке

В модуле расчета траектории движения центра цапфы реализованы функции, необходимые для решения соответствующего уравнения движения. Данное уравнение является разрешенным относительно производных, следовательно, для его решения возможно использование традиционных методов численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений. При этом учитывая, что в правую часть решаемого уравнения входит реакция подшипника, определяемая из поля давления в смазочном слое, определение которого является трудоемкой вычислительной задачей, а временной отрезок, на котором требуется получить траекторию движения, включает бесчисленное множество точек, методы типа Рунге-Кутта и методы с переменным шагом по времени оказываются чрезвычайно трудоемкими для практического использования. По этой причине в программе использован метод Адамса четвертого порядка точности с постоянным шагом по времени. Подробный листинг программы приведен в *Приложении В*.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

В результате проведенных исследований в диссертационной работе решена научно-техническая проблема, заключающаяся в снижении массогабаритных размеров роторно-опорных узлов на конических подшипниках жидкостного трения путем решения комплекса задач анализа и синтеза конических подшипников и определения их статических и динамических характеристик, расчета устойчивости движения роторов на конических подшипниках, проведения динамического анализа и разработки методологии расчета роторной системы на конических опорах.

В работе сформированы теоретические предпосылки для дальнейшего исследования динамики роторов с гидродинамическими, гидростатическими и гидростатодинамическими подшипниками с учетом термомеханических, инерционных, гироскопических и гидродинамических эффектов, в частности влияния турбулентности, фазовых превращений, силовых и термических деформаций и т.д. Отдельное направление связано с комплексным исследованием переходных механических и термических процессов в роторной системе.

Возможности развития современной вычислительной техники и программного обеспечения в перспективе позволят реализовать задачи по расчету полей давлений, температур, а также стационарных и динамических характеристик в смазочных слоях конических подшипников жидкостного трения с использованием 3D-моделей с последующим формированием специализированных программных комплексов.

В ходе диссертационного исследования были получены следующие основные результаты и сделаны выводы:

1. Проведен анализ современных тенденций применения конических подшипников жидкостного трения в высокоскоростных роторных машинах, выполнен обзор опубликованных научно-исследовательских работ, разработана классификация конических подшипников жидкостного трения и сделан патентный обзор. Отмечается отсутствие работ по вопросам расчета и проектирования конических опор с учетом переменных теплофизических свойств и турбулентного течения смазочного материала.



2. Разработаны теоретические основы расчета полей давлений в смазочном слое конических подшипников жидкостного трения в виде расчетных схем, математической модели и методики расчета в условиях переменных теплофизических свойств и турбулентного течения вязкой сжимаемой среды, позволяющие предложить более точную модель расчета характеристик подшипников.

3. Разработаны математические модели и алгоритмы расчета несущей способности, расхода смазочного материала, потерь мощности на трение и прокачку конических гидродинамических и гидростатических подшипников, что позволило на основе разработанных программ расчета провести комплекс вычислительных экспериментов по исследованию влияния рабочих и геометрических параметров конических опор на их статические характеристики. Установлено, что с ростом угловой скорости вращения роторов несущая способность, расход смазочного материала и потери мощности на трение и прокачку конических ГДП трех представленных типов возрастают. Аналогичные зависимости по несущей способности и потерям мощности на трение получаются и для конических ГСП с точечными и прямоугольными камерами. Отличие заключается в том, что увеличение угловой скорости приводит к снижению массового расхода и потерь мощности на прокачку смазочного материала, что может быть объяснено «запирающим эффектом». Установлено, что несущая способность конических ГДП, смазываемых водой, снижается в среднем на 8; 15 и 36 % с ростом температуры смазочного материала с 20 до 60 °С при относительных эксцентриситетах  $e = 0,2; 0,4$  и  $0,6$  соответственно. Рост температуры смазочного материала с 20 до 60 °С при относительных эксцентриситетах  $e = 0,2; 0,4$  и  $0,6$  приводит к увеличению расхода и потерь мощности на прокачку на 7,5; 9 и 10 % соответственно для воды и в среднем на 1,5% для турбинного масла для всех эксцентриситетов.

4. Исследовано влияние эффекта турбулентности смазочного слоя на статические характеристики конических опор скольжения. Обоснована необходимость учета влияния турбулентности на характеристики подшипников, что позволяет повысить точность расчета до 20...30 % в отдельных случаях.

5. Получены кривые подвижного равновесия в конических подшипниках жидкостного трения в плоскости и пространстве. Установлено, что с увеличением

вязкости смазочного материала точка подвижного равновесия смещается к центру подшипника. При смазывании водой увеличение угловой скорости приводит к значительному перемещению точки подвижного равновесия в сторону центра подшипника, в то время как при случае смазывания турбинным маслом центр ротора практически находится около геометрического центра подшипника даже при незначительных угловых скоростях, что свидетельствует об устойчивости движения ротора.

6. На основе проведенного численного эксперимента с использованием математической, алгоритмической и программной моделей расчета получены основные закономерности изменения жесткости и демпфирования от геометрических и рабочих параметров. Анализ полученных теоретических результатов расчета динамических характеристик показывает, что с увеличением угловой скорости жесткость конических ГДП и ГСП значительно возрастает; демпфирование в целом остается практически постоянным.

7. Разработана математическая модель и проведен комплекс вычислительных расчетов для динамического анализа роторной системы на конических подшипниках на основе разработанного программного обеспечения, решены задачи расчета устойчивости системы путем построения соответствующих областей методом *D*-разбиений и построения плоских и пространственных траекторий движения центра масс ротора путем решения уравнений движения с учетом действующих внешних сил. Устойчивость движения роторной системы оценивается по виду плоской траектории.

8. Выполнен комплекс экспериментальных исследований на специально разработанных стендах по исследованию работоспособности подшипников, проведен сравнительный анализ теоретических и экспериментальных данных, который подтвердил их качественное и количественное согласование.

9. Разработаны рекомендации по снижению вибрации в роторной системе путем использования металлорезиновых демпферов. Установка ротора в упруго-демпферную опору нивелирует первую область повышенных вибраций в районе  $n=3000$  об/мин, т.е. практически нет резонансного пика, связанного с переходом через первую критическую скорость, что является немаловажным фактором при

работе всей системы. Амплитуды вибраций снижаются с увеличением демпфирующей способности и уменьшением жесткости МР-кольца. Вторая область повышенных вибраций начинается в диапазоне скоростей от 6000 до 8000 об/мин (зона исключительно интенсивных колебаний при жестком креплении подшипников). При упруго-демпферном варианте крепления уровень вибраций характеризуется снижением амплитуд, система спокойно выходила на предельные для стенда скорости вращения и продолжительное время работала там без всяких признаков увеличения вибраций. Данный метод является достаточно эффективным способом снижения повышенных вибраций в роторной системе.

10. Разработана методология расчета конических подшипников жидкостного трения в виде методики проектирования, рекомендаций и программ расчета, позволяющих обеспечить выбор параметров подшипников, расчет статических и динамических характеристик, устойчивости роторной системы на конических подшипниках. Методология расчета позволяет предложить алгоритм проекционного расчета геометрических параметров конических подшипников, приведен расчет угла конусности конического подшипника от соотношения осевой и радиальной нагрузок. Установлено, что в диапазоне, не более двукратного превышения осевой нагрузки над радиальной, наблюдается линейная зависимость роста угла конусности. Обоснован выбор структуры радиально-осевых опор роторов, выполненных в виде комбинации радиального и осевого подшипников или конического подшипника. Разработанный алгоритм, состоящий из двух подходов: массогабаритного и по созданию несущей способности, позволяет провести оценку выбора соответствующей структуры. Для реализации данной методологии были разработаны 2 программы для ЭВМ, что позволяет повысить точность расчетов. На разработанные программы для ЭВМ получены свидетельства о регистрации данных программ.

11. Разработаны на основе полученных результатов новые технические решения в виде конструкций конических подшипников жидкостного трения и рекомендации по проектированию конических подшипников скольжения в качестве опор роторов высокоскоростных турбомашин. Новизна технических решений подтверждаются 9 патентами РФ на изобретение и патентом РФ на полезную модель.

## **СПИСОК СОКРАЩЕНИЯ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ**

### **1. Кинематические параметры и координаты:**

$e_p$  и  $e_o$  – радиальный и осевой эксцентриситеты;

$\varphi_0$  – угол положения центра цапфы;

$X, Y, Z$  – координаты центра цапфы в декартовой системе координат;

$r, \varphi, y$  – осевая, окружная и радиальная координаты по опорной поверхности подшипника;

$\beta$  – угловая координата в окружном направлении;

$t$  – время;

$t_0$  – характерное время, равное периоду одного оборота;

$\gamma$  – угол перекоса оси ротора относительно оси подшипника;

$v_r, v_\varphi, v_y$  – проекции вектора скорости потока смазочного материала;

$V_r, V_\varphi, V_y$  – скорости точки на поверхности цапфы;

$\Delta$  – дисбаланс ротора (смещение центра масс);

$\omega$  – угловая скорость ротора;

$\Delta r, \Delta \varphi$  и  $\Delta t$  – шаги размерной и временной сеток;

$M$  и  $N$  – число узлов размерной сетки в направлениях  $\varphi$  и  $r$ .

### **2. Геометрические и рабочие параметры:**

$R_1 (D_1), R_2 (D_2)$  – минимальный и максимальный радиусы (диаметры) опорной поверхности подшипника;

$R_c^*$  – текущий радиус цапфы ротора;

$R_n^*$  – текущий радиус подшипника;

$r_0 = R_2 / \sin(\alpha/2)$  – длина образующей развертки конической поверхности;

$L, L_0$  – длины подшипника и образующей подшипника;

$\alpha$  – угол конусности;

$L_K, B_K$  – длина и ширина питающей камеры;

$d_H, l_H$  – диаметр и длина жиклера;

$h_0$  – средний зазор;

$h(r, \varphi)$  – функция зазора;

$N_K$  и  $N_P$  – число питающих камер в ряду и число рядов;

$m$  – приведенная масса ротора, приходящаяся на одну опору;

$Q_m$  и  $Q_v$  – массовый и объемный расход смазочного материала.

### 3. Силовые факторы:

$F$  – внешняя нагрузка;

$F_{mp}$  – сила трения смазочного слоя;

$R$  – подъемная сила смазочного слоя;

$M_R$  – восстанавливающий момент подшипника скольжения;

$M_{mp}$  – момент сопротивления вращению цапфы;

$W$  – несущая способность (грузоподъемность) подшипника;

$N_{mp}$  и  $N_{np}$  – потери мощности на трение и прокачку смазочного материала;

$K_{XX}, K_{XY}, \dots, K_{ZZ}$  – коэффициенты жесткости смазочного слоя;

$B_{XX}, B_{XY}, \dots, B_{ZZ}$  – коэффициенты демпфирования смазочного слоя.

### 4. Термодинамические и теплофизические параметры:

$p$  – давление;

$T$  – температура;

$I$  – энтальпия;

$\rho$  – плотность;

$\mu$  – вязкость;

$C_p$  – теплоемкость при постоянном давлении.

### 5. Безразмерные комплексы:

$Re$  – число Рейнольдса;

$Sh$  – число Струхала;

$K_r, K_\varphi, K_H$  – коэффициенты турбулентности;

$\bar{Q}$  – безразмерная нагрузка от дисбаланса;

$\bar{G}$  – безразмерная нагрузка от неуравновешенности;

$\Lambda$  – приведенная масса ротора;

$\psi = h_0/r_0$  – относительный зазор;

$\lambda$  – коэффициент конусности ( $\lambda = R_1/R_2$ );

$$\bar{t} = \frac{t}{t_0}; \quad \bar{r} = \frac{r}{r_0}; \quad \bar{y} = \frac{y}{h_0}; \quad \bar{h} = \frac{h}{h_0}; \quad \bar{X} = \frac{X}{h_0}; \quad \bar{Y} = \frac{Y}{h_0}; \quad \bar{Z} = \frac{Z}{h_0}; \quad \bar{e} = \frac{e}{h_0};$$

$$\Psi = \frac{h_0}{r_0}; \quad \bar{p} = \frac{p}{p_0}; \quad \bar{T} = \frac{T}{T_0}; \quad \bar{I} = \frac{I}{I_0}; \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}; \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}; \quad \bar{C}_P = \frac{C_P}{C_{P_0}};$$

$$\bar{F} = \frac{F}{p_0 r_0^2}; \quad \bar{R} = \frac{R}{p_0 r_0^2}; \quad r_0 = \frac{R_2}{\sin(\alpha/2)}.$$

**6. Индексы:**

$R$  – ротор;

$H$  – жиклер, питающая камера;

$\max$ ,  $\min$ ,  $m$ ,  $*$  – максимальное, минимальное, осредненное и критическое значения соответственно;

$O$  – вход в подшипник;

$s$  – окружающая среда (слив подшипника);

$p$  – радиальный;

$o$  – осевой;

$r$ ,  $\varphi$ ,  $y$ ,  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  – относится к соответствующим координатам;

$\dot{\phantom{x}}$  – дифференцирование по времени  $t$ ;

$\dots'$  – дифференцирование по безразмерному времени  $\bar{t}$ .

**7. Сокращения:**

ПС – подшипники скольжения;

ПК – подшипники качения;

КПЖТ – конические подшипники жидкостного трения;

КПС – конические подшипники скольжения;

ГДП – гидродинамический подшипник;

ГСП – гидростатический подшипник;

ГСДП – гидростатодинамический подшипник;

МГДП – многоклиновый гидродинамический подшипник;

КПКС – конические подшипники с клинообразующими скосами;

КС ГСП – конические сегментные гидростатические подшипники;

АЦП – аналого-цифровой преобразователь;

ИИС – измерительно-информационная система;

МР – металлорезина.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Максимов В. А. Трибология подшипников и уплотнений жидкостного трения высокоскоростных турбомашин / В. А. Максимов, Г. С. Баткис. - Казань : Фэн, 1998. - 428 с.
2. Bhushan B. Introduction to tribology / B. Bhushan ; The Ohio State University. - Ohio : John Wiley&Sons, Inc., 2001. - 732 p.
3. Воскресенский В. А. Расчет и проектирование опор скольжения (жидкостная смазка) : справочник / В. А. Воскресенский, В. И. Дьяков. – Москва : Машиностроение, 1980. – 224 с.
4. Коровчинский М. В. Теоретические основы работы подшипников скольжения / М. В. Коровчинский. – Москва : Машгиз, 1959. – 404 с.
5. Газожидкостные опоры роторов криогенных турбонасосных агрегатов / Н. П. Артеменко, В. М. Василенко, В. И. Поляков [и др.] – Москва : КБ Химмаш, 1993. – 146 с.
6. Савин Л. А. Теоретические основы расчета и динамика подшипников скольжения с парожидкостной смазкой : дис. ... д-ра техн. наук : 01.02.06 / Савин Леонид Алексеевич. – Орел, 1998. – 352 с.
7. Пешти Ю. В. Газовая смазка / Ю. В. Пешти. – Москва : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1993. – 382 с.
8. Максимов В. А. Газовая смазка: перспективы применения в турбомашиностроении / В. А. Максимов. – Казань : ЗАО «НИИтурбокомпрессор им. В. Б. Шнеппа», 2002. – 154 с.
9. Корнеев А. Ю. Тенденции применения конических подшипников скольжения / А. Ю. Корнеев, Л. А. Савин, М. М. Ярославцев // Физика, химия и механика трибосистем : межвузовский сборник научных трудов. – Иваново : Изд-во Иван. гос. унта, 2008. – Вып. 7. – С. 98–105.
10. Корнеев А. Ю. Анализ и направления исследований конических подшипников скольжения / А. Ю. Корнеев // Моделирование гидромеханических систем : сборник научных трудов научно-методического семинара / под общ. ред. Л. А. Савина. – Орел : Изд-во ГУ - УНПК, 2014. – С. 29-45.

11. Галиев Р. М. Стационарная задача конического подшипника с газовой смазкой / Р. М. Галиев, Г. А. Поспелов // Газовые опоры турбомашин : труды Всесоюзного межвузовского совещания. – Казань, 1975. – С. 130–131.
12. Галиев Р. М. Динамические коэффициенты смазочного слоя конического подшипника с перепадом давления на торцах / Р. М. Галиев, Г. А. Поспелов. – Деп. в ЦИНТИ химнефтемаш 1978, № 442.
13. Галиев Р. М. К вопросу об устойчивости движения шипа в коническом подшипнике / Р. М. Галиев, Г. А. Поспелов // Вибротехника. – 1980. – № 2/40. – С. 103–110.
14. Крамин В. В. Нелинейные динамические характеристики опорно-упорных конических подшипников гидродинамического трения / В. В. Крамин, Е. Е. Дятлов // Повышение технического уровня, надежности и долговечности компрессоров и компрессорных установок : тез. докл. 6-ой Всесоюз. научно-техн. конф. по компрессоростроению. – Ленинград, 1981. – С. 219.
15. Крамин В. В. Приближенное определение динамических характеристик смазочного слоя опорно-упорных конических подшипников гидродинамического трения / В. В. Крамин, Г. А. Поспелов // Трение и износ. – 1982. – Т. 3, № 4. – С. 691–700.
16. Крамин В. В. Нестационарные локальные характеристики смазочного слоя конических радиально-упорных подшипников гидродинамического трения / В. В. Крамин, Г. А. Поспелов // Трение и износ. – 1982. – Т. 3, № 5. – С. 801–807.
17. Галиев Р. М. Газовый конический подшипник с перепадом давления на торцах / Р. М. Галиев, Г. А. Поспелов // Известия вузов. Машиностроение. – 1983. – № 3. – С. 76–79.
18. Поспелов Г. А. Стационарные характеристики двухсторонних конических гидродинамических подшипников / Г. А. Поспелов // Трение и износ. – 1986. – Т. 7, № 6. – С. 1008-1016.
19. Крамин В. В. Конические газодинамические подшипники с винтовыми канавками / В. В. Крамин, Л. В. Лапшина // Создание компрессорных машин и установок, обеспечивающих интенсивное развитие отраслей топливно-энергетического комплекса : тез. докл. 8-ой Всесоюз. научно-техн. конф. – Сумы, 1989. – Ч. 2. – С. 28–29.



20. Галеев А. М. Исследование конических опорно-упорных подшипников скольжения винтовых и центробежных компрессорных машин : дис. ... канд. техн. наук / Галеев Ахмет Мухетдинович. – Казань, 1971. – 194 с.
21. Максимов В. А. Теория и расчет конических подшипников скольжения с самоустанавливающимися подушками / В. А. Максимов, Г. С. Баткис // Проектирование и исследование компрессорных машин : сборник научных трудов. – Казань, 1997. – С. 93-105.
22. Баткис Г. С. Опорно-упорные подшипники высокоскоростных ЦКМ с коническими самоустанавливающимися подушками / Г. С. Баткис, В. А. Максимов, В. К. Хайсанов // Проектирование и исследование компрессорных машин : сборник научных трудов. – Казань, 1997. – С. 124-130.
23. Максимов В. А. Экспериментальное исследование конических подшипников скольжения с самоустанавливающимися подушками / В. А. Максимов, О. М. Харасов, Ш. А. Галеев // Химическое и нефтяное машиностроение.–1987.- № 10.- С.12-14.
24. Расчет и некоторые результаты исследования конических подшипников в турбокомпрессорах / В. А. Максимов, А. М. Галеев, В. В. Можанов, Л. М. Курин // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1991. - № II. - С. 16-18.
25. Баткис Г. С. Создание высокоскоростных конических подшипников скольжения для турбомашин / Г. С. Баткис, В. К. Хайсанов. – Москва : ВНИИхолодмаш, 1990.– 54 с. - Деп. в ЦИНТИ химнефтемаш 1990, № 2105 ХМ-Д90.
26. Гидростатические опоры роторов быстроходных машин / Н. П. Артеменко, А. И. Чайка, В. Н. Доценко [и др.]. – Харьков : Основа, 1992. – 198 с.
27. Кривонос В. К. Теоретический расчет поля давлений в коническом гидростатическом подшипнике с тангенциальными камерами / В. К. Кривонос, А. И. Поддубный // Исследование гидростатических опор и уплотнений двигателей летательных аппаратов : сборник научных трудов. – Харьков : Изд-во ХАИ, 1986. – Вып. 2. – С. 79–84.
28. Приходько О. Б. Течение смазывающего вещества в зазоре между сопрягаемыми телами равной конусности / О. Б. Приходько, Ф. П. Снеговский, Э. М. Приходько // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин : сборник научных трудов. – Харьков : Изд-во ХАИ, 1973. – С. 128–133.

29. Доценко В. Н. Определение показателей работоспособности радиально-упорных ГСП, работающих на двухфазных рабочих телах / В. Н. Доценко, Ю. В. Ковеза, А. И. Поддубный // Исследование гидростатических опор и уплотнений двигателей летательных аппаратов : сборник научных трудов. – Харьков : Изд-во ХАИ, 1987. – С. 33–36.
30. Поддубный А. И. К расчету характеристик конических гидростатических подшипников / А. И. Поддубный, А. М. Торубара // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин : сборник научных трудов. – Харьков : Изд-во ХАИ, 1975. – Вып. 2. – С. 125–128.
31. Квитницкий Е. И. Работа гидростатического радиально-упорного подшипника при угловом перекосе / Е. И. Квитницкий // Исследование гидростатических опор и уплотнений двигателей летательных аппаратов : сборник научных трудов. – Харьков : Изд-во ХАИ, 1987. – С. 36–43.
32. Торубара А. М. К расчету конических гидростатических подшипников / А. М. Торубара // Математические методы анализа динамических систем : сборник научных трудов. – Харьков : Изд-во ХАИ, 1981. – № 5. – С. 127–130.
33. Торубара А. М. Влияние геометрических и рабочих параметров на основные характеристики конических гидростатических подшипников / А. М. Торубара // Математические методы анализа динамических систем : сборник научных трудов. – Харьков : Изд-во ХАИ, 1983. – № 7. – С. 154–157.
34. Чайка А. И. Решение нестационарной задачи смазки конических сегментных гидростатических подшипников / А. И. Чайка // Исследование гидростатических опор и уплотнений двигателей летательных аппаратов : сборник научных трудов. – Харьков : Изд-во ХАИ, 1987. – С. 54–61.
35. Снопов А. И. Теоретическое исследование характеристик сегментных конических газостатических подшипников / А. И. Снопов, А. Н. Иванов, М. А. Гамаль. – Ростов-на-Дону, 1992. – 19 с. – Деп. в ВИНТИ 1993, № 110 - В93.
36. Подольский М. Е. Оценка влияния перекосов на условия работы конических подшипников с самоустанавливающимися подушками / М. Е. Подольский, С. В. Черенкова, В. К. Ивлев // Компрессорная техника и пневматика. – 1998. – № 18-19. – С. 41–45.

37. Марцинковский В. С. Подшипники для оборудования динамического действия / В. С. Марцинковский, В. И. Юрко // Герметичность, вибронадежность и экологическая безопасность насосного и компрессорного оборудования : труды 10-й Междунар. науч.-техн. конф. – Сумы, 2002. – Т. 3. – С. 185–204.
38. Яковлев В. Н. Расчет конического газового подшипника с двумя видами питающих щелей / В. Н. Яковлев, Ю. П. Циманский, Т. С. Яковлева // Вестник машиностроения. – 1986. – № 7. – С. 17–18.
39. Горшенин В. П. Методика оценки устойчивости системы конический шип – газовая опора / В. П. Горшенин // Автоматизирование процессов обработки и сборки в машиностроении : сборник научных трудов. – Челябинск, 1988. – С. 115–123.
40. Деркач Н. А. Геометрия рабочего зазора конического подшипника при произвольных по величине и направлению относительных смещениях его поверхностей / Н. А. Деркач. – Киев, 1987. – 19 с. – Деп. в УкрНИИТИ 1987, № 1580 - Ук87.
41. Деркач Н. А. Теория конического воздушного подвеса с прямолинейными канавками при наложении осевых, радиальных и нутационных смещений / Н. А. Деркач. – Киев, 1987. – 29 с. – Деп. в УкрНИИТИ 1987, № 1581 - Ук87.
42. Исследование и разработка подшипников для турбодетандерного агрегата : отчет о НИР / Н. П. Артеменко [и др.]. – Харьков, 1978. – Ч. 1 ; 1979. - Ч. 2.
43. Исследование высокоскоростных гидростатических подшипников турбодетандерных агрегатов : отчет о НИР : тема № 207–120/80 / Н. П. Артеменко. – Харьков, 1980. – 40 с.
44. Промышленные испытания конических гидростатических подшипников в составе турбодетандерного агрегата / Н. П. Артеменко, В. К. Кривонос, А. И. Поддубный [и др.] // Исследование гидростатических опор и уплотнений двигателей летательных аппаратов : сборник научных трудов. – Харьков : Изд-во ХАИ, 1986. – Вып. 2. – С. 3–6.
45. Ахвердиев К. С. Разработка математической модели гидродинамического расчета конических подшипников / К. С. Ахвердиев, Б. Е. Копотун // Вестник РГУПС. – 2005. – № 3. – С. 5–9.

46. Ахвердиев К. С. Математическая модель расчета пористого конического подшипника / К. С. Ахвердиев, М. А. Мукутадзе, Б. Е. Копотун // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2006. – № 3 (23). – С. 5–15.
47. Нелинейная математическая модель гидродинамической смазки сложного нагруженного составного конического подшипника с пористым слоем на его рабочей поверхности / К. С. Ахвердиев, А. И. Задорожный, М. А. Мукутадзе, С. Ф. Кочетова // Вестник Донского государственного технического университета. – 2007. – Т. 7, № 4 (35). – С. 441–449.
48. Мукутадзе М. А. Математическая модель гидродинамической смазки составного конического подшипника с пористым слоем на поверхности шипа и подшипника / М. А. Мукутадзе, С. Ф. Кочетова // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2008. – № 3 (31). – С. 133 – 139.
49. Ахвердиев К. С. Математическая модель гидродинамической смазки сложного нагруженного составного конического подшипника с двухслойной пористой составляющей / К. С. Ахвердиев, М. А. Мукутадзе, С. Ф. Кочетова // Транспорт: наука, техника, управление. – 2008. – № 11. – С. 8–11.
50. Ахвердиев К. С. Нестационарная математическая модель гидродинамической смазки сложного нагруженного составного конического подшипника с пористым слоем на его рабочей поверхности с учетом его конструктивной особенности / К. С. Ахвердиев, С. Ф. Кочетова, М. А. Мукутадзе // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2009. – № 1 (33). – С. 135–143.
51. Ахвердиев К. С. Определение передаточных характеристик конического демпфера со сдвигаемой пленкой и пористой конической обоймой / К. С. Ахвердиев, Б. Е. Копотун, М. А. Мукутадзе // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2007. – № 1 (25). – С. 129–136.
52. Ахвердиев К. С. Устойчивость движения шипа в коническом подшипнике с пористым слоем на рабочей поверхности / К. С. Ахвердиев, Б. Е. Копотун, М. А. Мукутадзе // Трение и износ. – 2007. – Т. 28, № 4. – С. 361–366.
53. Ахвердиев К. С. Определение границ области устойчивости движения шипа в коническом подшипнике с пористым слоем на рабочей поверхности / К. С. Ах-

- вердиев, Б. Е. Копотун, М. А. Мукутадзе // Трение и износ. - 2007. – Т. 28, № 4. – С. 361–367.
54. Aston R. L. Design of conical hydrostatic journal bearings / R. L. Aston, J. P. O'Donoghue, W. B. Rowe // Machinery and Production Engineering. - 1970. – Vol. 116, № 2988. – P. 250-254.
55. Fundamentals of the design of fluid film bearings (Computer-aided design of hybrid conical bearings) : presented at the Design Engineering Conference, Chicago, Ill., May 7-10, 1979 / S. M. Rohde, C. J. Maday, H. A. Ezzart [ets.]. - New York : ACS Symposium Series, 1979. – 193 p.
56. Ettles C. Application of double conical journal bearings in high speed centrifugal pumps–1, 2 / C. Ettles, O. Svoboda // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers (London). - 1975. – Vol. 189, № 38. – P. 221-230.
57. Hannon W. M. Generalized Universal Reynolds Equation for variable properties fluid-film lubrication and variable geometry self-acting bearings / W. M. Hannon, M. J. Braun, S. I. Hariharan // Tribology Transactions. - 2004. – Vol. 47, № 2. – P. 171-181.
58. Hannon W. M. Numerical solution of a fully thermally coupled Generalized Universal Reynolds Equation (GURE) and its application. Part 1. Conical bearings / W. M. Hannon, M. J. Braun // Tribology Transactions. - 2007. – Vol. 50, № 4. – P. 540–557.
59. Srinivasan K. Analysis of externally pressurized gas-lubricated conical bearings / K. Srinivasan, B. S. Prabhu // Wear. - 1983. – Vol. 86, № 2. – P. 201-212.
60. Srinivasan K. Steady state characteristics of conical hybrid bearings / K. Srinivasan, B. S. Prabhu // Wear. - 1983. – Vol. 89, № 1. – P. 57-67.
61. Pan C. Gaseous squeeze-film at moderately large squeeze numbers / C. Pan // J Basic Eng. Trans. ASME. Ser. D. - 1970. – Vol. 92, № 4. – P. 766-781.
62. Pan C. Stability characteristics of a rigid rotor supported by a gas-lubricated spiral-groove conical bearing / C. Pan, D. Kim // Journal of Tribology. - 2007. – Vol. 129, № 2. – P. 375-383.
63. Dupont R. On an isotropic and centrifugal force invariant layout of a conically shaped gas-lubricated high-speed spiral-groove bearing / R. Dupont // Precision Engineering. - 2003. – Vol. 27, № 4. – P. 346-361.

64. Rodkiewicz C. M. The mean temperature of a conical bearing / C. M. Rodkiewicz, A. Mioduchowski // *Wear*. - 1975. – Vol. 31, № 2. – P. 227-235.
65. Rodkiewicz C. M. Thermal effects in conical bearings / C. M. Rodkiewicz, W. Jedruch, J. Skiepmo // *Wear*. - 1977. – Vol. 42, № 1. – P. 187-196.
66. Kennedy J. S. Thermal effects in externally pressurized conical bearings with variable viscosity / J. S. Kennedy, Prawal Sinha, C. M. Rodkiewicz // *Journal of Tribology, Transactions of the ASME*. - 1988. – Vol. 110, № 2. – P. 201-211.
67. Sinha Prawal. Thermal effects in externally pressurized porous conical bearings with variable viscosity / Prawal Sinha, P. Chandra, S. S. Bhartiya // *Acta Mechanica*. - 2001. – Vol. 149, № 1-4. – P. 215-227.
68. Prabhu T. J. Characteristics of conical hydrostatic thrust bearings under rotation / T. J. Prabhu, N. Ganesan // *Wear*. - 1981. – Vol. 73, № 1. – P. 95-122.
69. Prabhu T. J. Analysis of multirecess conical hydrostatic thrust bearings under rotation / T. J. Prabhu, N. Ganesan // *Wear*. - 1983. – Vol. 89, № 1. – P. 29-40.
70. Prabhu T. J. Theoretical analysis of the dynamic stiffness of conical hydrostatic thrust bearings under tilt, eccentricity and rotation / T. J. Prabhu, N. Ganesan // *Wear*. - 1983. – Vol. 91, № 2. – P. 149-159.
71. Salem E. A. Thermal and inertia effects in externally pressurized conical oil bearings / E. A. Salem, M. F. Khalil // *Wear*. - 1979. – Vol. 56. – P. 251-264.
72. Khalil M. F. Performance of externally pressurized conical thrust bearing under laminar and turbulent flow conditions / M. F. Khalil, S. Z. Kazzab, A. S. Ismail // *Wear*. - 1993. – Vol. 166, № 2. – P. 147-154.
73. Behaviour of externally pressurized conical bearings lubricated with non-Newtonian fluids / A. El-Kayar, E. A. Salem, M. F. Khalil, M. Bedewi // *Wear*. - 1981. – Vol. 67, № 2. – P. 133-145.
74. Shukla J. B. Conical step bearing using a power law lubricant / J. B. Shukla // *Wear*. - 1963. – Vol. 6, № 5. – P. 371-374.
75. Shukla J. B. Load capacity and time relation for squeeze films in conical bearings / J. B. Shukla // *Wear*. - 1964. – Vol. 7, № 4. – P. 368-371.

76. Shukla J. B. Characteristics of non-Newtonian power law lubricants in step bearings and hydrostatic step seals / J. B. Shukla, M. Isa // *Wear*. - 1974. – Vol. 30, № 1. – P. 51-71.
77. Sinha Roy J. Externally pressurized conical step bearing with visco-elastic lubricant / J. Sinha Roy, B. Biswal // *Tribology International*. - 1984. – Vol. 17, № 1. – P. 39-42.
78. Murthy T. S. R. An analysis of a new type of high precision conical preformed four-lobe self-adjusting hydrodynamic crown bearing for grinding work spindles / T. S. R. Murthy, B. R. Satyan, R. K. Shenoy // *International Journal of Machine Tool Design and Research*. - 1977. – Vol. 17, № 4. – P. 209-224.
79. Murthy T. S. R. Analysis of multi-scallop self-adjusting conical hydrodynamic bearings for high precision spindles / T. S. R. Murthy // *Tribology International*. - 1981. – Vol. 14, № 3. – P. 147-150.
80. Murthy T. S. R. An analysis of a special hydrodynamic bearing for machine tool spindles / T. S. R. Murthy, Y. Balaramaiah, V. C. Venkatesh // *CIRP Annals - Manufacturing Technology*. - 1983. – Vol. 32, № 1. – P. 319-325.
81. Максимов В. А. Экспериментальное исследование конических подшипников скольжения с самоустанавливающимися подушками / В. А. Максимов, О. М. Харасов, Ш. А. Галеев // *Химическое и нефтяное машиностроение*. – 1987. – № 10. – С. 12-14.
82. Расчет и некоторые результаты исследования конических подшипников в турбокомпрессорах / В. А. Максимов, А. М. Галеев, В. В. Можанов, Л. М. Курин // *Химическое и нефтяное машиностроение*. – 1991. - № II. – С. 16-18.
83. Elimination of unstable free vibrations of the rotor of a centrifugal high-pressure compressor / V. B. Shnepp, A. M. Galeev, G. S. Batkis, V. M. Polyakov // *Chemical and Petroleum Engineering (English translation of Khimicheskoe i Neftyanoie Mashinostroenie)*. – 1989. - Vol. 24, № 7-8. - P. 356-360.
84. Dewar D. M. Analysis of grease and oil lubricated spiral grooved bearings / D. M. Dewar // *American Society of Mechanical Engineers (Paper)*. – 1973. – № 73-Lub-20. – P. 9.
85. Bootsma J. Spherical and conical spiral groove bearings / J. Bootsma // P. 1. Theory. *Journal of Lubrication Technology, Transactions ASME*. – 1975. - Vol. 97, Ser. F, № 2. - P. 236 - 242.

86. Bootsma J. Spherical and conical spiral groove bearings / J. Bootsma // P. 2. Load capacity and stability. *Journal of Lubrication Technology, Transactions ASME.* – 1975. - Vol. 97, Ser. F, № 2. - P. 243-249.
87. Axial load capacity of water-lubricated hydrostatic conical bearings with spiral grooves (On the case of rigid surface bearings) / S. Yoshimoto, Y. Anno, M. Tamura, Y. Kakiuchi, K. Kimura // *Journal of Tribology, Trans. ASME.*– 1996.-Vol.118.-P. 893-899.
88. Yoshimoto S. Axial load capacity of water-lubricated hydrostatic conical bearings with spiral grooves for high speed spindles / S. Yoshimoto, T. Kume, T. Shitara // *Tribology International.* – 1998. - Vol. 31, № 6. - P. 331-338.
89. Huang Y. Effect of partial-grooving on the performance of spiral groove bearings: analysis using a perturbation method / Y. Huang, D.-G. Chen // *Tribology International.* – 1996. - Vol. 29, № 4. - P. 281-290.
90. Nihon kikai gakkai ronbunshu / S. Shimada, N. Kawabata, M. Tachibana, Y. Ozawa // *Trans. Jap. Soc. Mech. Eng.* – Fukui University, Dept. of Mech. Eng., Fukui, Japan. - 2001. – Vol. 67, № 661. – P. 2989–2996.
91. Optimization of conical hydrostatic bearing for minimum friction / L. J. Nypan, B. J. Hamrock, H. W. Scibbe, W. J. Anderson // *Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Ser. F.* – 1972. - Vol. 94, № 2. - P. 136-142.
92. Nypan L. J. Optimal speed sharing characteristics of a series-hybrid bearing / L. J. Nypan, H. W. Scibbe, B. J. Hamrock // *Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Ser. F.* – 1973. - Vol. 95, № 1. - P. 76-81.
93. Wang Y. Analysis of errors in optimization of conical hydrostatic bearing for minimum friction / Y. Wang // *Journal of Shandong Polytechnic University.* – 1992. - Vol. 22, № 1. - P. 72-79.
94. Scibbe H. W. Design and evaluation of a 3 million DN series-hybrid thrust bearing / H. W. Scibbe, L. W. Winn, M. Eusepi // *American Society of Mechanical Engineers.* – 1976. - № 76-LubS-17. – P. 9.
95. Eusepi M. Evaluation of a series hybrid thrust bearing at DN values to three million. P. 2. Fabrication and testing / M. Eusepi, L. W. Winn ; *NASA Contractor Reports.* - Washington : National Aeronautics and Space Administration, 1974-1975. – 2 vol. : ill.



96. Demidovich V. M. Characteristics of GTE combined support without oil supply to the ball bearing / V. M. Demidovich, L. V. Goryunov, N. A. Yakimov // Soviet Aeronautics (English translation of Izvestiya VUZ, Aviatsionnaya Tekhnika). – 1989. – Vol. 32, № 1. - P. 142-144.
97. Cen S.-Q. Dynamical characteristic calculation of the conical floating ring hybrid bearing / S.-Q. Cen // Journal of Zhengzhou Univ. of Technology. – 1995. - № 16.-P. 118-122.
98. Dynamic characteristic theoretical study of the conical floating ring hybrid bearing / H. Guo, Y. Cui, S.-Q. Cen, S.-L. Zhang, T.-Y. Yuchi // Journal of Mechanical Strength. – 2004. - Vol. 26, № 3. - P. 341-344.
99. Dynamic characteristic experimental study of the conical floating ring hybrid bearing / S.-Q. Cen, Y. Cui, H. Guo, S.-L. Zhang, T.-Y. Yuchi // Run Hua Yu Mi Feng/ Lubrication Engineering. – 2004. - № 4. - P. 22-24.
100. Qi J.-Z. The analysis of static characteristics in a hybrid conical sliding bearing with paralld throttles / J.-Z. Qi // Journal of Zhengzhou Institute of Technology. – 1994. - Vol. 15, № 4. - P. 53-58.
101. Xia H.-Q. The research of static properties of hybrid (hydrostatic/hydrodynamic) stairs cone sliding bearing / H.-Q. Xia, X.-L. Fang // Journal of Zhengzhou Institute of Technology. – 1988. - Vol. 9, № 4. – P. 89-97.
102. Fang X.-L. The analysis of static and dynamic characteristics of hybrid conical bearing / X.-L. Fang, X.-H. He, X.-Y. Li // Journal of Changsha Communications University. – 1997. - Vol. 13, № 3. – P. 17-24.
103. Ingle R. B. Analysis of carbon epoxy shaft in aerostatic conical journal bearings - No rotational case / R. B. Ingle, B. B. Ahuja, S. M. Joshi // Journal of the Institution of Engineers (India): Mechanical Engineering Division. – 2004. - Vol. 85, № 2. - P. 69-77.
104. Ingle R. B. An experimental investigation on dynamic analysis of high speed carbon-epoxy shaft in aerostatic conical journal bearings / R. B. Ingle, B. B. Ahuja // Composites Science and Technology. – 2006. – Vol. 66, № 3-4 - P. 604-612.
105. Prakash J. Load capacity and time-height relations for squeeze films between porous plates / J. Prakash, S. K. Vij // Wear. – 1973. - Vol. 24, № 3. – P. 309-322.
106. Srinivasan U. Load capacity and time-height relations for squeeze films between double-layered porous plates / U. Srinivasan // Wear.– 1977.- Vol. 43, № 2.– P.211-225.

107. Sharma S. C. Performance Analysis of a Multirecess Capillary Compensated Conical Hydrostatic Journal Bearing / S. C. Sharma, V. M. Phalle, S. C. Jain // Tribology International. – 2011. - Vol. 44. – P. 617 -626.
108. Sharma S. C. Influence of Wear on the Performance of a Multirecess Conical Hybrid Journal Bearing Compensated with Orifice Restrictor / S. C. Sharma, V. M. Phalle, S. C. Jain // Tribology International. – 2011. - Vol. 44. - P. 1754-1764.
109. Khakse P. G. Performance analysis of non-recess hydrostatic/hybrid conical journal bearing for various semi cone angles / P. G. Khakse, V. M. Phalle, S. S. Mantha // Proceedings of Society of Tribologists & Lubrication Engineers Annual Meeting & Exhibition 2015. – Dallas, 2015. – P. 324-327.
110. Khakse P. G. Comparative Performance of a Non-recessed Hole-entry Hybrid/Hydrostatic Conical Journal Bearing Compensated with Capillary and Orifice Restrictors / P. G. Khakse, V. M. Phalle, S. S. Mantha // Tribology in Industry. – 2016. - Vol. 38, № 2. – P. 133-148.
111. Influence of eccentricity ratio on stability performance of hydrodynamic conical journal bearing / A. K. Gangrade, V. M. Phalle, S. S. Mantha, A. N. Siddiquee // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1240 (2019) 012115. – 2019. - № 7. – Режим доступа: [https://www.researchgate.net/publication/335019103\\_Influence\\_of\\_eccentricity\\_ratio\\_on\\_stability\\_performance\\_of\\_hydrodynamic\\_conical\\_journal\\_bearing](https://www.researchgate.net/publication/335019103_Influence_of_eccentricity_ratio_on_stability_performance_of_hydrodynamic_conical_journal_bearing) (дата обращения: 12.09.2021).
112. Sharma S. C. Influence of Micropolar Lubrication on the Performance of 4-Pocket Capillary Compensated Conical Hybrid Journal Bearing / S. C. Sharma, A. K. Rajput // Advances in Tribology. – 2012. - Article ID 898252. – Режим доступа: <https://downloads.hindawi.com/journals/at/2012/898252.pdf> (дата обращения: 12.09.2021).
113. Rajput A. K. Analysis of Externally Pressurized Multirecess Conical Hybrid Journal Bearing System Using Micropolar Lubricant / A. K. Rajput, S. C. Sharma // Journal of Engg. Tribology (IMechE). – 2013. – Vol. 227, № 9. – P. 943-961.
114. Rajput A. K. Stability of a Constant Flow Valve Compensated Multirecess Conical Hybrid Journal Bearing Operating With Micropolar Lubricant / A. K. Rajput, S. C. Sharma // Lubrication Science. – 2014. – Vol. 26, № 5. – P. 347-362.

115. Sharma S. C. Behavior of Conical Porous Hybrid Journal Bearing with Pseudoplastic Lubricant / S. C. Sharma, A. Singh // Tribology Transactions. – 2021. - Vol. 64, № 3. - P. 413–433.
116. Verma S. Analysis of Multirecess Hydrostatic Journal Bearing Operating with Micropolar Lubricant / S. Verma, V. Kumar, K. D. Gupta // Journal of Tribology. – 2009. - Vol. 131, № 2. - Article ID 021103-1.
117. Rana N. K. Static Characteristics of Conical Hydrostatic Journal Bearing under Micropolar Lubrication / N. K. Rana, S. S. Gautam, S. Verma // J. Inst. Eng. India Ser. C. – 2014. – Vol. 95, № 4. – P. 375-381.
118. Rana N. K. Performances of 6-Pocket Compensated Conical Hydrostatic Journal Bearing under Micropolar Lubrication / N. K. Rana, S. S. Gautam, S. Verma // Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science.- 2015.- Vol.1.– P. 6.
119. On the Stiffness and Damping Coefficients of Constant Flow Valve Compensated Conical Hydrostatic Journal Bearing with Micropolar Lubrication / N. K. Rana, S. S. Gautam, S. Verma, F. Rahmani // Procedia Technology. – 2016. - № 23. - P. 42-50.
120. Куменко А. И. Моделирование статических характеристик подшипников скольжения для крупных энергетических турбоагрегатов / А. И. Куменко, Н. Ю. Кузьминых, В. Н. Костюков // Надежность и безопасность энергетики. – 2016. - № 1 (33). - С. 24-30.
121. Разброс статических характеристик подшипников при отклонениях их параметров при ремонте и сборке валопровода турбоагрегата / А. И. Куменко, В. Н. Костюков, Н. Ю. Кузьминых [и др.] // Материалы IV-го Междунар. науч.-техн. семинара «Современные технологии сборки». – Москва : Московский государственный машиностроительный университет (МАМИ), 2015. – С. 62-68.
122. Куменко А. И. Расчет характеристик опорных подшипников скольжения во всей области возможных перемещений шейки вала / А. И. Куменко, Н. Ю. Кузьминых, В. Н. Костюков // Сборник докладов VIII-ой Междунар. науч.-техн. конф. «Проблемы вибрации, виброналадки, вибромониторинга и диагностики оборудования электрических станций». – Москва : Изд-во ВТИ, 2015. – С. 146-153.

123. Авторское свидетельство 1191638 СССР, МКИ 4 F16 C32/04. Коническая гидростатодинамическая опора / И. Я. Токарь, А. М. Торубара, Р. З. Хайсаров, А. Д. Кантемир. – № 3706390/25-27 ; заявл. 04.09.84 ; опубл. 15.11.85, Бюл. № 42. – 2 с.
124. Авторское свидетельство 345301 СССР, МКИ F16 C17/10. Двухсторонний конический упорно-опорный подшипник скольжения / А. М. Галеев, Г. А. Пospelов. – № 1423490/24-6 ; заявл. 31.03.70 ; опубл. 14.07.72, Бюл. № 22. – 2 с.
125. Патент 1480466 Российская Федерация, МКИ F16 C17/06. Сегментный конический подшипник скольжения / А. М. Галеев, В. А. Максимов, Г. С. Баткис, В. К. Хайсанов. – № 4256178/27 ; заявл. 17.03.1987 ; опубл. 27.12.95. – 3 с.
126. Патент 2336441 Российская Федерация, МПК F16 C21/00 Конический подшипник скольжения / Л. А. Савин, А. Ю. Корнеев [и др.]. - № 2007114204/11 ; заявл. 16.04.2007 ; опубл. 20.10.2008 г.
127. Патент 2346192 Российская Федерация, МПК F16C 21/00. Комбинированная гибридная опора / Л. А. Савин, А. Ю. Корнеев [и др.]. - № 2007124220/11 ; заявл. 27.06.2007 ; опубл. 10.02.2009 г.
128. Патент 2332593 Российская Федерация, МПК F16C 21/00. Комбинированная опора с неравножестким кольцом / Л. А. Савин, А. Ю. Корнеев [и др.]. - № 2007114202/11 ; заявл. 16.04.2007 ; опубл. 27.08.2008 г.
129. Патент 2332594 Российская Федерация, МПК F16C 21/00. Комбинированная опора / Л. А. Савин, А. Ю. Корнеев [и др.]. - № 2007114203/11 ; заявл. 16.04.2007 ; опубл. 27.08.2008 г.
130. Патент 2336440 Российская Федерация, МПК F16C 21/00. Управляемая комбинированная опора / Л. А. Савин, А. Ю. Корнеев [и др.]. - № 2007114201/11 ; заявл. 16.04.2007 ; опубл. 20.10.2008 г.
131. Патент 2489615 Российская Федерация, МПК F16C 17/10. Комбинированный радиально-осевой газодинамический лепестковый подшипник скольжения / Л. А. Савин, А. Ю. Корнеев, А. В. Сытин [и др.]. - № 2011147959/11 ; заявл. 24.11.2011 ; опубл. 10.08.2013 г.
132. Патент 157069 Российская Федерация, МПК F16C 21/00. Комбинированная опора / А. Ю. Корнеев, А. В. Сытин [и др.]. - № 2015119060/11 ; заявл. 20.05.2015 ; опубл. 20.11.2015 г.

133. Патент 2605658 Российская Федерация, МПК F16C 21/00. Комбинированный радиально-осевой газодинамический лепестковый подшипник скольжения / Л. А. Савин, А. В. Сытин, Р. Н. Поляков, А. Ю. Корнеев [и др.]. - № 2015119110/11 ; заявл. 20.05.2015 ; опубл. 27.12.2016 г.
134. Патент 2605703 Российская Федерация, МПК F16C 21/00 Комбинированная опора / А. Ю. Корнеев, А. В. Сытин [и др.]. - № 2015119109/11 ; заявл. 20.05.2015 ; опубл. 27.12.2016 г.
135. Патент 2437005 Российская Федерация, МПК F16C 17/12. Конический лепестковый подшипник скольжения / Л. А. Савин, А. Ю. Корнеев, А. В. Сытин [и др.]. - № 2010105420/11 ; заявл. 15.02.2010 ; опубл. 20.12.2011.
136. Корнеев А. Ю. Динамические и интегральные характеристики конических подшипников скольжения : дис. ... канд. техн. наук : 01.02.06 / Корнеев Андрей Юрьевич. – Орел, 2004. – 207 с.
137. Корнеев А. Ю. Конические подшипники жидкостного трения : монография / А. Ю. Корнеев, Л. А. Савин, О. В. Соломин ; под общ. ред. Л. А. Савина.– Москва : Машиностроение – 1, 2008. – 172 с.
138. Корнеев А. Ю. Моделирование комбинированных опорных узлов / А. Ю. Корнеев, А. С. Сидоренко // Механизмы и машины ударного, периодического и вибрационного действия : материалы Междунар. науч. симпозиума. – Орел : Изд-во ОрелГТУ, 2000. – С. 301-302.
139. Корнеев А. Ю. Использование радиально-осевых подшипников скольжения в высокоскоростных турбомашинах / А. Ю. Корнеев // Прикладные задачи механики и теплообмена в авиастроении : сборник трудов второй Всеросс. науч.-техн. конф.. – Воронеж : Изд-во ВГТУ, 2001. – Ч. 2. – С. 155–157.
140. Корнеев А. Ю. Установка роторов высокоскоростных шлифовальных станков на конических подшипниках скольжения с воздушной смазкой / А. Ю. Корнеев // Фундаментальные и прикладные проблемы технологии машиностроения : сб. науч. тр. междунар. дистанц. науч.-техн. конф.–Орел: Изд-во ОрелГТУ, 2001.–С. 92-96.
141. Корнеев А. Ю. Применение конических подшипников в качестве опор роторов высокоскоростных турбомашин / А. Ю. Корнеев, Ли Шенбо // Материалы VI-

го междунар. науч. симпозиума «Ударно-вибрационные системы и машины для строительной и горной отраслей». – Орел : Изд-во ОГУ имени И. С. Тургенева, 2017. – С. 302-303.

142. Корнеев А. Ю. Определение функции полного зазора в конических подшипниках скольжения различной геометрической формы / А. Ю. Корнеев, М. М. Ярославцев // Материалы научно-практической конференции «Образование, наука, производство и управление». - Старый Оскол, 2008. – Т. 5. – С. 76–81.

143. Корнеев А. Ю. Расчет статических характеристик конических многоклиновых гидродинамических опор жидкостного трения / А. Ю. Корнеев, Л. А. Савин, М. М. Ярославцев // Вестник машиностроения. – 2010. - № 3. – С. 25–29.

*Korneev A.Yu. Static characteristics of conical multiple-wedge hydrodynamic liquid-friction bearings / A.Yu. Korneev, L.A. Savin, M.M. Yaroslavtsev // Russian Engineering Research, 2010, 30(3), pp. 219 – 223. © Allerton Press, Inc., 2010 (Scopus).*

144. Korneev A. Yu. The determination of the complete gap function in different types of conical bearings / L. Sheng-Bo, A. Yu. Korneev, J. Hong-Yuan // Proceedings of the Ninth International Conference on Machine Learning and Cybernetics. - Qingdao, 2010. – Vol. 3. – P. 1249–1251.

145. Корнеев А. Ю. Анализ влияния рабочих и геометрических параметров на несущую способность конических гибридных подшипников / А. Ю. Корнеев, А. С. Афонин, А. В. Толпекин // Материалы II-ой Всеросс. научно-методической конференции «Основы проектирования и детали машин – XXI век». – Орел : Изд-во ОрелГТУ, 2010. – С. 222–227.

146. Корнеев А. Ю. Математическая модель двухфазного неизотермического турбулентного течения смазочного материала в коническом гибридном подшипнике / А. Ю. Корнеев, Л.А. Савин, М. М. Ярославцев // Известия ОрелГТУ. Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2009. - № 5/277 (576). – С. 66–72.

147. Корнеев А. Ю. Определение обобщенной функции зазора при перекосе ротора в конических подшипниках жидкостного трения / А. Ю. Кольцов, А. Ю. Корнеев // Известия ОрелГТУ. Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2013. - № 6/302. – С. 11–15.

148. Корнеев А. Ю. Функция зазора в конических лепестковых газодинамических подшипниках / А. Ю. Корнеев, А. В. Сытин, Ли Шенбо // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии.* – 2015. - № 5-2 (313). – С. 213–220.
149. Корнеев А. Ю. Математическая модель неизотермического турбулентного течения смазочного материала в конических опорах жидкостного трения / А. Ю. Корнеев, Л. А. Савин, О. В. Соломин // *Вестник машиностроения.*–2005.–№ 7.– С. 37–42.
150. Корнеев А. Ю. Математическая модель расчета турбулентного течения смазочного материала в коническом лепестковом подшипнике / А. Ю. Корнеев, А. В. Сытин // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии.* – 2018. - № 4-1 (330). – С. 155–164.
151. Математическая модель расчета упорных конических лепестковых подшипников / А. Ю. Корнеев, А. В. Сытин, А. В. Кузавка, Е. В. Мищенко // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии.* – 2020. - № 3 (341). –С. 3–10.
152. Токарь И. Я. Проектирование и расчет опор трения / И. Я. Токарь. – Москва : Машиностроение, 1971. – 168 с.
153. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – Москва : Наука, 1978. – 736 с.
154. Корнеев А. Ю. Расчет полей давлений в конических подшипниках скольжения с различными видами дросселирования / А. Ю. Корнеев // *Вибрационные машины и технологии : сборник научных трудов V-ой Междунар. науч.-техн. конф.* – Курск : Изд-во КГТУ, 2001. – С. 136–140.
155. Кельзон А. С. Динамика роторов в упругих опорах / А. С. Кельзон, Ю. П. Циманский, В. И. Яковлев. – Москва : Наука, 1982. – 280 с.
156. Корнеев А. Ю. Получение аналитической зависимости энтальпии смазочного материала в рабочем зазоре конического подшипника жидкостного трения / А. Ю. Корнеев, Ли Шенбо // *Материалы Всеросс. научно-методической конференции «Проектирование машин, роботов и мехатронных систем».* – Орел : Изд-во ОГУ имени И. С. Тургенева, 2017. – С. 49-50.
157. Корнеев А. Ю. Уравнение баланса энергий применительно к расчету конических опор скольжения / А. Ю. Корнеев // *Вибрационные машины и технологии: сб. науч. тр. VI Междунар. науч.-техн. конф.*– Курск: КГТУ, 2003. – С.105 – 109.

158. Вукалович М. П. Термодинамика / М. П. Вукалович, И. И. Новиков. – Москва : Машиностроение, 1972. – 672 с.
159. Башта Т. М. Гидравлика, гидравлические машины и гидравлические приводы / Т. М. Башта, С. С. Руднев. – Москва : Машиностроение, 1970. – 504 с.
160. Корнеев А. Ю. Уравнение баланса расходов применительно к расчету конических опор скольжения / А. Ю. Корнеев // Механизмы и машины ударного, периодического и вибрационного действия : материалы междунар. науч. симпозиума. – Орел : Изд-во ОрелГТУ, 2003. – С. 324–330.
161. Корнеев А. Ю. Уравнение баланса расходов применительно к расчету конических подшипников скольжения с камерами / А. Ю. Корнеев, М. М. Ярославцев // Сборник трудов региональной научно-практической конф. «Инжиниринг-2009». Орел : Орловская литература и книгоиздательство и К, 2009. – С. 112–115.
162. Соломин О. В. Колебания и устойчивость роторов на подшипниках скольжения в условиях вскипания смазочного материала : дис. ... канд. техн. наук : 01.02.06 / Соломин Олег Вячеславович. – Орел, 2000. – 259 с.
163. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / Н. Б. Варгафтик. – Москва : Наука, 1972. – 720 с.
164. Максимов В. А. Высокоскоростные опоры скольжения гидродинамического трения / В. А. Максимов, Г. С. Баткис. – Казань : ФЭН, 2004. – 406 с.
165. Лазарев С. А. Аппроксимация термодинамических свойств криогенных рабочих тел / С. А. Лазарев, Л. А. Савин, О. В. Соломин // Сборник научных трудов ученых Орловской области. – Орел : Изд-во ОрелГТУ, 1996. – С. 24–28.
166. Корнеев А. Ю. Аппроксимация теплофизических свойств турбинных масел / А. Ю. Корнеев, М. М. Ярославцев // Автоматизированные системы проектирования и научных исследований технических систем : материалы II-ой Всеросс. научно-методической конференции «ОПиДМ – XXI век». – Орел : Изд-во ОрелГТУ, 2010. – Ч. 2. – С. 89–92.
167. Подшипники скольжения: расчет, проектирование, смазка / Н. Типей [и др.]. – Бухарест : Изд-во АН РНР, 1964. – 458 с.
168. Савин Л. А. Моделирование роторных систем с опорами жидкостного трения : монография / Л.А. Савин, О.В. Соломин.–Москва :Машиностроение-1,2006.– 444 с.



169. Артеменко Н. П. Приближенная оценка влияния конвективных членов инерции на несущую способность высокоскоростных гидростатических опор / Н. П. Артеменко // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин : сборник научных трудов. – Харьков : Изд-во ХАИ, 1976. – Вып. 3.– С. 10–17.
170. Степанянц Л. Г. Учет инерционных членов в гидродинамической теории смазки / Л. Г. Степанянц // Труды Ленинградского политехнического института. - 1958. – № 198. – С. 99–106.
171. Иванова Н. Г. Влияние сил инерции смазки на характеристики подшипников скольжения / Н. Г. Иванова // Развитие гидродинамической теории смазки подшипников быстроходных машин : сборник научных трудов. – Москва : Изд-во АН СССР, 1962. – С. 174–206.
172. Бургвиц А. Г. О влиянии сил инерции смазочного слоя на устойчивость и движения шипа в подшипнике конечной длины / А. Г. Бургвиц, Г. А. Завьялов // Известия вузов. Машиностроение. – 1961. – № 10. – С. 38–49.
173. Константинеску В. Н. О влиянии инерционных сил в турбулентных и ламинарных самогенерирующихся пленках / В. Н. Константинеску // Проблемы трения и смазки.– 1975. – № 3. – С. 109–120 ; 1982. – № 2. – С. 24–30.
174. Корнеев А. Ю. Численное решение уравнения Рейнольдса на развертке конического гидродинамического подшипника / О. В. Соломин, А. Ю. Корнеев, А. О. Пугачев // Авиакосмические технологии : сборник трудов третьей Междунар. науч.-техн. конф. – Воронеж : Изд-во ВГТУ, 2002. – С. 79–82.
175. Корнеев А. Ю. Численное определение поля давлений в конических опорах жидкостного трения / О. В. Соломин, А. Ю. Корнеев // Вестник машиностроения. – 2005. - № 8. – С. 46–50.
176. Амосов А. А. Вычислительные методы для инженеров / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. – Москва : Высшая школа, 1994. – 544 с.
177. Самарский А. А. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – Москва : Наука, 1989. – 432 с.

178. Корнеев А. Ю. Расчет полей давлений и температур в смазочном слое конических гидростатодинамических подшипников / А. Ю. Корнеев, Ли Шенбо // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2017. - № 1 (54). – С. 12-24.
179. Корнеев А. Ю. Расчет характеристик конических подшипников скольжения высокоскоростных авиационных турбоагрегатов / А. Ю. Корнеев, Л. А. Савин, А. С. Сидоренко // Аэрокосмическая техника и высокие технологии : материалы Всерос. науч.-техн. конф. – Пермь : Изд-во ПГТУ, 2001. – С. 155.
180. Корнеев А. Ю. Расчет характеристик высокоскоростных гидростатодинамических опор, смазываемых жидким аммиаком / О. В. Соломин, А. Ю. Корнеев // Аэродинамика, механика и технологии авиастроения : межвуз. сборник научных трудов. – Воронеж : Изд-во ВГТУ, 2001. – С. 69–78.
181. Программа расчета характеристик подшипников скольжения «Подшипник-криоген» : информационный листок № 53-040-02 / Л. А. Савин, О. В. Соломин, А. Ю. Корнеев [и др.]. – Орел : ЦНТИ, 2002. – 2 с.
182. Корнеев А. Ю. Интегральные характеристики конических подшипников скольжения / А. Ю. Корнеев, О. В. Соломин // Механизмы и машины ударного, периодического и вибрационного действия : материалы междунар. науч. симпозиума. – Орел : Изд-во ОрелГТУ, 2003. – С. 309–315.
183. Корнеев А. Ю. Расчет статических характеристик конических опор жидкостного трения / А. Ю. Корнеев, Л. А. Савин, О. В. Соломин // Вестник машиностроения. – 2006. - № 12. – С. 37–41.
184. Корнеев А. Ю. Вычислительный алгоритм определения характеристик конических опор жидкостного трения / О. В. Соломин, А. Ю. Корнеев, Л. А. Савин // Компрессорная техника и пневматика. – 2005. - № 2. – С. 3–7.
185. Корнеев А. Ю. Подход к оптимизации характеристик радиальных гидростатодинамических подшипников / О. В. Соломин, А. Ю. Корнеев // Аэрокосмическая техника и высокие технологии : сборник трудов Всерос. науч.-техн. конф. – Пермь : Изд-во ПГТУ, 2002. – 6 с.

186. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2000610593. Программа расчета характеристик подшипников скольжения с криогенной смазкой «Подшипник-Криоген» / Л. А. Савин, О. В. Соломин, А. Ю. Корнеев [и др.]. - Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 07.07.2000 г.
187. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2016615350. Расчет характеристик гидростатодинамических подшипников с коническими поверхностями / А. Ю. Корнеев, А. Ю. Кольцов, Л. А. Савин [и др.]. - Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 20.05.2016 г.
188. Корнеев А. Ю. Пакет прикладных программ для исследования динамики роторных систем / Л. А. Савин, О. В. Соломин, А. Ю. Корнеев [и др.] // Системные проблемы качества, математического моделирования и информационных технологий : материалы Междунар. конференции и Российской научной школы. – Москва : НИИ «Автоэлектроника», 1999. – Ч. 7. – С. 88.
189. Корнеев А. Ю. Сравнительный анализ статических характеристик конических гидродинамических подшипников, смазываемых турбинным маслом / А. Ю. Корнеев // Вестник машиностроения. – 2012. - № 3. – С. 57–62.
- Korneev A.Yu. Static characteristics of conical hydrodynamic bearings lubricated by turbine oil / A.Yu. Korneev // Russian Engineering Research, 2012, 32(3), pp. 251 – 255. © Allerton Press, Inc., 2012 (Scopus).*
190. Корнеев А. Ю. Влияние радиального эксцентриситета на статические характеристики конических гидродинамических подшипников / А. Ю. Корнеев, М. М. Ярославцев // Материалы VIII Междунар. научно-технической конференции «Вибрационные машины и технологии». - Курск, 2008. – С. 236–240.
191. Корнеев А. Ю. Влияние угла перекоса на несущую способность конических подшипников жидкостного трения / А. Ю. Корнеев, Л. А. Савин // Материалы V международного научного симпозиума «Ударно-вибрационные системы, машины и технологии». - Орел, 2013. – С. 36–42.
192. Корнеев А. Ю. Влияние геометрической формы конического гидродинамического подшипника скольжения на несущую способность / А. Ю. Корнеев, М. М. Ярославцев, А. С. Афонин // Материалы IX научно-технической конференции

«Вибрация-2010. Управляемые вибрационные технологии и машины». - Курск, 2010. – Ч. 2. – С. 30–34.

193. Корнеев А. Ю. Влияние угла конусности конического гладкого гидродинамического подшипника скольжения на его статические характеристики / Л. А. Савин, А. Ю. Корнеев, М. М. Ярославцев // Сборник научных трудов Полтавского национального технического университета. Серия: Галузеве машинобудування, будівництво. - 2009. – Вып. 3 (25), т. 2. – С. 182–186.

194. Корнеев А. Ю. Влияние температуры смазочного материала на статические характеристики конических гидродинамических подшипников / Л. А. Савин, А. Ю. Корнеев, М. М. Ярославцев // Материалы VIII Междунар. науч.-техн. конф. «Вибрационные машины и технологии», Курск: Изд-во КГТУ, 2008. – С. 231–236.

195. Корнеев А. Ю. Влияние фазового состояния смазочного материала на статические характеристики конических подшипников скольжения / А. Ю. Корнеев // Известия ОрелГТУ. Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2012. - № 3/293. – С. 10–15.

196. Корнеев А. Ю. Влияние высоты клина на статические характеристики конических многоклиновых подшипников / А. Ю. Корнеев, Ли Шенбо // Вибрационные технологии, мехатроника и управляемые машины : сборник научных статей по материалам XII-ой Междунар. научно-технической конференции «Вибрация – 2016». – Курск : Юго-Западный государственный университет, 2016. – Ч. 1. – С. 126-136.

197. Проектирование гидростатических подшипников : пер. с англ. / под ред. Г. Риппела. – Москва : Машиностроение, 1967. – 136 с.

198. Корнеев А. Ю. Сравнительный анализ статических характеристик конических гидростатических подшипников с точечными и прямоугольными камерами / А. Ю. Корнеев // Известия ОрелГТУ. Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2011. - № 6/290. – С. 3–9.

199. Korneev A.Yu. Steady Characteristics of the Water-Lubricated Conical Bearings / S.B. Li, H.R. Ao, H.Y. Jiang, A.Yu. Korneev, L.A. Savin // Journal of Donghua University (English Edition), 2012, 29(2), pp. 115 – 122 (Scopus).

200. Корнеев А. Ю. Влияние эффекта турбулентности на статические характеристики конических подшипников скольжения / А. Ю. Корнеев // Вестник машиностроения. – 2012. - № 4. – С. 42–46.
- Korneev A.Yu. Influence of turbulence on the static characteristics of conical journal bearings / A.Yu. Korneev // Russian Engineering Research, 2012, 32(4), pp. 338 – 342. © Allerton Press, Inc., 2012 (Scopus).*
201. Марцинковский В. А. Вибрации роторов центробежных машин. В 2 кн. Кн. 1. Гидродинамика дросселирующих каналов / В. А. Марцинковский. – Сумы : Изд-во СумГУ, 2002. – 337 с.
202. Ломакин А. А. Питательные насосы типа СВП-220-280 турбоустановки высоких параметров / А. А. Ломакин // Энергомашиностроение.-1955.-№ 2.- С.1-10.
203. Prabhu T. J. Stability of vertical rotor system supported by hydrostatic thrust bearings / T. J. Prabhu, N. Ganesan, B. V. A. Rao // Proc. 6th World Congress Theory Mach. and Mech. – New Delhi, 1983. – Vol. 2. – P. 1339-1342.
204. Позняк Э. Л. Колебания роторов / Э. Л. Позняк // Вибрации в технике. В 6 т. Том 3. Колебания машин, конструкций и их элементов. – Москва : Машиностроение, 1980. - С. 130–189.
205. Rao J. S. Rotor dynamics comes of age / J. S. Rao // Sixth International Conference on Rotor Dynamics : Proceedings. - Sydney, Australia : The University of New South Wales, 2002. - Vol. 1. - P. 15–26.
206. Yamamoto T. Linear and nonlinear rotordynamics: A modern treatment with applications / T. Yamamoto, Y. Ishida. - New York : John Wiley & Sons, 2001. – 326 p.
207. Корнеев А. Ю. К вопросу об устойчивости роторов на конических опорах скольжения / А. Ю. Корнеев // Материалы Междунар. науч.-техн. симпозиума «120 лет гидродинамической теории смазки», Орел, 2006. – С. 588–596.
208. Лунд. Разработка понятия динамических коэффициентов радиальных подшипников жидкостного трения / Лунд // Проблемы трения и смазки. - 1987. – № 1. – С. 40–45.
209. Корнеев А. Ю. Обобщение понятия динамических коэффициентов смазочного слоя на конические подшипники жидкостного трения / А. Ю. Корнеев, О. В.

- Соломин, А. В. Алехин // Материалы VI Междунар. науч.-техн. конф. «Вибрационные машины и технологии».- Курск: Изд-во КГТУ, 2003. – С. 132–135.
210. Равикович Ю. А. Конструкции и проектирование подшипников скольжения агрегатов двигателей летательных аппаратов / Ю. А. Равикович. – Москва : Изд-во МАИ, 1995. – 58 с.
211. Корнеев А. Ю. Динамические характеристики конических опор жидкостного трения / О. В. Соломин, А. Ю. Корнеев // Вестник машиностроения. – 2006. - № 12. – С. 31–37.
212. Корнеев А. Ю. Динамические характеристики конических гладких гидродинамических опор скольжения / А. Ю. Корнеев, М. М. Ярославцев, А. В. Толпекин // Сборник трудов региональной научно-практической конференции «Инжиниринг-2009». – Орел : Орловская литература и книгоиздательство и К, 2009. – С. 182–185.
213. Корнеев А. Ю. Динамические характеристики конических многоклиновых гидродинамических опор жидкостного трения / А. Ю. Корнеев, М. М. Ярославцев // Вестник машиностроения. – 2010. - № 4. – С. 52–57.
- Korneev A.Yu. Dynamic characteristics of conical multiple-pad hydrodynamic liquid-friction bearings / A.Yu. Korneev, M.M. Yaroslavtsev // Russian Engineering Research, 2010, 30(4), pp. 365 – 369. © Allerton Press, Inc., 2010 (Scopus).*
214. Korneev A.Y. Dynamic Equilibrium Surfaces for Conical Fluid-Film Bearings / A.Y. Koltsov, A.Y. Korneev, L.A. Savin, Li Shengbo // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2017, 233(1), 012041 (Scopus).
215. Корнеев А. Ю. Устойчивость жесткого ротора в конических подшипниках скольжения / А. Ю. Корнеев // Вестник машиностроения.– 2013.- № 11.– С. 14–18.
216. Бутенин Н. В. Введение в аналитическую механику / Н. В. Бутенин, Н. А. Фуфаев. – Москва : Наука, 1991. – 256 с.
217. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний / В. Л. Бидерман. – Москва : Высшая школа, 1980. – 408 с.
218. Меркин Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения / Д. Р. Меркин. – Москва : Наука, 1987. – 304 с.

219. Эйкерс А. Граница устойчивости по отношению к вихрю для радиального подшипника конечной длины / А. Эйкерс, С. Михаелсон, А. Камерон // Проблемы трения и смазки. – 1971. – № 1. – С. 170–182.
220. Чайка А. И. Расчет и проектирование высокоскоростных радиальных гидростатических подшипников / А. И. Чайка. – Харьков : Изд-во ХАИ, 1992. – 109 с.
221. Артеменко Н. П. Траектории вынужденных колебаний и автоколебаний высокоскоростных роторов на ГСП / Н. П. Артеменко, В. Н. Доценко, А. И. Чайка // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин. – Харьков : Изд-во ХАИ, 1977. – Вып. 4. – С. 31–35.
222. Корнеев А. Ю. Математическая модель расчета динамики жесткого ротора на конических подшипниках скольжения методом траекторий / А. Ю. Корнеев // Известия ОрелГТУ. Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2012. - № 3-3/293. – С. 3–9.
223. Корнеев А. Ю. Анализ динамики жесткого ротора на конических гидродинамических подшипниках скольжения методом траекторий / А. Ю. Корнеев // Вестник машиностроения. – 2013. - № 12. – С. 24 – 28.
- Korneev A.Yu. Rigid-rotor dynamics of conical hydrodynamic bearings // Russian Engineering Research, 2014, 34(3), pp. 131 – 135. © Allerton Press, Inc., 2014 (Scopus).*
224. Корнеев А. Ю. Траектории движения ротора в конических подшипниках жидкостного трения / А. Ю. Корнеев, Л. А. Савин, Ли Шенбо // Труды II-ой Международной научно-технической конференции «Пром-Инжиниринг». – Челябинск : Издат. центр ЮУрГУ, 2016. – С. 71-74.
225. Корнеев А. Ю. Методика расчета динамики жесткого ротора на конических подшипниках жидкостного трения с металорезиновыми демпферами / А. Ю. Корнеев, Ли Шенбо // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2018. - № 3 (329). – С. 117–122.
226. Анализ траекторий движения жесткого ротора в конических подшипниках жидкостного трения / Ли Шэнбо, А. Ю. Корнеев, Ван Сицун, Е. В. Мищенко // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2020. - № 6 (344). – С. 114–120.

227. Корнеев А. Ю. Анализ траекторий движения высокоскоростного ротора в конических подшипниках жидкостного трения со стальными многослойными демпферами / А. Ю. Корнеев, А. В. Сытин, Е. В. Мищенко // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. – 2021. - № 6 (350). – С. 96-105.
228. Тондл А. Динамика роторов турбогенераторов / А. Тондл. – Ленинград : Энергия, 1971. – 388 с.
229. Экспериментальная установка и методика исследования динамических характеристик роторно-опорных узлов / О. В. Соломин, Д. Е. Устинов, А. Ю. Корнеев [и др.] // *Вестник науки : сборник научных трудов ученых Орл. обл.* – Орел : Изд-во ОрелГТУ, 1998. – Вып. 4, т. 1. – С. 357–365.
230. Корнеев А. Ю. Методика проведения опытных исследований конических подшипников скольжения (КПС) / А. Ю. Корнеев // *Материалы Всеросс. науч.-метод. конф. «Основы проектирования и детали машин – XXI век»*, Орел : Изд-во ОрелГТУ, 2007. – С. 344–349.
231. Корнеев А. Ю. Экспериментальный стенд для исследования характеристик конических опор скольжения / А. Ю. Корнеев, Т. Ю. Корнеева // *Материалы III междунар. научн. симпозиума «Ударно-вибрационные системы, машины и технологии»*, Орел : Изд-во ОрелГТУ, 2006. – С. 493 – 498.
232. Шенк Х. Теория инженерного эксперимента / Х. Шенк. – Москва : Мир, 1972. – 384 с.
233. Протодьяконов М. М. Методика рационального планирования экспериментов / М. М. Протодьяконов, Р. Н. Тедер. – Москва : Наука, 1970. – 76 с.
234. Леман Э. Проверка статистических гипотез / Э. Леман. – Москва : Наука, 1964. – 408 с.
235. Корнеев А. Ю. Экспериментальный стенд для исследования конических опор скольжения с МР-демпфером / А. Ю. Корнеев, Ли Шенбо // *Материалы IV международного научного симпозиума «Ударно-вибрационные системы, машины и технологии»*. - Орел, 2010. – С. 155–164.
236. Korneev A.Yu. Lubrication Characteristics of Deep Cavity Hybrid Conical Bearing / S.B. Li, H.R. Ao, H.Y. Jiang, L. Chen, A.Yu. Korneev // *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2013, 45(1), pp.60 – 66 (Chinese) (Scopus).



237. Орлов П. И. Основы конструирования : справочно-методическое пособие / П. И. Орлов ; под ред. П. Н. Учаева. – Москва : Машиностроение, 1988.– Т. 2.– 544 с.
238. Корнеев А. Ю. Критерии работоспособности конических подшипников скольжения (КПС) / А. Ю. Корнеев, М. М. Ярославцев // Материалы Всеросс. научно-методической конференции «Основы проектирования и детали машин – XXI век». – Орел : Изд-во ОрелГТУ, 2007. – С. 391-397.
239. Корнеев А. Ю. Способы обеспечения минимального пускового момента высокоскоростных роторных машин / А. Ю. Корнеев, А. В. Сытин, В. В. Романов // Материалы XVIII-й Междунар. научно-практической конференции «Энерго- и ресурсосбережение – XXI век» / под ред. А. Н. Качанова, Ю. С. Степанова. – Орел : Изд-во ОГУ имени И. С. Тургенева, 2020. – С. 200-205.
240. Артеменко Н. П. Об общих аспектах в исследовании и проектировании высокоскоростных гидростатических подшипников / Н. П. Артеменко // Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин: сборник научных трудов. – Харьков : Изд-во ХАИ, 1973. – С. 5–10.
241. Kalita W. On the laminar flow characteristics of conical bearings / W. Kalita, Cz. M. Rodkiewicz, J. S. Kennedy // Trans. ASME. Tribol. (Pt.1: analytical approach.). – 1986. – Vol. 108, № 1. – P. 53–58.
242. Prabhu T. J. Eccentric operation of conical hydrostatic thrust bearings / T. J. Prabhu, N. Ganesan // Wear. – 1983. – Vol. 87, № 3. – P. 273–285.
243. Вибрации в технике : справочник / под ред. И. И. Блехмана. – Москва : Машиностроение, 1980. – Т. 3. – 351 с.
244. Корнеев А. Ю. Особенности проектировочного расчета конических подшипников жидкостного трения / А. Ю. Корнеев, Л. А. Савин // Известия ОрелГТУ. Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2013. - № 3/299. – С. 3–8.
245. Корнеев А. Ю. Обоснование выбора структуры радиально-осевых опор роторов / Л. А. Савин, А. Ю. Корнеев // Известия ТулГУ. Технические науки. - 2013. – Вып. 7, Ч. 2. – С. 343-350.
246. Корнеев А. Ю. Теоретическое обоснование параметров радиально-осевых подшипников скольжения / Л. А. Савин, А. Ю. Корнеев // Известия ЮЗГУ. Естественные науки. - 2014. – № 1 (52). – С. 136–139.

247. Гаевик Д. Т. Подшипниковые опоры современных машин / Д. Т. Гаевик. – Москва : Машиностроение, 1985. – 248 с.
248. Енохович А. С. Справочник по физике и технике : учебное пособие для учащихся / А. С. Енохович. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Просвещение, 1989. – 224 с. : ил.
249. Савин Л. А. Влияние температурных деформаций элементов опорного узла на функцию радиального зазора / Л. А. Савин, О. В. Соломин, Д. Е. Устинов // Вестник науки : сборник научных трудов. – Орел : Изд-во ОрелГТУ, 1999. – С. 54–61.
250. Корнеев А. Ю. Влияние температурных деформаций роторов на характеристики конических подшипников жидкостного трения / А. Ю. Корнеев, Л. А. Савин, Е. В. Мищенко // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2019. - № 2 (334). – С. 90–95.
251. Newkirk B. L. Oil Film Whirl – An Investigation of Disturbances Due to Oil Films in Journal Bearing / B. L. Newkirk, J. F. Lewis // Trans. ASME. – 1956. - Vol. 78, № 1. - P. 21–27.
252. Pincus O. Experimental Investigation of Resonant Whip / O. Pincus // Trans. ASME. – 1956. - Vol. 78, № 5. – P. 975–983.
253. Tondl A. Some problems of Rotor Dynamics = Динамика роторов турбогенераторов / A. Tondl ; Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences. – Prague ; London, 1965. – 434 p.
254. Tondl A. Notes on the Identification of Subharmonic Resonances of Rotors / A. Tondl // Journal of Sound and Vibration. – 1973. - Vol. 31, № 1. - P. 119–127.
255. Boeker G. F. Investigation of Translatory Fluid Whirl in Vertical Machines / G. F. Boeker, B. Sternlicht // Trans. of ASME. – 1956. - Vol. 78, № 1. - P. 13–20.
256. Hagg A. C. The Influence of Oil-Film Journal Bearing on the Stability of Rotating Machines / A. C. Hagg // J. Am. Soc. Mech. Engrs. – 1946. - Vol. 13, № 3. - P. A-211-220.
257. Олимпиев В. И. Экспериментальное исследование вибрации роторов на подшипниках скольжения / В. И. Олимпиев // Тр. ЦКТИ им. И. И. Ползунова. – Ленинград : Машиностроение, 1964. - № 44. - С. 97–108.
258. Лаппа М. И. Гибкие роторы судовых турбин / М. И. Лаппа. – Ленинград : Судостроение, 1969. – 158 с.

259. Кальменс В. Я. Исследование автоколебаний гибкого ротора на подшипниках скольжения / В. Я. Кальменс // Колебания валов на масляной пленке : сборник. – Москва : Наука, 1968. - С. 48–61.
260. Максимов С. П. Экспериментальное исследование автоколебаний ротора в подшипниках скольжения / С. П. Максимов // Изв. АН СССР. ОТН Механика и машиностроение. – 1963. - № 4. – С. 133–139.
261. Позняк Э. Л. Влияние масляного слоя в подшипниках скольжения на устойчивость и критические скорости высокоскоростных роторов / Э. Л. Позняк // Колебания валов на масляной пленке : сборник. – Москва : Наука, 1968. - С. 10–39.
262. Чернавский С. А. Подшипники скольжения / С. А. Чернавский. – Москва : Машгиз, 1963. – 243 с.
263. Чегодаев Д. Е. Конструирование рабочих органов машин и оборудования из упругопористого материала МР. В 2 ч. Ч. 1 : учебно-справочное пособие / Д. Е. Чегодаев, О. П. Мулюкин, Е. В. Колтыгин.- Самара: НПЦ «Авиатор», 1994.–156 с.
264. Чегодаев Д. Е. Конструирование рабочих органов машин и оборудования из упругопористого материала МР. В 2 ч. Ч. 2 : учебно-справочное пособие / Д. Е. Чегодаев, О. П. Мулюкин, Е. В. Колтыгин.- Самара: НПЦ «Авиатор», 1994.–100 с.
265. Корнеев А. Ю. Методика расчета динамических характеристик металлорезиновых колец / А. Ю. Корнеев, Ли Шенбо // Известия ОрелГТУ. Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2012. - № 6/296. – С. 10–15.
266. Дьяконов В. П. VisSim+Mathcad+MATLAB. Визуальное математическое моделирование / В. П. Дьяконов. – Москва : Солон-пресс, 2004. – 384 с.
267. Дьяконов В. П. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения. Полное руководство пользователя / В. П. Дьяконов. – Москва : Солон-Пресс, 2002. – 560 с.
268. Кетков Ю. Л. MATLAB 7: программирование, численные методы / Ю. Л. Кетков, А. Ю. Кетков, М. М. Шульц. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2005. – 52 с.
269. Потемкин В. Г. Система инженерных и научных расчетов MATLAB 5.X / В. Г. Потемкин. – Москва : Наука, 1995. – Т. 1. - 364 с. ; Т. 2. – 303 с.
270. Майоров С. В. Параметрические колебания роторов на радиальных подшипниках жидкостного трения : дис. ... канд. техн. наук : 01.02.06 / Майоров Сергей Владимирович. – Орел, 2009. – 155 с.

271. AnPoC – Нелинейный анализ / О. В. Соломин, А. А. Морозов, С. В. Майоров // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2007613460. – Зарег. в Реестре программ для ЭВМ 15.08.2007 г.
272. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. – Москва : Мир, 1976. – 392 с.
273. Ильин В. П. Методы неполной факторизации для решения алгебраических систем / В. П. Ильин. – Москва : Наука – Физматлит, 1995. – 288 с.
274. Кольцов А. Ю. Применение метода статистической адаптации расчетной сетки при решении уравнений математической физики методом конечных разностей / А. Ю. Кольцов // Известия ОрелГТУ. Фундаментальные проблемы техники и технологии. – 2015. - № 5-2 (313). – С. 180–186.

# **ПРИЛОЖЕНИЯ**

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК КОНИЧЕСКОГО ГСП С ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ КАМЕРАМИ В СРЕДЕ "MathCAD"

#### Параметры расчета:

Номер первого элемента массива:       $\text{ORIGIN} \equiv 1$

#### Ввод исходных данных:

Рабочие параметры:

Угловая скорость:       $\omega_0 := 1500 \text{ рад/с}$       Давление подачи:       $p_0 := 200000 \text{ Па}$

Начальная температура  
смазочного материала:       $T_0 := 293 \text{ К}$       Давление слива:       $p_{s1} := 100000 \text{ Па}$   
       $p_{s2} := 100000 \text{ Па}$

Геометрические параметры:

Атмосферное давление:       $p_{\text{atm}} := 100000 \text{ Па}$

Длина подшипника       $L := 0.053 \text{ м}$       Угол конусности:       $\alpha := 30 \text{ град}$

Большой радиус подшипника       $R_2 := 0.024 \text{ м}$       Угол перекося:       $\gamma := 0.02 \text{ град}$

Зазор       $h_0 := 0.000050 \text{ м}$

Начальные параметры:

#### Параметры камер

Координаты центра цапфы:       $x := 0.14 \quad y := 0.14 \quad z := 0 \text{ б/р}$       Геометрические параметры камер:

Скорости центра цапфы:       $v_{x0} := 0.1 \quad v_{y0} := 0.1 \quad v_{z0} := 0.1 \text{ б/р}$       Число камер:       $N_K := 4$

Число узлов размерной сетки:       $N := 20 \quad M := 21$       Ширина камеры:       $B_K := 0.008 \text{ м}$

Точность:       $\varepsilon := 0.1$       Длина камеры:       $L_K := 0.041 \text{ м}$

Число итераций:       $n := 3$       Геометрические параметры жиклера:

Количество точек на один оборот:       $Z_0 := 10$       Диаметр:       $D_H := 0.001 \text{ м}$

Общее количество точек:       $Z := 3$       Длина:       $L_H := 0.004 \text{ м}$

Количество жиклеров, питающих одну камеру:       $N_h := 1$

#### Вспомогательные функции:

Перевод углов из  
градусов в радианы:

$$\text{rad}(\text{arg}) := \frac{\pi}{180} \cdot \text{arg}$$

Численное дифференцирование:

$$\text{dif1}(y_1, y_2, h) := \begin{cases} \frac{y_2 - y_1}{2 \cdot h} & \text{if } h \neq 0 \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{dif2}(y_1, y_2, y_3, h) := \begin{cases} \frac{y_3 - 2 \cdot y_2 + y_1}{h^2} & \text{if } h \neq 0 \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Определение максимальной погрешности:

$$\text{RIF}(R, RN) := \begin{cases} \text{for } i \in 1..N \\ \text{for } j \in 1..M \\ \text{delta}_{i,j} \leftarrow \left| \frac{RN_{i,j} - R_{i,j}}{R_{i,j}} \right| \\ \max(\text{delta}) \end{cases}$$

Перевод углов из градусов в радианы:       $\alpha := \text{rad}(\alpha) \text{ рад}$        $\gamma := \text{rad}(\gamma) \text{ рад}$

Определение меньшего радиуса подшипника:       $R_1 := R_2 - L \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$        $R_1 = 9.799 \times 10^{-3} \text{ м}$

Параметры камер для расчета:

Длина образующей:       $LL := \frac{R_2 - R_1}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$        $LL = 0.055 \text{ м}$

Расстояние от края до центра камер:

$$LF := \frac{LL}{2} \quad LF = 0.027 \text{ м}$$

**Свойства смазочного материала (вода):**

l-жидкость, g-газ

Критическое давление:  $p_{kr} := 22.565 \cdot 10^6$  Па

ЖИДКОСТЬ

Температура

$$Tl(p, l, l_0) := \frac{272.8 - 1.8857055 \cdot 10^{-7} \cdot p \cdot p_0 - 8.9158332 \cdot 10^{-16} \cdot (p \cdot p_0)^2 + 0.00024149 \cdot l \cdot l_0 - 4.8089715 \cdot 10^{-12} \cdot (l \cdot l_0)^2}{T_0}$$

Энтальпия

$$Hl(p, T, l_0) := \frac{-1102723.836 + 0.0008299 \cdot p \cdot p_0 + 3943.635727 \cdot T \cdot T_0 + 0.360048 \cdot (T \cdot T_0)^2}{l_0}$$

Плотность

$$\rho l(p, T, \rho_0) := \frac{824.882704 + 5.131402 \cdot 10^{-7} \cdot p \cdot p_0 - 6.025865 \cdot 10^{-15} \cdot (p \cdot p_0)^2 + 1.430054 \cdot T \cdot T_0 - 0.00287 \cdot (T \cdot T_0)^2}{\rho_0}$$

Вязкость

$$\mu l(T, \mu_0) := \frac{1.147 \cdot 10^{-6} \cdot e^{\frac{2000}{T \cdot T_0}}}{\mu_0}$$

Теплоемкость

$$Cpl(p, T) := 5413.774827 - 2.761149 \cdot 10^{-6} \cdot p \cdot p_0 - 7.83389 \cdot T \cdot T_0 + 0.012459 \cdot (T \cdot T_0)^2$$

**Расчет параметров дискретизации камер:**

$$NL := \text{round}\left[\frac{LF}{LL} \cdot (N - 1), 0\right] \quad NL = 10 \quad \{\text{число участков, приходящееся на ПОЛдлины образующей}\}$$

$$NS := \text{floor}\left(\frac{M - 1}{NK}\right) \quad NS = 5 \quad \{\text{число участков, приходящееся на КАМЕРУ и ПЕРЕМЫЧКУ, в окружном направлении}\}$$

$$PK := \frac{\pi \cdot (R2 + R1)}{NK} - BK \quad PK = 0.019 \text{ м} \quad \{\text{ширина межкамерной перемычки}\}$$

$$NLK := \text{round}\left[\frac{LK}{2LL} \cdot (N - 1), 0\right] \quad NLK = 7 \quad \{\text{число участков, приходящееся на ПОЛкамеры, в осевом направлении}\}$$

$$MPB := \text{round}\left(\frac{M - 1}{NK}, 0\right) \quad MPB = 5 \quad \{\text{число участков, приходящееся на КАМЕРУ и ПЕРЕМЫЧКУ, в окружном направлении - аналог NS}\}$$

$$MP := \text{round}\left(\frac{PK}{PK + BK} \cdot MPB, 0\right) \quad MP = 3 \quad \{\text{число участков, приходящееся на ПЕРЕМЫЧКУ, в окружном направлении}\}$$

$$MB := MPB - MP \quad MB = 2 \quad \{\text{число участков, приходящееся на КАМЕРУ, в окружном направлении}\}$$

Начальный узел камер в осевом направлении:  $ib := NL - NLK \quad ib = 3$ Конечный узел камер в осевом направлении:  $ie := NL + NLK \quad ie = 17$ **Расчет вспомогательных параметров**

Определение параметров обезразмеривания:

$$\begin{aligned} \rho_0 &:= \rho(1, 1, 1) & \rho_0 &= 8.384 \times 10^4 & \text{Дж/кг} & t_0 &:= \frac{1}{\omega_0} & t_0 &= 6.667 \times 10^{-4} \text{ с} & r_0 &:= \frac{R2}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \\ \mu_0 &:= \mu(1, 1) & \mu_0 &= 1.057 \times 10^{-3} & \text{Па*с} & z_{\min} &:= -\frac{1}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} & z_{\min} &= -3.864 & r_0 &= 0.093 \text{ м} \\ \rho_0 &:= \rho(1, 1, 1) & \rho_0 &= 997.604 & \text{кг/м}^3 & & & & & & \\ C_{p0} &:= Cpl(1, 1) & C_{p0} &= 4.187 \times 10^3 & \text{Дж/кг*К} & & & & & & \end{aligned}$$

Конусность:  $\lambda := \frac{R1}{R2}$   $\lambda = 0.408$

Шаги дискретизации по соответствующим направлениям:  $\Delta r := \frac{1 - \lambda}{N - 1}$   $\Delta \phi := \frac{2 \cdot \pi \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{M - 1}$   $\Delta t := \frac{1}{Z0}$

Счетчики узлов сетки:  $i := 1..N$   $j := 1..M$

Текущие значения радиуса r и углов  $\phi$  и  $\beta$ :  $r_i := \frac{(i - 1) + \lambda \cdot (N - i)}{N - 1}$   $\phi_j := 2 \cdot \pi \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \frac{j - 1}{M - 1}$   $\beta_j := \frac{\phi_j}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$

Параметрическое задание цилиндрических координат:  $X_{i,j} := r_i \cdot \cos(\phi_j)$   $Y_{i,j} := r_i \cdot \sin(\phi_j)$

Начальное поле давлений без учета камер :

$rps1 := \frac{ps1}{p0}$   $rps2 := \frac{ps2}{p0}$   $rp0 := rps1 + 0.2$   $rp_{i,j} := \begin{cases} rp0 - (NL - i) \cdot \frac{rp0 - rps1}{NL - 1} & \text{if } i \leq NL \\ rps2 - (N - i) \cdot \frac{rps2 - rp0}{N - NL} & \text{otherwise} \end{cases}$

Начальные свойства смазочного материала:  $T_{i,j} := 1$   $Tc_{i,j} := 1$   $\mu_{i,j} := \mu(T_{i,j}, \mu0)$   $\mu c_{i,j} := \mu_{i,j}$   
 $I_{i,j} := \Pi(rp_{i,j}, T_{i,j}, I0)$   $Ic_{i,j} := I_{i,j}$   $Iw_{i,j} := I_{i,j}$   $\rho_{i,j} := \rho(rp_{i,j}, T_{i,j}, \rho0)$   $\rho c_{i,j} := \rho_{i,j}$   $Cp_{i,j} := Cp(rp_{i,j}, T_{i,j})$   
 $K\phi_{i,j} := 1$   $Kr_{i,j} := 1$   $rpc_{i,j} := rp_{i,j}$

Угол перекоса:  $\gamma_{max,j} := h0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \left[1 - (x \cdot \sin(\beta_j) + y \cdot \cos(\beta_j)) \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + z \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right]}{R2 - R1}$   $\gamma = 3.491 \times 10^{-4}$   
 $\min(\gamma_{max}) = 7.391 \times 10^{-4}$

Функция зазора:  $h_{i,j} := 1 - (x \cdot \sin(\beta_j) + y \cdot \cos(\beta_j)) \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + z \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{r0 \cdot (r_i - \lambda) \cdot \tan(\gamma)}{h0}$

Критическое число Рейнольдса:  $Rec := 1200$

Скорости смазочного материала по направлениям:

$Vr_j := \frac{h0}{r0} \cdot \left[ (Vx0 \cdot \sin(\beta_j) + Vy0 \cdot \cos(\beta_j)) \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + Vz0 \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right]$

$\max(Vr) = 7.158 \times 10^{-5}$  б/р  $\min(Vr) = 3.259 \times 10^{-5}$  б/р

$Vr0 := \omega0 \cdot r0$

$\max(Vr) \cdot Vr0 = 9.956 \times 10^{-3}$   $\frac{M}{c}$   $\min(Vr) \cdot Vr0 = 4.533 \times 10^{-3}$   $\frac{M}{c}$

$V\phi_{i,j} := r_i \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{h0}{r0} \cdot (Vx0 \cdot \cos(\beta_j) - Vy0 \cdot \sin(\beta_j))$

$\max(V\phi) = 0.259$  б/р  $\min(V\phi) = 0.106$  б/р

$V\phi0 := \omega0 \cdot r0$

$\max(V\phi) \cdot V\phi0 = 36.01$   $\frac{M}{c}$   $\min(V\phi) \cdot V\phi0 = 14.688$   $\frac{M}{c}$

$Vy_j := (Vx0 \cdot \sin(\beta_j) + Vy0 \cdot \cos(\beta_j)) \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - Vz0 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

$\max(Vy) = 0.109$  б/р  $\min(Vy) = -0.161$  б/р

$Vy0 := \omega0 \cdot h0$

$\max(Vy) \cdot Vy0 = 8.178 \times 10^{-3}$   $\frac{M}{c}$   $\min(Vy) \cdot Vy0 = -0.012$   $\frac{M}{c}$



**Функция решения уравнения баланса расходов:**

$$\begin{aligned}
 \text{ppH}(\rho, \mu, \rho, \text{Kr}, \text{K}\phi) &:= \text{QG} \leftarrow 0 \\
 \text{A} &\leftarrow \frac{\rho_0 \cdot \text{Vr}_0 \cdot h_0 \cdot r_0 \cdot \Delta\phi}{32} \\
 \text{B} &\leftarrow \frac{\rho_0 \cdot h_0^3 \cdot p_0 \cdot \Delta\phi}{96 \cdot \mu_0 \cdot \Delta r} \\
 \text{C} &\leftarrow \frac{\rho_0 \cdot \text{V}\phi_0 \cdot h_0 \cdot r_0 \cdot \Delta r}{16} \\
 \text{D} &\leftarrow \frac{\rho_0 \cdot h_0^3 \cdot p_0 \cdot \Delta r}{24 \cdot \mu_0 \cdot \Delta\phi} \\
 \text{pn} &\leftarrow p \\
 \text{for NumK} \in 1 \dots \text{NK} \\
 \text{jb} &\leftarrow (\text{NumK} - 1) \cdot \text{MPB} + 1 \\
 \text{je} &\leftarrow (\text{NumK} - 1) \cdot \text{MPB} + \text{MB} + 1 \\
 \text{j2} &\leftarrow \begin{cases} \text{jb} - 1 & \text{if } \text{jb} \neq 1 \\ \text{M} - 1 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 \text{pH} &\leftarrow \text{P}_{\text{NL}, \text{jb}} \\
 \text{VH} &\leftarrow 0.82 \cdot \sqrt{\left| \frac{2 \cdot p_0 \cdot (1 - \text{pH})}{\rho_0} \right|} \\
 \text{Re} &\leftarrow \frac{\text{VH} \cdot \text{DH} \cdot \rho_0}{\mu_0} \\
 \text{KK} &\leftarrow \begin{cases} \frac{1.5 \cdot \text{Re} \cdot \text{DH}}{64 \cdot \text{LH}} + \left( \frac{\text{Re}}{\text{Rec}} \right)^{0.75} & \text{if } \text{Re} > \text{Rec} \\ \frac{1.5 \cdot \text{Re} \cdot \text{DH}}{64 \cdot \text{LH}} + 1 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 \text{Ur2} &\leftarrow \sum_{j=\text{jb}}^{\text{je}} \left[ (\rho_{\text{ie}+1, j} + \rho_{\text{ie}, j}) \cdot (\text{Vr}_j + \text{Vr}_j) \cdot (h_{\text{ie}+1, j} + h_{\text{ie}, j}) \cdot r_{\text{ie}+1} + r_{\text{ie}} \right] \\
 \text{Ur1} &\leftarrow \sum_{j=\text{jb}}^{\text{je}} \left[ (\rho_{\text{ib}-1, j} + \rho_{\text{ib}, j}) \cdot (\text{Vr}_j + \text{Vr}_j) \cdot (h_{\text{ib}-1, j} + h_{\text{ib}, j}) \cdot r_{\text{ib}-1} + r_{\text{ib}} \right] \\
 \text{U}\phi_2 &\leftarrow \sum_{i=\text{ib}}^{\text{ie}} \left[ (\rho_{i, \text{je}+1} + \rho_{i, \text{je}}) \cdot (\text{V}\phi_{i, \text{je}+1} + \text{V}\phi_{i, \text{je}}) \cdot (h_{i, \text{je}+1} + h_{i, \text{je}}) \right] \\
 \text{U}\phi_1 &\leftarrow \sum_{i=\text{ib}}^{\text{ie}} \left[ (\rho_{i, \text{j2}} + \rho_{i, \text{jb}}) \cdot (\text{V}\phi_{i, \text{j2}} + \text{V}\phi_{i, \text{jb}}) \cdot (h_{i, \text{j2}} + h_{i, \text{jb}}) \right] \\
 \text{Vr1} &\leftarrow \sum_{j=\text{jb}}^{\text{je}} \frac{(\rho_{\text{ib}-1, j} + \rho_{\text{ib}, j}) \cdot (h_{\text{ib}-1, j} + h_{\text{ib}, j})^3 \cdot (r_{\text{ib}-1} + r_{\text{ib}})}{(\mu_{\text{ib}-1, j} + \mu_{\text{ib}, j}) \cdot (\text{Kr}_{\text{ib}-1, j} + \text{Kr}_{\text{ib}, j})} \\
 \text{Vr2} &\leftarrow \sum_{j=\text{jb}}^{\text{je}} \frac{(\rho_{\text{ie}+1, j} + \rho_{\text{ie}, j}) \cdot (h_{\text{ie}+1, j} + h_{\text{ie}, j})^3 \cdot (r_{\text{ie}+1} + r_{\text{ie}})}{(\mu_{\text{ie}+1, j} + \mu_{\text{ie}, j}) \cdot (\text{Kr}_{\text{ie}+1, j} + \text{Kr}_{\text{ie}, j})} \\
 \text{V}\phi_1 &\leftarrow \sum_{i=\text{ib}}^{\text{ie}} \frac{(\rho_{i, \text{j2}} + \rho_{i, \text{jb}}) \cdot (h_{i, \text{j2}} + h_{i, \text{jb}})^3}{(\mu_{i, \text{j2}} + \mu_{i, \text{jb}}) \cdot 2r_i \cdot (\text{K}\phi_{i, \text{j2}} + \text{K}\phi_{i, \text{jb}})} \\
 \text{V}\phi_2 &\leftarrow \sum_{i=\text{ib}}^{\text{ie}} \frac{(\rho_{i, \text{je}+1} + \rho_{i, \text{je}}) \cdot (h_{i, \text{je}+1} + h_{i, \text{je}})^3}{(\mu_{i, \text{je}+1} + \mu_{i, \text{je}}) \cdot 2r_i \cdot (\text{K}\phi_{i, \text{je}+1} + \text{K}\phi_{i, \text{je}})}
 \end{aligned}$$

$$Pr1 \leftarrow \sum_{j=jb}^{je} \left[ \frac{(\rho_{ib-1,j} + \rho_{ib,j}) \cdot (h_{ib-1,j} + h_{ib,j})^3 \cdot (r_{ib-1} + r_{ib})}{(\mu_{ib-1,j} + \mu_{ib,j}) \cdot (Kr_{ib-1,j} + Kr_{ib,j})} \cdot P_{ib-1,j} \right]$$

$$Pr2 \leftarrow \sum_{j=jb}^{je} \left[ \frac{(\rho_{ie+1,j} + \rho_{ie,j}) \cdot (h_{ie+1,j} + h_{ie,j})^3 \cdot (r_{ie+1} + r_{ie})}{(\mu_{ie+1,j} + \mu_{ie,j}) \cdot (Kr_{ie+1,j} + Kr_{ie,j})} \cdot P_{ie+1,j} \right]$$

$$P\phi1 \leftarrow \sum_{i=ib}^{ie} \left[ \frac{(\rho_{i,j2} + \rho_{i,jb}) \cdot (h_{i,j2} + h_{i,jb})^3}{(\mu_{i,j2} + \mu_{i,jb}) \cdot 2 \cdot r_i \cdot (K\phi_{i,j2} + K\phi_{i,jb})} \cdot P_{i,j2} \right]$$

$$P\phi2 \leftarrow \sum_{i=ib}^{ie} \left[ \frac{(\rho_{i,je+1} + \rho_{i,je}) \cdot (h_{i,je+1} + h_{i,je})^3}{(\mu_{i,je+1} + \mu_{i,je}) \cdot 2 \cdot r_i \cdot (K\phi_{i,je+1} + K\phi_{i,je})} \cdot P_{i,je+1} \right]$$

$$Qy \leftarrow -\rho0 \cdot \omega0 \cdot h0 \cdot r0^2 \cdot \Delta\phi \cdot \Delta r \cdot \sum_{i=ib}^{ie-1} \sum_{j=jb}^{je-1} \left( \frac{\rho_{i,j} + \rho_{i+1,j} + \rho_{i,j+1} + \rho_{i+1,j+1}}{4} \cdot \frac{Vy_j + Vy_{j+1}}{2} \cdot r_i \right)$$

$$\Sigma H \leftarrow A \cdot (Ur2 - Ur1) - B \cdot (Pr2 - Pr1) + C \cdot (U\phi2 - U\phi1) - D \cdot (P\phi2 + P\phi1) + Qy$$

$$\Pi H \leftarrow B \cdot (Vr2 + Vr1) + D \cdot (V\phi2 + V\phi1)$$

$$\Delta H \leftarrow \frac{Nh \cdot \pi \cdot DH^4}{128 \cdot LH} \cdot \frac{p0 \cdot \rho0}{\mu0 \cdot KK}$$

$$pH \leftarrow \frac{\Delta H - \Sigma H}{\Delta H + \Pi H}$$

for  $i \in ib..ie$

for  $j \in jb..je$

$$pn_{i,j} \leftarrow pH$$

$$QG \leftarrow QG + \frac{\pi \cdot DH^4}{128 \cdot LH} \cdot \frac{(1 - pH) \cdot p0 \cdot \rho0}{KK \cdot \mu0}$$

for  $i \in ib..ie$

$$pn_{i,M} \leftarrow pn_{i,1}$$

$$\begin{pmatrix} pn \\ QG \end{pmatrix}$$

## Функция решения уравнения Рейнольдса

```

pp(p, μ, ρ, ρc, Kr, Kφ) :=
  f0 ← 0
  pn ← p
  α1 ← 0
  β1 ← p1,1
  while f0 < n
    for j ∈ 1..M - 1
      j2 ←  $\begin{cases} j - 1 & \text{if } j \neq 1 \\ M - 1 & \text{otherwise} \end{cases}$ 
      for i ∈ 2..N - 1
        A1 ←  $\frac{\text{difl}(\rho_{i-1,j}, \rho_{i+1,j}, \Delta r)}{\rho_{i,j}} + \frac{1}{r_i}$ 
        A2 ←  $\frac{3}{h_{i,j}} \cdot \text{difl}(h_{i-1,j}, h_{i+1,j}, \Delta r) - \frac{\text{difl}(\mu_{i-1,j}, \mu_{i+1,j}, \Delta r)}{\mu_{i,j}} - \frac{\text{difl}(Kr_{i-1,j}, Kr_{i+1,j}, \Delta r)}{Kr_{i,j}}$ 
        A ← A1 + A2
        B ←  $\frac{Kr_{i,j}}{K\phi_{i,j}}$ 
        C1 ←  $\frac{\text{difl}(\rho_{i,j2}, \rho_{i,j+1}, r_i \cdot \Delta\phi)}{\rho_{i,j}}$ 
        C2 ←  $\frac{3}{h_{i,j}} \cdot \text{difl}(h_{i,j2}, h_{i,j+1}, r_i \cdot \Delta\phi) - \frac{\text{difl}(\mu_{i,j2}, \mu_{i,j+1}, r_i \cdot \Delta\phi)}{\mu_{i,j}} - \frac{\text{difl}(K\phi_{i,j2}, K\phi_{i,j+1}, r_i \cdot \Delta\phi)}{K\phi_{i,j}}$ 
        C ← B · (C1 + C2)
        E1 ←  $\frac{6 \cdot \mu_0 \cdot \omega_0 \cdot r_0^2 \cdot \mu_{i,j} \cdot Kr_{i,j}}{p_0 \cdot h_0^2 \cdot \rho_{i,j} \cdot (h_{i,j})^3}$ 
        E2 ←  $Vr_j \cdot \left( h_{i,j} \cdot \text{difl}(\rho_{i-1,j}, \rho_{i+1,j}, \Delta r) + \rho_{i,j} \cdot \text{difl}(h_{i-1,j}, h_{i+1,j}, \Delta r) + \frac{\rho_{i,j} \cdot h_{i,j}}{r_i} \right)$ 
        E31 ←  $h_{i,j} \cdot \text{difl}(\rho_{i,j2}, \rho_{i,j+1}, r_i \cdot \Delta\phi) + \rho_{i,j} \cdot \text{difl}(h_{i,j2}, h_{i,j+1}, r_i \cdot \Delta\phi)$ 
        E32 ←  $\rho_{i,j} \cdot h_{i,j} \cdot \text{difl}(V\phi_{i,j2}, V\phi_{i,j+1}, r_i \cdot \Delta\phi)$ 
        E3 ←  $V\phi_{i,j} \cdot (E31 + E32)$ 
        E ← E1 · (E2 + E3)
        F ←  $\frac{12 \cdot \mu_0 \cdot \omega_0 \cdot r_0^2}{p_0 \cdot h_0^2} \cdot \mu_{i,j} \cdot Kr_{i,j} \cdot \left[ \frac{Vy_j}{(h_{i,j})^3} + \frac{\text{difl}(\rho_{c,i,j}, \rho_{i,j}, \Delta t)}{\rho_{i,j} \cdot (h_{i,j})^2} \right]$ 
        ai ←  $(r_i \cdot \Delta\phi)^2 \cdot (2 \cdot B - A \cdot \Delta r)$ 
        bi ←  $(r_i \cdot \Delta\phi)^2 \cdot (2 \cdot B + A \cdot \Delta r)$ 
        ci ←  $4 \cdot [B \cdot \Delta r^2 + (r_i \cdot \Delta\phi)^2]$ 
        fi ←  $2 \cdot (B \cdot \Delta r^2) \cdot (p_{i,j+1} + p_{i,j2}) + C \cdot r_i \cdot \Delta\phi \cdot \Delta r^2 \cdot (p_{i,j+1} - p_{i,j2}) - 2 \cdot (r_i \cdot \Delta\phi \cdot \Delta r)^2 \cdot (E + F)$ 
      for i ∈ 2..N - 1
        αi ←  $\frac{b_i}{c_i - \alpha_{i-1} \cdot a_i}$ 
        βi ←  $\frac{a_i \cdot \beta_{i-1} + f_i}{c_i - \alpha_{i-1} \cdot a_i}$ 

```

```

for i ∈ N - 1..2
  pni,j ← αi·pni+1,j + βi
for NumK ∈ 1..NK
  for j ∈ (NumK - 1)·MPB + 1..(NumK - 1)·MPB + MB + 1
    for i ∈ ib..ie
      pni,j ← pi,j
  for i ∈ 2..N - 1
    pni,M ← pn1,1
f0 ← f0 + 1
p ← pn
for i ∈ 1..N
  for j ∈ 1..M
    pni,j ←  $\begin{cases} \frac{patm}{p0} & \text{if } p_{i,j} \leq \frac{patm}{p0} \\ p_{i,j} & \text{otherwise} \end{cases}$ 
  pnh

```

### Функция решения уравнения баланса энергий

```

II(p, pc, μ, ρ, ρc, Cp, Kr, Kφ, I, Ic) := In ← I
for NumK ∈ 1..NK
  jb ← (NumK - 1)·MPB + 1
  je ← (NumK - 1)·MPB + MB + 1
  j2 ←  $\begin{cases} jb - 1 & \text{if } jb \neq 1 \\ M - 1 & \text{otherwise} \end{cases}$ 
  pH ← pNL,je
  pHc ← pcNL,je
  IHc ← IcNL,je
  ρH ← ρNL,je
  μH ← μNL,je
  VH ← 0.82 ·  $\sqrt{\frac{2 \cdot p0 \cdot (1 - pH)}{\rho0 \cdot \rhoH}}$ 
  Re ←  $\frac{VH \cdot DH \cdot \rho0 \cdot \rhoH}{\mu0 \cdot \muH}$ 
  KH ←  $\left(\frac{Re}{Rec}\right)^{0.75}$ 
  IH ←  $\frac{p0 \cdot (pH - pHc) \cdot LH + VH \cdot p0 \cdot (pH - 1) \cdot t0 \cdot \Delta t}{\rho0 \cdot \rhoH \cdot I0 \cdot (LH + VH \cdot t0 \cdot \Delta t)}$ 
  IH1 ←  $\frac{4 \cdot \mu0 \cdot \muH \cdot KH \cdot VH^2 \cdot t0 \cdot \Delta t}{3 \cdot \rho0 \cdot \rhoH \cdot I0 \cdot (LH + VH \cdot t0 \cdot \Delta t) \cdot LH} + \frac{LH \cdot IHc + VH \cdot t0 \cdot \Delta t}{LH + VH \cdot t0 \cdot \Delta t}$ 
  InNL,jb ← IH + IH1
InNL,M ← InNL,1
for NumK ∈ 1..NK
  jb ← (NumK - 1)·MPB + 1
  je ← (NumK - 1)·MPB + MB + 1
  DE ←  $\frac{In_{NL,je} - In_{NL,jb}}{NS}$ 
  for i ∈ 1..NS - 1

```

```

| InNL,jb+1 ← InNL,jb + i·DE
f0 ← 0
Δ ← 1
while f0 < n ∧ Δ > ε
  for j ∈ 1..M - 1
    j2 ← | j - 1 if j ≠ 1
          | M - 1 otherwise
    for i ∈ NL - 1..1
      Δt ←  $\frac{\rho_{i,j} \cdot h_{i,j}}{\Delta t}$ 
      Δr ←  $\frac{Vr_0 \cdot t_0}{2 \cdot r_0 \cdot \Delta r} \cdot \rho_{i,j} \cdot Vr_j \cdot h_{i,j} \left[ 1 - \frac{h_0^2 \cdot p_0}{6 \cdot Vr_0 \cdot \mu_0 \cdot r_0} \cdot \frac{(h_{i,j})^2}{\mu_{i,j} \cdot Kr_{i,j} \cdot Vr_j} \cdot \frac{-p_{i,j} + p_{i+1,j}}{\Delta r} \right]$ 
      Δφ ←  $\frac{V\phi_0 \cdot t_0}{2 \cdot r_0 \cdot r_i \cdot \Delta \phi} \cdot \rho_{i,j} \cdot V\phi_{i,j} \cdot h_{i,j} \left[ 1 - \frac{h_0^2 \cdot p_0}{6 \cdot V\phi_0 \cdot \mu_0 \cdot r_0} \cdot \frac{(h_{i,j})^2}{\mu_{i,j} \cdot K\phi_{i,j} \cdot V\phi_{i,j}} \cdot \frac{p_{i,j} - p_{i,j2}}{r_i \cdot \Delta \phi} \right]$ 
      P1 ←  $\frac{p_0}{\rho_0 \cdot I_0} \cdot h_{i,j} \cdot \frac{p_{i,j} - p_{i,j2}}{\Delta t}$ 
      P2 ←  $\frac{p_0 \cdot Vr_0 \cdot t_0}{2 \cdot \rho_0 \cdot I_0 \cdot r_0} \cdot h_{i,j} \cdot Vr_j \cdot \frac{-p_{i,j} + p_{i+1,j}}{\Delta r}$ 
      P3 ←  $\frac{p_0 \cdot V\phi_0 \cdot t_0}{2 \cdot \rho_0 \cdot I_0 \cdot r_0} \cdot h_{i,j} \cdot V\phi_{i,j} \cdot \frac{p_{i,j} - p_{i,j2}}{r_i \cdot \Delta \phi}$ 
      P4 ←  $\frac{\mu_0 \cdot Vr_0^2 \cdot t_0}{\rho_0 \cdot I_0 \cdot h_0^2} \cdot \frac{\mu_{i,j} \cdot Kr_{i,j} \cdot (Vr_j)^2}{h_{i,j}}$ 
      P5 ←  $\frac{\mu_0 \cdot V\phi_0^2 \cdot t_0}{\rho_0 \cdot I_0 \cdot h_0^2} \cdot \frac{\mu_{i,j} \cdot K\phi_{i,j} \cdot (V\phi_{i,j})^2}{h_{i,j}}$ 
      P6 ←  $\frac{4 \cdot \mu_0 \cdot Vr_0^2 \cdot t_0}{9 \cdot \rho_0 \cdot I_0 \cdot r_0^2} \cdot \frac{\mu_{i,j} \cdot Kr_{i,j} \cdot h_{i,j} \cdot (Vr_j)^2}{(r_i)^2}$ 
      P7 ←  $\frac{\mu_0 \cdot V\phi_0^2 \cdot t_0}{3 \cdot \rho_0 \cdot I_0 \cdot r_0^2} \cdot \frac{\mu_{i,j} \cdot K\phi_{i,j} \cdot h_{i,j} \cdot (V\phi_{i,j})^2}{(r_i)^2}$ 
      P ← P1 + P2 + P3 + P4 + P5 + P6 + P7
      Pt ←  $\frac{-\Delta t}{I_0} \cdot Cp_0 \cdot T_0 \cdot Cp_{i,j} \cdot (T_{i,j} - T_{c,i,j})$ 
      Pr ←  $\frac{-\Delta r}{I_0} \cdot Cp_0 \cdot T_0 \cdot Cp_{i,j} \cdot (-T_{i,j} + T_{i+1,j})$ 
      Pφ ←  $\frac{-\Delta \phi}{I_0} \cdot Cp_0 \cdot T_0 \cdot Cp_{i,j} \cdot (T_{i,j} - T_{i,j2})$ 
      Ini,j ←  $\frac{I_{c,i,j} \cdot \Delta t - I_{i+1,j} \cdot \Delta r + I_{i,j2} \cdot \Delta \phi + Pt + Pr + P\phi + P}{\Delta t - \Delta r + \Delta \phi}$ 
    for i ∈ NL + 1..N
      Δt ←  $\frac{\rho_{i,j} \cdot h_{i,j}}{\Delta t}$ 
      Δr ←  $\frac{Vr_0 \cdot t_0}{2 \cdot r_0 \cdot \Delta r} \cdot \rho_{i,j} \cdot Vr_j \cdot h_{i,j} \left[ 1 - \frac{h_0^2 \cdot p_0}{6 \cdot Vr_0 \cdot \mu_0 \cdot r_0} \cdot \frac{(h_{i,j})^2}{\mu_{i,j} \cdot Kr_{i,j} \cdot Vr_j} \cdot \frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{\Delta r} \right]$ 
      Δφ ←  $\frac{V\phi_0 \cdot t_0}{2 \cdot r_0 \cdot r_i \cdot \Delta \phi} \cdot \rho_{i,j} \cdot V\phi_{i,j} \cdot h_{i,j} \left[ 1 - \frac{h_0^2 \cdot p_0}{6 \cdot V\phi_0 \cdot \mu_0 \cdot r_0} \cdot \frac{(h_{i,j})^2}{\mu_{i,j} \cdot K\phi_{i,j} \cdot V\phi_{i,j}} \cdot \frac{p_{i,j} - p_{i,j2}}{r_i \cdot \Delta \phi} \right]$ 

```

$$P1 \leftarrow \frac{p0}{\rho0 \cdot I0} \cdot h_{i,j} \cdot \frac{P_{i,j} - P_{i,j}^c}{\Delta t}$$

$$P2 \leftarrow \frac{p0 \cdot Vr0 \cdot t0}{2 \cdot \rho0 \cdot I0 \cdot r0} \cdot h_{i,j} \cdot Vr_j \cdot \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta r}$$

$$P3 \leftarrow \frac{p0 \cdot V\phi0 \cdot t0}{2 \cdot \rho0 \cdot I0 \cdot r0} \cdot h_{i,j} \cdot V\phi_{i,j} \cdot \frac{P_{i,j} - P_{i,j2}}{r_i \cdot \Delta\phi}$$

$$P4 \leftarrow \frac{\mu0 \cdot Vr0^2 \cdot t0}{\rho0 \cdot I0 \cdot h0^2} \cdot \frac{\mu_{i,j} \cdot Kr_{i,j} \cdot (Vr_j)^2}{h_{i,j}}$$

$$P5 \leftarrow \frac{\mu0 \cdot V\phi0^2 \cdot t0}{\rho0 \cdot I0 \cdot h0^2} \cdot \frac{\mu_{i,j} \cdot K\phi_{i,j} \cdot (V\phi_{i,j})^2}{h_{i,j}}$$

$$P6 \leftarrow \frac{4 \cdot \mu0 \cdot Vr0^2 \cdot t0}{9 \cdot \rho0 \cdot I0 \cdot r0^2} \cdot \frac{\mu_{i,j} \cdot Kr_{i,j} \cdot h_{i,j} \cdot (Vr_j)^2}{(r_i)^2}$$

$$P7 \leftarrow \frac{\mu0 \cdot V\phi0^2 \cdot t0}{3 \cdot \rho0 \cdot I0 \cdot r0^2} \cdot \frac{\mu_{i,j} \cdot K\phi_{i,j} \cdot h_{i,j} \cdot (V\phi_{i,j})^2}{(r_i)^2}$$

$$P \leftarrow P1 + P2 + P3 + P4 + P5 + P6 + P7$$

$$Pt \leftarrow \frac{-\Delta t}{I0} \cdot Cp0 \cdot T0 \cdot Cp_{i,j} \cdot (T_{i,j} - Tc_{i,j})$$

$$Pr \leftarrow \frac{-\Delta r}{I0} \cdot Cp0 \cdot T0 \cdot Cp_{i,j} \cdot (T_{i,j} - T_{i-1,j})$$

$$P\phi \leftarrow \frac{-\Delta\phi}{I0} \cdot Cp0 \cdot T0 \cdot Cp_{i,j} \cdot (T_{i,j} - T_{i,j2})$$

$$In_{i,j} \leftarrow \frac{Ic_{i,j} \cdot \Delta t + I_{i-1,j} \cdot \Delta r + I_{i,j2} \cdot \Delta\phi + Pt + Pr + P\phi + P}{\Delta t + \Delta r + \Delta\phi}$$

for  $i \in 1..N$

$$In_{i,M} \leftarrow In_{i,1}$$

$\Delta \leftarrow RIF(I, In)$

$f0 \leftarrow f0 + 1$

$I \leftarrow In$

In

**Главный расчетный модуль**

```

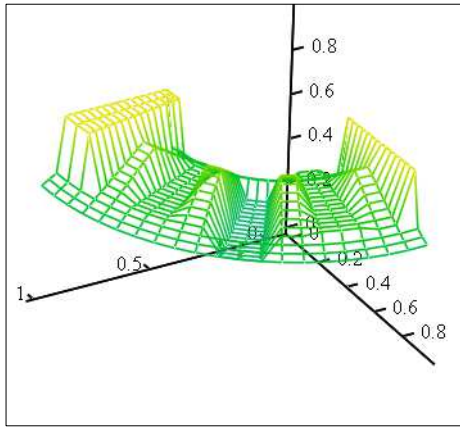
result := for k ∈ 1..Z
  f0 ← 1
  f1 ← 1
  f2 ← 1
  while f1 < n
    I ← II(rp, rpe, μ, ρ, ρc, Cp, Kr, Kφ, I, Ie)
    while f2 < n
      for i ∈ 1..N
        for j ∈ 1..M
          Ti,j ← Tl(rpi,j, Ii,j, I0)
          ρi,j ← ρl(rpi,j, Ti,j, ρ0)
          μi,j ← μl(Ti,j, μ0)
          Cpi,j ← Cpl(rpi,j, Ti,j)
          Ii,j ← II(rpi,j, Ti,j, I0)
          Rei,j ←  $\frac{\omega \cdot r_i \cdot r0 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot h0 \cdot h_{i,j} \cdot \rho_{i,j} \cdot \rho0}{\mu_{i,j} \cdot \mu0}$ 
          Kri,j ←  $\begin{cases} 1 & \text{if } Re_{i,j} \leq 2000 \\ 1 + 0.0247 \cdot \left[0.125 \cdot (Re_{i,j})^{0.07}\right]^2 \cdot Re_{i,j}^{-0.65} & \text{otherwise} \end{cases}$ 
          Kφi,j ←  $\begin{cases} 1 & \text{if } Re_{i,j} \leq 2000 \\ 1 + 0.044 \cdot \left[0.125 \cdot (Re_{i,j})^{0.07}\right]^2 \cdot Re_{i,j}^{-0.725} & \text{otherwise} \end{cases}$ 
          f2 ← f2 + 1
        p ← pp(rp, μ, ρ, ρc, Kr, Kφ)
      f1 ← f1 + 1
    f2 ← f2 + 1
  (
    p
    T
    I
    ρ
    μ
    Cp
    Re
    Kr
    Kφ
  )

```

pn := result<sub>1</sub> Tn := result<sub>2</sub> In := result<sub>3</sub> ρn := result<sub>4</sub> μn := result<sub>5</sub> Cpn := result<sub>6</sub> Ren := result<sub>7</sub> Krn := result<sub>8</sub> Kφn := result<sub>9</sub>

**Результаты расчета:**

Начальное поле давлений



$$(X, Y, ppH(rp, \mu, \rho, Kr, K\phi)_1)$$

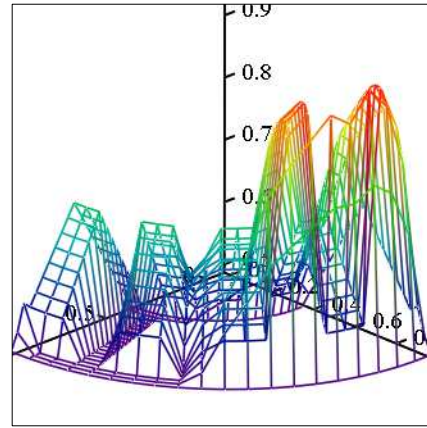
$$\min(ppH(rp, \mu, \rho, Kr, K\phi)_1) = 0.442$$

$$\max(ppH(rp, \mu, \rho, Kr, K\phi)_1) = 0.789$$

$$\min(Tn) = 0.999$$

$$\max(Tn) = 1$$

Поле давлений после расчета



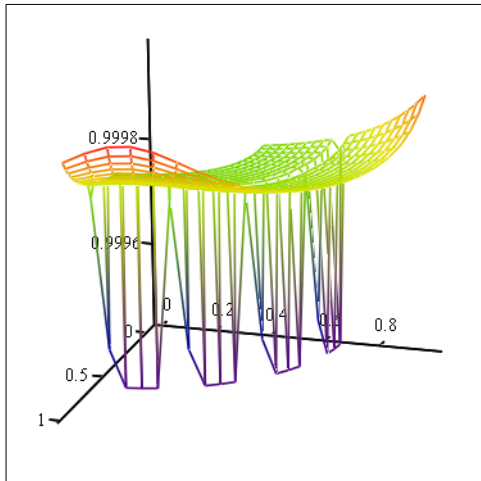
$$(X, Y, pn)$$

$$\min(pn) = 0.5$$

$$\max(pn) = 0.942$$

$$\min(ln) = 0.992$$

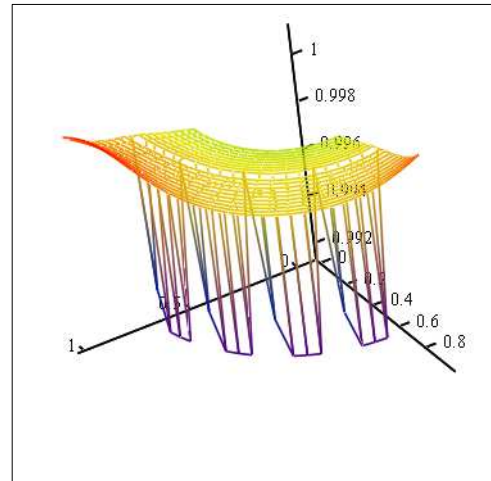
$$\max(ln) = 1.001$$



$$(X, Y, Tn)$$

$$\min(\rho n) = 1$$

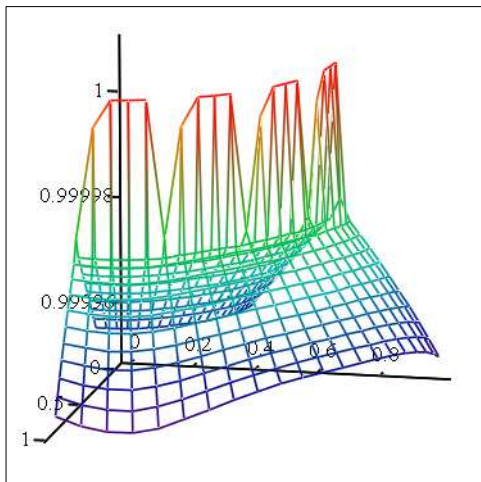
$$\max(\rho n) = 1$$



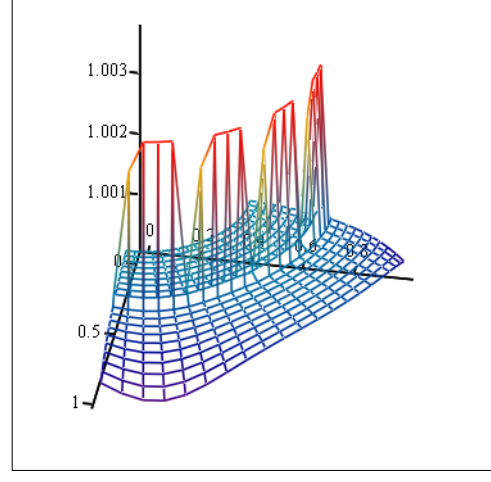
$$(X, Y, ln)$$

$$\min(\mu n) = 1$$

$$\max(\mu n) = 1.004$$



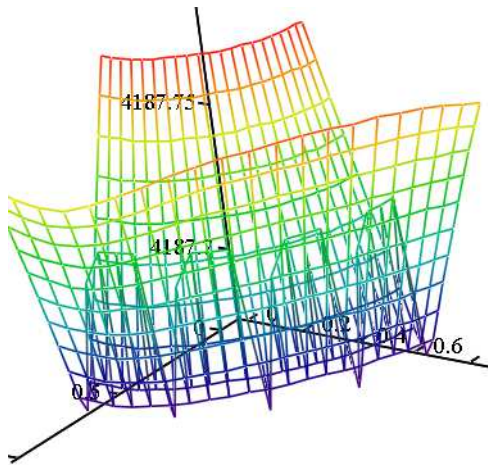
$$(X, Y, pn)$$



$$(X, Y, \mu n)$$

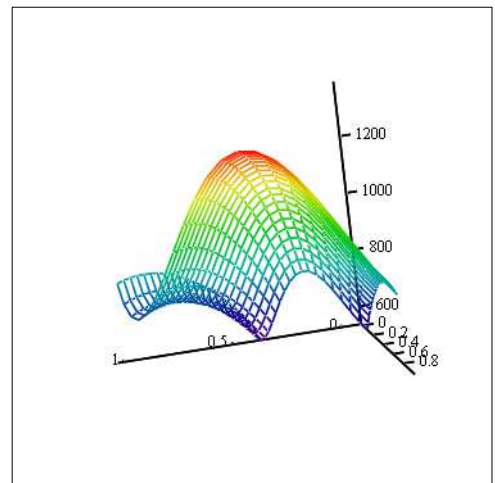


$\min(C_{pn}) = 4.188 \times 10^3$        $\max(C_{pn}) = 4.188 \times 10^3$



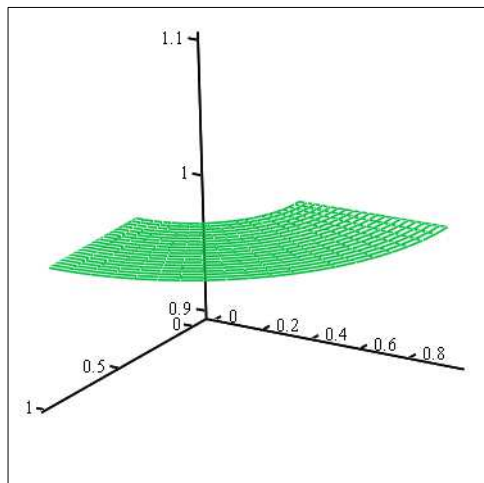
(X, Y, Cpn)

$\min(R_{en}) = 561.94$        $\max(R_{en}) = 1.368 \times 10^3$



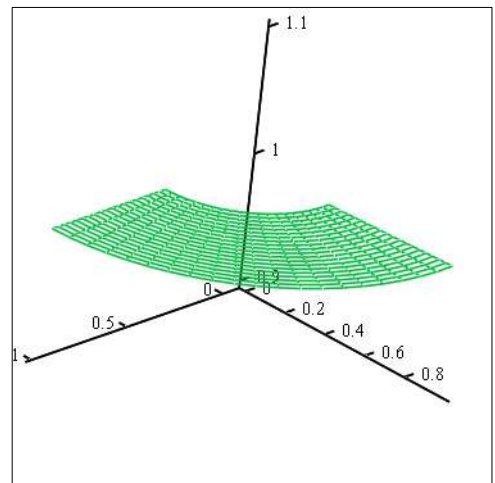
(X, Y, Ren)

$\min(K_{rn}) = 1$        $\max(K_{rn}) = 1$



(X, Y, Krn)

$\min(K_{\phi n}) = 1$        $\max(K_{\phi n}) = 1$



(X, Y, Kphi\_n)

**Размерные характеристики конического подшипника скольжения**

Реакции смазочного слоя в направлении соответствующих осей

$$R_x := \frac{p_0}{8} \cdot r_0^2 \cdot \Delta\phi \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=1}^{N-1} \left[ (p_{n_{i,j}} + p_{n_{i+1,j}} + p_{n_{i,j+1}} + p_{n_{i+1,j+1}}) \cdot \left[ (r_{i+1})^2 - (r_i)^2 \right] \cdot \sin(\beta_j) \right] \quad R_x = -49.637 \text{ Н}$$

$$R_y := \frac{p_0}{8} \cdot r_0^2 \cdot \Delta\phi \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=1}^{N-1} \left[ (p_{n_{i,j}} + p_{n_{i+1,j}} + p_{n_{i,j+1}} + p_{n_{i+1,j+1}}) \cdot \left[ (r_{i+1})^2 - (r_i)^2 \right] \cdot \cos(\beta_j) \right] \quad R_y = -2.119 \text{ Н}$$

Радиальная реакция:       $W_r := \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$        $W_r = 49.682 \text{ Н}$

Осевая реакция:

$$R_z := \frac{p_0}{8} \cdot r_0^2 \cdot \Delta\phi \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=1}^{N-1} \left[ (p_{n_{i,j}} + p_{n_{i+1,j}} + p_{n_{i,j+1}} + p_{n_{i+1,j+1}}) \cdot \left[ (r_{i+1})^2 - (r_i)^2 \right] \right] \quad R_z = 190.607 \quad \text{Н}$$

Грузоподъемность подшипника:

$$W := \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \quad W = 196.975 \quad \text{Н}$$

Характерные углы реакций:

$$\varphi_w := \operatorname{atan}\left(\frac{R_x}{R_y}\right) \quad \varphi_w = 1.528 \quad \gamma_w := \operatorname{atan}\left(\frac{R_z}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2}}\right) \quad \gamma_w = 1.316$$

Потери мощности на трение:

$$N_f := \omega_0 \cdot \frac{r_0^3}{2} \cdot \Delta\phi \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M-1} \left[ \left[ \frac{h_0 \cdot p_0}{2 \cdot r_0 \cdot \Delta\phi} \cdot h_{i,j} \cdot (p_{n_{i,j+1}} - p_{n_{i,j}}) + \frac{\mu_0 \cdot V\phi_0}{h_0} \cdot \frac{r_i \cdot \mu_{n_{i,j}} \cdot K\phi_{n_{i,j}} \cdot V\phi_{i,j}}{h_{i,j}} \right] \cdot \left[ (r_{i+1})^2 - (r_i)^2 \right] \right] \quad N_f = 126.27 \quad \text{Вт}$$

Массовый расход смазочного материала через жиклеры:

$$Q_G := \rho \rho_H (p_n, \mu_n, p_n, K_m, K_\phi)_2 \quad Q_G = 0.033 \quad \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$

Расход смазочного материала в осевом направлении для выходного сечения (i=N-1):

$$Q_r := \frac{r_{N-1} \cdot r_0 \cdot \Delta\phi \cdot h_0}{2} \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \left[ -\frac{h_0^2 \cdot p_0}{12 \Delta r \cdot r_0 \cdot \mu_0} \cdot \frac{(h_{N-1,j})^3}{\mu_{n_{N-1,j}} \cdot K_{m_{N-1,j}}} \cdot (p_{n_{N,j}} - p_{n_{N-2,j}}) + V_{r_0} \cdot V_{r_j} \cdot h_{N-1,j} \right] \quad Q_r = 3.4 \times 10^{-6} \quad \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$$

Расход смазочного материала в окружном направлении в зависимости от сечения (j=var):

$$Q_\phi(j) := \frac{r_0 \cdot \Delta r \cdot h_0}{2} \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \left[ -\frac{h_0^2 \cdot p_0}{12 \cdot \mu_0 \cdot r_0 \cdot \Delta\phi} \cdot \frac{(h_{i,j})^3}{\mu_{n_{i,j}} \cdot K\phi_{n_{i,j}}} \cdot \frac{p_{n_{i,j+1}} - p_{n_{i,j-1}}}{r_i} + (V\phi_0 \cdot V\phi_{i,j} \cdot h_{i,j}) \right]$$

## Коэффициент грузоподъемности:

$$K_w := \frac{W}{p_0 \cdot r_0^2} \quad K_w = 0.115$$

## Коэффициент расхода:

$$K_Q := \frac{128 \cdot L \cdot H}{\pi \cdot D \cdot H^4} \cdot \frac{\mu_0}{p_0 \cdot \rho_0} \cdot Q_G \quad K_Q = 0.028$$

## Коэффициент потерь мощности на трение:

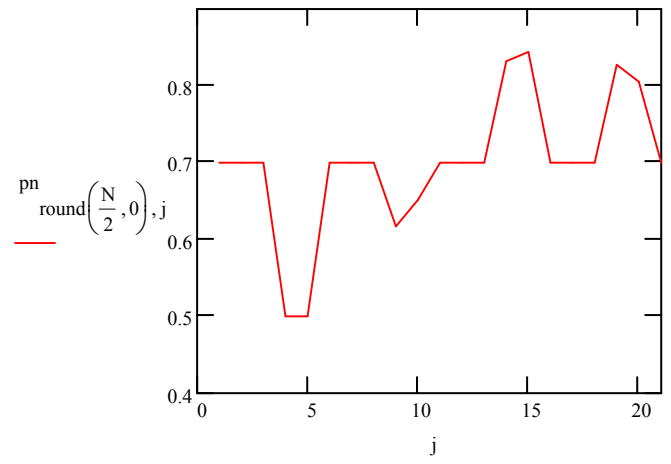
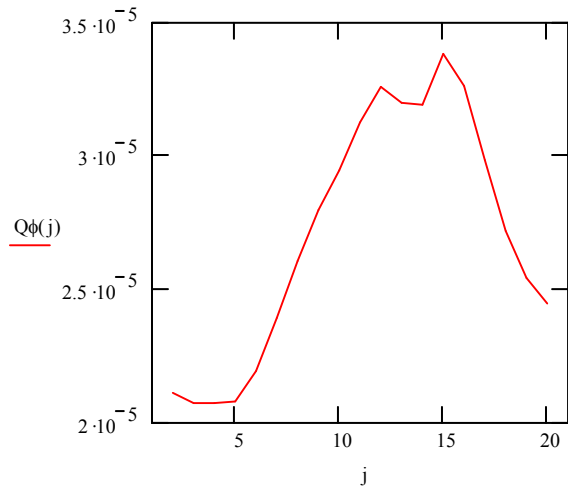
$$K_N := \frac{h_0}{\omega_0^2 \cdot r_0^4 \cdot \mu_0 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \cdot N_f \quad K_N = 0.139$$

## Угол развертки по окружности:

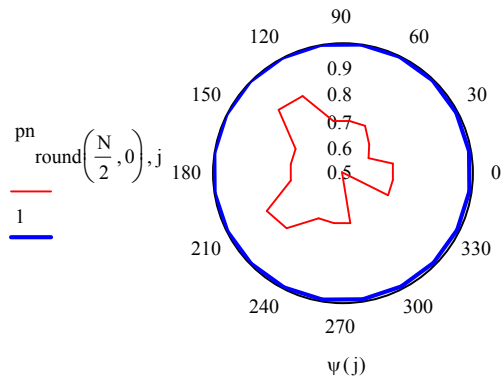
$$\psi(j) := -90 + 2 \cdot \frac{\pi \cdot (j-1)}{M-1}$$

## Расход смазочного материала по окружности

Распределение давления по окружности сечения подшипника  $i=N/2$  (развертка)



Распределение давления по окружности сечения подшипника  $i=N/2$



## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ РОТОРА В КОНИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКАХ В СРЕДЕ «МАТЛАВ»

```

clear;
clc;
% geometric data
% Размерный диаметр, м
DDiameter=48e-3;
% Размерная длина, м
DLength=53e-3;
% Размерный номинальный радиальный зазор, м
Dh0=50e-6;
% type_bearing - тип подшипника (0 - гладкий; 1 - с точечными камерами; 2 - с
прямоугольными камерами)
type_bearing=0;
%Число камер требуется только для type_bearing=1 или 2
NK=4;
% Угол ориентации камер, градусы (должен быть меньше abs(360/NK) по модулю)
% требуется только для type_bearing=1 или 2
alpha=0;
% Размерная ширина камеры, м (размер по оси x для развертки) для задания по хорде
диаметра втулки
% надо использовать выражение DBK=DDiameter*asin(DBK1/DDiameter), где DBK1 - размер
по хорде диаметра втулки, м
% требуется только для type_bearing=2
DBK=8e-3;
% Размерная длина камеры, м (размер по оси z для развертки) требуется только для
type_bearing=2
DLK=20e-3;
% Размерная длина жиклера, м требуется только для type_bearing=1 или 2
DLh=4e-3;
% Размерный диаметр жиклера, м требуется только для type_bearing=1 или 2
DDh=1e-3;
% initial data
% Размерные кинематические параметры центра цапфы(DX0 и DY0 - координаты, м;
% DVX0 и DVY0 - проекции скорости на оси X и Y соответственно, м/с)
DX0=0e-6;
DY0=0e-6;
DVX0=0e-3;
DVY0=0e-3;
% operating data
% Угловая скорость вращения ротора, рад/с
omega=40000*pi/30;
% Размерное давление на первом (левом)торце подшипника, Па
Dp0=0.2e6;
% Размерное давление на втором (правом)торце подшипника, Па
DpL=0.1e6;
% Размерное давление подачи в камеры подшипника, Па
% требуется только для type_bearing=1 или 2
Dpk=0.5e6;
% Атмосферное давление (давление окружающей среды),Па
DPresmin=0.1e6;
% Температура смазки, К
DTemp0=293;
%Тип смазки (0 - жидкость с постоянными свойствами, величины вязкости и
%плотности указываются в файлах Viscosity.m и Density.m, соответственно;
% 1 - жидкий кислород; 2 - жидкий водород; 3 - жидкий фреон; 4 - вода; 5 - масло
ТП-22; 6 - масло ТП-30)

```

```

Lub=4;
% meshing data
% Число элементов вдоль оси x (может меняться после процедуры meshing для
type_bearing=1 или 2)
nex=40;
% Число элементов вдоль оси z (может меняться после процедуры meshing для
type_bearing=1 или 2)
nez=40;
% dimensionless
[BK,LK,X0,Y0,t0,VX0,VY0,p0,pL,pk,DPres0]=dimensionless(DBK, DLK, DX0, DY0, DVX0,
DVE0, omega, Dh0, DDiameter, DLength, Dp0, DpL,Dpk);
%meshing
switch type_bearing case
    0
        [Mn,Me,delind,ind,fullind1,fullind2,nex,nez,NOE,NON,hex,hez]=meshing
(type_bearing,nex,nez);
        case1
            [Mn,Me,delind,ind,fullind1,fullind2,nex,nez,NOE,NON,hex,hez,Mcham]=meshing
(type_bearing,nex,nez,NK,alpha);
            case2
                [Mn,Me,delind,ind,fullind1,fullind2,nex,nez,NOE,NON,hex,hez,Mcham,Mecham,
Mbchamx,Mbchamz,nexk,nezk]=meshing(type_bearing,nex,nez,NK,alpha,BK,LK);
            end;
% static
p(:,1)=p0+Mn(:,2)*(pL-p0);
if type_bearing==1
    fullCham=[Mcham(1:NK)' ; Mcham(1)+nex];
elseif type_bearing==2
    fullCham=sort([Mcham(1:NK*(nexk+1)*(nezk+1))' ; Mcham(1:nexk+1:nezk*(nexk+1)+1,
1)+nex]);
end;
if type_bearing==or(1,2)
    p(fullCham,1)=0.9*pk;
end;
T(1:NON,1)=1;
switch type_bearing case
    0
        pressure=bearing(type_bearing,X0,Y0,VX0,VY0,DDh,DLh,t0,p,T,p0,pL,pk,
DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,nez,hex,hez,Me,
Mn,delind,ind,fullind1,fullind2);
        case1
            pressure=bearing(type_bearing,X0,Y0,VX0,VY0,DDh,DLh,t0,p,T,p0,pL,pk,
DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,nez,hex,hez,Me,
Mn,delind,ind,fullind1,fullind2,Mcham);
        case2
            pressure=bearing(type_bearing,X0,Y0,VX0,VY0,DDh,DLh,t0,p,T,p0,pL,pk,
DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,nez,hex,hez,Me,
Mn,delind,ind,fullind1,fullind2,Mcham,Mecham,Mbchamx,Mbchamz,nexk,nezk);
            end;
for ii=1:NON
    AAA(ii,1)=Mn(ii,1);
    if Mn(ii,1)>1
        AAA(ii,1)=Mn(ii,1)-1;
    end;
    if Mn(ii,1)<0

```

```

        AAA(ii,1)=1+Mn(ii,1);
    end;
end;
BBB=sortrows([AAA Mn(:,2) pressure],[2 1]);
figure;
surf(BBB(1:nex+1,1),BBB(1:nex+1:(nex+1)*nez+1,2),DPres0*vec2mat(BBB(:,3),nex+1));
close;
[RX,RY]=Reactions(pressure,NOE,Me,Mn);
R0=pi*DPres0*DLength*DDiameter;
DRX(1)=R0*RX(1);
DRY(1)=R0*RY(1);
figure;
surf(0:1/nex:1,0:1/nez:1,vec2mat(pressure,nex+1));
close;

% % Нахождение точки подвижного равновесия
% DFX=0;
% DFY=100;
% FX=DFX/R0;
% FY=DFY/R0;
% X0init=[0;0];
% switch type_bearing
%     case0
%         dER=@(EqCoor) EqReaction(EqCoor,FX,FY,type_bearing,VX0,VY0,DDh,DLh,t0,p,
T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,nez,
hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,fullind2);
%     case 1
%         dER=@(EqCoor) EqReaction(EqCoor,FX,FY,type_bearing,VX0,VY0,DDh,DLh,t0,p,
T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,nez,
hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,fullind2,Mcham);
%     case 2
%         dER=@(EqCoor) EqReaction(EqCoor,FX,FY,type_bearing,VX0,VY0,DDh,DLh,t0,p,
T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,nez,
hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,fullind2,Mcham,Mecham,Mbchamx,Mbchamz,nezk);
%end;
% [EqCoor,fval]=fsolve(dER,X0init);
% % Проверка
% switch type_bearing
%     case0
%         pressure=bearing(type_bearing,EqCoor(1),EqCoor(2),VX0,VY0,DDh,DLh,t0,p,
T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,nez,
hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,fullind2);
%     case 1
%         pressure=bearing(type_bearing,EqCoor(1),EqCoor(2),VX0,VY0,DDh,DLh,t0,p,
T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,nez,
hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,fullind2,Mcham);
%     case2
%         pressure=bearing(type_bearing,EqCoor(1),EqCoor(2),VX0,VY0,DDh,DLh,t0,p,
T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,nez,
hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,fullind2,Mcham,Mecham,Mbchamx,Mbchamz,nezk);
%end;
% [RXeq,RYeq]=Reactions(pressure,NOE,Me,Mn);
%DRXeq=R0*RXeq;
%DRYeq=R0*RYeq;

```

```

% % Построение кривой подвижного равновесия
% DFmax=1450; % максимальное значение силы (направлена к центру)
% DalphaF=90; % угол вектора силы с осью X,град
% NPELC=29; % число точек кривой подвижного равновесия
% Fmax=DFmax/R0;
% FXmax=-Fmax*cos(pi*DalphaF/180);
% FYmax=-Fmax*sin(pi*DalphaF/180);
% X0init=[0;0];
% for ii=1:NPELC+1
%     FX(ii)=(ii-1)*FXmax/NPELC;
%     FY(ii)=(ii-1)*FYmax/NPELC;
%     switchtype_bearing
%         case0
%             dER=@(EqCoor) EqReaction(EqCoor,FX(ii),FY(ii),type_bearing,VX0,VY0,
DDh,DLh,t0,p,T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,
NON,NOE,nex,nez,hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,fullind2);
%             case1
%             dER=@(EqCoor) EqReaction(EqCoor,FX(ii),FY(ii),type_bearing,VX0,VY0,
DDh,DLh,t0,p,T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,
NON,NOE,nex,nez,hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,fullind2,Mcham);
%             case2
%             dER=@(EqCoor) EqReaction(EqCoor,FX(ii),FY(ii),type_bearing,VX0,VY0,
DDh,DLh,t0,p,T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,
NON,NOE,nex,nez,hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,fullind2,Mcham,Mecham,Mbchamx,
Mbchamz,nexk,nezk);
%         end;
%     [EqCoor,fval]=fsolve(dER,X0init);
% Xelc(ii)=EqCoor(1);
% Yelc(ii)=EqCoor(2);
% end;
% th = 0:pi/50:2*pi;
% figure;
% axis equal
% hold on
% line(cos(th),sin(th),'Color','red','LineWidth',2)
% plot(Xelc,Yelc);
% close;

% dynamic
Dmass=3.9;
dtime=1/100;
numofturns=100;
time=0:dtime:numofturns;
Ddelta=10e-6;
Q=Dmass*Ddelta*omega^2;
G=Dmass*9.81;
ForceX=0;
ForceY=0;
ForceY=ForceY-G;
p(:,1)=p0+Mn(:,2)*(pL-p0);
iftype_bearing==1
    fullCham=[Mcham(1:NK)'; Mcham(1)+nex];
    p(fullCham,1)=0.9*pk;
elseiftype_bearing==2
    fullCham=sort([Mcham(1:NK*(nexk+1)*(nezk+1))'; Mcham(1:nexk+1:nezk*(nexk+1)+1,
1)+nex]);

```

```

    p(fullCham,1)=0.9*pk;
end;
T(1:NON,1)=1;
Y(1,:)=[X0, VX0, Y0, VY0];
switch type_bearing
    case 0
        pressure(:,1)=bearing(type_bearing,Y(1,1),Y(1,3),Y(1,2),Y(1,4),DDh,DLh,t0,
p,T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,
nez,hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,fullind2);

    case 1
        pressure(:,1)=bearing(type_bearing,Y(1,1),Y(1,3),Y(1,2),Y(1,4),DDh,DLh,t0,
p,T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,
nez,hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,fullind2,Mcham);

    case 2
        pressure(:,1)=bearing(type_bearing,Y(1,1),Y(1,3),Y(1,2),Y(1,4),DDh,DLh,t0,
p,T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,
nez,hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,fullind2,Mcham,Mecham,Mbchamx,Mbchamz,nexk,
nezk);
end;
[RX(1),RY(1)]=Reactions(pressure(:,1),NOE,Me,Mn);
R0=pi*DPres0*DLength*DDiameter;

% МетодЭйлера
tic
figure
axis equal
hold on
th = 0:pi/50:2*pi;
line(cos(th),sin(th),'Color','red','LineWidth',2)
for ii=1:length(time)-1
    Y(ii+1,1)=Y(ii,1)+dt*time*Y(ii,2);
    Y(ii+1,2)=Y(ii,2)+dt*time*t0^2/(Dh0*Dmass)*(2*R0*RX(ii)+Q*cos(omega*t0*time(ii))
+ForceX);
    Y(ii+1,3)=Y(ii,3)+dt*time*Y(ii,4);
    Y(ii+1,4)=Y(ii,4)+dt*time*t0^2/(Dh0*Dmass)*(2*R0*RY(ii)+Q*sin(omega*t0*time(ii))
+ForceY);
    switch type_bearing case
    0
        pressure(:,ii+1)=bearing(type_bearing,Y(ii+1,1),Y(ii+1,3),Y(ii+1,2),Y
(ii+1,4),DDh,DLh,t0,pressure(:,ii),T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,
DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,nez,hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,
fullind2);

    case 1
        pressure(:,ii+1)=bearing(type_bearing,Y(ii+1,1),Y(ii+1,3),Y(ii+1,2),Y
(ii+1,4),DDh,DLh,t0,pressure(:,ii),T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,
DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,nez,hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,
fullind2,Mcham);

    case 2
        pressure(:,ii+1)=bearing(type_bearing,Y(ii+1,1),Y(ii+1,3),Y(ii+1,2),Y
(ii+1,4),DDh,DLh,t0,pressure(:,ii),T,p0,pL,pk,DPres0,DTemp0,DPresmin,Lub,
DDiameter,DLength,Dh0,omega,NON,NOE,nex,nez,hex,hez,Me,Mn,delind,ind,fullind1,
fullind2,Mcham,Mecham,Mbchamx,Mbchamz,nexk,nezk);
end;
end;

```



```

[RX(ii+1),RY(ii+1)]=Reactions(pressure(:,ii+1),NOE,Me,Mn);
% Отрисовка траектории
drawnow
line(Y(ii:ii+1,1),Y(ii:ii+1,3));
% disp(ii);
end;
toc
close;

% Метод Адамса-Бошфорга-Моултона
%
% forii=1:3
% Y(ii+1,1)=Y(ii,1)+dttime*Y(ii,2);
% Y(ii+1,2)=Y(ii,2)+dttime*t0^2/(Dh0*Dmass)*(2*R0*RX(ii)+Q*cos(2*pi*time(ii)));
% Y(ii+1,3)=Y(ii,3)+dttime*Y(ii,4);
% Y(ii+1,4)=Y(ii,4)+dttime*t0^2/(Dh0*Dmass)*(2*R0*RY(ii)+Q*sin(2*pi*time(ii)
+G));
% pressure(:,ii+1)=bearing(Y(ii+1,1),Y(ii+1,3),Y(ii+1,2),Y(ii+1,4),
DPres0*pressure(:,ii),DT,DPres0,DTemp0,Lub,DDiameter,DLength,omega,Dp0,DpL,NON,
NOE,nex,Me,Mn,t0,Dh0);
% [RX(ii+1),RY(ii+1)]=Reactions(pressure(:,ii+1),Diameter,NOE,Me,Mn);
% disp(ii)
% end;
% tic
% for ii=4:length(time)-1
% Y(ii+1,1)=Y(ii,1)+dttime/24*(-9*Y(ii-3,2)+37*Y(ii-2,2)-59*Y(ii-1,2)+55*Y(ii,
2));
% Y(ii+1,2)=Y(ii,2)+dttime/24*t0^2/(Dh0*Dmass)*(-9*(2*R0*RX(ii-3)+Q*cos
(2*pi*time(ii-3)))+37*(2*R0*RX(ii-2)+Q*cos(2*pi*time(ii-2)))-59*(2*R0*RX(ii-1)
+Q*cos(2*pi*time(ii-1)))+55*(2*R0*RX(ii)+Q*cos(2*pi*time(ii))));
% Y(ii+1,3)=Y(ii,3)+dttime/24*(-9*Y(ii-3,4)+37*Y(ii-2,4)-59*Y(ii-1,4)+55*Y(ii,
4));
% Y(ii+1,4)=Y(ii,4)+dttime/24*t0^2/(Dh0*Dmass)*(-9*(2*R0*RY(ii-3)+Q*sin
(2*pi*time(ii-3))+G)+37*(2*R0*RY(ii-2)+Q*sin(2*pi*time(ii-2))+G)-59*(2*R0*RY(ii-1)
+Q*sin(2*pi*time(ii-1))+G)+55*(2*R0*RY(ii)+Q*sin(2*pi*time(ii))+G));
% pressure(:,ii+1)=bearing(Y(ii+1,1),Y(ii+1,3),Y(ii+1,2),Y(ii+1,4),
DPres0*pressure(:,ii),DT,DPres0,DTemp0,Lub,DDiameter,DLength,omega,Dp0,DpL,NON,
NOE,nex,Me,Mn,t0,Dh0);
% [RX(ii+1),RY(ii+1)]=Reactions(pressure(:,ii+1),Diameter,NOE,Me,Mn);
% Y(ii+1,1)=Y(ii,1)+dttime/24*(Y(ii-2,2)-5*Y(ii-1,2)+19*Y(ii,2)+9*Y(ii+1,2));
% Y(ii+1,2)=Y(ii,2)+dttime/24*t0^2/(Dh0*Dmass)*((2*R0*RX(ii-2)+Q*cos(2*pi*time
(ii-2)))-5*(2*R0*RX(ii-1)+Q*cos(2*pi*time(ii-1)))+19*(2*R0*RX(ii)+Q*cos(2*pi*time
(ii)))+9*(2*R0*RX(ii+1)+Q*cos(2*pi*time(ii+1))));
%Y(ii+1,3)=Y(ii,3)+dttime/24*(Y(ii-2,4)-5*Y(ii-1,4)+19*Y(ii,4)+9*Y(ii+1,4));
% Y(ii+1,4)=Y(ii,4)+dttime/24*t0^2/(Dh0*Dmass)*((2*R0*RY(ii-2)+Q*sin(2*pi*time
(ii-2))+G)-5*(2*R0*RY(ii-1)+Q*sin(2*pi*time(ii-1))+G)+19*(2*R0*RY(ii)+Q*sin
(2*pi*time(ii))+G)+9*(2*R0*RY(ii+1)+Q*sin(2*pi*time(ii+1))+G));
% pressure(:,ii+1)=bearing(Y(ii+1,1),Y(ii+1,3),Y(ii+1,2),Y(ii+1,4),
DPres0*pressure(:,ii),DT,DPres0,DTemp0,Lub,DDiameter,DLength,omega,Dp0,DpL,NON,
NOE,nex,Me,Mn,t0,Dh0);
% [RX(ii+1),RY(ii+1)]=Reactions(pressure(:,ii+1),Diameter,NOE,Me,Mn);
% disp(ii)
% end;
% fin=toc

```

```

% Методmatlab
%sel(1)=1;
%sel(2)=3;
% options=odeset('RelTol',1e-6,'OutputFcn','odephas2','OutputSel',sel,'Refine',1);
% [T,Y] = ode23s(@(t,y) matlabsolve(t,y,Dp,DT,DPres0,DTemp0,Lub,DDiameter,
Diameter,DLength,omega,Dp0,DpL,NON,NOE,nex,Me,Mn,t0,Dh0,mass,Q,G),time,[X0 VX0 Y0
VY0],options);
% [T,Y,p,RX,RY] = ode45(@(t,y) matlabsolve(t,y,DPres0*p,DT,DPres0,DTemp0,Lub,
DDiameter,Diameter,DLength,omega,Dp0,DpL,NON,NOE,nex,Me,Mn,t0,Dh0,Dmass,Q,G),time,
[X0 VX0 Y0 VY0]);
%
% for ii=1:NON
%     Dp(ii,1)=Dp0+Mn(ii,3)*(DpL-Dp0)/Length;
%     DT(ii,1)=DTemp0;
% end;
% [pressure]=bearing(X0,Y0,VX0,VY0,Dp,DT,DPres0,DTemp0,Lub,DDiameter,DLength,
omega,Dp0,DpL,NON,NOE,nex,Me,Mn,t0,Dh0);
% % surf(0:1/nex:1,0:1/nez:1,vec2mat(pressure,nex+1))

% Разверткиколебаний
figure
hold on
grid on
plot(time,Y(:,1),'Color','red','LineWidth',2,'LineStyle','-');
plot(time,Y(:,2),'Color','green','LineWidth',2,'LineStyle','--');
plot(time,Y(:,3),'Color','blue','LineWidth',2,'LineStyle','-');
plot(time,Y(:,4),'Color','yellow','LineWidth',2,'LineStyle','-');

% Траектория
figure
axis equal
holdon
th = 0:pi/50:2*pi;
line(cos(th),sin(th),'Color','red','LineWidth',2)
plot(Y(:,1),Y(:,3),'LineWidth',1,'LineStyle','-');

%
Реакцииfi
figure hold
on
plot(time,pi*DPres0*DLength*DDiameter*RX,'Color','red','LineWidth',
2,'LineStyle','-');
plot(time,pi*DPres0*DLength*DDiameter*RY,'Color','blue','LineWidth',
2,'LineStyle','-');

% Чтениефайла
% A=dlmread('pressure11.txt');
% animate pressure
%
% aviobj = avifile('pressure1.avi','fps',15);
% for ii=1:size(pressure,2)-160
%     surf(0:1/nex:1,0:1/nez:1,vec2mat(pressure(:,ii+160),nex+1));
%     F=getframe(gcf);
%     aviobj=addframe(aviobj,F);
% end;
% % movie2avi(F,'pressure.avi');
% aviobj = close(aviobj);

```

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

### ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ РОТОРА В КОНИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКАХ

Модуль «Расчет полей давлений»

```

function speed(R::Function, omega::Float64, V::Array{Float64, 2}=[0.0; 0.0; 0.0])
    U = (x, z) -> begin
        alpha = x / R(z)
        A0 = [[cos(alpha) sin(alpha) 0.0]; [-sin(alpha) cos(alpha) 0.0]; [0.0 0.0 1.0]]
        return A0*V + [0; omega*R(z); 0]
    end
    return U
end

function rightFunc( h::Function, R::Function, omega::Float64, U::Array{Float64, 2}=[0.0; 0.0;
0.0]; dx = 1e-8, e = [1.0, 0.0] )
    V = speed(R, omega, U)
    diff(f0, X) = (f0((X+e*dx)...) - f0((X-e*dx)...)) / (2*dx)
    f = (x, z) -> begin
        dh_x = diff( (x, z) -> h(x / R(z), z), [x, z] )
        return 6*(
            V( x, z )[2]*dh_x
            + h(x / R(z), z)*diff( (x, z) -> V(x, z)[2], [x,z] )
            + V( x, z )[3]*dh_x
            + h(x / R(z), z)*diff( (x, z) -> V(x, z)[3], [x,z] )
        )
    end
    return f
end

function leftKFunc( h::Function, R::Function, mu::Float64 )
    return (x, z) -> h( x / R(z), z )^3 / mu
end

function poisonFDM2(u::Function, f::Function, N::Int64,
bounds::Tuple{UnitRange{Int64},UnitRange{Int64}}, pointer::Function, Grid::Function)
    A = spzeros(N,N)
    b = zeros(N)
    for i in bounds[1]
        for j in bounds[2]
            du_x = ( u(Grid(i,j)...) [1] - u(Grid(i-1,j)...) [1] ) / ( Grid(i,j)[1] - Grid(i-1,j)[1] )
+ ( u(Grid(i+1,j)...) [1] - u(Grid(i,j)...) [1] ) * ( Grid(i,j)[1] - Grid(i-1,j)[1] ) / ( (Grid(i+1,j)[1] -
Grid(i,j)[1]) * (Grid(i+1,j)[1] - Grid(i-1,j)[1] ) ) - ( u(Grid(i,j)...) [1] - u(Grid(i-1,j)...) [1] ) / (
Grid(i+1,j)[1] - Grid(i-1,j)[1] ) )

            du_y = ( u(Grid(i,j)...) [2] - u(Grid(i,j-1)...) [2] ) / ( Grid(i,j)[2] - Grid(i,j-1)[2] )
+ ( u(Grid(i,j+1)...) [2] - u(Grid(i,j)...) [2] ) * ( Grid(i,j)[2] - Grid(i,j-1)[2] ) / ( (Grid(i,j+1)[2] -
Grid(i,j)[2]) * (Grid(i,j+1)[2] - Grid(i,j-1)[2] ) ) - ( u(Grid(i,j)...) [2] - u(Grid(i,j-1)...) [2] ) / (
Grid(i,j+1)[2] - Grid(i,j-1)[2] ) )
        end
    end
end

```

```

A[ pointer(i,j), pointer(i,j) ] = (
    du_x * (
        1.0 / (Grid(i,j)[1] - Grid(i-1,j)[1])
        - (Grid(i,j)[1] - Grid(i-1,j)[1]) / ((Grid(i+1,j)[1] -
Grid(i,j)[1])*(Grid(i+1,j)[1] - Grid(i-1,j)[1]))
        - 1.0 / (Grid(i+1,j)[1] - Grid(i-1,j)[1])
    )
    + du_y * (
        1.0 / (Grid(i,j)[2] - Grid(i,j-1)[2])
        - (Grid(i,j)[2] - Grid(i,j-1)[2]) / ((Grid(i,j+1)[2] -
Grid(i,j)[2])*(Grid(i,j+1)[2] - Grid(i,j-1)[2]))
        - 1.0 / (Grid(i,j+1)[2] - Grid(i,j-1)[2])
    )
    - 2*u(Grid(i,j)...)[1] * (
        1.0 / ((Grid(i+1,j)[1] - Grid(i,j)[1])*(Grid(i+1,j)[1] - Grid(i-
1,j)[1]))
        + 1.0 / ((Grid(i,j)[1] - Grid(i-1,j)[1])*(Grid(i+1,j)[1] - Grid(i-
1,j)[1]))
    )
    - 2*u(Grid(i,j)...)[2] * (
        1.0 / ((Grid(i,j+1)[2] - Grid(i,j)[2])*(Grid(i,j+1)[2] - Grid(i,j-
1)[2]))
        + 1.0 / ((Grid(i,j)[2] - Grid(i,j-1)[2])*(Grid(i,j+1)[2] - Grid(i,j-
1)[2]))
    )
)
)

```

```

A[ pointer(i,j), pointer(i+1,j) ] = du_x * (Grid(i,j)[1] - Grid(i-1,j)[1]) /
((Grid(i+1,j)[1] - Grid(i,j)[1])*(Grid(i+1,j)[1] - Grid(i-1,j)[1])) + 2*u(Grid(i,j)...)[1] / (
(Grid(i+1,j)[1] - Grid(i,j)[1])*(Grid(i+1,j)[1] - Grid(i-1,j)[1]) )

```

```

A[ pointer(i,j), pointer(i-1,j) ] = du_x * (1.0 / (Grid(i+1,j)[1] - Grid(i-1,j)[1]) -
1.0 / (Grid(i,j)[1] - Grid(i-1,j)[1])) + 2*u(Grid(i,j)...)[1] * 1.0 / ((Grid(i,j)[1] - Grid(i-
1,j)[1])*(Grid(i+1,j)[1] - Grid(i-1,j)[1]))

```

```

A[ pointer(i,j), pointer(i,j+1) ] = du_y * (Grid(i,j)[2] - Grid(i,j-1)[2]) /
((Grid(i,j+1)[2] - Grid(i,j)[2])*(Grid(i,j+1)[2] - Grid(i,j-1)[2])) + 2*u(Grid(i,j)...)[2] / (
(Grid(i,j+1)[2] - Grid(i,j)[2])*(Grid(i,j+1)[2] - Grid(i,j-1)[2]) )

```

```

A[ pointer(i,j), pointer(i,j-1) ] = du_y * (1.0 / (Grid(i,j+1)[2] - Grid(i,j-1)[2]) -
1.0 / (Grid(i,j)[2] - Grid(i,j-1)[2])) + 2*u(Grid(i,j)...)[2] * 1.0 / ((Grid(i,j)[2] - Grid(i,j-
1)[2])*(Grid(i,j+1)[2] - Grid(i,j-1)[2]))

```

```

b[ pointer(i,j) ] = f( Grid(i,j)... )

```

```

end

```

```

end

```

```

return (A, b)

```

```

end

```

```

function reinoldsFDMp(l::Float64, R::Function, h::Function, omega::Float64, mu::Float64,
pk::Tuple{Float64, Float64}, V::Array{Float64, 2}, Grid;

```

```

leftReinolds=(h,R,mu) -> begin

```

```

    u = leftKFunc(h, R,mu)

```

```

    (x, z) -> [u(x,z), u(x,z)]

```

```

end ),

```

```

    rightReinolds=rightFunc,
    poisonSolver=poisonFDM2)
(N, M) = size(Grid)
pointer = (i,j) -> begin
    if i >= N
        i = 1 + (N - i)
    end
    if i < 1
        i = N - (1 - i)
    end
    return (N-1)*(j-1) + i
end
x = (i,j) -> begin
    # Окружная координата
    if i > N
        P = Grid[i - N + 1,j] - Grid[i - N,j]
        return ( P[1] + Grid[N,j][1] )
    elseif i < 1
        P = Grid[N,j] - Grid[N - 1 + i,j]
        return ( Grid[1,j][1] - P[1] )
    else
        return Grid[i,j][1]
    end
end
y = (i,j) -> begin
    # Осевая координата
    return Grid[1,j][2]
end
k = (N-1)*M
(A, F) = poisonSolver(leftReinolds(h, R, mu), rightReinolds(h, R, omega, V), k, (1:N-1,
2:M-1), pointer, (i,j) -> [x(i,j), y(i,j)])
for i=1:N-1
    A[ pointer(i,1), : ] = zeros( k )
    A[ pointer(i,1), pointer(i,1) ] = 1.0
    F[ pointer(i,1) ] = pk[1]
end
for i=1:N-1
    A[ pointer(i,M), : ] = zeros( k )
    A[ pointer(i,M), pointer(i,M) ] = 1.0
    F[ pointer(i,M) ] = pk[2]
end

P0 = A \ F
P = zeros(N, M)
for j=1:M
    for i=1:N
        P[i,j] = P0[ pointer(i,j) ]
    end
end
return P
end
end

```

## Модуль «Моделирование динамики ротора»

```

using Numeric
using Utils
using Interpolate
using Plotting

using PoisonFDM
using ReynoldsBase
using ReynoldsFDM

function gap( R::Float64, R2::Float64, x_0::Float64, y_0::Float64 )
    a = 1.0;
    b = t -> - (2*x_0*cos(t) + 2*y_0*sin(t))
    c = x_0^2 + y_0^2 - R^2
    D = t -> b(t)^2 - 4*a*c
    r = t -> (-b(t) + sqrt(D(t))) / (2*a)
    return (t -> R2 - r(t))
end

function shifted_r(Rmin, Rmax, l, x0, y0)
    R = z -> Rmin + (z / l) * (Rmax - Rmin)
    r = (z, phi) -> x0*cos(phi) + y0*sin(phi) + 0.5 * sqrt( (2*x0*cos(phi) + 2*y0*sin(phi))^2 -
4*(x0^2 + y0^2 - R(z)^2) )
    return r
end

function conicalReynolds( Rb::Tuple{Float64, Float64}, Rr::Tuple{Float64, Float64}, l, mu, omega,
X, V, pk; dem=20, pressure_save="", gridCreator=uniformGrid, simpsonPoints=dem,
poisonSolver=poisonFDM2 )
    alpha = atan((Rb[2] - Rb[1]) / l)
    beta = pi*sin(alpha)
    r0 = Rb[1] / sin(beta)
    Grid = gridCreator(dem, dem, -beta, Rb[1] / sin(beta), beta, Rb[2] / sin(beta))
    R = z -> Rb[1] + (z / l)*(Rb[2] - Rb[1])
    xz = (phi, r) -> begin
        z = (r - r0) * cos(alpha)
        a = z / l
        angle = pi*(phi + beta) / beta
        return (angle * R(z), z)
    end
    hf = (angle, z) -> begin
        a = (z - X[3]) / l
        return gap( (1 - a)*Rr[1] + a*Rr[2], R(z), X[1], X[2] )(angle)
    end
    leftReynolds = (h, R, mu) -> begin
        u = leftKFunc(h, R, mu)
        return (phi, r) -> [ u( xz(phi, r)... ) / r, u( xz(phi, r)... ) * r ]
    end
    rightReynolds = (h, R, omega, V) -> ( (phi, r) -> begin
        f = rightFunc(h, R, omega, V)
        return r*f( xz(phi, r)... )
    end)
end

```

```

end )
FDM = reinoldsFDMp( l, R, hf, omega, mu, pk, V, Grid, leftReinolds=leftReinolds,
rightReinolds=rightReinolds, poisonSolver=poisonSolver )
fdm_ = _belineInterpolateGrid(FDM, Grid)
fdm = (x,y) -> max( pk, fdm_(x,y) )
Rx = simpson( (phi, r) -> begin
    (x, z) = xz(phi, r)
    return -fdm(phi,r)*cos( x / R(z) )*cos(alpha)
end, [(-beta, beta), (Rb[1] / sin(beta), Rb[2] / sin(beta))], simpsonPoints )
Ry = simpson( (phi, r) -> begin
    (x, z) = xz(phi, r)
    return -fdm(phi,r)*sin( x / R(z) )*cos(alpha)
end, [(-beta, beta), (Rb[1] / sin(beta), Rb[2] / sin(beta))], simpsonPoints )
Rz = simpson( (phi, r) -> fdm(phi,r)*sin(alpha), [(-beta, beta), (Rb[1] / sin(beta), Rb[2] /
sin(beta))], simpsonPoints )

if presure_save != ""
    save_surf( presure_save, map( X -> [X[2]*sin(X[1]), X[2]*cos(X[1])], Grid ), map(
X -> fdm(X...), Grid ) )
end

return (fdm, [Rx; Ry; Rz])
end

function dynamics(dt=1e-7, tmax=1.0; datadir=".", dem=20, step=1000, e=0.1, phase=0.0,
mu=0.03, omega=300.0)
    m = 3.9
    Rr = ( 0.00995, 0.02395 )
    Rb = ( 0.01, 0.024 )
    l = 53e-3
    P0 = zeros(6)
    P0[1:2] = [cos(phase) -sin(phase); sin(phase) cos(phase)]*[ 0.0; -e*(Rb[1]-Rr[1]) ]
    pk = 101325.0

    alpha = atan((Rb[2] - Rb[1]) / l)
    l0 = (Rb[1] - Rr[1]) / tan(alpha)

    function shift( V, k )
        X = zeros(3,1); X[:,1] = V[1:3]
        U = zeros(3,1); U[:,1] = V[4:6]
        if mod(k, step) == 1
            println( string( toq(), " => ", round(Int64, k / step) + 1 ) )
            (fdm, F) = conicalReinolds( Rb, Rr, l, mu, omega, X, U, pk, dem=dem,
presure_save=string(datadir, "fdmReinolds[", Int2Str(k, round(Int64, 1.0 / dt)), ".dat"),
poisonSolver=poisonFDM )
        else
            (fdm, F) = conicalReinolds( Rb, Rr, l, mu, omega, X, U, pk, dem=dem,
poisonSolver=poisonFDM )
        end
        F -= [ 0.0; m*9.8; k0*(l0 + X[3]) ]

        return F ./ m
    end
end

```

```

end

output = open(string(datadir, "force.dat"), "w")
P1 = P0[1:3]

k = 1
for v in @task begin
    tic()
    adams( 0.0, tmax, dt, P0, (P, t) -> begin
        F = shift( P, k )

        Pn = zeros(3)
        Pn[1:2] = P[1:2] ./ (Rb[1] - Rr[1])
        Pn[3] = P[3] / 10
        if mod(k, step) == 1
            write( output, string( t, " ", Pn[1], " ", Pn[2], " ", Pn[3], " ", F[1]*m, "
", F[2]*m, " ", F[3]*m, "\n" ) )
            flush(output)
            gc()
            tic()
        end
        P1 = Pn

        k += 1
        return [ P[4]; P[5]; P[6]; F[1]; F[2]; F[3] ]
    end )
end

end

close(output)
end

```

```

function StabilityCurv(mu = 0.03; dem=30, eps=1e-3, H=50.0:10.0:500.0)
    m = 3.9
    Rr = ( 0.00995, 0.02395 )
    Rb = ( 0.01, 0.024 )
    l = 53e-3
    pk = 101325.0
    alpha = atan((Rb[2] - Rb[1]) / l)
    l0 = (Rb[1] - Rr[1]) / tan(alpha)
    r = z -> Rr[1] + (z / l)*(Rr[2] - Rr[1])

    F = [0.0; -m*9.8; 0.0]
    dz = 2e-1*10
    Z = [0.0] #-10+dz:dz:10-dz
    P = zeros(length(H), length(Z), 3)
    i = 1
    for omega in H
        j = 1
        for z in Z
            err = Inf
            e1 = 0.0; er = 0.99; p = 0.5*(er + e1);

```



```

R = zeros(3,1)
h0 = Rb[1]-r(-z)
while (err > eps) && abs(er-el) > 1e-12
    X = zeros(3,1); X[:,1] = [ p*h0; 0.0; z ]
    U = zeros(3,1)
    (fdm, R) = conicalReinolds( Rb, Rr, l, mu, omega, X, U, pk, dem=dem
)

    err = abs(norm(R[1:2]) - norm(F[1:2]))
    if (norm(R[1:2]) < norm(F[1:2]))
        el = p
    else
        er = p
    end
    p = 0.5*(er + el)
end
if err <= eps
    alpha = acos( min(1.0, max(-1.0, sum( -F[1:2] .* R[1:2] ) /
norm(F[1:2])^2)) )
    n_minus = norm([cos(alpha) sin(alpha); -sin(alpha) cos(alpha)] *
[R[1]; R[2]] + [F[1]; F[2]])
    n_plus = norm([cos(alpha) -sin(alpha); sin(alpha) cos(alpha)] * [R[1];
R[2]] + [F[1]; F[2]])
    if n_minus < n_plus
        alpha = -alpha
    end
    P[i,j,:] = [ p*h0*cos(alpha) / (Rb[1]-Rr[1]); p*h0*sin(alpha) / (Rb[1]-
Rr[1]); R[3] ]
    println( omega, ":", z, " => ", P[i,j,:] )
else
    println( omega, ":", z, " => ", "No point, max is ", norm(R[1:2]) )
end
j += 1
end
i += 1
end
return (H, Z, P)
end

```

**ПРИЛОЖЕНИЕ Г**  
**«АКТЫ ВНЕДРЕНИЯ, ПАТЕНТЫ И**  
**СВИДЕТЕЛЬСТВА»**



**哈爾濱工業大學**

**HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY**

**АКТ**

о проведении экспериментальных исследований  
на базе лаборатории по исследованию свойств металлогезины  
Института мехатроники Харбинского политехнического университета (КНР)

Настоящий акт свидетельствует о том, что доцент Орловского государственного технического университета (Россия) А.Ю.Корнеев провел экспериментальные исследования работоспособности конических подшипников скольжения, используемых в высокоскоростных роторных машинах, выявил основные закономерности работы конических опор и разработал рекомендации по применению исследованных подшипников в качестве опор роторов машин и агрегатов различного назначения.

Профессор Института мехатроники ХПУ

Цзян Хунюань

5.02.2010г.



地址：中国·哈尔滨西大直街92号  
Add: 92, West Da Zhi St, Harbin China.

电话：86-451-86412114  
Tel: 86-451-86412114

传真：86-451-86221048  
Fax: 86-451-86221048

邮编：150001  
P.C.: 150001

## УТВЕРЖДАЮ

Технический директор



ОАО "Калужский турбинный завод"

И.С. Сербин

05 2019 г.

## АКТ

## о внедрении

в ОАО "Калужский турбинный завод"  
 результатов диссертационной работы  
 на соискание ученой степени доктора технических наук  
**Корнеева Андрея Юрьевича** на тему  
**"Динамический анализ и методология расчета  
 конических подшипников жидкостного трения"**

Научно-техническая комиссия в составе:

Главного конструктора **А.В. Богомолова**,

начальника отдела **В.Н. Котова**,

начальника бюро, к.т.н. **В.В. Травина**,

составила настоящий Акт о том, что результаты диссертационной работы на соискание ученой степени доктора технических наук, представленной к.т.н., доцентом ФГБОУ ВО "Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева" **Корнеевым А.Ю.** на тему "**Динамический анализ и методология расчета конических подшипников жидкостного трения**", выполненной в рамках соглашения о научно-техническом сотрудничестве между ФГБОУ ВО "ОГУ имени И.С. Тургенева" и ОАО "Калужский турбинный завод", и представляющие собой

- рекомендации по проектированию конических подшипников жидкостного трения;
- программы и методики расчета комплекса параметров опор, обеспечивающие повышение точности определения динамических характеристик роторных систем и их оптимизацию в части конструктивного оформления, надежности и ресурса

используются ОАО "КТЗ" при проектировании паровых турбин приводов конденсатных и питательных насосов (ТКН-8, ТКН-1, ГПЦН-1), турбогенераторов (ТГ-3,5), блочных турбоагрегатов (ТК-35/38-3,4) и насосов общепромышленного назначения.

Главный конструктор

А.В. Богомолов

Начальник отдела

В.Н. Котов

Начальник бюро, к.т.н.

В.В. Травин

**УТВЕРЖДАЮ**

Генеральный конструктор  
 ПАО «Кузнецов»  
 О.А. Люсов  
 « 14 » июня 2019 г.


**АКТ О ВНЕДРЕНИИ**

Публичным акционерным обществом «Кузнецов» результатов работы Андрея Юрьевича Корнеева «Динамический анализ и методология расчета конических подшипников жидкостного трения», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук

Научно-техническая комиссия в составе эксперта ОКБ к.т.н. Кочерова Е. П., начальника отдела маслосистем и опор авиадвигателей Гришанова О. А., ведущего инженера ОКБ Чулошникова А. А. составила настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы к.т.н., доцента Орловского государственного университета имени И.С. Тургенева А.Ю. Корнеева «Динамический анализ и методология расчета конических подшипников жидкостного трения», выполненной в рамках соглашения о совместном научно-техническом сотрудничестве между Орловским государственным университетом имени И.С. Тургенева и ПАО «Кузнецов» были использованы и используются специалистами ОКБ при проведении научно - исследовательских работ (НИР), связанных с проектированием высоконагруженных подшипников скольжения в роторных опорах и редукторах газотурбинных двигателей авиационного и наземного применения.

Применение подшипников скольжения в высоконагруженных опорах роторов газотурбинных двигателей, авиационных редукторах и турбонасосных агрегатах, взамен подшипников качения позволяет существенно повы-


сильно надёжность и ресурс машин, а использование конических подшипников скольжения взамен комбинации радиального и торцевого – существенно упростить конструкцию и снизить массовые характеристики узлов.

Научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы в этом направлении ведутся на ряде предприятий ОДК, где результаты диссертационной работы также могут быть использованы.

Наличие адекватной математической модели и развернутого алгоритма проектировочного расчета гидростатических подшипников жидкостного трения в условиях турбулентного течения смазочного материала, обеспечивающих получение статических и динамических характеристик опор, а также методологии расчета динамики роторов на исследуемых опорах, являются необходимым условием получения положительных результатов НИР и ОКР для применения опорных узлов скольжения в реальных конструкциях.

Это, собственно, и составляет основную практическую ценность диссертационной работы.

Эксперт ОКБ, к.т.н.



Е. П. Кочеров

Начальник отдела ОКБ...



О. А. Гришанов

Ведущий инженер ОКБ



А. А. Чулошников

.....



УТВЕРЖДАЮ

Генеральный директор

АО «Гидрогаз»

Д.В. Марков

2019 г.



АКТ

**о внедрении Акционерным обществом «Гидрогаз»  
результатов диссертационной работы А.Ю. Корнеева**

Научно-техническая комиссия в составе начальника расчетно-исследовательского сектора и главного конструктора темы - начальника сектора многоступенчатых насосов на основании представленного научно-технического отчета составила акт о применении результатов докторской диссертации Корнеева Андрея Юрьевича на тему «Динамический анализ и методология расчета конических подшипников жидкостного трения» при проектировании перспективных образцов насосных агрегатов.

В рамках выполнения договора о научно-техническом сотрудничестве был предложен вариант использования в качестве опор ротора многоступенчатого электронасосного агрегата ГХ 50/350 конических подшипников скольжения. Представлено обоснование выбора структуры радиально-осевых опор на основе сравнения габаритных размеров и характеристик различных подшипниковых узлов. Проведен комплексный анализ конструкции подшипника, разработана его гидравлическая схема, предложены варианты геометрических размеров конструктивных элементов. С помощью разработанного программного обеспечения, проведены вычислительные эксперименты по определению грузоподъемности подшипников при смазке жидкостями в диапазоне вязкостей 1...150 сСт, обоснованы значения максимально допустимых зазоров, рассчитаны значения коэффициентов жесткости и демпфирования и собственные частоты ротора.

Начальник расчетно-исследовательского сектора

С.А. Дедов

Главный конструктор темы - начальник сектора многоступенчатых насосов

А.В. Вытченков

УТВЕРЖДАЮ



Ректор ФГБОУ имени И.С. Тургенева

д.т.н., профессор

О.В. Пилипенко

04 \_\_\_\_\_ 2019 г.

## АКТ

об использовании научных положений и результатов  
докторской диссертации Андрея Юрьевича Корнеева на тему:

**«Динамический анализ и методология расчета  
конических подшипников жидкостного трения»**

в учебном процессе

ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева»

Комиссия в составе проректора по научно-технологической деятельности и аттестации научных кадров, д-ра техн. наук, профессора С.Ю. Радченко и заведующего кафедрой мехатроники, механики и робототехники, д-ра техн. наук Р.Н. Полякова составила настоящий акт о том, что научные положения и результаты настоящей диссертационной работы:

- математическая модель расчета роторной системы с коническими подшипниками жидкостного трения и программная реализация данной модели;
- рекомендации и практический инструментарий по проектированию роторных систем с коническими подшипниками жидкостного трения, позволяющие выбирать рациональные размеры проектируемого узла для получения необходимых параметров роторно-опорного узла,
- экспериментальная установка для исследования статических и динамических характеристик роторных систем с коническими подшипниками жидкостного трения, реализованы в учебном процессе на кафедре мехатроники, механики и робототехники при выполнении лабораторных и практических работ по исследованию динамических и статических характеристик роторных систем с подшипниками жидкостного трения для бакалавров по дисциплинам: «Детали мехатронных модулей, роботов и их конструирование», «Триботехника» (направление подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника); для аспирантов – по дисциплине «Машиноведение, системы приводов и детали машин» (15.06.01 Машиностроение) при выполнении специальных частей выпускных квалификационных работ.

Проректор по научно-технологической деятельности  
и аттестации научных кадров  
д-р. техн. наук, проф.

С.Ю. Радченко

Заведующий кафедрой  
мехатроники, механики и робототехники,  
д-р. техн. наук

Р.Н. Поляков

УТВЕРЖДАЮ

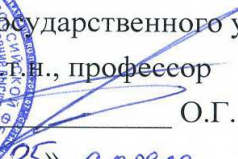
Проректор по учебной работе

Юго-Западного

государственного университета

д.т.н., профессор

О.Г. Локтионова

  
25» апреля 2019 г.

## АКТ

о внедрении результатов докторской диссертации в учебный процесс

Результаты диссертационной работы А.Ю. Корнеева «Динамический анализ и методология расчета конических подшипников жидкостного трения», представленные в виде классификации конических опор скольжения по конструктивному исполнению, расчетных схем и методик расчета используются при преподавании дисциплин «Прикладная механика», «Детали мехатронных модулей, роботов и их конструирование», а рекомендации по использованию результатов диссертации и дальнейшие направления исследования рассматриваются при выполнении курсовых проектов, лабораторных, практических и выпускных квалификационных работ студентами, обучающимися в бакалавриате и магистратуре по направлениям 15.03.06 Мехатроника и робототехника, 15.04.06 Мехатроника и робототехника.

Зав.кафедрой механики,

мехатроники и робототехники

Заслуженный деятель науки и техники РФ,

д.т.н., профессор

 С.Ф. Яцун



## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2336441

## КОНИЧЕСКИЙ ПОДШИПНИК СКОЛЬЖЕНИЯ

Патентообладатель(ли): *Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Орловский государственный технический университет" (ОрелГТУ) (RU)*

Автор(ы): *см. на обороте*

Заявка № 2007114204

Приоритет изобретения 16 апреля 2007 г.

Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации 20 октября 2008 г.

Срок действия патента истекает 16 апреля 2027 г.

*Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам*



Б.П. Симонов



## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2332593

КОМБИНИРОВАННАЯ ОПОРА С НЕРАВНОЖЕСТКИМ  
КОЛЬЦОМ

Патентообладатель(ли): *Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Орловский государственный технический университет" (ОрелГТУ) (RU)*

Автор(ы): *см. на обороте*

Заявка № 2007114202

Приоритет изобретения 16 апреля 2007 г.

Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации 27 августа 2008 г.

Срок действия патента истекает 16 апреля 2027 г.

*Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам*



Б.П. Симонов



## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2332594

## КОМБИНИРОВАННАЯ ОПОРА

Патентообладатель(ли): *Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Орловский государственный технический университет" (ОрелГТУ) (RU)*

Автор(ы): *см. на обороте*

Заявка № 2007114203

Приоритет изобретения 16 апреля 2007 г.

Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации 27 августа 2008 г.

Срок действия патента истекает 16 апреля 2027 г.

Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам



Б.Л. Симонов



## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2336440

## УПРАВЛЯЕМАЯ КОМБИНИРОВАННАЯ ОПОРА

Патентообладатель(ли): *Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Орловский государственный технический университет" (ОрелГТУ) (RU)*

Автор(ы): *см. на обороте*

Заявка № 2007114201

Приоритет изобретения 16 апреля 2007 г.

Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации 20 октября 2008 г.

Срок действия патента истекает 16 апреля 2027 г.

*Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам*



Б.П. Симонов



## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2346192

## КОМБИНИРОВАННАЯ ГИБРИДНАЯ ОПОРА

Патентообладатель(ли): *Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Орловский государственный технический университет" (ОрелГТУ) (RU)*

Автор(ы): *см. на обороте*

Заявка № 2007124220

Приоритет изобретения 27 июня 2007 г.

Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации 10 февраля 2009 г.

Срок действия патента истекает 27 июня 2027 г.

Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам



Б.П. Симонов



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**ПАТЕНТ**

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2437005

**КОНИЧЕСКИЙ ЛЕПЕСТКОВЫЙ ПОДШИПНИК  
СКОЛЬЖЕНИЯ**

Патентообладатель(ли): *Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Орловский государственный технический университет" (ОрелГТУ) (RU)*

Автор(ы): *см. на обороте*

Заявка № 2010105420

Приоритет изобретения **15 февраля 2010 г.**

Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации **20 декабря 2011 г.**

Срок действия патента истекает **15 февраля 2030 г.**

*Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам*



Б.П. Симонов



## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2489615

**КОМБИНИРОВАННЫЙ РАДИАЛЬНО-ОСЕВОЙ  
 ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЙ ЛЕПЕСТКОВЫЙ ПОДШИПНИК  
 СКОЛЬЖЕНИЯ**

Патентообладатель(ли): *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Государственный университет - учебно-научно-производственный комплекс" (ФГБОУ ВПО "Госуниверситет - УНПК") (RU)*

Автор(ы): *см. на обороте*

Заявка № 2011147959

Приоритет изобретения **24 ноября 2011 г.**

Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации **10 августа 2013 г.**

Срок действия патента истекает **24 ноября 2031 г.**

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

*Б.П. Симонов*





## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## ПАТЕНТ

НА ПОЛЕЗНУЮ МОДЕЛЬ

№ 157069

## КОМБИНИРОВАННАЯ ОПОРА

Патентообладатель(ли): *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Государственный университет - учебно-научно-производственный комплекс" (ФГБОУ ВПО "Госуниверситет - УНПК") (RU)*

Автор(ы): *см. на обороте*

Заявка № 2015119060

Приоритет полезной модели 20 мая 2015 г.

Зарегистрировано в Государственном реестре полезных моделей Российской Федерации 29 октября 2015 г.

Срок действия патента истекает 20 мая 2025 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

*Г.П. Ивлиев* Г.П. Ивлиев





## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2605658

КОМБИНИРОВАННЫЙ РАДИАЛЬНО-ОСЕВОЙ  
ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЙ ЛЕПЕСТКОВЫЙ ПОДШИПНИК  
СКОЛЬЖЕНИЯ

Патентообладатель(ли): *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Государственный университет - учебно-научно-производственный комплекс" (ФГБОУ ВПО "Госуниверситет-УНПК") (RU)*

Автор(ы): *см. на обороте*

Заявка № 2015119110

Приоритет изобретения 20 мая 2015 г.

Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации 02 декабря 2016 г.

Срок действия патента истекает 20 мая 2035 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ислюев





## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2605703

## КОМБИНИРОВАННАЯ ОПОРА

Патентообладатель(ли): *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Государственный университет - учебно-научно-производственный комплекс" (ФГБОУ ВПО "Госуниверситет-УНПК") (RU)*

Автор(ы): *см. на обороте*

Заявка № 2015119109

Приоритет изобретения 20 мая 2015 г.

Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации 05 декабря 2016 г.

Срок действия патента истекает 20 мая 2035 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев





## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2016615350

**Расчет характеристик гидростатодинамических  
подшипников с коническими поверхностями**

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования «Приокский  
государственный университет» (ФГБОУ ВО «ПГУ») (RU)*

Авторы: *Корнеев Андрей Юрьевич (RU), Кольцов Александр  
Юрьевич (RU), Савин Леонид Алексеевич (RU), Фетисов  
Александр Сергеевич (RU)*



Заявка № 2016612478

Дата поступления 22 марта 2016 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 20 мая 2016 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

*Г.П. Ивлиев* Г.П. Ивлиев





АВТОРСКИЙ  
ЭКЗЕМПЛЯР

**РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ**  
**РОССИЙСКОЕ АГЕНТСТВО ПО ПАТЕНТАМ**  
**И ТОВАРНЫМ ЗНАКАМ**  
**(РОСПАТЕНТ)**

**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

**Об официальной регистрации программы для ЭВМ**

**№ 2000610593**

На основании Закона Российской Федерации “О правовой охране программ для электронных вычислительных машин и баз данных”, введенного в действие 20 октября 1992 года, Российским агентством по патентам и товарным знакам выдано настоящее свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ

**Программа расчета характеристик подшипников скольжения с криогенной смазкой (“Подшипник-Криоген”)**

Правообладатель(ли):

*Орловский государственный технический университет (RU)*

Автор(ы):

*Савин Леонид Алексеевич, Соломин Олег Вячеславович, Устинов  
Дмитрий Евгеньевич, Жидков Сергей Анатольевич, Лазарев  
Сергей Александрович, Корнеев Андрей Юрьевич, Пулатов  
Александр Олегович (RU)*

Страна: Российская Федерация

по заявке № 2000610451, дата поступления: 12 мая 2000 г.

Зарегистрировано в  
Реестре программ для ЭВМ

г. Москва, 7 июля 2000 г.

*Генеральный директор*

*A.D. Коровин*

