Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тульский государственный университет»

На правах рукописи

Башкатов Александр Валерьевич

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СЛОИСТЫХ АРМИРОВАННЫХ ПЛАСТИН ИЗ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ АГРЕССИВНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ СРЕДЫ

Специальность 05.23.17 - Строительная механика

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель д-р техн. наук, проф. Трещёв А. А.

Тула - 2017

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ
1. ОБЗОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО ВЛИЯНИЮ
АГРЕССИВНЫХ СРЕД НА ИЗМЕНЕНИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
МАТЕРИАЛОВ. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ТЕОРИЙ ПО ОПИСАНИЮ
ЗАВИСИМОСТИ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА ОТ ВИДА НАПРЯДЕННОГО
СОСТОЯНИЯ И МОДЕЛЕЙ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ВЛИЯНИЯ АГРЕССИВНЫХ СРЕД
на ндс конструкций 12
1.1. Опыты по определению влияния агрессивных
эксплуатационных сред на характеристики материалов. 12
1.2. Обзор работ по учету разносопротивляемости
конструкционных материалов при определении их
деформированного состояния
1.3. Кинетика агрессивных сред в разносопротивляющихся
материалах
1.4. Краткие выводы по главе
2. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ АРМИРОВАННЫХ
РАЗНОСОПРОТИВЛЯЮЩИХСЯ МАТЕРИАЛОВ, ЭКСПЛУАТИРУЕМЫХ ПОЛ
ВОЗЛЕЙСТВИЕМ АГРЕССИВНЫХ СРЕЛ
2.1 Пространства нормированных напряжений для
материалов, механические характеристики которых зависят
от вида напряженного состояния
2.2 Потенциальные соотношения между напряжениями и
леформациями и их анализ 51
2.3 Механические константы потенциала деформаций 60
2.4. Законы изменения объема и формы, фазовая
характеристика. Закон разгрузки
2.5. Функция деградации материала слоя двойного
назначения, контактирующего с агрессивной средой 75
2.6. Выводы по главе
3. НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ АРМИРОВАННЫХ
СЛОИСТЫХ ПЛАСТИН ИЗ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ МАТЕРИЛОВ 78
3.1. Система разрешающих уравнений
3.2. Построение конечно-элементной модели
3.2.1. Матрица жёсткости КЭ при механическом
загружении
3.2.2. Определение матрицы [Н]
3.2.3. Определение матрицы [Т]
3.3. Оценка сходимости рассмотренной конечно-элементной
модели
3.4 Выводы по главе
4. РАСЧЁТ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ АРМИРОВАННЫХ
ПЛАСТИН ИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ РАЗНОСОПРОТИВЛЯЮЩИХСЯ МАТЕРИАЛОВ 95

4.1. Постановка прикладных задач	5
4.2. Моделирование фиктивных слоев	1
4.2.1 Не армированные (бетонные) слои без трещин9	97
4.2.2 Армированные (железобетонные) слои без	
трещин 99	
4.2.3 Не армированные (железобетонные) слои с	
трещиной100)
4.2.4 Армированные (железобетонные) слои с	
трещиной100)
4.2.5 Армированные (железобетонные) слои с	
пересекающимися трещинами	5
4.2.6 Не армированные слои двойного назначения	
(полимербетонные слои), контактирующие с	_
агрессивной средой106)
4.3 Граничные условия 107	/
4.4 Алгоритм расчета 108	3
4.5 Пластина №1 (плита №/11) 112	
4.5.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ 112	<u>.</u> 1
4.5.2 Основные результаты и их анализ 114 4 (Пересиче №2 (перес №225)	ŧ
4.6 IIJIaCTUHA №2 (IIJINTA №825) 115) =
))
4.0.2 OCHOBHE PESYIFTATE N NX AHAJNS 110 4.0.2 (THIMPS N944) 110))
$4.7 \text{ IJIACTURA NS (IJIUTA N044) \dots 119}$ $1.7 1 \text{ Постриорка радаци} 110$	י ג
4.7.1 HOCTAHOBRA SAZAMU	
4.7.2 Основные результаты и их анализ 121 4 8 Пластина №4 (плита №863) 122	-
4 8 1 Постановка запачи 122	>
4.8.2 Основные результаты и их анализ 125	-
4.9 Выволы по плаве	5
Заключение	7
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 130)
Приложение 1 165	5
Приложение 2 182	>
 Приложение 3 194	ł
 Приложение 4 206	5
Приложение 5 - технические акты внедрения	3

ВВЕЛЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Степень ее разработанности. Несмотря на развитие различных технологий одним из основных строительных материалов остается железобетон, запатентованный Жозефом Монье еще в 1867 году. Железобетон – это композитный нелинейный разносопротивляющийся материал, обладающий рядом преимуществ, таких как: длительный срок службы, огнеустойчивость, высокое сопротивление динамическим и статическим нагрузкам. Однако данного вида конструкции подвержены комплексу внешних воздействий, снижающих их работоспособность.

Опыт обследования железобетонных конструкций показывает, что агрессивные эксплуатационные среды являются одним из основных негативных факторов, влияющих на работоспособность инженерных сооружений из железобетона. Наиболее распространенной является хлоридсодержащая среда, основными источниками которой являются: технологические хлоридсодерсреды; хлоридсодержащие средства-антиобледенители; жащие морская вода и солевой туман, которые контактируют с поверхностью армированных конструкций. Действие агрессивных сред приводит к существенному изменению механических характеристик материала несущих конструкций, коррозионному поражению арматуры и бетона, что в итоге приводит к значительному снижению несущей способности, сокращению надежности и уменьшению срока службы зданий и сооружений.

Проблема же обеспечения долговечности и безопасности при проектировании, строительстве и эксплуатации различных зданий и сооружений, а особенно объектов фортификационных сооружений, промышленных предприятий и транспортных сетей является одной из важнейших сторон деятельности научно-

- 4 -

исследовательских и проектных организаций во многих развитых странах мира. В Российской Федерации данный вопрос входит в перечень приоритетных направлений развития фундаментальных научных исследований в области архитектуры, градостроительства и строительных наук РААСН. Проведенный анализ существующих работ по изучению экспериментального и теоретического исследования поведения конструкций, эксплуатируемых в агрессивных средах, показал, что круг ученых, занимающихся данной тематикой достаточно мал. Основной вклад в изучение этой проблемы внесли такие ученые как В.М. Долинский [60, 61], Н.С. Дядькин [137], И.Г. Овчинников [134-142, 109, 112], В.В.Петров [147-155, 181], В.П. Селяев [167], В.И. Соломатов [64, 65, 169-173] и другие. В своей работе [80] Г.В. Карпенко утверждает то, что достаточно надежной физической теории, позволяющей корректно описать поведение материалов и конструкций в условиях действия агрессивных сред - нет, на сегодняшний день вопрос построения такой теории все еще открыт.

Таким образом, рассматриваемая в диссертационной работе задача определения напряженно-деформированного состояния слоистых армированных пластин из физически нелинейных материалов с учетом воздействия агрессивной среды и разрушения в форме трещинообразования, является актуальной, как в научном, так и в прикладном плане.

Объект исследования – слоистые армированные пластины на основе тяжелого бетона, с защитным верхним полимербетонным слоем, работающие в условиях воздействия механической нагрузки и агрессивной эксплуатационной среды.

Предмет исследования – новые оценки напряженнодеформированного состояния слоистых армированных пластин, с

- 5 -

защитным полимербетонным слоем, работающих в условиях воздействия агрессивной эксплуатационной среды и механической нагрузки.

Целью диссертационной работы является построение модели, описывающей напряженно-деформированное состояние слоистых конструкций из армированных физически нелинейных разносопротивляющихся материалов с учетом воздействия агрессивной эксплуатационной среды.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи работы**:

1. провести анализ известных экспериментальных данных по влиянию агрессивных сред на изменение физикомеханических свойств материалов и существующих теоретических работ по этому влиянию на напряженно-деформированное состояние конструкций из разносопротивляющихся материалов;

2. разработать математическую модель деформирования армированных слоистых пластин с учетом явления разносопротивляемости, воздействия агрессивной среды и повреждаемости в форме трещинообразования;

3. разработать и реализовать алгоритм расчета конструкций с учетом разносопротивляемости и нелинейности материала, повреждаемости в форме трещинообразования, а также действия агрессивной эксплуатационной среды;

4. используя разработанную в диссертации математическую модель и ее программную реализацию, выполнить апробацию модели путем решения серии типовых задач;

5. провести качественный и количественный анализ полученных результатов.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующих результатах, выносимых на защиту:

- 6 -

1. впервые представлена модель деформирования армированных слоистых пластин из нелинейных разносопротивляющихся материалов с учетом деградации слоя защитного материала под воздействием агрессивной среды и повреждаемости несущих слоев в форме трещинообразования;

2. разработан алгоритм расчета напряженнодеформированного состояния конструкций с учетом разносопротивляемости и действия агрессивной эксплуатационной среды, а также повреждаемости в форме трещинообразования;

3. получены результаты расчетов, демонстрирующие новые количественные оценки влияния действия агрессивных эксплуатационных сред и внешней нагрузки на напряженно-деформированное состояние конструкций.

Теоретическая значимость работы:

1. проведен анализ известных экспериментальных данных по влиянию агрессивных сред на изменение физикомеханических свойств материалов и существующих теоретических работ по этому влиянию на напряженно-деформированное состояние конструкций из разносопротивляющихся материалов;

2. разработана математическая модель деформирования армированных слоистых пластин с учетом явления разносопротивляемости, воздействия агрессивной среды и повреждаемости в форме трещинообразования.

Практическая значимость работы:

1. разработана прикладная программа для расчёта напряженно-деформированного состояния конструкций, выполненных из армированных разносопротивляющихся материалов в соответствии с построенной моделью;

2. получены результаты расчетов, демонстрирующие новые количественные оценки влияния действия агрессивных эксплуата-

- 7 -

ционных сред и внешней нагрузки на напряженно-деформированное состояние конструкций, что доказывает необходимость совместного учета разносопротивляемости материала конструкций и воздействия агрессивной эксплуатационной среды.

3. результаты выполненной работы могут использоваться для проектных и поверочных расчетов конструкций, выполненных из армированных разносопротивляющихся материалов в условиях воздействия агрессивной среды и с учетом процессов разрушения в форме трещинообразования;

4. материалы диссертации могут быть использованы в рамках учебных курсов для магистрантов, проходящих подготовку по направлению 08.04.01 «Строительство».

Методология и методы исследования, использованные в диссертационной работе:

1. известные и апробированные теории по определению напряженно-деформированного состояния конструкций из разносопротивляющихся материалов, эксплуатируемых в условиях воздействия агрессивной эксплуатационной среды;

2. метод конечных элементов;

3. метод пошаговых нагружений;

4. метод переменных параметров упругости.

Достоверность представленных в исследовании положений и выводов подтверждается использованием общепринятых допущений и гипотез, базирующихся на фундаментальных положениях строительной механики и механики деформируемого твердого тела; использованием апробированных и проверенных на экспериментальных данных теоретических и эмпирических соотношений; корректным применением известных математических методов; хорошим согласованием экспериментальных и расчетных данных по силовому деформированию железобетонных пластин при различных опираниях и нагрузках.

Данная модель реализована численно с помощью метода конечных элементов в гибридной формулировке, все численные расчеты выполнены на ЭВМ с практической оценкой точности решения.

Внедрение результатов работы осуществлено в расчетную практику ООО «Инженерный центр промышленного проектирования» (г. Тула), ООО «Строительное Проектирование» (г. Тула). Программный комплекс используется указанными предприятиями для оценки ресурса прочности конструкций при проведении проектных работ, НИР и ОКР.

Использование результатов работы подтверждено актами о внедрении.

Апробация работы. Основные результаты диссертации неоднократно докладывались и обсуждались на международных и всероссийских конференциях:

• на VII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых (2012 г., Пенза);

• на XIV, XV, XVI, XVII международной НТК «Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии» (2013, 2014, 2015, 2016 г., Тула);

• на Международной научной конференции «Современные проблемы математики, механики, информатики» (2013, 2014 г., Тула);

• на VIII региональной молодёжной научно-практической конференции Тульского государственного университета «Молодёжные инновации» (2014 г., Тула);

- 9 -

• на II международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы механики в современном строительстве» (2014 г., Пенза);

• на 10-й, 12-й Международной конференции по проблемам горной промышленности, строительства и энергетики «Социально-экономические и экологические проблемы горной промышленности, строительства и энергетики» (2014, 2016 г., Тула);

• на VIII международном симпозиуме «Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела» посвященного 85-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники РФ профессора В.Г. Зубчанинова (9-11 декабря 2015 г., Тверь);

• на I международной научно-практической конференции «Повышение надежности и безопасности транспортных сооружений и коммуникаций» (2015 г., Саратов);

• на Международной конференции, посвященной 85-летию кафедры железобетонных и каменных конструкций, 100-летию со дня рождения профессора, доктора технических наук Н.Н. По-пова (19-20 апреля 2016 г., Москва);

• на VI Международном симпозиуме «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» VI International symposium «Actual Problems Of Computational Simulation In Civil Engineering» (15-20 августа 2016 г., г. Владивосток).

По результатам перечисленных конференций опубликованы тезисы и полные тексты докладов.

Реализация результатов работы состоялась при выполнении исследований госбюджетной НИР № 36-10 «Актуальные проблемы технологии строительных материалов и проектирования конструкций».

- 10 -

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 30 печатных работ. Основное содержание диссертации отражено в 12 статьях, в том числе 4 в изданиях, рекомендуемых ВАК при Министерстве образования и науки Российской Федерации.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы и приложений. Работа изложена на 129 страницах основного текста, включающих в том числе 46 рисунков, 5 таблиц, список литературы из 254 наименований, и приложения на 60 страницах, содержащих результаты и технические акты внедрения. Общий объём работы – 224 страниц. 1. ОБЗОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО ВЛИЯНИЮ АГРЕС-СИВНЫХ СРЕД НА ИЗМЕНЕНИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕ-РИАЛОВ. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ТЕОРИЙ ПО ОПИСАНИЮ ЗАВИСИМОСТИ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА ОТ ВИДА НАПРЯДЕННОГО СОСТОЯНИЯ И МОДЕЛЕЙ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ВЛИЯНИЯ АГРЕССИВНЫХ СРЕД НА НДС КОНСТРУКЦИЙ.

1.1. Опыты по определению влияния агрессивных эксплуатационных сред на характеристики материалов

Действие агрессивных эксплуатационных сред на строительные конструкции, а в частности на изменение физикомеханических свойств материалов, ученые обратили внимание в начале XX века, но более широкое изучение вопросов коррозии началось лишь в 50-х годах XX века. Толчком к изучению этого вопроса послужили многочисленные разрушения различных сооружений, произошедшие по причине водородного охрупчивания высокопрочных арматурных сталей под действием рабочих сред. Наиболее ярким примером таких аварий является произошедшее 15 декабря 1967 года обрушение «Серебряного моста» над рекой Огайо в США. В ходе обрушения пролетных строений моста погибли 46 человек [226]. Наиболее распространенной из агрессивных сред является хлоридсодержащая среда, основными источниками которой являются: технологические хлоридсодержащие среды; хлоридсодержащие средства антиобледенители; морская вода и солевой туман, которые контактируют с поверхностью конструкций, что делает вопрос изучения напряженного состояния конструкций с учетом кинетики агрессивных сред особенно актуальным.

Одной из первых наиболее полных работ, с проведением экспериментальных исследований, описанием видов коррозии, является книга Ю.Р. Эванса «Коррозия, пассивность и защита металлов» [214]. В ходе своих исследований автор рассматри-

- 12 -

вает широкий спектр вопросов, в частности в [214] приводится сравнение графиков зависимости скорости коррозии от вида испытуемого образца и от концентрации раствора, см. рис. 1.1.



Рисунок 1.1 – Диаграммы изменения скорости коррозии с концентрацией хлористого калия (сплошные кривые – испытания с частично погруженными образцами Эванса и Боргманна, пунктирные – полностью погруженные образцы Бенга, Стюарта и

Ли).

Из графиков видно, что при испытаниях литых прутков с увеличением концентрации агрессивной среды происходит затухание скорости коррозии, чего не наблюдается при испытаниях пластинок.

Основателем же советской научной школы коррозионистов является Г.В. Акимов, работавший в области металловедения. В своей работе [5] Г.В. Акимов приводит обзор существующих на тот период работ по изучению действия агрессивных сред и коррозии материалов. Среди изучаемых автором вопросов было и влияние температуры среды на скорость коррозии. Так на рис. 1.2 приводятся графики зависимости скорости газовой коррозии углеродистой (0,2% С) – 1 и нержавеющей (жаростойкая хромовоникелевая сталь с 18% Сг и 8% Ni) – 2 сталей в воздухе при повышении температуры, доказывающие экспоненциальный характер зависимости скорости коррозии от температуры.



Рисунок 1.2 – Зависимость скорости газовой коррозии от температуры.

В своей книге [5] Г.В. Акимов одним из первых говорит о разделении коррозионных процессов на имеющие в своей основе химический и электрохимический механизмы.

Последующее изучение действия температуры на коррозионные процессы подробно описано в работе И.Л. Розенфельда и К.А. Жигаловой [162], где говорится о возрастании скорости коррозии при повышении температуры эксплуатационной среды.

Дальнейшее развитие исследования коррозии материалов получили в работах Л.А. Гликмана и соавторов [49, 50]. В своих исследованиях авторы приходят к выводу о том, что наводораживание приводит к уменьшению модуля упругости. В работе [49] авторы приводят кривую, характеризующую снижение модуля упругости стали 20 в насыщенной водородом среде, см. рис. 1.3, а в [50] дается диаграмма деформирования армко-железа (рис. 1.4) в исходном состоянии (кривая 1) и после водородного охрупчивания (кривая 2).





железа.

В работе [103] В.И. Лихтман, Е.Д. Щукин, П.А. Ребиндер указывают на достаточно значительное влияние условий проведения испытаний на диаграмму длительной прочности материала и в качестве примера авторы рассматривают сплав ЭИ869. Так же в [103] рассматривается прочность и других материалов. В частности, на рис. 1.5 приводятся результаты испытания сталей марок НТ80 (кривая 1), НТ70 (кривая 2), НТ60 (кривая 3) в среде, содержащей 0,5% СН₃СООН (уксусная кислота) и 2000 мг/л H₂SO₄ (серная кислота).



Рисунок 1.5 - Результаты испытания сталей в агрессивной среде.

В своей статье [4] Ф.Ф. Ажогин и Ю.К. Павлов рассматривают влияние легирующих добавок на склонность высокопрочных сталей к коррозионному растрескиванию, а также склонность высокопрочных сталей к замедленному хрупкому разрушению под действием наводораживания.

Авторы в своей работе приводят графики долговечности стали ЗОХГСНА (см. рис. 1.6 и 1.7), исследуемой в 20% растворе H₂SO₄ с добавлением NaCl (хлористого натрия) концентрацией 30 кг/м³, и в растворе NaOH (едкого натра) 100 кг/м³ с примесью NaCN (цианистого натрия) 10 кг/м³ соответственно.



Рисунок 1.6 - Результаты ис- Рисунок 1.7 - Результаты испытания стали ЗОХГСНА.

пытания стали ЗОХГСНА.

При рассмотрении исследований коррозионного действия агрессивных сред на материалы конструкций необходимо отметить и работы Г.В. Карпенко, внесшего значительный вклад в изучение коррозионных процессов. В своей книге [81] автор рассматривает явление коррозионной усталости, и делает вывод о том, что более прочные металлы (структуры) в большей степени подвержены коррозионной усталости и снижению выносливости (см. рис. 1.8).



Рисунок 1.8 – Зависимость предела усталости от предела прочности стали (1- воздух, 2- морская вода).

В ряде исследований [74, 169] указывается о взаимном влиянии процессов деформирования и действия эксплуатационных сред. В частности, в работе [169] говорится о набухании композитных и полимерных материалов, находящихся под действием агрессивной среды.

Ю.В. Моисеев и Г.Е. Заиков в своих экспериментах наблюдали зависимость диаграмм прочности материала от условий проведения испытания. Так в работе [123] авторы приводят кривые длительной прочности материала АГ-4С при температуре среды 20 □С в различных средах: 10% NaOH (кривая 1), 30% NaOH (кривая 2), 10% H₂SO₄ (кривая 3), 30% H₂SO₄ (кривая 4), 3% NaOH (кривая 5), 3% H₂SO₄ (кривая 6), H₂O (кривая 7), воздух (кривая 8), см. рис. 1.9.



Рисунок 1.9 - Кривые длительности прочности стеклопластика АГ-4С.

Изменение модуля упругости в зависимости от действующей среды и способа изготовления испытуемого образца в своей работе [206] изучали А.П. Федорцев и Ю.Б. Потапов. Авторы проводили испытания стеклопластика на основе эпоксидной смолы ЭД-5 (рис. 1.10) и полиэфирной смолы ПН-1 (рис. 1.11) в шахтных водах с различной кислотностью, при температуре от 15 до 20 ПС. При этом испытуемые образцы, соответствующие кривым 1-3 изготавливались в вакууме, а образцы, соответствующие кривым 4-6 в нормальных условиях.



Рисунок 1.10 — Кривые зависимости модуля упругости для стеклопластика на основе эпоксидной смолы ЭД-5.



Рисунок 1.11 — Кривые зависимости модуля упругости для стеклопластика на основе полиэфирной смолы ПН-1.

Изменение диаграмм деформирования материала под действием агрессивных эксплуатационных сред исследуется в работе [96], где автор рассматривает НДС полимербетона ФАМ под воздействием различных сред и влажности. На рисунке 1.12 приведены кривые деформирования растяжения и сжатия при различных показателях влажности среды: 20% (кривая 1), 40% (кривая 2), 60% (кривая 3), 80% (кривая 4), 97% (кривая 5).



Рисунок 1.12 – Кривые деформирования полимербетона ФАМ в среде с различной влажностью.

Занимаясь вопросами влияния напряжений на кинетику диффузии Р.Д. Степанов и О.Ф. Шленский пришли к выводу о том, что через определенное время после начала действия среды механизм массопереноса начинает отличаться от параболического, который описывается уравнением диффузии [176].

Аналогичные исследования, подтверждающие наличие зависимости коэффициента диффузии от уровня сжимающих напряжений, проводили А.А. Шевченко, В.П. Стариков и Н.Г. Кац в работе [211] и В.М. Аристов в работе [10].

Значительный вклад в изучение воздействия агрессивных эксплуатационных сред внесли ученые Саратовского технического университета. Так в работе [147] В.В. Петров, И.Г. Овчинников и В.К. Иноземцев исследуя деформирование элементов конструкций из нелинейного разномодульного неоднородного материала говорят о том, что агрессивная среда неравномерно распределяется по сечению испытуемых образцов, в виду диффузионного характера ее проникновения. Из чего делается вывод о том, что в случае значительной неравномерности проникновения среды в материал результаты испытаний таких образцов дают лишь приблизительную оценку стойкости материала к действию эксплуатационной среды. Следовательно, результаты экспериментов по измерению предела прочности, определению модуля упругости, кривых длительной прочности и деформирования для таких материалов только интегрально отображает действие среды на материал.

В дальнейшем, в работе [148] В.В. Петров в соавторстве с И.Г. Овчинниковым и Ю.М. Шиховым приводят результаты исследования влияния уровня напряжений в образцах при испытании их в агрессивных средах. Авторы приводят диаграммы деформирования, соответствующие следующим испытаниям: сталь Ст20 в исходном состоянии (кривая 1), сталь Ст20 в среде влажного сероводоро-

- 20 -

да (кривая 2 – выдержка в среде 24 часа, кривая 3 – выдержка 48 часов), сталь Ст3 в среде влажного сероводорода (кривая 4 – выдержка 72 часа) см. рис. 1.13.



Рисунок 1.13 — Диаграммы деформирования сталей сталь 20 и сталь 3.

Анализируя проведенный выше обзор работ, посвященных экспериментальным исследованиям материалов конструкций, эксплуатируемых в агрессивных средах можно сделать следующие выводы:

1. действие агрессивных эксплуатационных сред приводит к значительному изменению механических характеристик материалов конструкций. Изменению подвержены модуль упругости, предел прочности, длительная прочность материала и вид диаграммы деформирования;

2. для описания влияния среды на механические характеристики исследуемого материала необходимо знать концентрацию действующей среды в каждой произвольной точке сечения образца;

3. диффузионный характер проникновения среды в материал и ее накопления в сечении конструкции приводит к наведенной неоднородности свойств материала, которая развивается с течением времени; 4. для создания модели, описывающей взаимодействие материала с агрессивной эксплуатационной средой необходимы экспериментальные исследования, дающие полную картину взаимодействия материала со средой.

Экспериментальные данные, приведенные П.В. Селяевым в его работе [168] соответствуют вышеизложенным требованиям и позволяют построить математическую модель, описывающую НДС слоистых железобетонных плит с полимербетонным слоем, находящихся под действием агрессивных эксплуатационных сред, построение которой рассматривается во второй главе данной диссертации. Преимуществом полученных П.В. Селяевым результатов экспериментов является ряд диаграмм деформирования, показывающих кинетику коррозии материала под действием эксплуатаци-Предложенные результаты охватывают поведение онной среды. различных материалов в различных условиях испытания. Так на рисунке 1.14 приведено семейство диаграмм деформирования полиэфирного бетона в H₂O плотностью 1 г/см³ при испытании на сжатие. А на рисунке 1.15 результаты испытания на сжатие полиэфирного бетона с другим заполнителем в той же среде, что и на рисунке 1.14. На рисунке 1.16 изображено семейство диаграмм деформирования, полученное при испытании полиэфирных бетонов в водном 10% растворе H₂SO₄, плотностью 1,066 г/см³, на рисунке 1.17 - деформирование эпоксидных бетонов, выдержанных в водном 20% растворе NaCl, плотностью 1,219 г/см³.





Рисунок 1.14 - Кривые деформирования полиэфирного бетона



Рисунок 1.15 — Кривые деформирования полиэфирного бетона (другой заполнитель) в воде.

в воде.



Рисунок 1.16 - Кривые деформирования эпоксидных бетонов в водном 20% растворе NaCl.



Рисунок 1.17 — Кривые деформирования полиэфирного бетона в водном 10% растворе H₂SO₄.

Приведенные семейства диаграмм отображают снижение предела прочности, модуля упругости и увеличение относительной деформации, наблюдаемые в ранее рассмотренных исследованиях.

- 24 -

Как отмечалось ранее, рассматриваемые в данной работе материалы - железобетон и полимербетон, как конструкционные материалы получили широкое распространение в строительстве сооружений всех видов и назначений, и позволяют создавать достаточно сложные конструктивные схемы. Основной особенностью бетонов является ярко выраженная разносопротивляемость, о чем говорится в известных работах Р.Г. Касимова [87], Z.P. Bazant, P.D. Bhat [221], H.B. Kupfer [242] и других. Наличие данной особенности не позволяет при прочностных расчетах конструкций использовать классические методы строительной механики и механики твердого тела. Так же следует отметить, что, хотя некоторые виды бетонов для отдельных НДС имеют слабо нелинейные диаграммы деформирования, при изменении вида напряженного состояния указанные бетоны начинают проявлять существенную нелинейность диаграмм деформирования, что подтверждается рядом экспериментальных данных [87, 221, 242].

Наличие ярко выраженной разносопротивляемости и нелинейности у рассматриваемых материалов приводит к необходимости проведения анализа существующих моделей и теорий учета чувствительности материалов к виду напряженного состояния для выбора некоторой более общей и универсальной теории, которая и будет использоваться в данной диссертационной работе.

1.2. Обзор работ по учету разносопротивляемости конструкционных материалов при определении их деформированного состояния

Первые теоретические исследования прочностных свойств материалов, чувствительных к виду напряженного состояния относятся к середине XIX века, когда C.O. Mohr предложил теорию прочности [249], которая не содержала критериальной гипотезы и состояла в установлении определенной зависимости прочност-

- 25 -

ных свойств материала от вида его напряженного состояния. По данной теории за характеристики напряженного состояния в общем случае принимаются наибольшие касательное напряжение и нормальное, возникающие на той площадке, на которой действует это касательное.

Как отмечалось ранее, первые исследования Российской школы механики по учету разносопротивляемости для деформационных характеристик материала конструкций принадлежат С.П. Тимошенко, который в работе [186] произвел вычисление изгибной жесткости упругой разномодульной балки. А все последующие работы по исследованию разносопротивляемости конструкционных материалов можно разделить на три группы. Подробное описание моделей, входящих в эти группы приводят в своих работах Н.М. Матченко и А.А. Трещев [114, 115].

К первой группе относятся определяющие соотношения, предложенные С.А. Амбарцумяном и А.А. Хачатряном в работах [6-9], в которых устанавливаются кусочно-линейные зависимости между главными напряжениями и главными деформациями в пределах малых упругих деформаций. Однако, прямое применение предложенных соотношений возможно только при заранее известном распределении главных напряжений по их знакам в каждой точке тела, о чем говорится в работах [114, 115].

В работе [165] М.С. Саркисян приводит два варианта определяющих соотношений для связи главных напряжений и главных деформаций, из которых первый вариант совпадает с предложенными С.А. Амбарцумяном и А.А. Хачатряном соотношениями, а второй вариант лишь усложняет вид констант, предложенных в работах [6-9]. К аналогичным результатам в своих исследованиях [121, 122] пришел Р.Е. Мкртчан.

- 26 -

Также к первой группе определяющих соотношений относятся модели F. Tabaddor [252], Б.М. Пахомова [146], Г.В. Бригадирова и H.M. Матченко [40], А.П. Авхимкова и Б.Ф. Власова [1, 2], R.М. Jones и D.A.R. Nelson [236-240], А.К. Ахметова [13], В.В. Петрова, И.Г. Овчинникова и А.Ф. Макеева [109-112], П.Н. Ельчанинова и М.И. Климова [62, 63], Г.С. Шапиро [210], Б.В. Пономарева [157, 158], С.W. Bert и J.N. Reddy [223]. Анализ соотношений первой группы показывает, что все модели имеют ряд недостатков, наиболее значимым из которых является абсолютизация зависимости жесткости материалов от одноосных или средних растяжений и сжатий. При этом авторы не приводят метода учета зависимости от других видов напряженных состояний, что ограничивает применение вышеуказанных моделей.

Модели второй группы определяющих соотношений строятся с учетом различий жесткости материала не только для случаев одноосного растяжения или сжатия, но и в других напряженных состояниях. Так изменение механических свойств разносопротивляемых материалов рассматривается в зависимости от фазы напряжений или деформаций. Впервые влияние фазовых инвариантов на жесткость материалов, чувствительных к виду напряженного состояния, рассматривали Л.А. Толоконников и Н.М. Матченко [114, 188, 189]. Используя предложенный Л.А. Толоконниковым и Н.М. Матченко подход, Ю.И. Цвелодуб разработал свою модель [207], свободную от ограничений, присущих работам [114, 188, 189]. Различные модели учета влияния разносопротивляемости материалов на напряженно-деформированное состояние конструкций, в своих работах предлагали: Н.Г. Тамуров и Г.В. Туровцев [179-181], Е.В. Ломакин и Ю.Н. Работнов [104-108], Д.А. Гаврилов [46, 47], Березин А.В. и В.И. Строков [31-33],

- 27 -

В.М. Панферов [145], А.А. Золочевский [67-73], В.П. Мясников и А.И. Олейников [126, 127].

К третьей группе относятся модели, в которых авторы, описывая эффект разрыхления, учитывают зависимость жесткости материала путем построения дилатационных зависимостей и соотношений. В свою очередь дилатационные зависимости между напряжениями и деформациями являются некоторыми обобщениями физических законов теории малых упругопластических деформаций или нелинейной теории упругости. Такой подход к построению определяющих соотношений делает полученные модели применимыми лишь для узкого ряда дилатирующих и разрыхляющихся материалов, таких как бетоны, чугуны, грунты. К моделям, построенным на дилатационных зависимостях, относятся соотношения Д.Л. Быкова [42, 43], С.С. Вялова [44, 45], В.И. Кудашова и В.П. Устинова [97], А.И. Козачевского [94], В.Д. Бертяева и Л.А. Толоконникова [36], Р.А. Кязимова [100], В.А. Стеценко [177, 178], В.В. Новожилова [130], Н.Н. Малинина [113], М.Я. Леонова [101, 102], А.Б. Салиева [164], Б.И. Ковальчука [92], Л.А. Зиборова, В.М. Логунова, Н.М. Матченко [66], С.А. Кузнецова [99], Е.В. Ломакина [108].

Особое внимание следует обратить на соотношения Н.М. Матченко и А.А. Трещева. Рассматривая изменение механических свойств материалов в зависимости от фазы напряжений, авторы в работах [114, 204, 205] предложили три типа потенциала деформаций, которые имеют вид:

$$\begin{split} W_{1} &= A_{e} + B_{e}\xi \ \sigma^{2} + C_{e} + D_{e}\xi + E_{e}\eta \cos^{2}\varphi \ \tau^{2} + \\ &+ \left[A_{p} + B_{p}\xi \ \sigma^{2} + C_{p} + D_{p}\xi + E_{p}\eta \cos^{2}\varphi \ \tau^{2} \right]^{n} \ ; \end{split} \tag{1.1}$$

$$\begin{split} W_{2} &= A_{e} + B_{e}\xi \ \sigma^{2} + C_{e} + D_{e}\xi + E_{e}\eta \ \tau^{2} + \\ &+ \left[A_{p} + B_{p}\xi \ \sigma^{2} + C_{p} + D_{p}\xi + E_{p}\eta \ \tau^{2} \right]^{n} \ ; \end{aligned} \tag{1.2}$$

$$W_{3} = A_{e}\sigma^{2} + C_{e}\tau^{2} + \left[C_{p} + D_{p}\xi + E_{p}\eta \tau^{2}\right]^{n}, \qquad (1.3)$$

где A_e, B_e, C_e, D_e, E_e и A_p, B_p, C_p, D_p, E_p – константы потенциала, ξ , η – некоторые гармонические функции, которые можно трактовать как нормированные нормальные и касательные напряжения на октаэдрической площадке, σ и τ – нормальные и касательные напряжения на этой площадке, φ – фаза напряже-

ний;
$$S_0 = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$$
; $\xi = \frac{\sigma}{S_0}$; $\eta = \frac{\tau}{S_0}$; $Cos3\varphi = \frac{\sqrt{2} \det(S_{ij})}{\tau^3}$;
 $S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma$; σ_{ij} (*i*, *j* = 1, 2, 3) – симметричный тензор на-
пряжений; δ_{ij} – символ Кронекера.

В ряде работ [90, 118, 120, 178] было проведено сравнение нелинейных аппроксимаций экспериментальных диаграмм деформирования, полученных на основе уравнений состояния, соответствующим потенциалам деформаций W₁, W₂, W₃, с результатами экспериментальных исследований по определению напряженно-деформируемого состояния ряда материалов, чувствительных к виду напряженного состояния. Как показали рассматриваемые сравнения, потенциал W_3 не соответствует экспериментальным диаграммам деформирования при сложных видах напряженного состояния. Потенциал деформаций W2 достаточно точно описывает деформированное состояние графитов АРВ, ВПП и чугуна СЧ 15-32 , но при рассмотрении тяжелых бетонов погрешность достигает порядка 17%. Потенциал W1 также достаточно точно описывает деформируемое состояние графитов и чугунов, при этом сохраняется и требуемая точность описания НДС тяжелых бетонов [25, 204, 2051.

Очевидно, что наиболее универсальный характер имеет потенциал W_1 , в «рамки» которого укладываются упругопластические свойства бетона как нелинейного материала.

1.3. Кинетика агрессивных сред в разносопротивляющихся материалах

Основные теории расчета конструкций достаточно хорошо развиты и подтверждены множественными экспериментальными данными, в том числе и учет зависимости физико-механических свойств материалов, от вида напряженного состояния. Однако, в процессе эксплуатации конструкции подвергаются ряду внешних воздействий, главным из которых являются агрессивные эксплуатационные среды. Причем данное воздействие наблюдается не только на производственных предприятиях, но и в повседневной жизни, так в работах [175, 134, 135] отмечается, что до 75% инженерных сооружений подвержены воздействию агрессивных сред, в том числе и хлоридсодержащих, среди таких сооружений объекты дорожно-мостовой сети и сооружения, расположенные в приморских зонах. Несмотря на широкий круг сооружений, подверженных воздействию агрессивных сред в нормативной литературе отсутствуют разделы, посвященные расчету конструкций с учетом кинетики агрессивных эксплуатационных сред. Основными методами расчета конструкций, подверженных воздействию внешних сред являются нормативные методы расчета конструкций, работающих в инертной атмосфере, в которой влияние эксплуатационных сред на напряженно-деформированное состояние конструкций учитывается введением коэффициентов запаса или условий работы. В отдельных документах [175, 134, 135] лишь приводятся возможные средства защиты железобетонных конструкций от воздействия агрессивных эксплуатационных сред, в связи с чем, особенно актуален вопрос обзора существующих моделей и выбора наиболее универсальной и достаточно адекватной модели учета воздействия агрессивных эксплуатационных сред.

Одним из первых, кто на основании экспериментальных исследований предложил теории учета взаимодействия различных сред и конструкционных материалов был Г.В. Акимов [5].

Дальнейшее развитие подход, связанный с построением теорий по учету воздействия агрессивных сред на конструкции, на основании экспериментальных данных получил в работах Г.В. Карпенко [82], В.В. Романова [163].

Взяв за основу предположение о том, что процессы деформирования, развивающиеся со временем, являются термодинамически необратимыми и используя положения неравновесной термодинамики и механики сплошной среды, такие авторы как Я.С. Подстригач [156], Д.А. Киялбаев [89], А.И. Чудновский [209], С.С. Никольский [129], В.С. Дзюба [59], В.С. Павлина [143], Р.Д. Степанов [176] предложили ряд энтропийных моделей по учету воздействия агрессивных эксплуатационных сред. Одним из основных недостатков данных моделей является достаточно общая постановка, которая приводит к усложнению требуемого математического аппарата, что часто делает такие задачи нерешаемыми [212].

Другой подход к учету влияния агрессивных сред предложили в своих работах Т. Champion [227], G. Metcalfe [246] и P. Aziz [216], которые использовали экспоненциальную функцию от времени вида:

$$\delta_k = k \ 1 - \exp \alpha t \quad , \tag{1.4}$$

где глубина каверны δ_k используется как параметр поврежденности.

Аналогичные модели, но с логарифмическими функциями вида:

$$\delta_{k} = k \lg \alpha + t , \qquad (1.5)$$

- 31 -

в своей работе предложили A.G. Liddiard и B.A. Whitakker [243].

Модели (1.4) и (1.5) имеют ограниченное применение, так как не учитывают, что скорость коррозии в начале эксплуатации возрастает, а по мере проникновения среды в материал уменьшается.

Представляя параметр поврежденности в виде степенной функции от времени, в работах [191, 235, 230] рассматриваются степенные модели вида:

$$\delta_k = k t^n, \qquad (1.6)$$

где $n \in 0, 1$, однако предложенные модели недостаточно точны на всем временном промежутке.

Развивая подход, использующий степенные функции Л.Я. Цикерман впервые предложил дробно-линейную модель грунтовой коррозии металлов [208], в которой глубина каверны δ_k представлена дробно-линейной функцией времени следующего вида:

$$\delta_k = \frac{\delta_0}{T+t}, \qquad (1.7)$$

где δ_0 и *T* – константы, характеризующие свойства рассматриваемых металлов и грунтов.

Моделированием проникновения агрессивной среды в объем конструктивного элемента здания или сооружения используя закон диффузии, в своих работах занимались такие зарубежные авторы как R.F. Stratfull [251], N.S. Berke [222], P.B. Bamforth [220], H. Takegami [253], C. Andrade [215]. Для описания инкубационного периода коррозии арматуры в железобетонных конструкциях авторы использовали второй закон Фика который, в случае одномерной диффузии имеет вид:

$$\frac{\partial C \quad x, t}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C \quad x, t}{\partial x^2}, \qquad (1.8)$$

где *t* - время экспозиции в условиях воздействия агрессивной хлоридсодержащей среды, *C x*, *t* - концентрация ионов хлора на расстоянии *x* от внешней поверхности конструкции в момент времени *t*, *D* - коэффициент диффузии хлоридсодержащей среды. В случае диффузии среды в полуограниченное тело (начальная концентрация среды равна нулю, коэффициент диффузии и поверхностная концентрация – константы), уравнение концентрации ионов хлора примет вид:

$$C \quad x, t = C_{\infty} \left(1 - erf\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \right), \tag{1.9}$$

где C_{∞} – расчетная концентрация хлора на поверхности железобетонной конструкции, *erf* – интеграл вероятности ошибки (функция ошибок Гаусса), который равен:

$$erf \ u = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{u} e^{-u^{2}} du \,. \tag{1.10}$$

Если же начальная концентрация хлоридсодержащей среды *C*₀ не равняется нулю и равномерно распределена по всему объему рассматриваемой конструкции, то (1.9) примет вид:

$$C \quad x,t = C_0 + C_{\infty} - C_0 \quad erf\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right). \tag{1.11}$$

Зная значение концентрации агрессивной среды в области армирования, при которой арматура начинает корродировать, из уравнения (1.11) определяется инкубационный период коррозии арматуры:

$$T_{_{\!M\!H\!K\!.}} = \frac{d^2}{4D} \left[erf^{-1} \left(\frac{C_{_{\!\infty}} - C_{_{\!K\!P\!M\!T\!.}}}{C_{_{\!\infty}} - C_{_{\!i}}} \right) \right]^{-2}, \qquad (1.12)$$

а определив инкубационный период коррозии, производится оценка долговечности всей конструкции на основе полученной

экспериментальным путем скорости коррозионного износа арматуры в каждом конкретном случае. Основным недостатком данного подхода является то, что он применим только к случаю одномерной диффузии агрессивной среды в тело конструкции.

Рассматривая работы зарубежных ученых необходимо указать труды К. Maekawa и T. Ishida [244, 245], Н. Takegami и К. Ishida [253], которые предложили модель определения долговечности железобетонных конструкций, основанную на методах механики материалов и механики конструкций. Указанными авторами предпринята попытка учесть широкий спектр факторов, влияющих на коррозионные процессы и изменение поврежденности с использованием соответствующих уравнений.

Впервые влияние напряженно-деформированного состояния материала на коррозию было учтено в работах В.М. Долинского [60, 61], который предложил модель в виде дифференциального уравнения, с помощью которого описывались данные реального коррозионного воздействия агрессивной эксплуатационной среды. В первых предложенных моделях скорость коррозии принималась в виде линейной функции абсолютной величины напряжений. В дальнейшем за скорость коррозии принималась линейная функция интенсивности напряжений σ_i . Выражение, описывающее скорость коррозии в данных моделях имеет вид:

$$\nu = \nu_0 + m\sigma_i , \qquad (1.13)$$

где v₀ – скорость коррозионного разрушения рассматриваемого элемента без учета влияния вида напряженного состоянии; *m* – коэффициент, учитывающий влияние напряженного состояния на скорость коррозионного процесса. При этом глубина разрушаемого слоя (глубина каверны) имеет вид:

$$\delta_k t, \sigma_i = \int_0^t v dt = v_0 t + m \int_0^t \sigma_i dt, \qquad (1.14)$$

Дальнейшее развитие дифференциальный метод получил в работах В.Г. Карпунина, который в своих работах [85, 86] приводит модель, учитывающую вид напряженного состояния материала конструкции. Сама модель представляет собой дифференциальное уравнение первого порядка относительно параметра поврежденности, которое имеет вид:

$$\frac{d\delta}{dt} = f \ t, \sigma \ , \tag{1.15}$$

где б x, y, 0 = 0 - начальное условие; x, y - координаты точек поверхности рассматриваемой конструкции; f - функция учета влияния времени коррозионного процесса и уровня действующих напряжений, вид которой принимается на основании экспериментальных исследований.

В своих работах [85, 86] В.Г. Карпунин указывает на то, что наиболее удобно представлять зависимость f как произведение двух функций, где одна – безразмерная функция φ t, учитывающая изменение действия агрессивной эксплуатационной среды на материал конструкции, а вторая ψ σ позволяет учесть влияние вида напряженного состояния на кинетику эксплуатационной среды. Тогда выражение для функции учета влияния времени коррозионного процесса и уровня действующих напряжений примет вид:

$$f t_{,\sigma} = \varphi t \psi \sigma . \qquad (1.16)$$

В работе [139] И.Г. Овчинников предлагает учитывать не только влияние напряженного состояние на скорость коррозионного процесса, но и влияние деформированного состояния на скорость коррозии. Автор предлагает рассматривать скорость накопления повреждений, вызванных действием агрессивной среды, пропорциональной удельной энергии деформирования:

$$\frac{d\delta}{dt} = \alpha \varepsilon_i \quad \sigma_i - \sigma_\pi + \beta \quad , \qquad (1.17)$$

где σ_i – интенсивность напряжений; ε_i – интенсивность деформаций; σ_n – пороговое значение напряжений, с которого влияние агрессивной эксплуатационной среды приводит к увеличению скорости разрушения материала от действия среды (при этом $\sigma_i \leq \sigma_n$, $\sigma_i - \sigma_n = 0$); β – скорость коррозии материала при напряжениях меньше порогового значения; α – коэффициент, учитывающий влияние напряженно-деформированного состояния на скорость коррозии в рассматриваемой эксплуатационной среде. Комбинируя подход В.Г. Карпунина [85, 86] с предлагаемой моделью, И.Г. Овчинников получил модель вида:

$$\frac{d\delta}{dt} = \varphi t \left[\alpha \varepsilon_i \ \sigma_i - \sigma_\pi + \beta\right]^m, \qquad (1.18)$$

где безразмерная функция φ t и коэффициенты α, β, m принимаются на основании экспериментальных исследований.

При рассмотрении моделей учета действия агрессивных сред на конструкционные материалы особого внимания заслуживают так называемые континуальные феноменологические теории, основанные на учете накопления различного рода дефектов, вызванных воздействием агрессивных эксплуатационных сред. Феноменологический подход в изучении воздействия агрессивных сред на материалы конструкций позволяет интерпретировать такие воздействия сред как: водородное охрупчивание, эффект Ребиндера (изменение механических свойств твёрдых тел вследствие физико-химических процессов, вызывающих уменьшение поверхностной (межфазной) энергии тела) и ряд других, имеющих различную природу, как процесс накопления рассеянных дефектов. Это имеет большое значение, так как крайне сложно провести обоснованный статический анализ,
ввиду слабо изученного механизма появления и развития дефектов, вызванных воздействием эксплуатационных сред.

Впервые феноменологический подход учета накопления повреждений использовался в начале XX века в работах Palmgren A. [248], Baily Y. [219], Miner M.A. [247]. Дальнейшее развитие феноменологическая теория получила в работах представителей Советской школы механики – Ю.Н. Работнова [161], А.А. Ильюшина [75], В.В. Москвитина [125], Л.М. Качанова [88], В.В. Новожилова [131].

В настоящее время рядом авторов предложено множество уравнений, описывающих процесс накопления коррозионных повреждений (кинетических уравнений), как для линейного напряженного состояния, так и для сложного напряженного состояния. В предложенных моделях степень коррозионного повреждения материала учитывается с помощью параметра поврежденности ω (некоторой функции, для которой справедливо выражение $1 \ge \omega \ge 0$), отражающего степень поврежденности в зависимости от ряда внешних факторов, среди которых величина напряжений, температуры и другие. Если принять φ за параметр сплошности, тогда, представляя его через параметр поврежденности получим $\varphi = 1 - \omega$.

Имеющиеся экспериментальные исследования неоднократно подтвердили, что действие агрессивных эксплуатационных сред приводит к изменению процесса деформирования. При этом параметр поврежденности вводится в уравнение, описывающее закон деформирования материала в виде:

$$\sigma = \sigma \ \varepsilon, \omega \ . \tag{1.19}$$

Параметр поврежденности при этом можно задать, заменив правую часть выражения (1.19) произведением функций вида:

$$\sigma = f \varepsilon \varphi \omega , \qquad (1.20)$$

где $f \varepsilon$ принимается в стандартном виде, используемом для аппроксимации зависимости $\sigma \varepsilon$, а $\varphi \omega$ определяют экспериментально.

Другой вариант представления параметра поврежденности ω заключается в том, что для описания зависимости между напряжениями σ и деформациями ε используются общепринятые выражения, при этом входящие в состав этих выражений коэффициенты принимаются зависящими от параметра поврежденности.

Изменение же самого параметра φ описывается кинетическим уравнением вида:

$$\frac{d\omega}{dt} = \Phi \ \sigma, \, \omega, \, S \ , \tag{1.21}$$

при этом если t = 0, то $\omega = 0$; S – интегральный параметр, характеризующий влияние агрессивной эксплуатационной среды, который подбирается в зависимости от конкретного материала и среды.

Наиболее широкое применение параметр сплошности и параметр поврежденности получили в моделях В.В. Петрова, И.Г. Овчинникова В.К. Иноземцева и их учеников [147, 150, 76-78]. В своих работах они предлагают множество моделей учета воздействия агрессивных эксплуатационных сред в виде дифференциальных уравнений. Наиболее фундаментальной работой является совместная монография В.В. Петрова, И.Г. Овчинникова, Ю.М. Шихова [148], в которой впервые сформулированы основные подходы к учету воздействия агрессивных эксплуатационных сред при определении напряженнодеформируемого состояния различных строительных конструкций. Авторы в своей работе приводят классификацию существующих коррозионных процессов, формулируют задачу о рассмотрении длительной прочности различных конструкций, эксплуатируемых в условиях воздействия агрессивных эксплуатационных сред.

Большой интерес представляет монография В.В. Петрова, В.К. Иноземцева и Н.Ф. Синевой [150], в которой рассматривается напряженно-деформированное состояние пластинок и оболочек, эксплуатируемых в агрессивных средах. В данной монографии приведен обзор имеющихся фронтальных моделей учета воздействия агрессивных эксплуатационных сред, описаны граничные условия их применимости. Авторы впервые представляют метод последовательных возмущений параметров как метод, позволяющий избежать «жесткости» уравнений, получаемых при моделировании воздействия агрессивных эксплуатационных сред. В данном направлении следует отметить работы В.В. Петрова [152, 153, 150, 154, 155, 147], И.Г. Овчининкова [134, 138, 139], В.К. Иноземцева [76-78] и ряда их последователей [57, 58, 93, 95, 144, 167].

Другой подход к описанию влияния агрессивных сред связан с описанием нелинейных диаграмм деформирования, которые наиболее полно отображают связь между внешними воздействиями и механическими свойствами конструкционных материалов, что достаточно точно характеризует реакцию рассматриваемых материалов на внешние воздействия. Данный подход использовался в работах А.А. Гвоздева, М.М. Холмянского, В.М. Бондаренко и ряда других ученых. Обзор данных работ проведен в работе Н.И. Карпенко [83]. Основываясь на монографии [83] можно сделать вывод, что наиболее распространенными являются функции, которые описывают диаграммы $\sigma - \varepsilon$ в виде экспоненциальной, степенной и полиномиальной зависимостей. Широкий спектр математических зависимостей, аппроксимирующих экспери-

- 39 -

ментальные диаграммы деформирования бетона и арматурных сталей, приведен и проанализирован в работе И.Г. Овчинникова и Н.С. Дядькина [137]. Так же в работе В.В. Петрова [151] предложена модель учета кинетики агрессивной среды, построенная на основе экспериментальной кривой деформирования, которая позднее была апробирована в работе [95] на примере расчета круглой физически нелинейной пластики, испытывающей воздействие агрессивной среды.

Подход к описанию напряженно-деформируемого состояния конструкций, эксплуатируемых в условиях воздействия агрессивных сред, заключается в построении моделей с использованием методов механики сплошной среды. Этот подход используется в работах В.В. Петрова, И.Г. Овчинникова, В.К. Иноземцева, Ю.М. Шихова [147, 148, 136, 138, 142]. В рамках предлагаемого подхода авторы строят модели расчета конструкций, подверженных действию агрессивных сред, используя в качестве оценки влияния агрессивной среды модели слоистой и наведенной распределенной неоднородностей. Для описания которых используется закон движения фронта изменения механических свойств в виде скалярной функции пространственных координат и времени. Подобный подход позволяет создавать достаточно простые и точные модели учета воздействия агрессивных эксплуатационных сред, пригодные для описания композитных конструкций в агрессивных средах.

В работах В.П. Селяева, В.И. Соломатова, В.Н. Журавлевой [64, 65, 170-173] рассматривается построение математических моделей учета воздействия агрессивных сред с применением определяемых экспериментально деградационных функций несущей способности и жесткости. Авторы рассматривают де-

- 40 -

градацию как протекающий во времени процесс ухудшения физико-механических свойств материалов конструкций.

Разделяют три основных вида деградации:

- гетерогенный, при котором скорость химического взаимодействия агрессивной эксплуатационной среды превышает скорость переноса среды;

- гомогенный, характеризующийся превышением скорости переноса жидкости над скоростью химического взаимодействия;

- диффузионный, характеризующийся диффузионным переносом жидкости в твердое тело.

Каждый вид деградации описывается индивидуальными моделями деградации, которым соответствуют изохроны деградации, характеризующие изменение свойств по высоте, сечению и объему твердого тела.

Долговечность железобетонных конструкций, эксплуатирующихся в условиях воздействия агрессивных сред, описывается в работах В.М. Бондаренко и его коллег [37-39]. В работе [38] В.М. Бондаренко предложил методику оценки силового сопротивления железобетонных конструкций, эксплуатируемых в условиях действия агрессивных сред.

Отдельно следует отметить работы Е.А. Гузеева [53], автор смог обосновать применимость послойного изменения механических свойств бетона при расчете конструкций, эксплуатируемых в агрессивных средах. Он также разработал метод расчета железобетонных конструкций, учитывающий изменение физико-механических свойств бетона под воздействием внешних сред. Автор предложил метод расчета и проектирования строительных конструкций из бетонов повышенной стойкости в условиях воздействия агрессивных эксплуатационных сред, действие которых приводит к изменению прочностных и деформативных свойств бетона [54]. В данной работе на основе системного подхода решались задачи по оценке прочности, трещиностойкости и деформативности элементов при изменении прочностных и деформативных свойств бетона, вызванных внешними средами, а также задача разработки расчетного метода проектирования первичной защиты от коррозии и определения коррозионной опасности некоторых видов агрессивных сред.

В рамках экспериментальных исследований Е.А. Гузеевым совместно с рядом сооавторов получены зависимости между значениями параметров трещиностойкости бетона K_{Ic} и K_{IIc} в нормальных условиях и их снижением в результате длительного воздействия сульфатов [55]. Данные зависимости предлагается использовать при определении долговечности железобетонных конструкций, эксплуатирующихся в сульфатных средах. Сами зависимости имеют вид:

$$K_{IC}(\tau) = \gamma_{S, 1} K_{IC} , \qquad K_{IIC}(\tau) = \gamma_{S, 2} K_{IIC} , \qquad (1.22)$$

здесь $\gamma_{s, 1}$, $\gamma_{s, 2}$ – функции, позволяющие учитывать развитие процессов коррозии в структуре бетона по величине содержания продуктов коррозии, выраженных через \mathcal{Q}_{so} :

$$\gamma_{S,1} = 1 + 0,049 Q_{SO_3} (1 - 0, 17 Q_{SO_3}), \qquad (1.23)$$

$$\gamma_{S,2} = 1 + 0,052Q_{SO_3}(1 - 0, 15Q_{SO_3}), \qquad (1.24)$$

здесь Q_{SO_3} - количество связанных цементным камнем сульфатионов в пересчете на SO_3 (в % по отношению к цементному камню).

В работе [56] Б.В. Гусев, А.С. Файвусович, В.Ф. Степанова приводят математическую модель учета воздействия агрессивной сред, рассматривая при этом воздействие солей сульфата натрия (Na₂SO₄) на железобетонные конструкции. Предложенная авторами модель построена в рамках механики сплошной среды, при этом совместно рассматриваются механическое поведение и физико-химическое разрушение железобетонной конструкции.

Другой подход к определению напряженно-деформируемого состояния железобетонных конструкций предложен в работе А.И. Попеско [159]. В этой работе используются интегральные характеристики деформативных свойств конструкции – эквивалентные модули деформации, которые позволяют учесть геометрические и физико-химические характеристики всех элементов конструкции, а также деформированную схему всей рассматриваемой конструкции. Данный подход позволил автору определить изменение параметров напряженно-деформируемого состояния конструкции на всех этапах нагружения.

Активные исследования поведения железобетонных конструкций в условиях их эксплуатации под воздействием хлоридсодержащих сред проведены под руководством D.M. Frangopol [224, 231, 233]. В данных исследованиях особое внимание уделяется учету вероятностного характера коррозионных и деформационных процессов [241, 232], а также учету нелинейности материала при расчете железобетонных конструкций [225].

Приведенный выше обзор показывает, что агрессивные эксплуатационные среды оказывают влияние на напряженнодеформированное состояние строительных конструкций, изменяя их физико-механические, а местами и физико-химические свойства. При этом на кинетику проникновения агрессивных сред влияют такие факторы, как вид среды, характер подвода и воздействия среды, концентрация среды, температура, характеристики материала, вид напряженного состояния. Воздействие агрессивных сред носит объемный характер, приводя к появлению наведенной, изменяющейся со временем неоднородности.

- 43 -

Таким образом, в настоящий момент общего метода расчета прочности и долговечности строительных конструкций с учетом воздействия агрессивных эксплуатационных сред не существует. Опубликованные работы базируются на разных экспериментальных данных, выводы часто не согласовываются между собой, а иногда даже противоречат друг другу. Наиболее точными и непротиворечивыми являются модели учета воздействия агрессивных сред, предложенные В.В. Петровым [152, 153, 150, 154, 148, 151, 147] и И.Г. Овчинниковым [137, 141, 135].

Таким образом, в данной диссертационной работе, используется непротиворечивая и универсальная теория деформирования разносопротивляющихся материалов, предложенная Н.М. Матченко и А.А. Трещевым [114, 204, 205], в которой авторы для описания свойств разносопротивляемости структурно изотропных и анизотропных материалов предложили использовать пространства напряжений. Численный нормированные анализ рассматриваемой теории проводился ранее в ряде работ, в числе которых исследования [192, 12], проведенные при расчете напряженно-деформированного состояния железобетонных плит, прошедших глубокое экспериментальное исследование в опытах G. Bach и O. Graf [217, 218], W. Gehler и H. Amos [234]. Сами же эти опытные исследования были апробированы и признаны в работе Н.И. Карпенко [83].

Исследования крупных российских ученых В.В. Петрова и И.Г. Овчинникова, В.П. Селяева в области воздействия агрессивных сред позволяют в рамках диссертационного исследования наиболее корректно и полно описать кинетику агрессивной среды.

- 44 -

Таким образом, обобщив два указанных выше направления исследования, предлагается существенно новая математическая модель расчета НДС слоистых армированных пластин из физически нелинейных материалов, с учетом влияния агрессивной эксплуатационной среды. Эта модель построена в рамках метода гибридных конечных элементов, разработанных в работах [182, 183]. В рамках этой модели реализован алгоритм расчета по деформированной схеме с учетом разносопротивляемости и нелинейности материала, а также воздействия агрессивной эксплуатационной среды.

Для демонстрации эффективности разработанной расчетной модели, автор решает ряд прикладных задач по определению напряженно-деформированного состояния слоистых армированных пластин, подверженных воздействию наиболее распространенной агрессивной среды – раствора NaCl, которая имеет как природное происхождение (морская вода, морской туман), так и техногенное (средства антиобледенители, технологические среды).

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [14-30, 183-185, 193-203].

1.4. Краткие выводы по главе

На основании выполненного в рамках данной диссертационной работы обзора литературных источников можно сделать следующие выводы:

1. Несмотря на то, что исследования воздействия агрессивных эксплуатационных сред проводятся с начала XX века, в нормативной литературе отсутствуют разделы, посвященные расчету конструкций с учетом кинетики агрессивных эксплуатационных сред, при том, что до 75% всех инженерных сооружений испытывают воздействие внешних сред.

- 45 -

2. Действие агрессивных эксплуатационных сред приводит к изменению физико-механических свойств конструкционных материалов, что сказывается на их долговечности и надежности. При исследовании напряженно-деформированного состояния современных конструкций необходимо учитывать данное воздействие, что приведет к увеличению надежности железобетонных конструкций, срока их службы и уменьшению затрат на строительство, эксплуатацию и ремонт.

3. Существующие теории учета воздействия агрессивных эксплуатационных сред базируются на разных экспериментальных данных, выводы часто не согласовываются между собой, а иногда даже противоречат друг другу, большинство из рассмотренных моделей никак не учитывают такое свойство материала конструкции как разносопротивляемость и физическую нелинейность.

2. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ

АРМИРОВАННЫХ РАЗНОСОПРОТИВЛЯЮЩИХСЯ МАТЕРИАЛОВ,

ЭКСПЛУАТИРУЕМЫХ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ АГРЕССИВНЫХ СРЕД

Проведенный анализ существующих методик по определению напряженно-деформированного состояния конструкций, выполненных из физически нелинейных материалов, чувствительных к виду напряженного состояния показал, что на данный момент не существует единых рекомендаций по выбору качественных характеристик состояния деформируемых сред. Так же было показано, что непротиворечивой и наиболее подходящей является методика, предложенная Н.М. Матченко и А.А. Трещевым [114, 118, 204, 205, 11, 91, 117, 190]. В своих работах авторы предлагают использовать для определения НДС два пространства нормированных напряжений. Однако в рассматриваемой, в данном диссертационном исследовании, задаче влияние на напряженнодеформированное состояние оказывают не только нелинейность рассматриваемых материалов и их разносопротивляемость, но и агрессивная эксплуатационная среда. Таким образом, данная глава посвящена рассмотрению возможных вариантов нелинейных потенциальных соотношений между деформациями и напряжениями, предложенных указанными авторами в разные годы. Рассматривается экспериментальное определение констант потенциала деформаций, описывается построение функций деградации конструкционных материалов.

2.1 Пространства нормированных напряжений для материалов, механические характеристики которых зависят от вида напряженного состояния

В предложенных Н.М. Матченко и А.А Трещевым [114, 204, 205] нормированных пространствах при постулировании физических зависимостей характеристиками этих пространств заменяются различные группы инвариантов тензоров напряжений. Итак, рассмотрим подробнее данные пространства.

<u>Пространство №1.</u> В работах [114, 204, 205] авторы рассматривают трехмерное пространство главных напряжений, при этом напряженное состояние задается в виде вектора полного напряжения *S* (рисунок 2.1).



Тогда рассматриваемый вектор будет однозначно определен, если будут известны его модуль и направляющие косинусы. Используя главные напряжения σ_k , получим:

$$S = \sqrt{\sigma_k \sigma_k}; \quad \alpha_k = \cos \theta_k = \sigma_k / S \quad (2.1)$$

где $k = 1, 2, 3; \alpha_k$ - направляющие косинусы вектора S.

Авторы [114, 204, 205] предлагают рассматривать модуль вектора *S* как норму векторного пространства главных напряжений, при этом его направляющие косинусы α_k получают смысл главных нормированных напряжений, т.е. $|\alpha_k| \leq 1$. Так как нормированные напряжения связаны условием нормировки:

$$\alpha_{k}\alpha_{k} = 1, \qquad (2.2)$$

то они не могут быть произвольными.

При таком выборе параметров, характеризующих напряженное состояние материала, норма пространства *S* исполняет функцию количественной характеристики, а главные нормированные напряжения – функции качественных характеристик.

С учетом вышесказанного, система инвариантов для главных нормированных напряжений принимает вид:

 $I_{\alpha} = \alpha_k = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3; \quad II_{\alpha} = \alpha_k \alpha_k = 1; \quad III_{\alpha} = \alpha_k \alpha_k \alpha_k. \quad (2.3)$

Следовательно, при рассмотрении напряженного состояния в точке, переход от фактически главных напряжений к нормирован-

ным осуществляется достаточно просто. В этом случае напряженное состояние однозначно определится тремя инвариантами нормированного пространства: I_{α} , III_{α} , S [114, 204, 205].

С целью перехода от главных осей к произвольной ортогональной системе координат по аналогии предлагается ввести инвариантный вектор напряжения в пространстве компонентов тензора напряжений. При этом модуль данного вектора будет иметь вид:

$$S = \sqrt{\sigma_{ij}\sigma_{ij}} , \qquad (2.4)$$

где σ_{ij} - компоненты тензора напряжений, которые будут равны проекции вектора *S* на координатные оси с учетом соответствующих площадок. Тогда направляющие косинусы этого вектора определяются следующим образом:

$$\alpha_{ii} = \sigma_{ii} / S. \tag{2.5}$$

Следовательно, напряженное состояние в точке можно характеризовать модулем вектора S (2.4) и его направляющими косинусами α_{ii} (2.5).

С учетом вышесказанного, в произвольной системе координат совокупность параметров α_{ij} можно рассматривать как тензор нормированных напряжений с нормой пространства *S* (2.4). По аналогии с главным нормированным пространством в произвольной системе координат условие нормировки примет вид:

$$\alpha_{ij}\alpha_{ij} = 1. \tag{2.6}$$

В большинстве случаев рассмотренные пространства нормированных напряжений выгоднее заменить на пространство, норма которого связана с октаэдрической площадкой.

<u>Нормированное пространство №2.</u> В работах [114, 204, 205] введен вектор полного напряжения на октаэдрической площадке *S*₀, модуль которого определяется как:

$$-50 - S_{0} = \sqrt{\sigma^{2} + \tau^{2}}, \qquad (2.7)$$

где $\sigma = \delta_{ij}\sigma_{ij} / 3$; $\tau = \sqrt{S_{ij}S_{ij} / 3}$; $S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma$; δ_{ij} - символы Кронекера.

При этом вектор полного напряжения S_0 на октаэдрической площадке задается углами ψ , который образует вектор S_0 с нормалью к этой площадке и углом φ – фазой напряжений (рисунок 2.2).

Однако, удобнее углы ψ и φ представить как их гармониче-



 $\xi = Cos\psi = \sigma / S_0;$ $\eta = Sin\psi = \tau / S_0;$

$$Cos3\varphi = \sqrt{2}det S_{ij} / \tau^3, \qquad (2.8)$$

где по аналогии с первым нормированным пространством модуль S_0 определяет норму второго пространства напряжений, а гармонические функции $\xi = Cos\psi$ и $\eta = Sin\psi$ трактуются как

нормированные нормальные и касательные напряжения на октаэдрической площадке. Тогда условие нормировки будет иметь вид:

$$\xi^2 + \eta^2 = 1.$$
 (2.9)

С учетом того, что существуют известные зависимости между главными и октаэдрическими напряжениями:

$$\sigma_k = \sigma + \sqrt{2\tau} \cos\varphi_k, \quad \sigma_k \sigma_k = 3 \sigma^2 + \tau^2 , \qquad (2.10)$$

получаем однозначную связь параметров рассмотренного 2-го пространства S_0 , ψ и φ с инвариантами 1-го – I_{α} , III_{α} , S:

$$S_{0} = S / \sqrt{3}; I_{\alpha} = \sqrt{3}\xi;$$

$$III_{\alpha} = 3\xi^{3} + 9\xi\eta^{2} + 1, 5\sqrt{2}\eta^{3}Cos3\varphi / \sqrt{3}, \qquad (2.11)$$



где $\varphi_1 = \varphi$; $\varphi_2 = \varphi + 2\Pi / 3$; $\varphi_3 = \varphi - 2\Pi / 3$.

Предложенные во втором нормированном пространстве нормированные напряжения ξ , η и фазовый инвариант *Cos3* φ имеют простой геометрический смысл. При этом большинство экспериментов по определению сложного напряженного состояния связаны с вычислением фазы напряжений φ . Таким образом, использование нормированного пространства, связанного с октаэдрической площадкой, при построении определяющих соотношений для изотропных разносопротивляющихся материалов наиболее выгодно.

2.2 Потенциальные соотношения между напряжениями и деформациями и их анализ

В рамках рассмотренных выше двух конфигураций пространств напряжений, предложенных Н.М. Матченко и А.А. Трещевым, в работах [11, 91, 117, 118, 190] приводится несколько вариантов построения потенциальных соотношений для физически нелинейных разносопротивляющихся материалов. При этом потенциал деформаций W рассматривается как сумма квазилинейной W_e и нелинейной W_p частей:

$$W = W_{p} + W_{p} . \qquad (2.12)$$

В первых работах предлагалось в рамках нормированного пространства №1 квазилинейную и нелинейную части описывать одинаково, а физическую нелинейность материала учитывать введением показателя степени *n*:

$$W_e = \Phi_e(I_\alpha, III_\alpha)S^2; \quad W_p = \left[\Phi_p(I_\alpha, III_\alpha)S^2\right]^n, \quad (2.13)$$

где *n* -положительное число, в том числе дробное, Φ_e ; Φ_p функции, определяемые с помощью полиномиальных разложений по степеням качественных характеристик напряженного состояния включительно до 3-й степени. В своих работах [11, 91, 117, 118, 190] авторы, пренебрегая одновременным влиянием на механические характеристики трех нормированных напряжений $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$, приходят к потенциалу деформаций в виде W_1^* :

$$W_{1}^{*} = (A_{1} + B_{1}\alpha_{1})\sigma_{1}^{2} + (A_{1} + B_{1}\alpha_{2})\sigma_{2}^{2} + (A_{1} + B_{1}\alpha_{3})\sigma_{3}^{2} + \\ + [C_{1} + D_{1}(\alpha_{1} + \alpha_{2})]\sigma_{1}\sigma_{2} + [C_{1} + D_{1}(\alpha_{2} + \alpha_{3})]\sigma_{2}\sigma_{3} + \\ + [C_{1} + D_{1}(\alpha_{1} + \alpha_{3})]\sigma_{1}\sigma_{3} + \{ (A_{2} + B_{2}\alpha_{1})\sigma_{1}^{2} + (A_{2} + B_{2}\alpha_{2})\sigma_{2}^{2} + , \qquad (2.14) \\ + (A_{2} + B_{2}\alpha_{3})\sigma_{3}^{2} + [C_{2} + D_{2}(\alpha_{1} + \alpha_{2})]\sigma_{1}\sigma_{2} + \\ + [C_{2} + D_{2}(\alpha_{2} + \alpha_{3})]\sigma_{2}\sigma_{3} + [C_{2} + D_{2}(\alpha_{1} + \alpha_{3})]\sigma_{1}\sigma_{3} \}^{n}$$

где n -положительное число, в том числе дробное, A_1 , B_1 , C_1 , D_1 , A_2 , B_2 , C_2 , D_2 - константы потенциала, соответственно квазилинейной и нелинейной частей.

При рассмотрении нормированного пространства №2 квазилинейная и нелинейная части потенциала (2.12) получены в виде:

$$W_e = F_e(\psi, \varphi) S_0^2; \quad W_p = \left[F_p(\psi, \varphi) S_0^2 \right]^n, \qquad (2.15)$$

Используя уравнения связи между нормированными пространствами, потенциал деформаций приводят к виду:

$$W_{1} = A_{e} + B_{e}\xi \ \sigma^{2} + C_{e} + D_{e}\xi + E_{e}\eta Cos3\varphi \ \tau^{2} + \left[A_{p} + B_{p}\xi \ \sigma^{2} + C_{p} + D_{p}\xi + E_{p}\eta Cos3\varphi \ \tau^{2} \right]^{n}$$
(2.16)

где A_e , B_e , C_e , D_e , A_p , B_p , C_p , D_p - константы потенциала соответственно квазилинейной и нелинейной частей.

При этом связь констант потенциала W_1^{\star} и W_1 описывается выражениями:

$$A_{e} = 3(A_{1} + C_{1}); C_{e} = 3(A_{1} - C_{1} / 2); B_{e} = \sqrt{3}(B_{1} + 2D_{1});$$

$$D_{e} = \sqrt{27}B_{1}; E_{e} = \sqrt{1,5}(B_{1} - D_{1}); A_{p} = 3(A_{2} + C_{2});$$

$$C_{p} = 3(A_{2} - C_{2} / 2); B_{p} = 3(B_{2} + 2D_{2}); D_{p} = \sqrt{27}B_{2};$$

$$E_{p} = \sqrt{1,5}(B_{2} - D_{2}).$$
(2.17)

Зависимости между деформациями и напряжениями получены путем применения формул Кастильяно к потенциалу W_1 и имеют вид:

$$e_{k} = \frac{\partial W_{1}}{\partial \sigma_{k}}; \quad \gamma_{ij} = \frac{\partial W_{1}}{\partial \tau_{ij}}; \quad (i, j, k = 1, 2, 3). \quad (2.18)$$

Дифференцируя (2.16) с учетом формул (2.18) получено выражение вида:

$$e_{ij} = 2C_e \sigma_{ij} / 3 + 2 A_e - C_e \sigma \delta_{ij} / 3 + T_{ij}, \qquad (2.19)$$

где T_{ij} - нелинейная составляющая уравнений состояния.

При этом T_{ij} рассматривается подобно выражению (2.12) как сумма двух слагаемых:

$$T_{ij} = T_{ij}^{e} + T_{ij}^{p}$$
 , (2.20)

где T_{ij}^e – параметр, учитывающий чувствительность механических свойств материала к виду напряженного состояния на квазилинейном этапе деформирования, а T_{ij}^p позволяет учесть явление разносопротивляемости конструкционного материала и нелинейность экспериментальных диаграмм деформирования.

Сами слагаемые
$$T_{ij}^{e}$$
 и T_{ij}^{p} определяются соответственно по
формулам (2.21) и (2.22):
 $T_{ij}^{e} = 2\tau_{ij} D_e \xi + E_e \eta \cos 3\varphi / 3 + \{ (B_e \sigma^2 + + D_e \tau^2)\xi_{r_{ij}} + E_e \tau^2 [\eta(\cos 3\varphi) , \sigma_{kk} + \eta, \sigma_{kk} \cos 3\varphi] \} / 2$, при $i \neq j$ (2.21)
 $T_{ij}^{p} = n[(A_p + B_p \xi)\sigma^2 + (C_p + D_p \xi + + E_p \eta \cos 3\varphi)\tau^2]^{n-1} 2\tau_{ij}(C_p + D_p \xi + + E_p \eta \cos 3\varphi) / 3 + [(B_p \sigma^2 + D_p \tau^2)\xi_{r_{ij}} + ,$ при $i \neq j$ (2.22)
 $+ E_p \tau^2 (\eta(\cos 3\varphi) , \tau_{ij} + \eta, \tau_{ij} \cos 3\varphi)] / 2$
пде $\xi_{r_{ij}} = -2\xi \eta^2 S_{ij} / 3\tau^2$ при $i \neq j; \eta_{r_{ij}} = 2\xi^3 S_{ij} / 3\sigma\tau$ при $i \neq j;$

 $\begin{aligned} \cos 3\varphi \ \mathbf{r}_{\sigma_{ii}} &= \sqrt{2} \left[\begin{array}{c} \sigma_{kk} - \sigma & \sigma_{jj} - \sigma_{ii} + \sigma_{jj} - \sigma & \sigma_{kk} - \sigma_{ii} + \tau_{ij}^2 + \\ + \tau_{ik}^2 - 2\tau_{jk}^2 \right] / 3\tau^3 - \cos 3\varphi \ \sigma_{ii} - \sigma / \tau^2 ; \\ \cos 3\varphi \ \mathbf{r}_{ij} &= 2\sqrt{2} \left[\tau_{ik}\tau_{jk} - \tau_{ij} \ \sigma_{kk} - \sigma \right] / \tau^3 - 2\cos 3\varphi \ \tau_{ij} / \tau^2. \end{aligned}$

Применение выражения (2.19) при решении краевых задач усложняется тензерно-нелинейным видом самого соотношения, в работах [91, 204, 205] авторы пытаются упростить потенциал деформаций (2.16) и рассматривают две его более частные формы:

$$W_{2} = A_{e} + B_{e}\xi \ \sigma^{2} + C_{e} + D_{e}\xi + E_{e}\eta \ \tau^{2} + \left[A_{p} + B_{p}\xi \ \sigma^{2} + C_{p} + D_{p}\xi + E_{p}\eta \ \tau^{2} \right]^{n}$$
(2.23)

$$W_{3} = A_{e}\sigma^{2} + C_{e}\tau^{2} + \left[C_{p} + D_{p}\xi + E_{p}\eta \tau^{2}\right]^{n}, \qquad (2.24)$$

Подробнее рассмотрим построение потенциалов W_2 и W_3 . В работе [91] анализируя зависимости фазовой характеристики $tg\omega$ от фазовых инвариантов $Cos3\varphi$ для нелинейно разносопротивляющихся материалов, авторы пришли к выводу, что потенциал (2.16) возможно упростить за счет исключения из физических зависимостей параметра, содержащего фазовые инварианты. Таким образом, при условии равенства нулю разности фаз напряженного и деформированного состояния ω , потенциал W_2 рассматривается как сумма квазилинейной и нелинейной частей без фазового инварианта [91].

Потенциал (2.23) наиболее применим к материалам, для которых начальный линейный участок на диаграммах деформирования пренебрежимо мал, а расхождение диаграмм наблюдается при малых значениях напряжений. Экспериментальные исследования показали, что к подобным материалам относятся тяжелые бетоны [2] и некоторые графиты (ВПП и АРВ) [34, 35]. Примеры диаграмм деформирования подобных материалов приведены на рисунках 2.3-2.5.

Приведенные экспериментальные исследования для бетонов R⁻=28,4 МПа и R⁻=37 МПа проводились под руководством А.А. Гвоздева в лаборатории НИИЖЕ [2] и были перестроены в осях универсальных инвариантов [114]. На рисунке 2.3 кривые 1 – диаграммы, полученные при одноосном растяжении; 2 – при одноосном сжатии; 3 – при чистом сдвиге; 4 – при соотношении главных напряжений $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 =$ = -1: -1: 0; 5 – при соотношении главных напряжений σ_1 : : $\sigma_2 : \sigma_3 = -1: -0, 52: -0, 06; 6 – при соотношении главных на-$

: σ_2 : $\sigma_3 = -1$: -0, 52 : -0, 06; 6 - при соотношении главных напряжений σ_1 : σ_2 : $\sigma_3 = -1$: -1 : -0,016; 7 - при соотношении главных напряжений σ_1 : σ_2 : $\sigma_3 = -1$: -0,1 : -1. На рисунке 2.4 приведено семейство диаграмм деформирования для тяжелого бетона R⁻=37 МПа, где 1 - диаграммы, полученные при одноосном сжатии; 2 - 9 - при двухосном и трехосном сжатиях при следующих соотношениях главных напряжений:

 $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = -1 : -0,08 : -0,08;$

 $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = -1 : -0, 43 : -0, 08; \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = -1 : -1 : 0;$

$$\begin{split} \sigma_1 &: \sigma_2 :: \sigma_3 = -1 :: -0, 12 :: -0, 03; \sigma_1 :: \sigma_2 :: \sigma_3 = -1 :: -0, 03 :: -0, 03; \\ \sigma_1 &: \sigma_2 :: \sigma_3 = -1 :: -0, 5 :: -0, 07; \qquad \sigma_1 :: \sigma_2 :: \sigma_3 = -1 :: -0, 3 :: -0, 08; \\ \sigma_1 &: \sigma_2 :: \sigma_3 = -1 :: -0, 15 :: -0, 09. \end{split}$$





при пропорциональном нагружении.

 $1 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = +1 : 0 : 0; 2 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = -1 : 0 : 0;$ $3 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = -1 : +1 : 0; 4 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = -1 : -1 : 0;$ $5 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = -1 : -0, 52 : -0, 06;$

6 - σ_1 : σ_2 : σ_3 = -1 : -1 : 0, 016; 7 - σ_1 : σ_2 : σ_3 = -1 : -0, 1 : -0, 1





пропорциональном нагружении.

$$1 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : 0 : 0; 2 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0, 08 : -0, 08;$$

$$3 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0, 43 : -0, 08;$$

$$4 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -1 : 0;$$

$$5 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0, 12 : -0, 03;$$

$$6 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0, 03 : -0, 03;$$

$$7 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0, 5 : -0, 07;$$

$$8 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0, 3 : -0, 08;$$

$$9 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0, 15 : -0, 09$$

На рисунке 2.5 приведены диаграммы деформирования, полученные при экспериментальном исследовании графитов ВПП (рис. 2.5a) и АРВ (рис.2.5б) [34, 35].



Рисунок 2.5. Диаграммы деформирования конструкционных графитов: а – графит ВПП; б – графит АРВ, где 1 – одноосное сжатие; 2 – одноосное растяжение; 3- чис-

тый сдвиг; 4, 5 - плоские напряженные состояния при соотно-

шении главных растягивающих напряжений

 $(\sigma_3 = 0) : \sigma_1 : \sigma_2 = 1 : 0,325$ и $\sigma_1 : \sigma_2 = 1 : 1.$

Но имеется ряд экспериментальных исследований, показывающих, что существуют материалы, у которых зависимость деформационных характеристик материала от вида нагружения в большинстве случаев проявляется при значительных напряжениях и нелинейной деформации, примером таких материалов могут быть чугун СЧ15-32 [106, 115] и среднеуглеродистая сталь, конструкции из которой эксплуатируются при низких температурах [115]. Для подобных материалов в работах Д.Г. Ковалева и А.А. Трещева [91, 114] предлагается использовать потенциал вида (2.24), в котором первая его часть выражена через константы, определяемые модулем упругости и коэффициентом Пуассона. Сами экспериментальные диаграммы, полученные в работах [106, 115] приведены на рисунках 2.6 и 2.7.

На рисунке 2.6а показаны экспериментальные зависимости между главными напряжениями и деформациями трубчатых образцов, полученные при пропорциональном нагружении осевой силой и крутящим моментом, на рисунке 2.6б – зависимости коэффициентов поперечной деформации от уровня осевых деформаций. На приведенных графиках кривая 1 получена при испытании на одноосное растяжение; кривые 2 и 2'- при чистом кручении (соответственно деформации удлинения и укорочения); кривые 3, 4, 5 – при пропорциональных нагружениях с отношением главных напряжений $\sigma_3 : \sigma_1$ равном соответственно -2, -4,9, -9,8; кривая 6 получена при испытании на одноосное сжатие.



Рисунок 2.6. Диаграммы деформирования чугуна СЧ15-32

На рисунке 2.7 приведено семейство диаграмм деформирования, полученных при испытании трубчатых образцов из среднеуглеродистой стали при пропорциональном нагружении осевой силой и внутренним давлением при температуре -150°C [136, 176, 204, 205]. На приведенных графиках кривая 1 получена при испытании на одноосное растяжение; 2 – при одноосном сжатии; 3 – при чистом сдвиге; 4, 5 – при двухосном растяжении при σ / σ_i равном соответственно 0,577 и 0,667.



Рисунок 2.7. Диаграммы деформирования трубчатых образцов из среднеуглеродистой стали при низкой температуре

В работе [114] показано, что независимо от вида потенциала деформирования, связи между деформациями и напряжениями будет описываться выражением (2.19). При этом нелинейная составляющая уравнений состояния T_{ij} определяется так же, как сумма параметров, учитывающих чувствительность механических свойств материала к виду напряженного состояния на квазилинейном этапе деформирования – T_{ij}^e и параметра, учитывающего явление разносопротивляемости конструкционного материала и нелинейность экспериментальных диаграмм деформирования – T_{ij}^p , однако сами параметры для потенциалов W_2 и W_3 соответственно имеют следующий вид:

$$\begin{split} T_{ij}^{e} &= \sigma_{ij} \left[-B_{e}\xi^{3} + D_{e}\xi \ 1 + \xi^{2} \ + E_{e}\eta \ 2 + \xi^{2} \ \right] / \ 3 + \\ &+ \sigma \delta_{ij} \left[3B_{e}\xi - D_{e}\xi \ 1 + \xi^{2} \ - 3E_{e}\eta \right] / \ 3 + \tau \delta_{ij}D_{e}\eta^{3} / \ 3 ; \\ T_{ij}^{p} &= n \left[A_{p} \ + B_{p}\xi \ \sigma^{2} + C_{p} \ + D_{p}\xi + E_{p}\eta \ \tau^{2} \right]^{n-1} \times \\ &\times \sigma_{ij} \left[2C_{p} \ - B_{p}\xi^{3} + D_{p}\xi \ 1 + \xi^{2} \ + E_{p}\eta \ 2 + \xi^{2} \ \right] / \ 3 + \\ &+ \sigma \delta_{ij} \left[2 \ A_{p} \ - C_{p} \ + 3B_{p}\xi \ - D_{p}\xi \ 1 + \xi^{2} \ - 3E_{p}\eta \right] / \ 3 + \tau \delta_{ij}D_{p}\eta^{3} / \ 3 ; \\ T_{ij}^{e} &= 0; \end{split}$$

$$T_{ij}^{p} = n \left[C_{p} + D_{p}\xi + E_{p}\eta \tau^{2} \right]^{n-1} \times \\ \times \sigma_{ij} \left[2C_{p} + D_{p}\xi 1 + \xi^{2} + E_{p}\eta 2 + \xi^{2} \right] / 3 + \\ + \sigma \delta_{ij} \left[-2C_{p} - D_{p}\xi 1 + \xi^{2} - 3E_{p}\eta \right] / 3 + \tau \delta_{ij}D_{p}\eta^{3} / 3$$

Предложенные потенциалы деформаций (2.16), (2.23), (2.24), а так же нелинейные функции (2.20) прошли глубокие исследования в работах [204, 205], в ходе которых было установлено, что из-за характера нелинейных функций (2.20) невозможно непосредственно перейти от соотношений связи деформаций и напряжений (2.19) к обратным уравнениям относительно напряжений, для чего в работе [204] из выражения (2.19) были получены зависимости вида:

$$\sigma_{ij} = 2G(e_{ij} - T_{ij}) + 3\lambda(e - T)\delta_{ij},$$
 (2.25)
где $2G = \frac{3}{2C_e}; \quad \lambda = \frac{C_e - A_e}{2A_eC_e}; \quad 3T = T_{ij}\delta_{ij}; \quad 3e = e_{ij}\delta_{ij}.$

2.3 Механические константы потенциала деформаций

Для обеспечения надежности проектируемых конструкций необходимо обеспечить достаточную достоверность и точность расчета, для чего требуется адекватно представить предлагаемые определяющие соотношения в зависимости от конкретных используемых разносопротивляющихся материалов. Данная задача решается путем определения констант рассматриваемого потенциала деформаций на основе имеющихся экспериментальных исследований.

Количество экспериментов должно быть минимальным, и они должны быть легко реализуемы в лабораторных условиях, при этом наибольший интерес вызывают эксперименты, проводимые при одноосных сжатиях, растяжениях и простом сдвиге. Проверку адекватности определяющих соотношений для конкретных материалов предлагается проводить путём сравнения экспериментальных диаграмм деформирования при сложных видах напряжённого состояния с теоретически рассчитанными при использовании полученных констант.

При рассмотрении частных напряженных состояний константы потенциалов в монографии [204] предлагается использовать экспериментальное и теоретическое представление зависимостей между главными напряжениями и деформациями, которое описывается выражениями вида:

$$e_k = P_k S + T_k S^m \text{ при } (k = 1, 2, 3), \qquad (2.26)$$

где m = 2n - 1; S – модуль вектора полного напряжения; P_k , T_k – коэффициенты, определяемые через константы потенциала.

Используя при обработке экспериментальных диаграмм деформирования метод наименьших квадратов в работе [240] получены следующие выражения для определения коэффициентов *P_k*, *T_k*:

$$P_{k} = \left[\sum e_{k}S \sum S^{2m} - \sum e_{k}S^{m} \sum S^{m+1} \right] / \Delta_{k} ;$$

$$T_{k} = \left[\sum e_{k}S^{m} \sum S^{2} - \sum e_{k}S \sum S^{m+1} \right] / \Delta_{k} ,$$
(2.27)

где $\sum e_k S^m = \sum_{i=1}^r e_{ki} S_i^m$; *i* – текущая точка на диаграмме; *r* – число точек, выбранных для расчета $\Delta_k = \sum S^2 \times \sum S^{2m}$ – $-\sum S^{m+1}^2$.

В монографии [204] константы потенциала деформаций (2.16), построенного во втором нормированном пространстве, предложено определять используя форму (2.14), построенную в первом нормированном пространстве, при использовании четырех кривых из экспериментальных диаграмм деформирования для одноосного растяжения ($\sigma_1 = S; \sigma_2 = \sigma_3 = 0$) и одноосного сжатия ($\sigma_1 = -S; \sigma_2 = \sigma_3 = 0$) получены следующие выражения для определения констант потенциала:

$$\begin{aligned} A_{1} &= P_{1}^{+} - P_{1}^{-} / 4; \\ B_{1} &= P_{1}^{+} + P_{1}^{-} / 4; \\ C_{1} &= P_{2}^{+} - P_{2}^{-} / 2; \\ D_{1} &= P_{2}^{+} + P_{2}^{-} / 2; \\ A_{2} &= \left[T_{1}^{+} / 2n^{1/n} + -T_{1}^{-} / 2n^{1/n} \right] / 2; \\ B_{2} &= \left[T_{1}^{+} / 2n^{1/n} - -T_{1}^{-} / 2n^{1/n} \right] / 2; \\ C_{2} &= \left[T_{2}^{+} / T_{1}^{+} / 2n^{n-1/n} - T_{2}^{-} / -T_{1}^{-} / 2n^{n-1/n} \right] / 2n; \\ D_{2} &= \left[T_{2}^{+} / T_{1}^{+} / 2n^{n-1/n} + T_{2}^{-} / -T_{1}^{-} / 2n^{n-1/n} \right] / 2n, \end{aligned}$$

где P_k^+ , T_k^+ , P_k^+ , T_k^+ - константы, вычисленные соответственно по диаграммам одноосных растяжения и сжатия.

Аналогично определяются константы и для «упрощенных» потенциалов W_2 и W_3 соответственно:

$$\begin{split} A_{e} &= \frac{9}{4} \ P_{1}^{+} + P_{1}^{-} - 2C_{e} - \frac{2\sqrt{6}}{3} \ E_{e}; \\ B_{e} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \ 9P_{2}^{+} - 2A_{e} + 2C_{e} + \sqrt{6}E_{e} \ ; \\ C_{e} &= \frac{9}{4\sqrt{6}} \ P^{sh} - E_{e}; \\ D_{e} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{9}{2} \ P_{1}^{+} - A_{e} - \frac{1}{\sqrt{3}} \ B_{e} - 2C_{e} - \frac{2\sqrt{6}}{3} \ E_{e} \right); \\ E_{e} &= \frac{27}{14\sqrt{6} - 36} \left(P_{1}^{+} + P_{1}^{-} - P_{2}^{+} - P_{2}^{-} - \frac{3}{\sqrt{6}} \ P^{sh} \right); \\ A_{p} &= \frac{9}{2} \left[\left(\frac{T_{1}^{+}}{2n} \right)^{1/n} + \left(\frac{T_{1}^{-}}{2n} \right)^{1/n} \right] - 2C_{p} - \frac{2\sqrt{6}}{3} \ E_{p}; \\ B_{p} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[18 \ \frac{T_{2}^{+}}{T_{1}^{+}} \left(\frac{T_{1}^{+}}{2n} \right)^{1/n} - 2A_{p} + 2C_{p} + \sqrt{6}E_{p} \right]; \\ C_{p} &= \left(\frac{3T^{sh}}{4n} \right)^{1/n} \left(\frac{3}{\sqrt{6}} \right)^{2-1/n} - E_{p}; \\ D_{p} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \left[9 \left(\frac{T_{1}^{+}}{2n} \right)^{1/n} - A_{p} - \frac{1}{\sqrt{3}} \ B_{p} - 2C_{p} - \frac{2\sqrt{6}}{3} \ E_{p} \right]; \\ E_{p} &= \frac{9}{7\sqrt{6} - 18} \left\{ 3 \left[\left(\frac{T_{1}^{+}}{2n} \right)^{1/n} \left(1 - \frac{T_{2}^{+}}{T_{1}^{+}} \right) + \left(\frac{T_{1}^{-}}{2n} \right)^{1/n} \left(1 - \frac{T_{2}^{-}}{T_{1}^{-}} \right) \right] - 2\left(\frac{3T^{sh}}{4n} \right)^{1/n} \left(\frac{3}{\sqrt{6}} \right)^{2-1/n} \right\}; \\ A_{e} &= 3 \ P_{1}^{-} + 2P_{2}^{-} \ / 2; \\ C_{p} &= 3 \ P_{1}^{-} - P_{2}^{-} \ / 2; \end{split}$$

$$C_{p} = \left(\frac{3T^{sh}}{4n}\right)^{1/n} \left(\frac{3}{\sqrt{6}}\right)^{2-1/n} - E_{p};$$

$$D_{p} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[9 \left(\frac{T_{1}^{+}}{2n} \right)^{1/n} - 2C_{p} - \frac{2\sqrt{6}}{3} E_{p} \right];$$
$$E_{p} = \frac{3}{2\sqrt{6} - 6} \left[4, 5 \left(\frac{T_{1}^{+}}{2n} \right)^{1/n} + 4, 5 \left(\frac{T_{1}^{-}}{2n} \right)^{1/n} - 2 \left(\frac{3T^{sh}}{4n} \right)^{1/n} \left(\frac{3}{\sqrt{6}} \right)^{2-1/n} \right], \text{ гл.}$$

е *P^{sh}*, *T^{sh}* - константы, вычисленные по диаграммам, соответствующим чистому сдвигу.

Процесс вычисления констант потенциалов можно описать следующим алгоритмом [204]:

1. С учетом условия минимума погрешности аппроксимации экспериментальных кривых определяется оптимальный показатель степени *m*. Оценка точности аппроксимации при этом определяется как отношение среднеквадратичного отклонения погрешности аппроксимации экспериментальных деформаций к среднему уровню этих деформаций и имеет вид:

$$\delta = \frac{\sqrt{\sum \Delta \overline{e}_{k} - \Delta e_{k}^{2}/r - 1}}{\sum e_{k}/r}, \qquad (2.28)$$

где $\Delta e_k = e_k - P_k S - T_k S^m$; $\Delta \overline{e}_k = \sum \Delta e_k / r$.

2. Для выбранных «эталонных» кривых устанавливаются первоначальные границы разброса, не превышающие \pm 15 % от «эталонного» значения, а также принимается число вариантов кривых в интервале разброса каждой эталонной кривой z. При этом общее число вариантов кривых составит z^4 для потенциала W_1 и z^5 для потенциалов W_2 и W_3 .

3. Согласно (2.27) определяются коэффициенты P_k , T_k , с использованием которых вычисляются константы потенциала для каждого из вариантов расширенного спектра «эталонных» кривых.

4. Производится «фильтрация» вычисленных констант, в ходе которой исключаются константы, использование которых

приводит к отрицательным значениям функций (2.29) для квазилинейной и нелинейной составляющих потенциала (2.16): Sign $W_e = Sign[(A_e + B_e\xi)\sigma^2 + (C_e + D_e\xi + E_e\eta Cos3\varphi)\tau^2];$ Sign $W_p = Sign[(A_p + B_p\xi)\sigma^2 + (C_p + D_p\xi + E_p\eta Cos3\varphi)\tau^2]$. (2.29)

Появление отрицательных значений функций Sign W_{p} и Sign W_{p} фиксируются в процессе перебора с помощью ЭВМ угла φ в пределах от 0 до $\frac{\Pi}{3}$ и ψ – от 0 до Π .

Функции, используемые при «фильтрации» констант потенциалов (2.23) и (2.24) строятся аналогично функциям (2.29).

5. Рассчитываются теоретические диаграммы деформирования для сложных видов напряженного состояния.

6. Выделяется вариант «эталонных» кривых, отвечающий требованию минимума суммарной оценки точности, выполняется первая итерация, после чего данный набор кривых принимается за исходный, но с уменьшенными вдвое границами разброса.

7. Процесс вычисления констант повторяется до момента, когда суммарные оценки точности (2.28) перестанут уменьшаться, полученные при этом константы потенциала принимаются как окончательные. Параллельно с вычислением констант проводится проверка устойчивости потенциала в малом.

Устойчивость потенциала (2.16) проверяется по методике, описанной в монографии [204], где рассматривается постулат Ильюшина-Друккера, которые применительно к предложенным потенциальным соотношениям имеет вид [204, 205]:

$$\delta\sigma_{ij}\delta e_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial\sigma_{km}\partial\sigma_{ij}} \,\delta\sigma_{km}\delta\sigma_{ij} \geq 0.$$
(2.30)

Коэффициенты квадратичной формы C_{ij} определяются следующим образом:

$$\begin{split} C_{11} &= \frac{\partial^2 W_1}{\partial S_0^2} = 2B_e \xi^3 + 2B_e \xi \eta^2 + 2E_e \eta^3 Cos 3\varphi + 2A_e \xi^2 + 2C_e \eta^2 + \\ &+ n[(A_p + B_p \xi)\sigma^2 + (C_p + D_p \xi + E_p \eta Cos 3\varphi)\tau^2]^{(n-1)}(2A_p \xi^2 + 2C_p \eta^2 + \\ &+ 2B_p \xi^3 + 2D_p \xi \eta^2 + 2E_p \eta^3 Cos 3\varphi) + 4S_0^2 n(n-1) [(A_p + B_p \xi)\sigma^2 + \\ &+ (C_p + D_p \xi + E_p \eta Cos 3\varphi)\tau^2]^{(n-2)} \times (B_p \xi^3 + D_p \xi \eta^2 + A_p \xi^2 + C_p \eta^2 + \\ &+ E_p \eta^3 Cos 3\varphi)^2; \\ C_{12} &= \frac{\partial^2 W_1}{\partial S_0 \partial \psi} - \frac{1}{S_0} \cdot \frac{\partial W_1}{\partial \psi} = S_0 [2(C_e - A_e)\xi \eta - 3B_e \xi^2 \eta - D_e \eta (\eta^2 - 2\xi^2) + \\ &+ 3E_e \xi \eta^2 Cos 3\varphi + 2S_0^3 n(n-1) [(A_p + B_p \xi)\sigma^2 + C_p + D_p \xi + E_p \eta Cos 3\varphi) \times \\ &\times \tau^2]^{(n-2)} (B_p \xi^3 + D_p \xi \eta^2 + A_p \xi^2 + C_p \eta^2 + E_p \eta^3 Cos 3\varphi) \times [2(C_p - A_p)\xi \eta - Q_p (\eta^2 - Q_p))] \end{split}$$

 $\begin{aligned} -3B_{p}\xi^{2}\eta - D_{p}\eta \times (\eta^{2} - 2\xi^{2}) + 3E_{p}\xi\eta^{2}Cos3\varphi] + S_{0}n[(A_{p} + B_{p}\xi)\sigma^{2} + (C_{p} + D_{p}\xi + E_{p}\eta Cos3\varphi)\tau^{2}]^{(n-1)} \times [2(C_{p} - A_{p})\xi\eta - 3B_{p}\xi^{2}\eta - D_{p}\eta(\eta^{2} - 2\xi^{2}) + 3E_{p}\xi\eta^{2}Cos3\varphi]; \end{aligned}$

$$\begin{split} C_{13} &= \frac{\partial^2 W_1}{\partial S_0 \partial \varphi} - \frac{1}{S_0} \cdot \frac{\partial W_1}{\partial \varphi} = -3S_0 E_e \eta^3 Sin3\varphi - 3S_0 n[(A_p + B_p \xi) \sigma^2 + \\ + (C_p + D_p \xi + E_p \eta Cos3\varphi) \tau^2]^{(n-1)} E_p \eta^3 Sin3\varphi - 6S_0^3 n(n-1) [(A_p + B_p \xi) \sigma^2 + (C_p + D_p \xi + E_p \eta Cos3\varphi) \times \tau^2]^{(n-2)} E_p \eta^3 Sin3\varphi (B_p \xi^3 + D_p \xi \eta^2 + \\ + A_p \xi^2 + C_p \eta^2 + E_p \eta^3 Cos3\varphi); \end{split}$$

$$\begin{split} C_{22} &= \frac{\partial^2 W_1}{\partial \psi^2} + S_0 \cdot \frac{\partial W_1}{\partial S_0} = S_0^2 [2(A_e - C_e) (\eta^2 - \xi^2) + 2(A_e \xi^2 + C_e \eta^2) + \\ &+ B_e \xi (2\eta^2 - \xi^2) + D_e \xi (2\xi^2 - 5\eta^2) + E_e \eta (6\xi^2 - \eta^2) Cos 3\varphi] + S_0^2 n (A_p + \\ &+ B_p \xi) \sigma^2 + (C_p + D_p \xi + E_p \eta Cos 3\varphi) \tau^2]^{(n-1)} [2(A_p - C_p) (\eta^2 - \xi^2) + \\ &+ 2(A_p \xi^2 + C_p \eta^2) + B_p \xi (2\eta^2 - \xi^2) + D_p \xi (2\xi^2 - 5\eta^2) + E_p \eta (6\xi^2 - \eta^2) \times \\ &\times Cos 3\varphi] + S_0^4 n (n - 1) [(A_p + B_p \xi) \sigma^2 + (C_p + D_p \xi + E_p \eta Cos 3\varphi) \times \\ &\times \tau^2]^{(n-2)} [2(C_p - A_p)\xi \eta - 3B_p \xi^2 \eta - D_p \eta (\eta^2 - 2\xi^2) + 3E_p \xi \eta^2 Cos 3\varphi]^2; \end{split}$$

$$\begin{split} C_{23} &= \frac{\partial^2 W_1}{\partial \psi \partial \varphi} - \frac{\xi}{\eta} \cdot \frac{\partial W_1}{\partial \varphi} = -6S_0^2 E_e \xi \eta^2 Sin3\varphi - 6S_0^2 n [(A_p + B_p \xi)\sigma^2 + \\ &+ (C_p + D_p \xi + E_p \eta Cos3\varphi)\tau^2]^{(n-1)} E_p \xi \eta^2 Sin3\varphi - 3S_0^4 n (n-1) \times [(A_p + B_p \xi)\sigma^2 + (C_p + D_p \xi + E_p \eta Cos3\varphi)]^{(n-2)} \times E_p \eta^3 Sin3\varphi [2(C_p - A_p)\xi\eta - \\ &- 3B_p \xi^2 \eta - D_p \eta (\eta^2 - 2\xi^2) + 3E_p \xi \eta^2 Cos3\varphi]; \\ C_{33} &= \frac{\partial^2 W_1}{\partial \varphi^2} + S_0 \eta^2 \cdot \frac{\partial W_1}{\partial S_0} + \xi \eta \frac{\partial W_1}{\partial \psi} = S_0^2 \eta^2 [2(C_e - A_e)\xi^2 + 2(A_e \xi^2 + \\ &+ C_e \eta^2) - B_e \xi^2 + D_e \xi (2\xi^2 + \eta^2) + E_e \eta (3\xi^2 + 2\eta^2 - 9)Cos3\varphi] + S_0^2 \eta^2 n \times \\ &\times [(A_p + B_p \xi)\sigma^2 + (C_p + D_p \xi + E_p \eta Cos3\varphi)\tau^2]^{(n-1)} [2(C_p - A_p)\xi^2 + 2(A_p \xi^2 + \\ &+ C_p \eta^2) - B_p \xi^2 + D_p \xi (2\xi^2 + \eta^2) + E_p \eta (3\xi^2 + 2\eta^2 - 9)Cos3\varphi] + S_0^4 n (n-1) [(A_p + B_p \xi)\sigma^2 + (C_p + D_p \xi + E_p \eta Cos3\varphi)\tau^2]^{(n-2)} (E_p \eta^3 Sin3\varphi)^2. \end{split}$$

Положительная определенность коэффициентов квадратичной формы обеспечивает выполнение условия (2.30) и подтверждает единственность решения.

В работе [204] построены диаграммы деформирования, описывающие упрогопластическое деформирование графитов APB и ВПП [34, 35], чугуна СЧ15-32 [115] и тяжелого бетона с пределом прочности на сжатие R⁻=28.4 МПа и R⁻=37.0 МПа [2], при этом константы потенциала деформаций определялись в соответствии с приведенным выше алгоритмом. Результаты проведенных исследований представлены на рисунках 2.8-2.10, где показаны экспериментальные диаграммы (сплошные линии) и их нелинейные аппроксимации для потенциалов деформаций (2.16), (2.23), (2.24), обозначенные соответственно штриховой (- --), штрихпунктирной (- · -) и штрихпунктирной с двумя точками(- ·· -)линиями. - 68 -



Рисунок 2.8 Диаграммы деформирования конструкционных графитов при пропорциональном нагружении и их нелинейные аппроксимации в координатах универсальных инвариантов: а -

графит ВПП; б – графит АРВ;

$$1 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = -1 : 0 : 0;$$

 $2 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 1 : 0 : 0;$
 $3 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = -1 : 1 : 0;$
 $4 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 1 : 0,325 : 0;$
 $5 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 1 : 1 : 0$



Рисунок 2.9 Диаграммы деформирования чугуна СЧ15-32 при пропорциональном нагружении и их нелинейные аппроксимации в координатах универсальных инвариантов:

 $1 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 1 : 0 : 0; 2 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 1 : -1 : 0;$ $3 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = -1 : 0, 5 : 0; 4 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = -1 : 0, 204 : 0;$ $5 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = -1 : 0, 102 : 0; 6 - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = -1 : 0 : 0$





и их нелинейные аппроксимации:

$$1 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = 1 : 0 : 0;$$

$$2 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : 0 : 0;$$

$$3 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : 1 : 0;$$

$$4 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -1 : 0;$$

$$5 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0, 52 : -0, 06;$$

$$6 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -1 : -0, 16;$$

$$7 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0, 1 : -0, 1$$



Рисунок 2.11 Диаграммы деформирования бетона R⁻=37,0 МПа при пропорциональном нагружении и их нелинейные аппроксимации:

$$1 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : 0 : 0;$$

$$2 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0,08 : -0,08;$$

$$3 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0,43 : -0,08;$$

$$4 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -1 : 0;$$

$$5 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0,12 : -0,03;$$

$$6 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0,03 : -0,03;$$

$$7 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0,5 : -0,07;$$

$$8 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0,3 : -0,08;$$

$$9 - \sigma_{1} : \sigma_{2} : \sigma_{3} = -1 : -0,15 : -0,09$$

Сравнение приведенных на рисунках 2.8-2.10 экспериментальных диаграмм деформирования с их нелинейными аппроксимациями показывает адекватный характер предложенных нелинейных аппроксимаций фактическим напряженно-деформированным состояниям рассмотренных материалов в широком диапазоне изменения нагрузки и при достаточно обширном наборе сочетаний главных напряжений [204].

Константы потенциала, рассчитанные согласно алгоритму, приведенного выше, сведены в таблице 2.1 [204].

Таблица 2.1

Потенциал		Материалы				
	Константы				Бетон	Бетон
	потенциала	Графит	Графит	Чугун	$R^{-} =$	$R^{-} =$
		APB	ВПП	СЧ 15-32	= 28.4	= 37.0
					МПа	МПа
1	2	3	4	5	6	7
W1 *	n	2,1	1,8	3,6	2,75	2,8
	А ₁ , МПа ⁻¹	6,083·10 ⁻⁵	4,927·10 ⁻³	7,842·10 ⁻⁶	3,148·10 ⁻⁵	2,341·10 ⁻⁵
	В ₁ , МПа ⁻¹	1,429·10 ⁻⁵	5,275·10 ⁻⁴	9,313·10 ⁻⁸	6,723·10 ⁻⁶	2,783·10 ⁻⁶
	С ₁ , МПа ⁻¹	-3,267·10 ⁻⁵	-2,387·10 ⁻³	-4,333·10 ⁻⁶	-9,705·10 ⁻⁶	-1,549·10 ⁻⁵
	D ₁ , МПа ⁻¹	1,015·10 ⁻⁵	7,650·10 ⁻⁵	1,461.10 ⁻⁶	-4,861·10 ⁻⁷	-7,794·10 ⁻⁶
	А ₂ , МПа ^{(1-2n)/n}	3,822.10 ⁻⁴	2,130·10 ⁻³	1,191.10 ⁻⁵	4,927.10 ⁻⁴	1,752·10 ⁻⁴
	B ₂ , MПа ^{(1-2n)/n}	1,625·10 ⁻⁴	3,920·10 ⁻⁴	7,073·10 ⁻⁶	3,865·10 ⁻⁴	8,120·10 ⁻⁵
	C ₂ , МПа ^{(1-2n)/n}	1,857.10 ⁻⁴	-1,022·10 ⁻³	-4,178·10 ⁻⁶	6,782·10 ⁻⁵	-1,056·10 ⁻⁴
	D ₂ , MПа ^{(1-2n)/n}	1,943·10 ⁻⁵	-4,881·10 ⁻⁵	2,761·10 ⁻⁶	2,712·10 ⁻⁴	1,490·10 ⁻⁵
W1	n	2,1	1,8	3,6	2,75	2,8
	А _е , МПа ⁻¹	8,448·10 ⁻⁵	7,620·10 ⁻³	1,053·10 ⁻⁵	6,533·10 ⁻⁵	2.376·10 ⁻⁵
	В _е , МПа ⁻¹	5,991·10 ⁻⁵	1,179·10 ⁻³	5,222·10 ⁻⁶	9,961·10 ⁻⁶	-2.218·10 ⁻⁵
	С _е , МПа ⁻¹	2,313·10 ⁻⁴	1,836.10 ⁻²	3,003·10 ⁻⁵	1,090.10 ⁻⁴	9.347·10 ⁻⁵
	D _e , МПа ⁻¹	7,425·10 ⁻⁵	2,741·10 ⁻³	4,839·10 ⁻⁷	3,493·10 ⁻⁵	1.446.10-5
	Е _е , МПа ⁻¹	5,070·10 ⁻⁶	5,524·10 ⁻⁴	-1,675·10 ⁻⁶	8,829·10 ⁻⁶	1.295·10 ⁻⁵
	А _р , МПа ^{(1-2n)/n}	1,704·10 ⁻³	3,325·10 ⁻³	2,320·10 ⁻⁵	1,682·10 ⁻³	2.088.10-4
	В _р , МПа ^{(1-2n)/n}	3,488·10 ⁻⁴	5,098·10 ⁻⁴	2,182·10 ⁻⁵	1,609·10 ⁻³	1.923·10 ⁻⁴
	С _р , МПа ^{(1-2n)/n}	8,681·10 ⁻⁴	7,923·10 ⁻³	4,200.10 ⁻⁵	1,376·10 ⁻³	6.840·10 ⁻⁴
	D _p , МПа ^{(1-2n)/n}	8,444.10 ⁻⁴	2,037·10 ⁻³	3,675·10 ⁻⁵	2,008·10 ⁻³	4.219·10 ⁻⁴
	Е _р , МПа ^{(1-2n)/n}	1,752.10-4	5,398·10 ⁻⁴	5,281·10 ⁻⁶	1,412.10-4	8.120·10 ⁻⁵

Исследования, проведенные в работах [204, 205] показали, что суммарная критериальная оценка погрешности аппроксимаций $\sum \delta$ для потенциала (2.16) значительно ниже, чем у других потенциалов, в частности для бетона с пределом прочности на сжатие $R^- = 28,4$ МПа [2] она составила – 2,12%.

Таким образом, в рамках данного диссертационного исследования будем использовать потенциал деформаций (2.16), который является более универсальным и применимым для расчета напряженно-деформированного состояния строительных
конструкций, выполненных из нелинейно разносопротивляющихся материалов при простом нагружении.

2.4. Законы изменения объема и формы, фазовая характеристика. Закон разгрузки

В монографии [204] для получения выражений, определяющих законы изменения объема, формы и фазовую характеристику предложено использовать представление вариации удельной дополнительной работы вида:

$$\delta W = e_k \delta \sigma_k \, \text{при} \, (k = 1, 2, 3) \,. \tag{2.31}$$

При этом главные компоненты тензора деформаций е_k определяются выражением (2.32):

$$e_k = e + \sqrt{29 \cos \beta_k}, \qquad (2.32)$$

где $\beta = \arccos(\sqrt{2} \det \varepsilon_{ij} / \Im^3) / \Im;$ $\beta_1 = \beta;$ $\beta_2 = \beta + 2\pi / \Im;$ $\beta_3 = \beta - 2\pi / \Im;$ $e = e_{ij}\delta_{ij} / \Im$ - средние деформации;

Э = ү / 2 - деформации сдвига на октаэдрической площадке.

Подставляя соотношения (2.32) в выражение (2.31) получаем зависимость вида:

$$\delta W = 3e\delta\sigma + 39 \Big[\cos \varphi - \beta \ \delta \tau - \sin \varphi - \beta \ \tau \delta \varphi \Big].$$
(2.33)

Сопоставляя вариации потенциала (2.16) с зависимостями (2.33) и приравнивая в них выражения при одноименных вариациях получены зависимости для определения соответственно законов изменения объема, формы и уравнения, определяющего фазовую характеристику [204]:

$$e = \frac{\sigma}{3K_0} + \frac{\tau}{3D_0}; \qquad (2.34)$$

$$\Im = \sqrt{1 + tg^2\omega} \left[\frac{\tau}{2G_0} + \frac{\sigma}{3D_0} \right]; \qquad (2.35)$$

$$tg\omega = 3R\eta \sin 3\varphi / [3\eta / 2G_0 + \xi / D_0]; \qquad (2.36)$$

где K_0 , G_0 , D_0 – соответственно обобщенные функции модуля объемных деформаций, сдвига и дилатации [204]; $\omega = \varphi - \beta$ – разность фаз напряженного и деформированного состояния [204],

$$K_{0} = 1 / 2A_{e} + B_{e}\xi(2 + \eta^{2}) - E_{e}\eta^{3}Cos3\varphi + n[(A_{p} + B_{p}\xi)\sigma^{2} + (C_{p} + D_{p}\xi + E_{p}\etaCos3\varphi)\tau^{2}]^{n-1}[2A_{p} + B_{p}\xi(2 + \eta^{2}) - E_{p}\eta^{3}Cos3\varphi], \qquad (2.37)$$

$$2G_{0} = 3 / \{(2D_{e} - B_{e})\xi^{3} + 2C_{e} + E_{e}\etaCos3\varphi(2 + \xi^{2}) + n[(A_{p} + B_{p}\xi)\sigma^{2} + (C_{p} + D_{p}\xi + E_{p}\etaCos3\varphi)\tau^{2}]^{n-1}[(2D_{p} - , (2.38) - B_{p})\xi^{3} + 2C_{p} + E_{p}\etaCos3\varphi(2 + \xi^{2})]\}$$

$$D_{0} = 1 / \{D_{e}\eta^{3} + n[(A_{p} + B_{p}\xi)\sigma^{2} + (C_{p} + D_{p}\xi + E_{p}\eta \cos 3\varphi) \times \tau^{2}]^{n-1}D_{p}\eta^{3}\}$$
(2.39)

$$R = E_{e} + nE_{p}[(A_{p} + B_{p}\xi)\sigma^{2} + (C_{p} + D_{p}\xi + E_{p}\eta Cos3\varphi) \times \times \tau^{2}]^{n-1}.$$
(2.40)

Анализ уравнений (2.34) – (2.40) показывает, что полученные определяющие соотношения для разносопротивляющихся материалов учитывают их дилатационные свойства. Из этих уравнений видно, что изменение формы зависит от средних напряжений, при этом если касательные напряжения $\tau = 0$, то $\mathcal{P} = 0$, т.е. при гидростатическом напряжении для изотропных материалов отсутствуют деформации сдвига [114, 204, 205].

Проявление подобных свойств у разносопротивляющихся материалов подтверждается в широком наборе теоретических и экспериментальных исследований [3, 7, 32, 79, 98, 100, 119, 124, 126, 128, 132, 177, 178, 204, 205].

Экспериментальные данные по разгрузке разносопротивляющихся материалов немногочисленные, но свидетельствуют о том, что для каждого вида напряженного состояния при пропорциональной или близкой к ней разгрузке остаточные деформации с достаточной степенью точности могут быть установлены по линейным зависимостям. Для принятого в данном диссертационном исследовании потенциала W_1 закон разгрузки примет вид [240]:

$$e_{ij}^{res} = e_{ij}^{unl} - e_{ij}^{e},$$
 (2.41)

где e_{ij}^{res} - остаточные деформации после разгрузки; e_{ij}^{unl} - деформации на момент начала разгрузки; e_{ij}^{e} - величина снижения деформаций, определяемая с учетом только квазилинейных составляющих потенциала (2.16) в соответствии с выражением:

$$e_{ij}^{e} = 2C_{e}\sigma_{ij}^{unl} / 3 + 2 A_{e} - C_{e} \sigma^{unl}\delta_{ij} / 3 + T_{ij}^{e, unl} , \qquad (2.42)$$

где σ_{ij}^{unl} , σ^{unl} , τ^{unl} - напряжения на момент начала разгрузки.

2.5. Функция деградации материала слоя двойного назначения, контактирующего с агрессивной средой

В качестве слоя, испытывающего воздействие агрессивной эксплуатационной среды в данном диссертационном исследовании принят слой из эпоксидного бетона, для которого глубокое экспериментальное исследование влияния кинетики внешней среды на изменение его физико-механических свойств проведено в работе П.В. Селяева [168]. Теоретическое изучение экспериментов, проведенных П.В. Селяевым неоднократно выполнено в работах В.В. Петрова, П.В. Селяева, О.В. Пениной [151, 168].

В рамках теории малых упругопластических деформаций А.А. Ильюшина при соответствующих изменениях, глубину слоя, пораженного агрессивной средой предложено определять в виде нелинейного закона [154]:

$$\delta t = \alpha \sqrt{t} , \qquad (2.43)$$

где t – время воздействия агрессивной среды, α – экспериментальный коэффициент, зависящий от конкретной пары «материал – среда». С учетом процесса деградации материала выражения переменных секущего *E_c* и касательного модулей *E_k* примут вид [168, 148]:

$$E_{c} = E_{c}^{0}F(B(z)); \quad E_{k} = E_{k}^{0}F(B(z)), \quad (2.44)$$

здесь z – координата перпендикулярная срединной плоскости в направлении толщины пластинки; B(z) – концентрация агрессивной среды, F(B) – функция деградации модуля деформаций, тогда функция деградации примет вид:

$$\omega_{\rm pb} = F(B(z)) = \exp(-\lambda B(z)), \qquad (2.45)$$

где $-\lambda = \frac{F'(B)}{F(B)}$ – относительная скорость изменения секущего и касательного модулей, F'(B) – скорость деградации.

В соответствии с теорией А.А. Ильюшина и с учетом экспериментов В.В. Петрова и П.В. Селяева принимаем коэффициент Пуассона $v_b = 0, 5$.

2.6. Выводы по главе

1. Проведен анализ существующих нелинейных потенциалов деформаций разносопротивляющихся материалов, построенных в рамках пространств нормированных напряжений, предложенных в работах Н.М. Матченко и А.А. Трещёва [114, 204, 205].

2. Рассмотрен алгоритм определения констант потенциалов. Для графитов АРВ и ВПП [34, 35], чугуна СЧ15-32 [115] и тяжелого бетона с пределом прочности на сжатие R^- = 28.4 МПа, R^- = 37.0 МПа [2]. Приведены графики, позволяющие сравнить экспериментальные диаграммы деформирования при различных соотношениях между главными напряжениями с их теоретическими аппроксимациями. Указанные графики демонстрируют высокую точность предложенных определяющих соотношений для описания НДС конструкций из существенно нелинейных разносопротивляющихся материалов. 3. Анализ уравнений, описывающих законы изменения формы и объёма показывает, что полученные определяющие соотношения для разносопротивляющихся материалов учитывают их дилатационные свойства. Из основных уравнений видно, что изменение формы зависит от средних напряжений, при этом если касательные напряжения $\tau = 0$, то $\mathcal{P} = 0$, т.е. при гидростатическом напряжении для изотропных материалов отсутствуют деформации сдвига [114, 204, 205].

3. НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ АРМИРОВАННЫХ СЛОИ-

СТЫХ ПЛАСТИН ИЗ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ МАТЕРИЛОВ

Одним из наиболее распространенных конструкционных материалов является железобетон, имеющий меньший предел прочности при растяжении, чем при сжатии, обладающий ярко выраженной нелинейностью диаграмм деформирования, и подверженный явлению трещинообразования, которое снижает несущую способность конструкции и может привести к ее обрушению. Широкое распространение в строительстве получили армированные пластины (плиты) из железобетона, слоистость которых обусловлена наличием не армированных, армированных слоев, слоев без трещин, с трещинами и с пересекающимися трещинами.

Описание разрешающих уравнений для подобных конструкций и построение конечно-элементной модели для определения их напряженно-деформированного состояния рассматривается в данной главе диссертации.

3.1. Система разрешающих уравнений

В рамках гипотез С.П. Тимошенко при рассмотрении равновесия прямоугольной пластины толщиной h, находящейся под действием поперечной нагрузки интенсивностью q, перемещения любой точки пластины, отстоящей на расстоянии $|x_3| \leq 0,5h$ от срединной поверхности, в рамках МКЭ вычисляются по формулам:

$$U_{1} \quad x_{1}, x_{2}, x_{3} = u_{1} \quad x_{1}, x_{2} + x_{3}\psi_{2} \quad x_{1}, x_{2} ;$$

$$U_{2} \quad x_{1}, x_{2}, x_{3} = u_{2} \quad x_{1}, x_{2} - x_{3}\psi_{1} \quad x_{1}, x_{2} ;$$

$$U_{3} \quad x_{1}, x_{2}, x_{3} = w \quad x_{1}, x_{2} ,$$

$$(3.1)$$

где u_k – горизонтальные перемещения; ψ_k – углы поворота срединной поверхности относительно соответствующих осей; γ_k – деформации поперечного сдвига; $\psi_2 = -w_1 + \gamma_{13}$; $\psi_1 = w_2 - \gamma_{23}$; w - прогибы срединной поверхности.

При этом пластина в декартовой системе координат ориентирована так, чтобы ось Х₃ была направлена вертикально вверх.

С учетом того, что деформирование железобетонных пластин до момента разрушения происходит при малых прогибах связь между деформациями и перемещениями можно описать выражениями:

$$e_{11} = u_{1,1} + x_3 \psi_{2,1};$$

$$e_{22} = u_{2,2} - x_3 \psi_{1,2};$$

$$e_{33} = 0;$$

$$\gamma_{12} = u_{1,2} + u_{2,1} + x_3 \psi_{2,2} - \psi_{1,1};$$

$$\gamma_{13} = \psi_2 + w_{1,1}; \gamma_{23} = -\psi_1 + w_{1,2}.$$
(3.2)

Уравнения равновесия слоистой армированной пластины записываются в традиционном виде [187, 12]:

$$N_{11,1} + N_{12,2} = 0; \qquad N_{12,1} + N_{22,2} = 0; M_{11,1} + M_{12,2} = Q_1; \qquad M_{12,1} + M_{22,2} = Q_2; Q_{1,1} + Q_{2,2} = q.$$
(3.3)

Зависимость между деформациями и напряжениями, вытекающая из потенциала W_1 можно представить в следующем виде:

 $e = A \sigma, \qquad (3.4)$

пде
$$e = \begin{cases} e_{11} \\ e_{22} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{cases}; \sigma = \begin{cases} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{cases}; A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & A_{14} & A_{15} \\ & A_{22} & A_{26} & A_{24} & A_{25} \\ & & A_{66} & A_{64} & A_{65} \\ & & & & A_{44} & A_{45} \\ & & & & & & A_{55} \end{bmatrix}.$$

Здесь A_{11} , A_{12} , A_{16} , A_{14} , A_{15} , A_{22} , A_{26} , A_{24} , A_{26} , A_{66} , A_{64} , A_{65} , A_{44} ; A_{45} , A_{55} – компоненты симметричной матрицы A – функции включающие константы потенциала определяются W_1 , обозначенные через R_k . Связь между напряжениями и деформациями представим в виде:

$$\sigma = B e, \qquad (3.5)$$

где $B = A^{-1}$.

Тогда усилия в сечениях пластины определяются следующим образом:

$$N_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} dx_{3}; \quad M_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} x_{3} dx_{3};$$

$$Q_{i} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{i3} dx_{3},$$

$$i, j = 1, 2 \quad (3.6)$$

Связь между вектором обобщенных сил *М* и вектором обобщенных деформаций срединной поверхности *є* пластины примет вид:

$$M = D \varepsilon , \qquad (3.7)$$

пде
$$M = \begin{cases} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \\ Q_1 \\ Q_2 \\ N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \\ N_{12} \end{pmatrix}; D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} & K_{14} & K_{15} & K_{11} & K_{12} & K_{16} \\ D_{22} & D_{26} & K_{24} & K_{25} & K_{12} & K_{22} & K_{26} \\ & & D_{66} & K_{64} & K_{65} & K_{16} & K_{26} & K_{66} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{14} & C_{24} & C_{46} \\ & & & C_{55} & C_{15} & C_{25} & C_{65} \\ Sim & & & C_{11} & C_{12} & C_{16} \\ & & & & & C_{22} & C_{26} \\ & & & & & & C_{66} \end{bmatrix};$$

$$\varepsilon = \begin{cases} \psi_{2,1} \\ -\psi_{1,2} \\ \psi_{2,2} - \psi_{1,1} \\ Y_{13} \\ Y_{23} \\ u_{1,1} \\ u_{2,2} \\ u_{1,2} + u_{2,1} \end{cases}; \qquad C_{km} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{km} dx_{3}; \qquad K_{km} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{km} x_{3} dx_{3};$$

 $D_{km} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{km} x_3^2 dx_3$ - интегральные жесткостные функции, получае-

ных жесткостей по толщине элемента и зависящие от напряженного состояния.

3.2. Построение конечно-элементной модели

При изгибе железобетонных пластин проявляются различные сложные механические явления, которые не дают надежно использовать метод конечных разностей и накладывают ряд ограничений при использовании метода граничных элементов. Как показали исследования, проведенные в работах [133, 187] наиболее подходящим и универсальным является метод конечных элементов (МКЭ). Однако, применение треугольных изопараметрических КЭ типа [166] приводит к возрастанию изгибной жесткости [48].

Более универсальными являются модификации гибридных конечных элементов, предложенные R.D. Cook в работе [228], но обе эти модификации не учитывают продольные усилия и перемещения срединной поверхности, следовательно, их применение к расчету железобетонных пластин не корректно. В работах [182, 183] была предложена новая модификация гибридного КЭ с пятью степенями свободы в узле и матрицей жесткости, полученной непосредственно для произвольного плоского треугольного элемента, корректность применения данной модификации была неоднократно доказана в работах А.А. Трещева и В.Г. Теличко [182, 183], рассмотрим подробнее построение конечно-элементной модели, основанной на модифицированном гибридном конечном элементе [182, 183].

3.2.1. Матрица жёсткости КЭ при механическом загружении

Вектор обобщенных сил *М* внутри КЭ можно представить в виде [33]:

$$M = P \beta , \qquad (3.8)$$

где *P* – матрица функций формы от координат точки элемента; β – вектор коэффициентов, подлежащих определению.

Тогда вектор обобщенных деформаций представим в виде:

$$\varepsilon = D^{-1} M = E M , \qquad (3.9)$$

где $E = D^{-1}$ — матрица податливости, элементы которой определяются как интеграл по толщине пластины.

С учетом (3.9) выражение для определения энергии деформации в объеме КЭ представим как интеграл по его площади:

$$U = \frac{1}{2} \int_{S} M^{T} E M \, dS \,. \tag{3.10}$$

Из работ Р. Tong и Т.Т.Н. Pian [250, 254] известно, что конечные элементы данного класса основаны на функционале (3.11):

$$\Pi = \sum_{n} \left(U_n - \int_{V_n} \Phi^T t \, dS + \int_{S} \overline{\Phi}^T t \, dS \right), \qquad (3.11)$$

где V_n – граница объема элемента; S- часть V_n, подвергнутая действию внешнего вектора сил ; n- количество элементов; t – граничные перемещения, связанные с узловыми перемещениями q выражением:

$$t = L q . (3.12)$$

Тогда вектор сил на границе элемента Ф определится из уравнения (3.8) и будет иметь вид:

$$\Phi = R \beta, \qquad (3.13)$$

где *R* – матрица *Р* для контура *V*_n элемента.

С учетом (3.10), (3.12) и (3.13) функционал (3.11) преобразуем к зависимости вида:

$$\Pi = \sum_{n} \left(\frac{1}{2} \beta^{T} H \beta - \beta^{T} T q + \Phi_{0}^{T} q \right), \qquad (3.14)$$

где

$$H = \int_{S} P^{T} E P dS; \qquad (3.15)$$

$$T = \int_{V_n} R^T L dS; \qquad (3.16)$$

$$\Phi_0^{T} = \int_{S} \overline{\Phi} \quad L \ dS. \tag{3.17}$$

При этом:

$$S_{0} = \int_{S} x_{1} dx_{1} dx_{2} = \int_{S} x_{2} dx_{1} dx_{2} = 0,$$

$$S = \int_{S} dx_{1} dx_{2} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_{1i} & x_{2i} \\ 1 & x_{1j} & x_{2j} \\ 1 & x_{1k} & x_{2k} \end{vmatrix} - \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_{1k} & x_{2k} \\ 1 & x_{1k} & x_{2k} \end{vmatrix}$$

-площадь треугольника**,**

(3.18)

$$S_{1} = \int_{S} x_{1}^{2} dx_{1} dx_{2} = \frac{S}{12} x_{1i}^{2} + x_{1j}^{2} + x_{1k}^{2} ,$$

$$S_{2} = \int_{S} x_{2}^{2} dx_{1} dx_{2} = \frac{S}{12} x_{2i}^{2} + x_{2j}^{2} + x_{2k}^{2} ,$$

$$S_{3} = \int_{S} x_{1}x_{2} dx_{1} dx_{2} = \frac{S}{12} x_{1i}x_{2i} + x_{1j}x_{2j} + x_{1k}x_{2k} ,$$
(3.18)

Определив вариации модифицированного функционала (3.14) по коэффициентам β и узловым перемещениям q и приравняв их нулю получены основные уравнения МКЭ [33]:

- 84 -

$$\sum_{n} T^{T} H^{-1} T q = \sum_{n} \Phi_{0} , \qquad (3.19)$$

откуда выделяется матрица жесткости КЭ:

$$K = T^{T} H^{-1} T , \qquad (3.20)$$

устанавливается связь коэффициентов β с узловыми перемеще-

$$\beta = H^{-1} T q . \qquad (3.21)$$

Подстановка выражения (3.21) в соотношения (3.8) дает возможность определить вектор обобщенных сил в виде:

$$M = P H^{-1} T q . (3.22)$$

Соотношение (3.22) позволяет определить вектор *М* непосредственно после вычисления *q*.

3.2.2. Определение матрицы [H]

Вектор *M* можно представить через неизвестные коэффициенты *β* в виде:

$$M_{11} = \beta_1 + \beta_4 x_1 + \beta_9 x_2; M_{22} = \beta_2 + \beta_5 x_2 + \beta_{10} x_1;$$

$$M_{12} = \beta_3 + \beta_{12} x_1 + \beta_{11} x_2; Q_1 = \beta_4 + \beta_{11}; Q_2 = \beta_5 + \beta_{12};$$
 (3.23)

$$N_{11} = \beta_6; N_{22} = \beta_7; N_{12} = \beta_8.$$

В соответствии с уравнением (3.8) определяется матрица *P*, функции $M_{11} \dots N_{12}$ в зависимости от координат точки элемента:

Вектор β при этом имеет вид:

$$\beta = \beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4 \beta_5 \beta_6 \beta_7 \beta_8 \beta_9 \beta_{10} \beta_{11} \beta_{12}^{T} . \qquad (3.25)$$

Подстановка матрицы *P* в соотношение (3.15) с учетом (3.18) приводит к выражениям для элементов квадратной матрицы двенадцатого порядка *H* :

$$\begin{split} H_{8;1} &= S \cdot E_{16}; \quad H_{9;4} = S_3 \cdot E_{11}; \quad H_{10;4} = S_1 \cdot E_{12}; \\ H_{8;2} &= S \cdot E_{26}; \quad H_{9;5} = S_2 \cdot E_{12}; \quad H_{10;5} = S_3 \cdot E_{22}; \\ H_{8;3} &= S \cdot E_{66}; \quad H_{9;9} = S_2 \cdot E_{11}; \quad H_{10;9} = S_3 \cdot E_{12}; \\ H_{8;4} &= S \cdot E_{46}; \quad H_{9;10} = S_3 \cdot E_{12}; \quad H_{10;10} = S_1 \cdot E_{22}; \\ H_{8;5} &= S \cdot E_{65}; \quad H_{9;11} = S_2 \cdot E_{16}; \quad H_{10;11} = S_3 \cdot E_{26}; \\ H_{8;6} &= S \cdot E_{16}; \quad H_{9;12} = S_3 \cdot E_{16}; \quad H_{10;12} = S_1 \cdot E_{26}; \\ H_{8;7} &= S \cdot E_{26}; \\ H_{8;8} &= S \cdot E_{66}; \\ H_{8;11} &= S \cdot E_{46}; \\ H_{8;12} &= S \cdot E_{65}; \end{split}$$

- 87 -

 $H_{11;11} = S_2 \cdot E_{66} + S \cdot E_{44}$; $H_{12;11} = S_3 \cdot E_{66} + S \cdot E_{46}$; $H_{11;12} = S_3 \cdot E_{66} + S \cdot E_{45}$; $H_{12;12} = S_1 \cdot E_{66} + S \cdot E_{55}$, где E_{ij} - элементы матрицы E, а все отсутствующие элемента матрицы H равны нулю.

3.2.3. Определение матрицы [Т]

Записав выражение работы вектора обобщенных сил M вдоль контура КЭ, после чего выделив из полученного выражения векторы β^T и q приходим к тому, что в остатке оказывается матрица T, характеризующая геометрические характеристики элемента.

Из условия равновесия срединной поверхности треугольного элемента, представленного на рисунке 3.1 в виде треугольника ABC с углами *i*, *j*, *k*, получаются следующие равенства:

$$\overline{M}_{11} = M_{11}C_{ij} + M_{12}S_{ij}; \quad \overline{M}_{22} = -M_{22}S_{ij} - M_{12}C_{ij};$$

$$\overline{N}_{11} = N_{11}C_{ij} + N_{12}S_{ij}; \quad \overline{N}_{22} = N_{22}S_{ij} + N_{12}C_{ij};$$

$$\overline{Q} = Q_{1}C_{ij} + Q_{2}S_{ij},$$

$$(3.26)$$

где $C_{ij} = \cos \varphi_{ij}$; $S_{ij} = \sin \varphi_{ij}$.

С учетом зависимостей (3.26) можно определить работу распределенных вдоль стороны *i* – *j* конечного элемента сил и моментов следующим образом (см. рис. 3.2):

$$A_{ij} = L_{ij} \int_{0}^{1} [(Q_1 C_{ij} + Q_2 S_{ij})w - (M_{12} C_{ij} + M_{22} S_{ij})\psi_1 + (M_{12} S_{ij} + M_{11} C_{ij})\psi_2 + (N_{11} C_{ij} + N_{12} S_{ij})u_1 + , \quad (3.27)$$
$$(N_{22} S_{ij} + N_{12} C_{ij})u_2]d\xi$$

где $\xi = l / L_{ij}$ — безразмерная координата, измеряемая вдоль стороны конечного элемента i-j; L_{ij} — длина стороны i-j.



Рисунок 3.1. Схема треугольного конечного элемента



Рисунок 3.2. Схема усилий и перемещений на стороне КЭ

Работа усилий и моментов, совершаемая на соответствующих перемещениях вдоль всего контура треугольного КЭ, определяется суммой:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31}. (3.28)$$

Вектор перемещений *i*-ом узле конечного элемента задается следующим образом:

$$q_{i} = w_{i} \psi_{1i} \psi_{2i} u_{1i} u_{2i}^{T} = q_{i1} q_{i2} q_{i3} q_{i4} q_{i5}^{T}$$
, (3.29)

а вектор узловых перемещений всего КЭ представляется в виде:

$$q = q_1 q_2 q_3 \dots q_{15}^T$$
 (3.30)

Аппроксимация граничных перемещений в зависимости от узловых перемещений принимается в следующей форме [228, 182]:

$$w = \begin{bmatrix} 1 - \xi & \xi \end{bmatrix} w_{i} w_{j} + L_{ij}\xi \ 1 - \xi & \theta_{i} - \theta_{j} / 2;$$

$$\psi_{1} = \begin{bmatrix} 1 - \xi & \xi \end{bmatrix} \psi_{1i} \psi_{1j} ; \psi_{2} = \begin{bmatrix} 1 - \xi & \xi \end{bmatrix} \psi_{2i} \psi_{2j} ; \quad (3.31)$$

$$u_{1} = \begin{bmatrix} 1 - \xi & \xi \end{bmatrix} u_{1i} u_{1j} ; u_{2} = \begin{bmatrix} 1 - \xi & \xi \end{bmatrix} u_{2i} u_{2j} ,$$

где $\theta_i = \psi_{1i} c_{ij} + \psi_{2i} S_{ij}$; $\theta_j = \psi_{1j} c_{ij} + \psi_{2j} S_{ij}$.

Текущие координаты x_1 и x_2 на стороне i-j можно вычислить через координаты узлов, используя выражения:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_{1i} - L_{ij} \xi s_{ij}; \\ x_2 &= x_{2i} + L_{ij} \xi c_{ij}. \end{aligned}$$
 (3.32)

Подставляя зависимости (3.23), (3.27), (3.31), (3.32) в уравнение (3.28), учитывая при этом вектор узловых перемещений (3.30), выделяя векторы β^{T} , q, получим выражения для элементов матрицы T, порядка 12 × 15:

$$T_{1,1} = y_j / 2 - y_k / 2; \quad T_{1,8} = -y_i / 2 + y_k / 2;$$

$$T_{1,13} = -y_j / 2 + y_i / 2; \quad T_{2,2} = x_j / 2 - x_k / 2;$$

 $T_{2,7} = -x_i / 2 + x_k / 2; T_{2,12} - x_i / 2 + x_i / 2;$ $T_{3,2} = -y_i / 2 + y_k / 2; T_{3,3} = -x_i / 2 + x_k / 2;$ $T_{3,7} = y_i / 2 - y_k / 2; T_{3,8} = x_i / 2 - x_k / 2;$ $T_{3,12} = y_i / 2 - y_i / 2; T_{3,13} = x_j / 2 - x_i / 2;$ $T_{4,1} = y_i / 2 - y_k / 2;$ $T_{4,2} = y_i^2 / 12 - y_i y_i / 6 + y_i y_k / 6 - y_k^2 / 12;$ $T_{4,3} = 5 / 12 x_i y_i + x_i y_i / 12 - x_i y_i / 12 +$ $+y_i x_k / 12 - y_k x_k / 12 - 5 / 12 y_k x_i;$ $T_{46} = -y_i / 2 + y_k / 2;$ $T_{4,7} = y_i y_i / 6 - y_i^2 / 12 + y_k^2 / 12 - y_m y_i / 6;$ $T_{48} = x_i y_i / 12 - x_i y_i / 12 - 5 / 12 x_i y_i + y_k x_k / 12 +$ $+5 / 12 y_k x_i - y_i x_k / 12;$ $T_{4,11} = -y_i / 2 + y_i / 2;$ $T_{4,12} = y_k y_i / 6 - y_i y_i / 12 + y_i y_i / 12 - y_i y_k / 6;$ $T_{4,13} = x_i y_i / 12 - x_i y_i / 12 + 5 / 12 y_i x_k - y_k x_i / 12 +$ $+y_k x_i / 12 - 5 / 12 y_i x_k;$ $T_{5,1} = -x_i / 2 + x_k / 2;$ $T_{5,2} = -x_i y_i / 12 + x_i y_i / 12 + 5 / 12 x_i y_i - 5 / 12 y_i x_k -y_k x_k / 12 + y_k x_i / 12;$ $T_{53} = -x_i x_i / 6 + x_i x_i / 12 - x_k x_k / 12 + x_k x_i / 6;$ $T_{5.6} = x_i / 2 - x_k / 2;$ $T_{5,7} = -5 / 12 x_i y_i - x_i y_i / 12 + x_i y_i / 12 + y_k x_k / 12 -y_{\mu}x_{i}$ / 12 + 5 / 12 $y_{i}x_{\mu}$; $T_{5,8} = -x_i x_i / 12 + x_i x_i / 6 - x_i x_k / 6 + x_k x_k / 12;$ $T_{5,11} = x_i / 2 - x_i / 2;$ $T_{5,12} = x_i y_i / 12 - x_i y_i / 12 - y_i x_k / 12 + 5 / 12 y_k x_i -5 / 12y_k x_i + y_i x_k / 12;$ $T_{5,13} = -x_i^2 / 12 + x_i x_k / 6 - x_k x_i / 6 + x_i^2 / 12;$

$$\begin{aligned} T_{0,4} &= y_j / 2 - y_k / 2; \ T_{6,9} &= -y_i / 2 + y_k / 2; \\ T_{0,14} &= -y_j / 2 + y_i / 2; \\ T_{0,15} &= -x_j / 2 + x_k / 2; \ T_{0,10} &= x_i / 2 - x_k / 2; \\ T_{1,15} &= x_j / 2 - x_i / 2; \\ T_{0,15} &= -x_j / 2 + x_k / 2; \ T_{0,5} &= y_j / 2 - y_k / 2; \\ T_{0,9} &= x_i / 2 - x_k / 2; \ T_{0,14} &= x_j / 2 - x_i / 2; \\ T_{0,9} &= x_i / 2 - x_k / 2; \ T_{0,14} &= x_j / 2 - x_i / 2; \\ T_{0,15} &= -y_j / 2 + y_2 / 2; \\ T_{0,12} &= y_j^2 / 6 + y_j^2 / 6 - y_i^2 / 6 + y_i^2 / 6 + y_i y_k / 6; \\ T_{10,12} &= -x_j^2 / 6 - x_j x_k / 6 + x_k x_1 / 6 + x_k^2 / 6; \\ T_{10,12} &= -x_i^2 / 6 - x_i x_j / 6 + x_j x_k / 6 + x_k^2 / 6; \\ T_{10,12} &= -x_i^2 / 6 - x_i x_j / 6 + x_j y_k / 3 + y_k^2 / 12; \\ T_{11,2} &= -y_j^2 / 12 - y_j y_2 / 3 + y_1 y_k / 3 + y_k^2 / 12; \\ T_{11,2} &= -y_j / 2 + y_k / 2; \\ T_{11,3} &= x_i y_j / 4 - x_j y_j / 4 - x_j y_i / 4 + y_i x_k / 4 + y_k^2 / 4 - y_k x_k / 4; \\ T_{10,14} &= y_i / 2 + y_k / 2; \\ T_{11,15} &= x_i y_j / 4 + x_i y_i / 4 - x_j y_i / 4 + y_i x_k / 4 - y_k x_k / 4 - y_j x_k / 4; \\ T_{11,13} &= y_i y_j / 3 + y_j^2 / 12 - y_i^2 / 12 - y_i y_k / 3; \\ T_{11,13} &= y_i y_j / 3 + y_j^2 / 12 - y_i^2 / 12 - y_i y_k / 3; \\ T_{11,13} &= y_i x_j / 4 + x_i y_j / 4 - y_j x_k / 4 + y_i x_k / 4 - x_i y_i / 4 - y_i x_k / 4 + y_k x_i / 4 + y_k$$

$T_{12,7} = -x_i y_j / 4 + x_i y_i / 4 + x_j y_i / 4 - y_k x_k / 4 - y_k x_j / 4 + y_j x_k / 4;$ $T_{12,8} = x_i^2 / 12 + x_i x_j / 3 - x_j x_k / 3 - x_k^2 / 12;$ $T_{12,11} = x_j / 2 - x_i / 2;$ $T_{12,12} = -x_i y_i / 4 + x_j y_j / 4 - y_i x_k / 4 + y_k x_i / 4 - y_k x_j / 4 + y_j x_k / 4;$ $T_{12,13} = x_j^2 / 12 + x_j x_k / 3 - x_k x_i / 3 - x_i^2 / 12.$

Все отсутствующие элемента матрицы Т равны нулю.

3.3. Оценка сходимости рассмотренной конечно-элементной модели

Сходимость рассмотренной конечно-элементной модели рассматривалась в работах [12, 182], где проводилось сравнение с классической теорией изгиба тонких пластин [166]. Для сравнения использовались результаты расчета однослойных квадратных в плане пластин из линейно-упругого изотропного материала.

Для характеристики сравнительных оценок на рис. 3.3-3.5 штриховыми линиями показаны тенденции сходимости модификации *Н*9, предложенной R.D. Cook [228].



Рисунок 3.3. Оценка сходимости решения по прогибам w для свободно опертой по контуру пластины



Рисунок 3.4. Оценка сходимости решения по максимальным моментам М для защемленной по контуру пластины





Рисунок 3.5. Оценка сходимости решения для жесткозащемленной по контуру пластины

На рисунках 3.3-3.5 через w_0 , M_0 обозначены расчетные характеристики, соответствующие точному решению [160], а через w_1 , M_1 – полученные МКЭ в модификациях H12 [182] и H9 [228].

Анализ приведенных рисунков подтверждает адекватность предложенной конечно-элементной модели и ее применимость к расчету пластинчатых конструкций из разносопротивляющихся материалов.

3.4 Выводы по главе

1. Рассмотрена система разрешающих уравнений. Описана связь между деформациями и напряжениями, представленная на основе потенциала деформаций *W*₁.

2. Описано построение конечно-элементной модели на основе модификации гибридного конечного элемента, предложенной в работах [12, 182].

3. Приводится оценка сходимости матрицы *H*12, предложенной КЭ, в сравнении с матрицей *H*9, рассмотренной в работах R.D. Cook. Подтверждена адекватность и применимость принятой модификации КЭ к расчету пластинчатых конструкций из разносопротивляющихся материалов.

4. РАСЧЁТ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ АРМИРОВАННЫХ ПЛАСТИН ИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ РАЗНОСОПРОТИВЛЯЮЩИХСЯ МАТЕРИАЛОВ

4.1. Постановка прикладных задач

Для апробации предложенной математической модели решен ряд прикладных задач ПО определению напряженнодеформированного состояния слоистых армированных пластин из физически нелинейных разносопротивляющихся материалов, воспринимающих механическую нагрузку и негативное воздействие агрессивной эксплуатационной среды. В качестве основы приняты железобетонные плиты, прошедшие глубокое экспериментальное исследование в опытах G. Bach и O. Graf [217, 218], W. Gehler и Н. Amos [234]. Эти опытные исследования были апробированы и признаны также в монографии Н.И. Карпенко [83]. Предложенные плиты были модифицированы добавлением в сжатую зону плит защитного слоя из тяжелого полимербетона, который в рамках предложенной задачи воспринимает внешнее воздействие сред.

Очевидно, что математическая модель определения НДС армированных слоистых пластин должна достаточно точно учитывать специфические особенности взаимодействия сложной среды «бетон-арматура-защитный полимербетонный слой-агрессивная среда» на различных стадиях, быть вполне обозримой и практически реализуемой. Данная модель не может быть полностью свободной от дополнительных технических гипотез, в частности, считается справедливым следующее:

1) нагружение простое, деформация активная, деформации ползучести бетона не рассматриваются;

2) размеры пластин в плане велики по сравнению со средним расстоянием между арматурными стержнями, арматура модели-

- 95 -

руется размазанным слоем с учетом коэффициента армирования слоя;

3) в качестве модели для стальной арматуры принимается идеальное упругопластическое тело, воспринимающее только нормальные напряжения в поперечных сечениях, а ее коэффициенты Пуассона принимаются равными нулю;

4) в виду неоднородности конструкции по толщине пластина расчленяется на ряд фиктивных слоев:

a) не армированные слои двойного назначения (полимербетонные слои);

б) не армированные (бетонные) слои без трещин;

в) армированные (железобетонные) слои без трещин;

г) не армированные (бетонные) слои с трещинами;

д) армированные (железобетонные) слои с трещинами;

е) армированные (железобетонные) слои с пересекающимися трещинами.

5) напряжения в пределах армированных слоев пластины определяются как сумма напряжений в бетоне и арматуре, а за условие совместности бетона и арматуры принимается равенство деформаций этих двух материалов;

6) срединная поверхность слоистых пластин представляется сетью гибридных конечных элементов с учетом разбиения по толщине на ряд фиктивных слоев;

7) жесткостные характеристики, рассчитанные для центра фиктивного слоя данного конечного элемента, распространяются на весь слой;

8) критерий прочности бетона в каждом фиктивном слое принимается согласно условию П.П. Баландина [204];

9) трещины в области треснувшего фиктивного слоя в пределах КЭ считаются сквозными и параллельными друг другу. Влияние растянутого бетона учитывается коэффициентом В.И. Мурашева и характеристикой поврежденности бетона;

10) при наличии трещин бетон в пределах фиктивного слоя моделируется трансверсально-изотропным телом с плоскостью изотропии, параллельной плоскости трещин;

11) при снижении напряжений учитывается условие разгруз-ки.

Ниже рассмотрим моделирование фиктивных слоев, на которые в виду неоднородности конструкции по толщине расчленяются пластины.

4.2. Моделирование фиктивных слоев

4.2.1 Не армированные (бетонные) слои без трещин

С учетом зависимостей (2.18) и (2.19) связь деформаций и напряжений имеет вид:

$$e = A \sigma , \qquad (4.1)$$

где A симметричная матрица 5×5 (при расчете пластин пренебрегаем напряжениями σ_{33}):

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & A_{14} & A_{15} \\ & A_{22} & A_{26} & A_{24} & A_{25} \\ & & A_{66} & A_{64} & A_{65} \\ & & & & A_{44} & A_{45} \\ & & & & & A_{55} \end{bmatrix}.$$
 (4.2)

При этом компоненты матрицы А определяются следующим образом:

$$\begin{split} & \mathsf{A}_{11} = (2 \ \mathbb{R}_1 + 2\mathbb{R}_2 \ / \ 3 + \mathbb{R}_2 \ \mathbb{I} - \mathbb{I}^2 \ / \ 3 + \mathbb{R}_4 \ \mathbb{I} \ 2 - \mathbb{I}^2 \ + \\ & + 4 \ \sigma_{11} - 2\sigma_{22} \ / \ 9S_0 \ \mathbb{I} + \mathbb{R}_5 \ (\mathbb{I} \cos 3\varphi \ \mathbb{I} + \mathbb{I}^2 \ + 2\sqrt{2}\mathbb{I} \ - \\ & -2\cos 3\varphi - \sqrt{2}\sigma_{22} \ / \ S_0 \ \mathbb{I} \ / \ 3; \\ & \mathsf{A}_{12} = (2 \ \mathbb{R}_1 - \mathbb{R}_2 \ / \ 3 + \mathbb{R}_3 + \mathbb{R}_4 \ / \ 3 \ \mathbb{I} + \mathbb{R}_5 \ [\cos 3\varphi \ \mathbb{I} - \mathbb{I} \ - \\ & -\sqrt{2}\mathbb{I} \ \mathbb{I} \ / \ 3; \\ & \mathsf{A}_{16} = 2\mathbb{R}_4 \ / \ 3 + \sqrt{2}\mathbb{R}_5 \ \tau_{12} \ / \ 3S_0; \\ & \mathsf{A}_{16} = 2\mathbb{R}_4 \ / \ 3 + \sqrt{2}\mathbb{R}_5 \ \tau_{13} \ / \ 3S_0; \\ & \mathsf{A}_{16} = 2\mathbb{R}_4 \ / \ 3 + \sqrt{2}\mathbb{R}_5 \ \tau_{13} \ / \ 3S_0; \\ & \mathsf{A}_{16} = 2\mathbb{R}_4 \ / \ 3 + \sqrt{2}\mathbb{R}_5 \ \tau_{13} \ / \ 3S_0; \\ & \mathsf{A}_{16} = 2\mathbb{R}_4 \ / \ 3 - \sqrt{2}\mathbb{R}_5 \ \tau_{13} \ / \ 3S_0; \\ & \mathsf{A}_{16} = 2\mathbb{R}_4 \ / \ 3 - \sqrt{2}\mathbb{R}_5 \ \tau_{13} \ / \ 3S_0; \\ & \mathsf{A}_{22} = (2 \ \mathbb{R}_1 + 2\mathbb{R}_2 \ / \ 3 + \mathbb{R}_3 \ \mathbb{I} \ 1 - \mathbb{I}^2 \ / \ 3 + \mathbb{R}_4 \ \mathbb{I} \ 2 - \mathbb{I}^2 \ + \\ & + 4 \ \sigma_{22} - 2\sigma_{11} \ / \ 9S_0 \ \mathbb{I} + \mathbb{R}_3 \ \mathbb{I} \ \cos 3\varphi \ \mathbb{I} \ + \mathbb{I}^3 \ + 2\sqrt{2}\mathbb{I} \ - \ 2\cos 3\varphi \ - \\ & -\sqrt{2}\mathbb{I}^{-1}_{11} \ / \ S_0 \ \mathbb{I} \ 3; \\ & \mathsf{A}_{24} = 2 \ \mathbb{R}_4 \ / \ 3 - \sqrt{2}\mathbb{R}_5 \ \tau_{13} \ / \ 3S_0; \\ & \mathsf{A}_{25} = 2\mathbb{I} \mathbb{R}_4 \ / \ 3 - \sqrt{2}\mathbb{R}_5 \ \tau_{23} \ / \ 3S_0; \\ & \mathsf{A}_{25} = 2\mathbb{I} \mathbb{R}_4 \ / \ 3 - \sqrt{2}\mathbb{R}_5 \ \tau_{23} \ / \ 3S_0; \\ & \mathsf{A}_{45} = 2(\mathbb{I}\mathbb{R}_2 - \mathbb{R}_5^3^3 + \mathbb{R}_4 \ \mathbb{I} \ 2 - \mathbb{I}^2 \ - \ \sigma_{11} \ + \ \sigma_{22} \ / \ 3S_0 \ \mathbb{I} \ + \\ & + \mathbb{R}_5 \ \sqrt{2}\mathbb{I} \ \ \sigma_{11} \ - \ 2\sigma_{22} \ / \ 2 - \mathbb{I}^3 \ \cos 3\varphi \ \mathbb{I} \ / \ 3; \\ & \mathsf{A}_{44} = 2(\mathbb{I}\mathbb{R}_2 - \mathbb{R}_3^3^3 \ + \mathbb{R}_4 \ \mathbb{I} \ 2 - \mathbb{I}^2 \ - \ \sigma_{11} \ + \ \sigma_{22} \ / \ 3S_0 \ \mathbb{I} \ + \\ & + \mathbb{R}_5 \ \sqrt{2}\mathbb{I} \ \ \sigma_{22} \ - \mathbb{I}^3 \ 3S_0 \ \mathbb{I} \ + \\ & + \mathbb{R}_5 \ \sqrt{2}\mathbb{I} \ \ \sigma_{22} \ - \mathbb{I}^3 \ \mathbb{I}^3 \ \mathbb{I} \ \mathbb{I} \ \mathbb{I}^2 \ - \ \mathbb{I}^3 \ \mathbb{I}^3 \ \mathbb{I} \ \mathbb{I}$$

гармонические функции, рассматриваемые как нормированные нормальные и касательные напряжения на октаэдрической площадке; φ – фаза напряжений.

Матрица «упругости» В для каждого из неармированных слоев КЭ выражается через матрицу податливостей:

$$B = A^{-1}$$
. (4.3)

4.2.2 Армированные (железобетонные) слои без трещин

С учетом принятых в пункте 4.1 гипотез, напряжения в железобетонном слое принимаются как сумма напряжений в бетоне и арматуре, откуда получается матрица «упругости» для армированных слоев без трещин:

$$B = A^{-1} + \left[B_{s}\right], \qquad (4.4)$$

где
$$\begin{bmatrix} B_{s11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & B_{s22} & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 \\ & & sim & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{bmatrix}$$
; $B_{s11} = E_s \mu_{11}$; $B_{s22} = E_s \mu_{22}$;

 E_s — модуль упругости материала арматуры; $\mu_{11} = A_{si} / S_{i11} h_s$; $\mu_{22} = A_{si} / S_{i22} h_s$ — коэффициенты армирования в направлении осей X₁ и X₂ исходной системы координат соответственно; A_{si} — площадь сечения арматурного стержня; S_{i11} , S_{i22} — шаг стержней, параллельных соответственно осям X₁ и X₂; h_s суммарная толщина армированных слоев. Заметим, что компоненты матрицы A^{-1} в выражении (4.4) определяются по формулам, в которых вместо полных напряжений σ_{ij} должны использоваться напряжения в бетоне — σ_{sij} .

4.2.3 Не армированные (железобетонные) слои с трещиной

Согласно гипотезе 8, приведенной в пункте 4.1, трещины будут образовываться, если выполняется условие П.П. Баландина [51]:

$$\sigma_{11}^{2} + \sigma_{22}^{2} + 3 \tau_{12}^{2} + \tau_{23}^{2} + \tau_{13}^{2} - \sigma_{11}\sigma_{22} - R_{bt} - R_{b} \times (4.5) \times \sigma_{11} + \sigma_{22} - R_{bt}R_{b} > 0,$$

где σ_{11} , σ_{22} , τ_{12} , τ_{13} , τ_{23} – напряжения в бетоне в момент трещинообразования, рассчитанные для центра фиктивного слоя; R_{bt} , R_b – предел прочности бетона при осевом растяжении и сжатии, соответственно.

При моделировании треснувшего не армированного слоя считаем, что с появлением трещины не армированный слой в области данного КЭ не работает, т.е. матрица «упругости» имеет вид:

$$B = 0, \qquad (4.6)$$

аналогично моделируются и не армированные слои с пересекающимися трещинами.

4.2.4 Армированные (железобетонные) слои с трещиной

Появление трещин определяется по срабатыванию условия Баландина в пределах фиктивного слоя КЭ:

$$\sigma_{B11}^{2} + \sigma_{B22}^{2} + 3 \tau_{12}^{2} + \tau_{23}^{2} + \tau_{13}^{2} - \sigma_{B11}\sigma_{B22} - R_{bt} - R_{b} \times$$

$$\times \sigma_{B11} + \sigma_{B22} - R_{bt}R_{b} > 0,$$
(4.7)

где $\sigma_{\rm Bij}$ - напряжения в бетоне армированного слоя.

Направление развития трещин определяется величиной угла χ_1 между нормалью к трещине и осью X_1 исходной системы:

$$\chi_{1} = arctg[(\sigma_{1t} - \sigma_{B11}) / \tau_{12}], \qquad (4.8)$$

где σ_{1t} – наибольшие из главных растягивающих напряжений в несущем слое (бетоне), определяемые из выражения (4.9) для плоского напряженного состояния:

$$\sigma_{B1t} = [\sigma_{B11} + \sigma_{B22} + \sqrt{(\sigma_{B11} - \sigma_{B22})^2 + 4\tau_{12}^2}] / 2.$$
 (4.9)

Рассматривая армированные слои с трещиной необходимо ввести дополнительную гипотезу: приемлемость потенциальных соотношений считается справедливой только для направлений вдоль трещин, где не нарушена целостность бетона. В данном направлении физически нелинейные свойства несущего слоя будем аппроксимировать секущим модулем упругости E_B и секущим коэффициентом поперечных деформаций v_B , определяемыми из уравнения:

$$e_{22}^{*} = A_{12}^{*}\sigma_{B11}^{*} + A_{22}^{*}\sigma_{B22}^{*} = \sigma_{B22}^{*} - \nu_{B}\sigma_{B11}^{*} / E_{B}, \qquad (4.10)$$

т.е. $E_B = 1 / A_{22}^*$; $v_B = -A_{12}^* / A_{22}^*$, где A_{12}^* , A_{22}^* – компоненты матрицы податливостей, рассчитываемые по формулам (4.2), в которых напряжения σ_{11} и σ_{22} необходимо заменить на напряжения, рассчитанные в ортогональной системе координат $X_1^*OX_2^*$, повернутой относительно исходной системы X_1OX_2 на угол $\chi_1 - \sigma_{B11}^*$, σ_{B22}^* соответственно напряжения в бетоне в этой системе координат.

Ввод этого условия обуславливается тем, что при возникновении параллельных друг другу трещин в области фиктивного армированного слоя поврежденного КЭ изотропный бетон приобретает свойства ортотропии. В связи с этим утрачивается приемлемость потенциальных определяющих соотношений, ориентированных на нелинейный, разносопротивляющийся изотропный материал.

- 101 -

Тогда зависимости между деформациями и напряжениями в повернутой системе координат примут вид:

$$e^{*} = \begin{bmatrix} A^{*} \end{bmatrix} \sigma_{B}^{*}, \qquad (4.11)$$

$$\Gamma \Box e^{*} = \begin{cases} e_{11}^{*} \\ e_{22}^{*} \\ \gamma_{12}^{*} \\ \gamma_{13}^{*} \\ \gamma_{23}^{*} \end{cases}; \begin{bmatrix} A^{*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^{*} & A_{12}^{*} & 0 & 0 & 0 \\ & A_{22}^{*} & 0 & 0 & 0 \\ & & A_{66}^{*} & 0 & 0 \\ & & & & A_{66}^{*} \end{bmatrix}; \sigma_{B}^{*} = \begin{cases} \sigma_{B11}^{*} \\ \sigma_{B22}^{*} \\ \tau_{B12}^{*} \\ \tau_{B13}^{*} \\ \tau_{B23}^{*} \end{bmatrix};$$

$$A_{11}^{*} = 1 / E_{B}\omega; A_{12}^{*} = -\nu_{B} / E_{B}; A_{55}^{*} = 2 1 + \nu / E_{B}; A_{22}^{*} = 1 / E_{B};$$

 $A_{44}^{\star} = A_{66}^{\star} = 2 \ 1 + \nu_{_B} \ / \ E_{_B}\omega$.

В направлении оси X_1^* секущий модуль упругости (модуль деформации бетона) определяется величиной $E_B\omega$ (ω – функция, с помощью которой учитывается степень повреждения бетона 0 < $\omega \leq 1$). Тогда, в исходной системе координат матрица податливостей для треснувшего бетона, примет вид $\left[A^c\right]$:

$$\begin{bmatrix} A^{c}_{11} & A^{c}_{12} & A^{c}_{16} & 0 & 0 \\ & A^{c}_{22} & A^{c}_{26} & 0 & 0 \\ & & A^{c}_{66} & 0 & 0 \\ & & & A^{c}_{66} & 0 \\ & & & & A^{c}_{44} & 0 \\ & & & & & A^{c}_{55} \end{bmatrix},$$
(4.12)

$$\begin{split} & \Pi \Phi \ A_{11}^{c} = A_{11}^{*} Cos^{4} \chi_{1} + A_{22}^{*} Sin^{4} \chi_{1} + (2A_{12}^{*} + A_{66z}^{*}) Sin^{2} \chi_{1} Cos^{2} \chi_{1}; \\ & A_{22}^{c} = A_{11}^{*} Sin^{4} \chi_{1} + A_{22}^{*} Cos^{4} \chi_{1} + (2A_{12}^{*} + A_{66}^{*}) Sin^{2} \chi_{1} Cos^{2} \chi_{1}; \\ & A_{12}^{c} = A_{12}^{*} + (A_{11}^{*} + A_{22}^{*} - 2A_{12}^{*} - A_{66}^{*}) Sin^{2} \chi_{1} Cos^{2} \chi_{1}; \\ & A_{16}^{c} = [A_{11}^{*} Cos^{2} \chi_{1} - A_{22}^{*} Sin^{2} \chi_{1} - (A_{12}^{*} + A_{66}^{*} / 2) Cos2 \chi_{1}] Sin2 \chi_{1}; \\ & A_{26}^{c} = [A_{11}^{*} Sin^{2} \chi_{1} - A_{22}^{*} Cos^{2} \chi_{1} + (A_{12}^{*} + A_{66}^{*} / 2) Cos2 \chi_{1}] Sin2 \chi_{1}; \\ & A_{66}^{c} = (A_{11}^{*} + A_{22}^{*} - 2A_{12}^{*}) Sin^{2} 2 \chi_{1} + A_{66}^{*} Cos^{2} 2 \chi_{1}; \\ & A_{66}^{c} = (A_{11}^{*} + A_{22}^{*} - 2A_{12}^{*}) Sin^{2} 2 \chi_{1} + A_{66}^{*} Cos^{2} 2 \chi_{1}; \\ & A_{44}^{c} = A_{55}^{*} + A_{22}^{*} - 2A_{12}^{*} Sin^{2} 2 \chi_{1} + A_{66}^{*} Cos^{2} 2 \chi_{1}; \\ \end{split}$$

 $A_{55}^{c} = A_{55}^{*} Cos^{2} \chi_{1} + A_{44}^{*} Sin^{2} \chi_{1}$.

Матрица «упругости» для арматуры треснувшего армированного слоя в исходной ортогональной системе координат X₁OX₂ имеет вид:

где E_{S11} , E_{S22} – секущие модули деформаций арматуры, расположенной вдоль осей X₁ и X₂, определяемые из условия:

$$E_{S\,kk} = \begin{cases} E_{S} & \Pi P \mathcal{U} & \sigma_{Skk} < \sigma_{p} \mu_{kk} \\ \sigma_{p} & / e_{kk} & \Pi P \mathcal{U} & \sigma_{Skk} \ge \sigma_{p} \mu_{kk} \end{cases}$$
(4.14)

где σ_p – предел текучести материала арматуры; k = 1, 2.

Матрицу «упругости» армированного слоя представим в виде:

$$B = \begin{bmatrix} B_B^C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_S^C \end{bmatrix}, \qquad (4.15)$$

где $\begin{bmatrix} B_B^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^C \end{bmatrix}^{-1}.$

Для конкретизации модели треснувшего армированного слоя задается функция поврежденности ω , определяемая с помощью параметра В.И. Мурашева ψ_s , который учитывает работу растянутого бетона на участках между трещинами [259, 31]:

$$\psi_s = E_{sn} / E_B \omega + E_{sn} , \qquad (4.16)$$

где E_{sn} – модуль упругости арматуры в направлении вдоль нормали к трещине,

$$E_{sn} = E_{S11} \mu_{11} \cos^4 \chi_1 + E_{S22} \mu_{22} \sin^4 \chi_1 . \qquad (4.17)$$

Решая совместно уравнения (4.16) и (4.17) относительно функции поврежденности *ω*, получаем выражение вида:

$$\omega = E_{S11}\mu_{11}\cos^4\chi_1 + E_{S22}\mu_{22}\sin^4\chi_1 \quad 1 / \psi_s - 1 / E_B. \quad (4.18)$$

Параметр ψ_s вычисляем, используя эмпирическую формулу, рекомендованную в работах Гениева Г.А., Киссюк В.Н. и Тюпина Г.А. [48]:

$$\psi_{s} = 1 - 0, 7R_{bt} / \sigma_{11}^{*}, \qquad (4.19)$$

где подразумевается, что:

$$\sigma_{B11}^{*} = 0, 7R_{bt}, \qquad (4.20)$$

где σ_{11}^{*} , σ_{B11}^{*} - нормальные напряжения в железобетоне и бетоне на площадках, совпадающих с трещиной.

Конкретизировав выражение для $\sigma_{\scriptscriptstyle B11}^{\star}$ с учетом правил преобразования координат для напряжений $\sigma_{\scriptscriptstyle Bij}$ получим нелинейное уравнение относительно ω :

$$B_{B11}^{c}e_{11} + B_{B12}^{c}e_{22} + B_{B16}^{c}\gamma_{12} \cos^{2}\chi_{1} + + B_{B12}^{c}e_{12} + B_{B22}^{c}e_{22} + B_{26}^{c}\gamma_{12} \sin^{2}\chi_{1} + , \qquad (4.21) + B_{B16}^{c}e_{11} + B_{B26}^{c}e_{26} + B_{B66}^{c}\gamma_{12} \sin 2\chi_{1} = 0, 7R_{bt}$$

где B_{Bij}^{c} (*i*, *j* = 1, 2, 6) – компоненты матрицы упругости треснувшего бетона железобетонного слоя $\begin{bmatrix} B_{B}^{c} \end{bmatrix}$.

Для решения уравнения (4.21) используется метод последовательных приближений, согласно алгоритму, приведенному на рисунке 4.1. Таким образом, матрица $\begin{bmatrix} A^c \end{bmatrix}$ и компоненты матрицы «упругости» *В* определяются по рассчитываемой функции поврежденности и параметра В.И. Мурашева.



Рисунок 4.1. Алгоритм решения уравнения (4.21)

4.2.5 Армированные (железобетонные) слои с пересекающимися трещинами

Расчет железобетонных конструкций показывает, что по мере увеличения полезной нагрузки происходит интенсивный

рост напряжений в бетоне в направлениях вдоль трещин. Таким образом становится возможным повторное возникновение трещин, которые будут перпендикулярны направлению второго главного напряжения σ_{b2t} и будут пересекать первичные трещины.

При этом кроме критерия прочности (4.7) должно выполняться условие:

$$\sigma_{B2t} > \sigma_{B1t}, \qquad (4.22)$$

где $\sigma_{_{Blt}}$ - первые главные растягивающие напряжения в несущем слое (бетоне), определяемые из выражения (4.9); $\sigma_{_{B2t}}$ - вторые главные растягивающие напряжения в несущем слое (бетоне), определяемые из выражения:

$$\sigma_{B2t} = [\sigma_{B11} + \sigma_{B22} - \sqrt{(\sigma_{B11} - \sigma_{B22})^2 + 4\tau_{12}^2}] / 2.$$
 (4.23)

Тогда с учетом принятой модели не армированного слоя с трещинами и введенных ранее гипотез, имеем что матрица «упругости» в пределах фиктивного слоя принимает вид:

$$B = \begin{bmatrix} B_S^C \end{bmatrix}, \qquad (4.24)$$

где матрица $\begin{bmatrix} B_{S}^{c} \end{bmatrix}$ определяется согласно условию (4.13).

4.2.6 Не армированные слои двойного назначения (полимербетонные слои), контактирующие с агрессивной средой

Моделирование осуществляется по аналогии с работами В.В. Петрова, И.Г. Овчинникова, О.В. Пениной и П.В. Селяева [168, 151] в области исследования влияния агрессивных сред на конструкционные материалы с учетом теории малых упругопластических деформаций А.А. Ильюшина при соответствующих изменениях (см. п. 2.5). Связь деформаций и напряжений запишется следующим образом:

$$e^{s} = \begin{bmatrix} A^{s} \end{bmatrix} \sigma^{s} , \qquad (4.25)$$

$$rge e^{s} = \begin{cases} e_{11}^{s} \\ e_{22}^{s} \\ \gamma_{12}^{s} \\ \gamma_{13}^{s} \\ \gamma_{23}^{s} \end{cases}; \begin{bmatrix} A^{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^{s} & A_{12}^{s} & 0 & 0 & 0 \\ & A_{22}^{s} & 0 & 0 & 0 \\ & & A_{22}^{s} & 0 & 0 & 0 \\ & & & A_{66}^{s} & 0 & 0 \\ & & & & & A_{66}^{s} & 0 \\ & & & & & & A_{65}^{s} \end{bmatrix}; \sigma^{s} = \begin{cases} \sigma_{11}^{s} \\ \sigma_{22}^{s} \\ \tau_{12}^{s} \\ \tau_{13}^{s} \\ \tau_{23}^{s} \end{cases}.$$

Здесь компоненты матрицы $\begin{bmatrix} A^s \end{bmatrix}$ вычисляются согласно общему модельному представлению:

$$A_{11}^{s} = A_{22}^{s} = 1 / E_{c}\omega_{pb} ; A_{12}^{s} = -\nu_{b} / E_{c}\omega_{pb} ;$$

$$A_{44}^{s} = A_{66}^{s} = A_{55}^{s} = 2 1 + \nu_{b} / E_{c}\omega_{pb} ; E_{c} = \frac{\sigma_{i}}{\varepsilon_{i}},$$
(4.26)

где σ_i – интенсивность напряжений, ε_i – интенсивность деформаций. Модуль деформации полимербетона определим величиной $E_c \omega_{pb}$, где ω_{pb} – функция, характеризующая степень коррозионного повреждения 0 < $\omega_{pb} \leq 1$, определяемая выражением (2.45); E_c – переменный секущий модуль, определяемый из выражения (2.44).

Матрицу «жесткости» слоя определим следующим образом:

$$\begin{bmatrix} B^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^s \end{bmatrix}^{-1}. \tag{4.27}$$

4.3 Граничные условия

При определении напряженно-деформируемого состояния армированных пластин из нелинейного материала предлагается рассмотреть два варианта условий опирания: точечное по углам (плита №711) и шарнирное по контуру (плиты №825, №844, №863).

Очевидно, что углы свободно опертных по контуру пластин приподнимаются, если их не закрепить от подъема. В предложен-

ной конечно-элементной модели для таких пластин при заданной сетке разбиения плана пластины максимально «освобождались» угловые узлы пластины, т.е. ни на одно из пяти перемещений не накладывалось никаких ограничений. Для остальных узлов, расположенных по контуру плиты, обнулялись прогиб и соответствующий угол поворота, т.е.:

1. по сторонам параллельным оси ОХ $w_i = 0, \psi_{1i} = 0;$

2. по сторонам параллельным оси ОУ $w_i = 0, \psi_{2i} = 0$.

Для пластины с точечным по углам опирании граничные условия заключались в обнулении вертикальных перемещений в угловых узлах, т.е. $w_i = 0$ в узлах по осям ОХ и ОҮ.

4.4 Алгоритм расчёта

Алгоритм определения напряженно-деформированного состояния слоистых армированных пластин можно условно разделить на следующие подалгоритмы:

- построение задания на расчет пластины;
- построение матрицы связи узлов КЭ;
- задание граничных условий;
- задание действующих на пластину нагрузок;
- построение матриц жесткости КЭ;
- определение вектора узловых перемещений.

Разделение общего алгоритма на условные позволяет прерывать ход решения, выполнить оценку сходимости решения задачи, произвести корректировку последующих вычислений, возобновляя их с прерванной операции. Для решения поставленной задачи предложено использовать метод пошаговых нагружений, а с целью повышения сходимости предложенной модели физически нелинейных разносопротивляющихся материалов совместно с методом пошаго-
вых нагружений используется метод переменных параметров упругости.

Процесс построения задания на расчет пластины включает в себя следующие пункты:

1. задание геометрических параметров пластины;

2. определение величин армированной и неармированной частей пластины по толщине;

3. определение количества фиктивных слоев в армированной части пластины;

4. расчет констант потенциала деформаций (2.16);

5. задание предела прочности материала несущих слоев;

6. задание модуля упругости арматуры армированных слоев;

7. определение коэффициентов армирования в направлении исходных осей X₁ и X₂;

8. определение предела текучести арматуры армированных слоев пластины;

9. задание в качестве критерия сходимости решения величины предельной погрешности для полученных значений прогибов.

Процесс построения матрицы связи узлов КЭ включает в себя автоматизированное разбитие рассчитываемой пластины на треугольные КЭ и построение ансамбля КЭ; нумерацию полученных КЭ; определение связи номеров узлов в ансамбле элементов с нумерацией узлов, принятой внутри конечного элемента.

В ходе задания граничных условий присваиваются нулевые значения заданному подмножеству вектора (3.30), которое генерируется при указании последовательности узлов ансамбля и номеров перемещений в соответствии с принятой для них нумерации внутри узла. Процесс задания нагрузки образует вектор узловых сил для выбранной области ансамбля, которая в случае действия сосредоточенной силы сводится к одному узлу.

При построении матриц жесткости конечных элементов изначально рассматриваются только не армированные и армированные слои без трещин, для которых матрицы жесткости определяются в соответствии с выражениями (4.3) и (4.4). Коэффициенты начальной матрицы податливостей материала пластины определяются из выражения (4.2) как для нулевых компонентов тензора напряжений.

Для расчета матрицы жесткости КЭ, используя описанное в главе 3 построение конечно-элементной модели, необходимо решить следующий ряд задач:

1. определить матрицу *D* интегральных жесткостных функций, получаемых в результате выполнения численного интегрирования отдельных жесткостей по толщине элемента и зависящих от напряженного состояния;

2. определить матрицу податливости Е;

3. определить матрицу Н;

4. определить матрицу H^{-1} T;

5. вычислить элементы матрицы конечного элемента К в соответствии с выражением (3.20).

В случае если расчет матрицы жесткости КЭ не является начальным, то вычисление вектора *M* , выражение (3.8), при нулевых координатах по осям X₁ и X₂ производится в следующем порядке:

1. определение матрицы H^{-1} T;

2. определение вектора β ;

3. вычисление элементов вектора М.

Используя выражение (3.9) определяется вектор ε обобщенных деформаций, затем определяются компоненты тензоров деформаций и напряжений для всех фиктивных слоев пластины. Для армированных слоев вычисляются напряжения в бетоне и арматуре.

Для слоев без трещин проверяется появление трещин, а для слоев с трещинами – появление трещин, пересекающих первичные. Определив вид каждого фиктивного слоя конечного элемента и уточнив матрицу упругости, определяется матрица жесткости рассматриваемого КЭ, которая включается в глобальную матрицу жесткости.

Применяя метод *LDL* – факторизации вычисляется вектор узловых перемещений для всего ансамбля конечных элементов. В рамках каждого шага нагрузки и каждой итерации по методу переменных параметров упругости решение системы уравнений завершается, если все переменные в течение итерации изменяются величину менее чем 10⁻⁶ от предыдущего значения. После завершения решения фиксируются следующие параметры:

1. вектор узловых перемещений ансамбля конечных элементов;

2. деформации при нулевых координатах по осям X₁ и X₂ (в центре конечного элемента);

3. напряжения при нулевых координатах по осям X₁ и X₂ (в центре конечного элемента);

4. угол χ₁ между нормалью к трещине и осью Χ₁ исходной системы координат;

5. функция поврежденности ω;

6. ψ_s – параметр В.И. Мурашева ψ_s ;

7. ω_{pb} – функция, характеризующая степень коррозионного повреждения;

8. вид появившихся трещин;

9. *М* – вектор обобщенных сил при нулевых координатах по осям X₁ и X₂ (в центре конечного элемента).

4.5 Пластина №1 (плита №711)

4.5.1 Постановка задачи

В рамках апробации разработанной математической модели деформирования армированных слоистых пластин с учетом явления разносопротивляемости, воздействия агрессивной среды и повреждаемости в форме трещинообразования и ее программной реализации была рассчитана железобетонная пластина с защитным полимербетонным слоем. Форма и размеры пластины показаны на рисунках 4.2 – 4.4, характеристики пластины приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1.

		Предел те-	Коэффи	циенты	Число фик-	
№	Размеры пла-	кучести для	армирования		тивных сло-	толщина защичного
						полимербетонного
TIJIVITBI	Стины, м	арматуры,	11.1	1100	ER HO TON-	СЛОЯ, ММ
		ΜΠа	P11	P-22	щине	,
711	3×1,5×0,189	320	0,0137	0,0092	32	40

Модуль упругости арматурной стали был принят равным $E_s = 2 \times 10^5$ МПа. Полимербетонный слой принят из эпоксидного бетона, начальный модуль упругости которого на основании нормативной литературы равен $E_b = 3, 2 \times 10^5$ МПа. Агрессивная среда – 20% раствор NaCl, с плотностью $\rho = 1,219$ г/см³. Константы потенциала (2.16) для материала пластин приняты в соответствии с работами А.А. Трещева для бетона $R^- = 28, 4$ МПа [204, 205].

Нагрузка равномерно распределенная, меняющаяся в диапазоне от 0 до 50 кПа.



Рисунок 4.2 - Пластина №1 (плита №711)



Рисунок 4.3 - Сечение 1-1

где 1 – железобетонный слой пластины; 2 – армирование пластины; 3 – полимербетонный слой; 4 – срединная поверхность; q – равномерно распределенная нагрузка; с – агрессивная среда; δ_1 – толщина полимербетонного слоя; δ_2 – толщина железобетонного слоя; h – полная толщина плиты; a_1 – толщина армированного слоя; a_2 – толщина защитного слоя бетона для арматурной сетки. Пластина разбита в плане на сетку КЭ размерностью 12×12, разбиение на конечные элементы в плане представлено на рисунке 4.4.



Рисунок 4.4 - Разбиение пластины на КЭ

4.5.2 Основные результаты и их анализ

Результаты расчета слоистой армированной пластины №1 представлены в приложении №1 на рисунках П1.1 – П1.31.

Так на рисунках П1.1 – П1.7 и П1.9 П1.21 приведены перемещения и прогибы в срединной поверхности; напряжения; напряжения по толщине; моменты, определенные для времени воздействия агрессивной среды 12, 18, 24 и 30 месяцев соответственно. На графиках показано сравнение случаев при воздействии агрессивной эксплуатационной среды и без него. Из приведенных графиков видно, что увеличение прогибов пластины до образования трещин доходит до 17%, а после образования трещин и увеличения периода воздействия агрессивной эксплуатационной среды достигает 35%. Рост максимальных напряжений в железобетоне составляет до 20% при сроке влияния среды до 12 месяцев, при сроке 24 месяца и более рост напряжений достигает 48%, а значение моментов, воспринимаемых пластиной, уменьшается на 25-28%.

На рисунке П1.8 приведены графики зависимости вертикальных прогибов от момента начала и периода действия агрессивной эксплуатационной среды, из которых видно, что по мере увеличения концентрации агрессивной среды в материале защитного слоя происходит ускорение процесса трещинообразования и увеличение величины максимального вертикального прогиба. При одинаковой нагрузке и сроке рассмотрения 30 месяцев разница прогиба при расчете без среды и со средой составляет 15%.

Рисунки П1.22 – П1.29 показывают развитие трещин на нижней поверхности пластины и подтверждают наличие зависимости степени развития трещин от внешнего воздействия эксплуатационной среды.

Рисунки П1.30 – 1.31 показывают увеличение трещин по толщине пластины при расчете с учетом воздействия агрессивной эксплуатационной среды по сравнению с расчетом без учета среды.

4.6 Пластина №2 (плита №825)

4.6.1 Постановка задачи

В рамках апробации разработанной математической модели деформирования армированных слоистых пластин с учетом явления разносопротивляемости, воздействия агрессивной среды и повреждаемости в форме трещинообразования и ее программной реализации была рассчитана железобетонная плита с защитным полимербетонным слоем. Форма и размеры пластины показаны на рисунках 4.5 – 4.6, характеристики пластины приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2.

	Предел те-		Коэффициенты		II	
N⁰	Размеры	газмеры кучести для		ования	число фиктив-	толщина защитното
	пластины,				ных слоев по	полимербетонного
плиты	M	арматуры , МПа	μ_{11}	μ_{22}	толщине	слоя, мм
825	2×2×0,152	480	0,0122	0,0122	26	30

Модуль упругости арматурной стали был принят равным $E_s = 2 \times 10^5$ МПа. Полимербетонный слой принят из эпоксидного бетона, начальный модуль упругости которого на основании нормативной литературы равен $E_b = 3, 2 \times 10^5$ МПа. Агрессивная среда – 20% раствор NaCl, с плотностью $\rho = 1,219$ г/см³. Константы потенциала (2.16) для материала пластин приняты в соответствии с работами А.А. Трещева для бетона $R^- = 28,4$ Мпа [204, 205].

Нагрузка равномерно распределенная, меняющаяся в диапазоне от 0 до 150 кПа.



Рисунок 4.5 - Пластина №2 (плита №825)



Рисунок 4.6 - Сечение 2-2

где 1 – железобетонный слой пластины; 2 – армирование пластины; 3 – полимербетонный слой; 4 – срединная поверхность; q – равномерно распределенная нагрузка; с – агрессивная среда; δ_1 – толщина полимербетонного слоя; δ_2 – толщина железобетонного слоя; h – полная толщина плиты; a_1 – толщина армированного слоя; a_2 – толщина защитного слоя бетона для арматурной сетки.

Пластина разбита в плане на сетку КЭ размерностью 12×12, разбиение на конечные элементы в плане представлено на рисунке 4.7.



Рисунок 4.7 - Разбиение пластины на КЭ

4.6.2 Основные результаты и их анализ

Результаты расчета слоистой армированной пластины №2 представлены в приложении №2 на рисунках П2.1 – П2.21.

Так на рисунках П2.1 – П2.8 и П2.10 – П1.21 приведены перемещения и прогибы в срединной поверхности; напряжения; напряжения по толщине; моменты, определенные для времени воздействия агрессивной среды 12, 18, 24 и 30 месяцев соответственно. На графиках показано сравнение случаев при воздействии агрессивной эксплуатационной среды и без него. Из приведенных графиков видно, что увеличение прогибов пластины до образования трещин доходит до 22%, а после образования трещин и увеличения периода воздействия агрессивной эксплуатационной среды достигает 31%. Рост максимальных напряжений в железобетоне составляет до 42% при сроке влияния среды до 12 месяцев, при сроке 24 месяца и более рост напряжений достигает 48%.

На рисунке П2.9 приведены графики зависимости вертикальных прогибов от момента начала и периода действия агрессивной эксплуатационной среды, из которых видно, что по мере увеличения концентрации агрессивной среды в материале защитного слоя происходит ускорение процесса трещинообразования и увеличение величины максимального вертикального прогиба. При одинаковой нагрузке и сроке рассмотрения 30 месяцев разница прогиба при расчете без среды и со средой составляет 32%.

Рисунки П2.10 – П2.17 показывают развитие трещин на нижней поверхности пластины и подтверждают наличие зависимости степени развития трещин от внешнего воздействия эксплуатационной среды.

Рисунки П2.18 – П2.19 показывают увеличение трещин по толщине пластины при расчете с учетом воздействия агрессивной эксплуатационной среды по сравнению с расчетом без учета среды.

4.7 Пластина №3 (плита №844)

4.7.1 Постановка задачи

В рамках апробации разработанной математической модели деформирования армированных слоистых пластин с учетом явления разносопротивляемости, воздействия агрессивной среды и повреждаемости в форме трещинообразования и ее программной реализации была рассчитана железобетонная пластина с защитным полимербетонным слоем. Форма и размеры пластины показаны на рисунках 4.8 – 4.9, характеристики пластины приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3.

№	Размеры	Предел те- кучести для	Коэффи армирс	циенты ования	Число фик- тивных сло-	Толщина защитного
плиты	пластины, М	арматуры, МПа	μ_{11}	μ ₂₂	ев по тол- щине	полимербетонного слоя, мм
844	2×2×0,106	480	0,0146	0,0167	28	20

Модуль упругости арматурной стали был принят равным $E_s = 2 \times 10^5$ МПа. Полимербетонный слой принят из эпоксидного бетона, начальный модуль упругости которого на основании нормативной литературы равен $E_b = 3, 2 \times 10^5$ МПа. Агрессивная среда – 20% раствор NaCl, с плотностью $\rho = 1,219$ г/см³. Константы потенциала (2.16) для материала пластин приняты в соответствии с работами А.А. Трещева для бетона $R^- = 28,4$ МПа [204, 205].

Нагрузка сосредоточенная, меняющаяся в диапазоне от 0 до 80 кН.



Рисунок 4.8 - Пластина №3 (плита №844)



Рисунок 4.9 - Сечение 3-3

где 1 – железобетонный слой пластины; 2 – армирование пластины; 3 – полимербетонный слой; 4 – срединная поверхность; P – сосредоточенная сила; с – агрессивная среда; δ₁ – толщина полимербетонного слоя; δ₂ – толщина железобетонного слоя; h – полная толщина пластины; a₁ – толщина армированного слоя; a₂ – толщина защитного слоя бетона для арматурной сетки.

Пластина разбита в плане на сетку КЭ размерностью 16×16, разбиение на конечные элементы в плане представлено на рисунке 4.10.



Рисунок 4.10 - Разбиение пластины на КЭ

4.7.2 Основные результаты и их анализ

Результаты расчета слоистой армированной пластины №3 представлены в приложении №3 на рисунках ПЗ.1 – ПЗ.21.

Так на рисунках ПЗ.1 – ПЗ.8 и ПЗ.10 ПЗ.21 приведены перемещения и прогибы в срединной поверхности; напряжения; напряжения по толщине; моменты, определенные для времени воздействия агрессивной среды 12, 18, 24 и 30 месяцев соответственно. На графиках показано сравнение случаев при воздействии агрессивной эксплуатационной среды и без него. Из приведенных графиков видно, что увеличение прогибов плиты после образования трещин и увеличения периода воздействия агрессивной эксплуатационной среды до 30 месяцев достигает 39%. Рост максимальных напряжений в железобетоне составляет до 20% при сроке влияния среды до 12 месяцев, при сроке 24 месяца и более рост напряжений достигает 39%. На рисунке ПЗ.9 приведены графики зависимости вертикальных прогибов от момента начала и периода действия агрессивной эксплуатационной среды, из которых видно, что по мере увеличения концентрации агрессивной среды в материале защитного слоя происходит ускорение процесса трещинообразования и увеличение величины максимального вертикального прогиба. При одинаковой нагрузке и сроке рассмотрения 30 месяцев разница прогиба при расчете без среды и со средой составляет 39%.

Рисунки П3.10 – П3.17 показывают развитие трещин на нижней поверхности пластины и подтверждают наличие зависимости степени развития трещин от внешнего воздействия эксплуатационной среды.

Рисунки П3.18 – П3.19 показывают увеличение трещин по толщине пластины при расчете с учетом воздействия агрессивной эксплуатационной среды по сравнению с расчетом без учета среды.

4.8 Пластина №4 (плита №863)

4.8.1 Постановка задачи

В рамках апробации разработанной математической модели деформирования армированных слоистых пластин с учетом явления разносопротивляемости, воздействия агрессивной среды и повреждаемости в форме трещинообразования и ее программной реализации была рассчитана железобетонная пластина с защитным полимербетонным слоем. Форма и размеры пластины показаны на рисунках 4.11 – 4.12, характеристики плиты приведены в таблице 4.4.

Таблица 4.4.

	Размеры	Предел те-	Коэффи	циенты	Число фик-	
№	пластины.	кучести для	армиро	рвания	тивных сло-	
плиты	M	арматуры,	11	11	ев по тол-	
	М	МПа	μ_{11}	μ_{22}	щине	CHOR, MM
863	2×2×0,151	428	0,0117	0,0117	34	30

Модуль упругости арматурной стали был принят равным $E_s = 2 \times 10^5$ МПа. Полимербетонный слой принят из эпоксидного бетона, начальный модуль упругости которого на основании нормативной литературы равен $E_b = 3, 2 \times 10^5$ МПа. Агрессивная среда – 20% раствор NaCl, с плотностью $\rho = 1,219$ г/см³. Константы потенциала (2.16) для материала пластин приняты в соответствии с работами А.А. Трещева для бетона $R^- = 28,4$ МПа [204, 205].

Нагрузка равномерно распределенная, меняющаяся в диапазоне от 0 до 100 кПа.



Рисунок 4.11 - Пластина №4 (плита №863)



Рисунок 4.12 - Сечение 4-4

где 1 – железобетонный слой пластины; 2 – армирование пластины; 3 – полимербетонный слой; 4 – срединная поверхность; q – равномерно распределенная нагрузка; с – агрессивная среда; δ_1 – толщина полимербетонного слоя; δ_2 – толщина железобетонного слоя; h – полная толщина пластины; a_1 – толщина армированного слоя; a_2 – толщина защитного слоя бетона для арматурной сетки.

Пластина разбита в плане на сетку КЭ размерностью 14×14, разбиение на конечные элементы в плане представлено на рисунке 4.13.



Рисунок 4.13 - Разбиение пластины на КЭ

4.8.2 Основные результаты и их анализ

Результаты расчета слоистой армированной пластины №4 представлены в приложении №4 на рисунках П4.1 – П4.31.

Так на рисунках П4.1 – П4.7 и П4.9 – П4.21 приведены перемещения и прогибы в срединной поверхности; напряжения; напряжения по толщине; моменты, определенные для времени воздействия агрессивной среды 12, 18, 24 и 30 месяцев соответственно. На графиках показано сравнение случаев при воздействии агрессивной эксплуатационной среды и без него. Из приведенных графиков видно, что увеличение прогибов плиты до образования трещин доходит до 18%, а после образования трещин и увеличения периода воздействия агрессивной эксплуатационной среды достигает 27%. Рост максимальных напряжений в железобетоне составляет до 23% при сроке влияния среды до 12 месяцев, при сроке 30 месяцев и более рост напряжений достигает 42%.

На рисунке П4.8 приведены графики зависимости вертикальных прогибов от момента начала и периода действия агрессивной эксплуатационной среды, из которых видно, что по мере увеличения концентрации агрессивной среды в материале защитного слоя происходит ускорение процесса трещинообразования и увеличение величины максимального вертикального прогиба. При одинаковой нагрузке и сроке рассмотрения 30 месяцев разница прогиба при расчете без среды и со средой составляет 27%.

Рисунки П4.22 – П4.29 показывают развитие трещин на нижней поверхности пластины и подтверждают наличие зависимости степени развития трещин от внешнего воздействия эксплуатационной среды.

Рисунки П4.30 – 4.31 показывают увеличение трещин по толщине пластины при расчете с учетом воздействия агрессивной эксплуатационной среды по сравнению с расчетом без учета среды.

4.9 Выводы по главе

1. Рассмотрен вариант пошагово-итерационного расчёта армированных слоистых пластин с учетом явления разносопротивляемости, воздействия агрессивной среды и повреждаемости в форме трещинообразования.

2. Решен ряд прикладных задач по определению напряженнодеформированного состояния армированных слоистых пластин с учетом явления разносопротивляемости, воздействия агрессивной среды и повреждаемости в форме трещиннообразования.

3. Основные численные результаты, заключаются в следующем: увеличение прогибов пластин до образования трещин доходит до 17%, а после образования трещин и увеличения периода воздействия агрессивной эксплуатационной среды достигает 35%. Рост максимальных напряжений в железобетоне составляет до 20% при сроке влияния среды до 12 месяцев, при сроке 24 месяца и более рост напряжений достигает 48%, а значение моментов, воспринимаемых плитой, уменьшается на 25-28%. Графики, приведенные в приложениях к диссертации, показывают, что по мере повреждения слоя защитного материала происходит ускорение процесса трещинообразования и увеличение величины трещин по толщине рассматриваемых пластин.

Заключение

Проведенные в первой главе: анализ известных экспериментальных данных по влиянию агрессивных сред на изменение физико-механических свойств материалов; исследование существующих теорий по описанию физико-механического поведения материалов чувствительных к виду напряженного состояния и обзор существующих работ по определению влияния эксплуатационных сред на напряженно-деформированное состояние конструкций из армированных нелинейных армированных разносопротивляющихся материалов, позволили выбрать непротиворечивые теории и на их основе построить существенно новую модель деформирования армированных слоистых пластин с учетом явления разносопротивляемости, воздействия агрессивной среды и повреждаемости в форме трещинообразования.

Основные результаты работы состоят в следующем:

1. Проведен анализ известных экспериментальных исследований по влиянию агрессивных эксплуатационных сред на изменение физико-механических свойств материалов, существующих теоретических работ по учету влияния агрессивных сред на напряженно-деформированное состояние конструкций из разносопротивляющихся материалов.

2. Впервые разработана и реализована нелинейная математическая модель деформирования армированных слоистых пластин из разносопротивляющихся материалов с учетом деградации слоя защитного материала под воздействием агрессивной эксплуатационной среды, разносопротивляемости и повреждаемости несущих слоев в форме трещинообразования.

3. С использованием предложенной математической модели и ее программной реализации решены прикладные задачи по определению напряженно-деформированного состояния слоистых

- 127 -

армированных пластин из разносопротивляющихся материалов с учетом деградации слоя защитного материала под воздействием агрессивной эксплуатационной среды и повреждаемости несущих слоев в форме трещинообразования.

Проведенные в диссертации исследования показывают 4. наличие количественных эффектов, связанных с учетом разносопротивляемости материалов, деградации слоя защитного материала под воздействием агрессивной эксплуатационной среды и повреждаемости несущих слоев в форме трещинообразования. Показано, что по мере увеличения концентрации агрессивной среды в полимербетонном слое, происходит перераспределение напряжений и деформаций. В частности, увеличение прогибов пластины до образования трещин, доходит до 17%, а после образования трещин и увеличения периода воздействия агрессивной эксплуатационной среды достигает 35%. Рост максимальных напряжений в железобетоне составляет до 20% при сроке влияния среды до 12 месяцев, при сроке 24 месяца и более, рост напряжений достигает 48%, а значение моментов, воспринимаемых плитой, уменьшается на 25-28%. Результаты работы показывают, что по мере повреждения слоя защитного материала происходит ускорение процесса трещинообразования и увеличение величины трещин по толщине рассматриваемых пластин.

Таким образом, доказано, что при определении напряженно-деформированного состояния слоистых армированных пластин необходимо совместно учитывать разносопротивляемость их материала и воздействие агрессивной эксплуатационной среды.

Перспективы дальнейшей разработки темы диссертации. В рамках данной диссертационной работы рассмотрен плоский конечный элемент и только один вид конструкции – пластины. В дальнейшем возможно построение объемного конечного элемен-

- 128 -

та, который позволит значительно расширить спектр решаемых задач. Так же, с целью расширения области применимости предлагается рассмотреть новые виды агрессивных сред.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авхимков, А.П. О плоской задаче разномодульной теории упругости / А.П. Авхимков // Доклады 9-й науч.-техн. конф. инж. факультета Ун-та дружбы народов им. Патриса Лумумбы. – 1974. – С. 39-43.

2. Авхимков, А.П. О плоской задаче теории упругости для разномодульного тела / А.П. Авхимков, Б.Ф. Власов // Доклады 8-й науч.-техн. конф. инж. факультета Ун-та дружбы народов им. Патриса Лумумбы. – 1972. – С. 34-36.

3. Агахи, К.А. К теории пластичности материалов, учитывающей влияние гидростатического давления [Текст] / К.А. Агахи, В.Н. Кузнецов // Упругость и неупругость. – М.: МГУ, 1978. – Вып. 5. – С. 46-52.

4. Ажогин, Ф.Ф. Защита металлов [Текст] / Ф.Ф. Ажогин,
Ю.К. Павлов, 1966, т.2, №2. – с. 145–148.

5. Акимов, Г.В. Теория и методы исследования коррозии металлов [Текст] / Г.В. Акимов. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1945. – 361 с.

6. Амбарцумян, С.А. Уравнения теории температурных напряжений разномодульных материалов [Текст] / С.А. Амбарцумян // Инж. журнал МТТ. - 1968. - № 5. - С. 58-69.

7. Амбарцумян, С.А. Разномодульная теория упругости [Текст] / С.А. Амбарцумян. – М.: Наука, 1982. – 320 с.

8. Амбарцумян, С.А. Основные уравнения теории упругости для материалов, разносопротивляющихся растяжению и сжатию [Текст] / С.А. Амбарцумян, А.А. Хачатрян // Инж. журнал МТТ. – 1966. – № 2. – С. 44-53.

9. Амбарцумян, С.А. К разномодульной теории упругости
[Текст] / С.А. Амбарцумян, А.А. Хачатрян // Инж. журнал МТТ.
– 1966. – № 6. – С. 64–67.

10. Аристов, В.М. Оценка долговечности сварных конструкций из полимерных материалов с позиций линейной механики разрушения / В.М. Аристов // Расчет и конструирование машин и аппаратов химических производств. - М., 1983. - С. 33-36

11. Аркания, З.В. К построению определяющих уравнений теории упругости изотропных сред [Текст] / З.В. Аркания, Н.М. Матченко, А.А. Трещев // Механика сплошных сред. – Тбилиси: ГПИ, 1984. – № 9. – С. 88-90

12. Артемов, А.Н. Поперечный изгиб железобетонных плит с учетом трещин [Текст] / А.Н.Артемов, А.А.Трещев // Изв. вузов. Строительство. - 1994. - №9 - 10. - С. 7-12.

13. Ахметов, А.К. Распространение волн в полубесконечном разномодульном стержне [Текст] / А.К. Ахметов // Вестник АН Каз. ССР. – Алма-Ата, 1975. – 10 с.

14. Батырев, К.Г. Классификация полимербетонов. Коррозионная стойкость аглопоритполимербетонов / К.Г. Батырев, А.В. Башкатов // Опыт прошлого – взгляд в будущее. Международная научно-практическая конференция молодых ученых и студентов. Материалы конференции. – Тула: ТулГУ, 2013. – С. 91-96.

15. Башкатов, А.В. К вопросу о математической модели деформирования комплексной железобетонной плиты с полимербетонным слоем под действием агрессивной среды / А.В. Башкатов, А.А. Трещев, В.Г. Теличко // Социально-экономические и экологические проблемы горной промышленности, строительства и энергетики. 10-я Международная конференция по проблемам горной промышленности, строительства и энергетики. Материалы конференции. Т. 2. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2014. – С. 61–68.

16. Башкатов, А.В. К вопросу о построении математической модели деформирования железобетонной плиты с полимербетонным слоем под действием агрессивной среды / А.В. Башкатов, Е.А.

Сысоева // IX-я Региональная магистерская научная конференция: сборник тезисов докладов / под научной редакцией д-ра техн. наук, проф. Е.А. Ядыкина. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2014. Ч. I. – С. 184–186.

17. Башкатов, А.В. К вопросу о решении задачи об изгибе железобетонной оболочки положительной гауссовой кривизны с учетом усложненных свойств / А.В. Башкатов, А.А. Трещев // Сборник материалов XIV Международной НТК «Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии». - Тула: Изд-во Тул-ГУ, 2013. - С. 10-11.

18. Башкатов, А.В. Математическая модель деформирования комплексной железобетонной плиты с полимербетонным слоем под действием агрессивной среды / А.В. Башкатов, В.Г. Теличко, А.А. Трещев // Сборник научных статей II международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы механики в современном строительстве». – Пенза: Изд-во ПГУАС, 2014. – С. 21-29.

19. Башкатов, А.В. Математическая модель задачи определения НДС слоистых армированных конструкций из нелинейного материала / А.В. Башкатов, А.А. Трещев // Сборник материалов XV Международной НТК «Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии». - Тула: Изд-во ТулГУ, 2014. - С. 10.

20. Башкатов, А.В. Моделирование напряженно-деформированного состояния конструкций из железобетона и полимербетона с учетом влияния агрессивной среды [Текст] / А.В. Башкатов, В.Г. Теличко, А.А. Трещев // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия Механика предельного состояния. – Чебоксары: ЧувГПУ. 2014. – №4 (22). – С. 18-26. 21. Башкатов, А.В. Моделирование напряженно-деформируемого состояния железобетонных оболочек специальными конечными элементами с учетом разрушения / А.В. Башкатов // Опыт прошлого – взгляд в будущее. 2-я Международная научнопрактическая конференция молодых ученых и студентов. Материалы конференции. Тула: Изд-во ТулГУ, 2012. – С. 215-218.

22. Башкатов, А.В. Моделирование НДС железобетонных конструкций с учетом кинетики агрессивных сред / А.В. Башкатов, В.Г. Теличко, Е.А. Гречишкин // Сборник материалов XVI Международной НТК «Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии». - Тула: Изд-во ТулГУ, 2015. - С. 9-10.

23. Башкатов, А.В. Модель расчета слоистых армированных плит под действием агрессивной среды / А.В. Башкатов, А.А. Трещев // Материалы международной научной конференции «Современные проблемы математики, механики, информатики». – Тула: Изд-во ТулГУ, 2014. – С. 123–131.

24. Башкатов, А.В. Определение коррозионной стойкости при расчете конструкций из аглопоритполимербетонов, находящихся под действием агрессивных сред / А.В. Башкатов // VIIIя региональная молодёжная научно-практическая конференция Тульского государственного университета «Молодёжные инновации»: сборник докладов под общей редакцией д-ра техн. наук, проф. Ядыкина Е. А.: В З ч. Ч. І. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2014. – С. 15-16.

25. Башкатов, А.В. Определение напряженно- деформированного состояния комплексной железобетонной плиты с полимербетонным слоем под действием агрессивной среды / А.В. Башкатов, В.Г. Теличко, А.А. Трещев // Социально-экономические и экологические проблемы горной промышленности, строительства и энергетики. 12-я Международная конференция по проблемам гор-

- 133 -

ной промышленности, строительства и энергетики. Материалы конференции. Т. 1. - Тула: Изд-во ТулГУ, 2016. - С. 491-498

26. Башкатов, А.В. Определение напряженно-деформируемого состояния комплексной железобетонной плиты с полимербетонным слоем под действием агрессивной среды [Текст] / А.В. Башка-тов, А.А. Трещев // Строительство и реконструкция. - 2016. - №6-(68). - С. 3-12.

27. Башкатов, А.В. Определение НДС железобетонных цилиндрических оболочек с усложненными свойствами / А.В. Башкатов // VII-я региональная молодёжная научно-практическая конференция Тульского государственного университета «Молодёжные инновации»: сборник докладов под общей редакцией д-ра техн. наук, проф. Ядыкина Е. А.: В З ч. Ч. І. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. – С. 16-17.

28. Башкатов, А.В. Применение конечного элемента для задач по определению НДС слоистых армированных конструкций из нелинейного материала / А.В. Башкатов, В.Г. Теличко // Сборник материалов XV Международной НТК «Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии». - Тула: Изд-во Тул-ГУ, 2014. - С. 9.

29. Башкатов, А.В. Расчет железобетонных конструкций с учетом воздействия агрессивной среды / А.В. Башкатов, В.Г. Теличко // Сборник материалов XVII Международной НТК «Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии». – Тула: Изд-во ТулГУ, 2016. – С. 24–25.

30. Башкатов, А.В. Теории расчета железобетонных конструкций, эксплуатируемых в агрессивных средах / А.В. Башкатов, Е.А. Сысоева // Сборник материалов XV Международной НТК «Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии». - Тула: Изд-во ТулГУ, 2014. - С. 8.

31. Березин, А.В. Деформируемость и разрушение изотропных графитовых материалов [Текст] / А.В. Березин, В.И. Строков, В.Н. Баранов // Конструкционные материалы на основе углерода. – М.: Металлургия, 1976. – Вып. П. – С. 102–110.

32. Березин, А.В. О законах деформирования разномодульных дилатирующих сред [Текст] / А.В. Березин // Проблемы машиностроения и автоматизации. Международный журнал. - 2007. -№ 2. - С. 70-72.

33. Березин, А.В. Сопротивление деформированию и разрушению изотропных графитовых материалов в условиях сложного напряженного состояния [Текст] / А.В. Березин, Е.В. Ломакин, В.И. Строков, В.Н. Барабанов // Проблемы прочности. - 1979. -№ 2. - С. 60-65.

34. Березин, А.В. Влияние повреждений на деформационные и прочностные характеристики твердых тел [Текст] / А.В. Березин. – М.: Наука, 1990. – 135 с.

35. Березин, А.В. Деформируемость и разрушение изотропных графитовых материалов [Текст] / А.В. Березин, В.И. Строков, В.Н. Баранов // Конструкционные материалы на основе углерода. – М.: Металлургия, 1976. – Вып. П. – С. 102-110.

36. Бертяев, В.Д. Вариант построения теории упругости разносопротивляющихся тел [Текст] / В.Д. Бертяев, Л.А. Толо-конников // Механика и прикладная математика. – Тула: Приокс. кн. изд-во, 1989. – С. 4-7.

37. Бондаренко, В.М. К вопросу об оценке силового сопротивления железобетона повреждению коррозионными воздействиями [Текст] / В.М. Бондаренко, В.Н. Прохоров // Изв. Вузов. Строительство. - 1998. - № 3. - С. 30 - 41.

38. Бондаренко, В.М. Коррозионные повреждения и ресурс силового сопротивления железобетонных конструкций [Текст] /

В.М. Бондаренко, С.В. Марков, В.И. Римшин // Бюллетень строительной техники. - 2002. - № 8. - С. 26 - 32.

З9. Бондаренко, В.М. Проблемы устойчивости железобетонных конструкций [Текст] / В.М. Бондаренко, В.Н. Прохоров,
В.И. Римшин // Бюллетень строительной техники. - 1998. - № 5.
- С. 13 - 16.

40. **Бригадиров, Г.В.** Вариант построения основных соотношений разномодульной теории упругости [Текст] / Г.В. Бригадиров, Н.М. Матченко // Изв. АН СССР. МТТ. - 1971. - № 5. - С. 109-111.

41. **Бригадиров, Г.В.** К разномодульной теории пластин [Текст] / Г.В. Бригадиров // Технология машиностроения. – Тула: ТПИ, 1970. – Вып. 20. – С. 17-21.

42. Быков, Д.Л. О некоторых соотношениях между инвариантами напряжений и деформаций в физически нелинейных средах [Текст] / Д.Л. Быков // Упругость и неупругость. – М.: МГУ, 1971. – Вып. 2. – С. 114–128.

43. Быков, Д.Л. Основные уравнения и теоремы для одной модели физически нелинейной среды [Текст] / Д.Л. Быков // Инж. журнал МТТ. – 1966. – № 4. – С. 58–64.

44. Вялов, С.С. Вопросы теории деформируемости связанных грунтов [Текст] / С.С. Вялов // Основания, фундаменты и механика фунтов. - 1966. - №3. - С. 1-4.

45. **Вялов, С.С.** Реологические основы механики грунтов [Текст] / С.С. Вялов. - М.: Высшая школа, 1978. - 447 с.

46. Гаврилов, Д.А. Зависимости между напряжениями и деформациями для квазилинейного разномодульного тела [Текст] / Д.А. Гаврилов // Проблемы прочности. – 1979. – № 9. – С. 10-12. 47. Гаврилов, Д.А. Определяющие уравнения для нелинейных тел неодинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию [Текст] / Д.А. Гаврилов // Докл. АН УССР. – Сер. А. Физ.-мат. и техн. науки. – 1980. – № 3. – С. 37-41.

48. Гениев, Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона [Текст] / Г.А. Гениев, В.Н. Киссюк, Г.А. Тюпин. – М.: Стройиздат, 1974. – 316 с.

49. Гликман, Л. А. Изменение упругих свойств железоуглеродистых сплавов при водородном воздействии [Текст] / Л.А. Гликман, В.И. Дерябина, А.М. Карташов // Физ.-хим. механика материалов. - 1978. - №3. - С. 110-112.

50. Гликман, Л. А. Некоторые проблемы прочности твердого тела [Текст] / Л.А. Гликман, Н.Н. Колгатин. - М.: Изд - во АН СССР, 1959. - С. 130-139.

51. Гольденблат, И.И. Критерии прочности конструкционных материалов [Текст] / И.И. Гольденблат, В.А. Копнов. – М.: Машиностроение, 1968. – 192 с.

52. **Грин, А.** Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды [Текст] /А. Грин, Дж. Адкинс. – М.: Мир, 1965. – 465 с.

53. **Гузеев, Е.А.** Влияние среды на механические свойства бетона [Текст] / Е.А. Гузеев // Прочность, структурные изменения и деформации бетона. М. - 1978. - С. 223-253.

54. Гузеев, Е.А. Основы расчета и проектирования железобетонных конструкций повышенной стойкости в коррозионных средах [Текст]: Дис. ... доктора техн. наук: 05.23.01 / Гузеев Евгений Андреевич. - НИИЖБ-Москва, 1981. - 365 с.

55. **Гузеев, Е.А.** Разрушение бетона и его долговечность [Текст] / Е.А. Гузеев и др. – Минск, 1997. – 170 с. 56. Гусев, Б.В. Математические модели процессов коррозии бетона [Текст] / Б.В. Гусев, А.С. Файсулович, В.Ф. Степанова. - М.: Информ.-издат. центр «ТИМР», 1996. - 104 с.

57. Деревянкина, Е.Н. О долговечности полимерных пластин в агрессивной среде / Е.Н. Деревянкина // Долговечность материалов и элементов конструкций в агрессивных и высокотемпературных средах. - Саратов: Сарат. политехн. ин-т., 1988. - С. 43-45.

58. Деревянкина, Е.Н. Учет влияния коррозионно – активной среды на долговечность полимерных конструкций / Е.Н. Деревянкина // Прикладные проблемы прочности и устойчивости деформируемых систем в агрессивных средах. – Саратов: Сарат. политехн. ин-т., 1989. – С. 64-68.

59. Дэюба, В.С. Уравнения состояния армированных пластиков с учетом механической поврежденности и физико-химических превращений [Текст] / В.С. Дзюба // Докл. АН УССР, 1974. – Серия А. – № 11. – С. 987-991.

60. Долинский, В.М. Изгиб труб под действием внешней агрессивной среды / В.М. Долинский, В.А. Сиротенко, В.И. Черемская // Расчет элементов конструкций, подвергающихся воздействию агрессивных сред / Сарат. политехн, ин — т. Саратов, 1985. - С. 26-27.

61. Долинский, В.М. Расчет элементов тонкостенных конструкций, подверженных равномерной коррозии / В.М. Долинский // Деформирование материалов и элементов конструкций в агрессивных средах / Саратов, политехн, ин-т. – Саратов, 1983. – С.61-66.

62. Ельчанинов, П.Н. К расчету цилиндров из нелинейного разномодульного материала методом переменных параметров упругости / П.Н. Ельчанинов, М.И. Климов // Прочность, устойчи-

- 138 -

вость и колебания строит. конструкций. - Л.: Изд-во ЛИСИ, 1987. - С. 65-69.

63. Ельчанинов, П.Н. Расчет круглых плит с учетом нелинейной разномодульности материала / П.Н. Ельчанинов, М.И. Климов // Расчет строит. конструкций с учетом физичес. нелинейности материала на статичес. и динамичес. нагрузки. – Л.: Изд-во ЛИСИ, 1984. – С. 42-47.

64. Журавлева, В.Н. Применение деградационных функций (ФДМ) для оценки физико-химической стойкости композиционных материалов и конструкций / В.Н. Журавлева, В.П. Селяев, В.И. Соломатов // Новые композиционные материалы в строительстве. - Саратов: Сарат. политехн. ин-т, 1981. С. 33.

65. Журавлева, В.Н. Экспериментальный метод определения деградационных функций для полимербетонов / В.Н. Журавлева, В.П. Селяев, В.И. Соломатов // Повышение долговечности бетона транспортных сооружений. – М.: МИИТ, 1980. – С. 86 – 95.

66. Зиборов, Л.А. Вариант соотношений деформационной теории пластичности полухрупких тел / Л.А. Зиборов, В.М. Логунов, Н.М. Матченко // Механика деформируемого твердого тела. – ТулПИ, 1983. – С. 101-106.

67. Золочевский, А.А. К тензорной связи в теориях упругости и пластичности анизотропных композитных материалов, разносопротивляющихся растяжению и сжатию [Текст] / А.А. Золочевский // Механика композитных материалов. – 1985. – № 1. - С. 53-58.

68. Золочевский, А.А. К теории пластичности материалов различно сопротивляющихся растяжению и сжатию [Текст] / А.А. Золочевский // Изв. вузов. Машиностроение. - 1986. - № 6. - С. 13-16.

69. Золочевский, А.А. Определяющие уравнения и некоторые задачи разномодульной теории упругости анизотропных материалов [Текст] / А.А. Золочевский // ПМТФ. – 1985. – № 4. – С. 131-138.

70. Золочевский, А.А. Напряженно-деформированное состояние в анизотропных оболочках из разномодульных композитных материалов [Текст] / А.А. Золочевский // Механика композитных материалов. – 1986. – № 1. – С. 166-168.

71. Золочевский, А.А. О соотношениях теории упругости анизотропных разномодульных материалов [Текст] / А.А. Золочевский // Динамика и прочность машин. – Харьков: Вища школа, 1981. – Вып. 34. – С. 3-8.

72. Золочевский, А.А. Соотношения разномодульной теории упругости анизотропных материалов на основе трех смешанных инвариантов [Текст] / А.А. Золочевский // Динамика и прочность машин. – Харьков: Вища школа, 1987. – Вып. 46. – С. 85-89.

73. Золочевский, А.А. Численные расчеты анизотропных оболочек из разномодульных композитных материалов [Текст] / А.А. Золочевский // Динамика и прочность машин. – Харьков: Вища школа, 1986. – Вып. 44. – С. 11–17.

74. Зуев, Ю.С. Разрушение полимеров под действием агрессивных сред [Текст] / Ю.С. Зуев. - М.: Химия, 1972. - 229 с.

75. Ильюшин, А.А. Основы математической теории термовязкоупругости [Текст] / А.А. Ильюшин, Б.Е. Победря. - М.: Наука, 1970. - 281 с.

76. Иноземцев, В.К. Влияние скорости накопления повреждений на продолжительность фаз эксплуатации тонкостенных конструкций в агрессивной среде [Текст] / В.К. Иноземцев. // Сарат. политехи, ин-т, Саратов, 1982 - 6с. - Деп. в ВИНИТИ 01.10.82, №5020-82.

77. Иноземцев, В.К. Кинетика накопления повреждений в сжатоизогнутых элементах конструкций / В.К. Иноземцев, Н.Ф. Синева, Е.А. Носова // Аналитические и численные решения прикладных задач математической физики. -Л.: ЛИСИ, 1986. - С.52-55.

78. Иноземцев, В.К. Применение метода Бубнова – Галеркина в сочетании с конечно-разностной аппроксимацией производных при исследовании кинетики накопления повреждений пластины при изгибе / В.К, Иноземцев, Е.Д. Волжнов, О.А. Деревянкин // Расчет элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивными средами. – Саратов: Сарат. политехи, ин-т., 1984. – С.42-46.

79. **Калинка, Ю.А.** Исследование физико-механических свойств хаотически наполненных стеклопластиков / Ю.А. Калинка, С.М. Боровикова // Механика полимеров. – 1971. – № 3. – С. 411-415.

80. Карпенко, Г.В. Влияние среды на прочность и долговечность металлов [Текст] / Г.В. Карпенко. – К.: «Наукова думка», 1976. – 127 с.

81. **Карпенко, Г.В.** Про фізико-хімічну механіку металів [Текст]/ Г.В. Карпенко. – Киев: «Наукова думка»,1973. –176 с.

82. **Карпенко, Г.В.** Прочность стали в коррозионной среде [Текст] / Г.В. Карпенко. М. – Киев, Машгиз, 1963.

83. Карпенко, Н.И. Общие модели механики железобетона [Текст] / Н.И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.

84. **Карпенко, Н.И.** Теория деформирования железобетона с трещинами [Текст] / Н.И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1976. – 208 с. 85. Карпунин, В.Г. и др. – В кн.: Труды X Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек. Тбилиси, Мецниереба, 1975, т.1.

86. **Карпунин**, **В.Г.** Исследование изгиба и устойчивости пластин и оболочек с учетом сплошной коррозии. Дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук, Свердловск, 1977.

87. **Касимов, Р.Г.** Прочность и деформативность бетона при трехосном сжатии. [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Касимов Руслан Галеевич. - НИИЖЕ., М., 1976. - 180 с.

88. **Качанов, Л.М.** Основы механики разрушения [Текст] / Л.М. Качанов. - М.: Наука, 1974. - 312 с.

89. Киялбаев, Д.А. О влиянии химических превращений на напряженное и деформированное состояние [Текст] / Д. А. Киялбаев // Сб. трудов Ленингр. ин-та инж. ж-д. трансп. – Л., 1971. – Вып. 326. – С. 169-175.

90. **Ковалев, Д.Г.** Исследование деформирования полухрупких конструкционных материалов [Текст] / Д.Г. Ковалев, А.А. Трещёв // IV Академические чтения РААСН. Материалы международной научно-технической конференции. – Пенза: ПГАСА, 1998. – Ч. 1. – 164 с.

91. Ковалев, Д.Г. Исследование упругопластического деформирования разносопротивляющихся материалов [Текст] / Д.Г. Ковалев, А.А. Трещев // Известия высших учебных заведений. Строительство. - 1999. - № 8. - С. 29-33.

92. Ковальчук, Б.И. О деформировании полухрупких тел [Текст] / Б.И. Ковальчук // Проблемы прочности. - 1982. - №9. - С. 51-57.

93. Кожеватова, В.М. Цилиндрический изгиб пластинки при одностороннем давлении водорода высоких параметров / В.М. Кожеватова, И.И. Коляда // Работоспособность материалов и элементов конструкций при воздействии агрессивных сред. - Саратов: Сарат. политехн. ин-т., 1986. - С. 36-40.

94. Козачевский, А.И. Модификация деформационной теории пластичности бетона и плоское напряженное состояние железобетона с трещинами [Текст] / А.И. Козачевский // Строит, механика и расчет сооружений. - 1983. - №4. - С. 12-16.

95. Косян, Н.А. Расчет круглой физически нелинейной пластинки, работающей в агрессивной среде / Н.А. Косян, Е.В. Паксютова // Механика конструкций работающих при воздействии агрессивных сред. – Саратов, 1987. – С. 17 – 20.

96. Крупичка, А.Г. Исследование полимербетонных конструкций с учетом влажности среды [Текст]: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: / МИИТ, 1979. - 21 с.

97. Кудашов, В.И. Расчет пространственных железобетонных конструкций с учетом физической нелинейности и трещинообразования [Текст] / В.И. Кудашов, В.П. Устинов // Строительная механика и расчет сооружений. - 1981. - № 4. - С. 6-10.

98. **Кузнецов**, **В.П**. Результаты испытаний трубчатых образцов серого чугуна на растяжение и сжатие / В.П. Кузнецов, В.А. Стеценко // Технология машиностроения. – Тула: ТПИ, 1970. – Вып. 20. – С. 43-45.

99. **Кузнецов, С.А.** Дилатационные зависимости для полухрупких разномодульных материалов [Текст] / С.А. Кузнецов, Н.М. Матченко; ТулПИ. – Тула, 1989. – 8 с. – Деп. в ВИНИТИ 20.11.89, № 7051-В89.

100. **Кязимова, Р.А.** О выборе аналитического потенциала напряжений [Текст] / Р.А. Кязимова // Технология машиностроения. – Тула: ТПИ, 1973. – Вып. 28. – С. 80-83.

101. Леонов, М.Я. Зависимости между деформациями и напряжениями для полухрупких тел [Текст] / М.Я. Леонов, В.А. Паняев, К.Н. Русинко // Инж. журнал МТТ. — 1967. — №6. — С. 26-32.

102. Леонов, М.Я. О механизме деформаций полухрупкого тела [Текст] / М.Я. Леонов, К.Н. Русинко // Пластичность и хрупкость. — Фрунзе: ИЛИМ, 1967. - С. 86-102.

103. Лихтман, В.И. Физико-химическая механика металлов [Текст] / В.И. Лихтман, Е.Д. Щукин, П.А. Ребиндер. – М., 1962. – 304 с.

104. Ломакин, Е.В. Определяющие соотношения деформационной теории для дилатирующих сред [Текст] / Е.В. Ломакин // Изв. АН СССР. МТТ. - 1991. - С. 66-75.

105. **Ломакин, Е.В.** Разномодульность композитных материалов [Текст] / Е.В. Ломакин // Механика композитных материалов. - 1981. - № 1. - С. 23-29.

106. Ломакин, Е.В. Нелинейная деформация материалов, сопротивление которых зависит от вида напряженного состояния [Текст] / Е.В. Ломакин // Изв. АН СССР. МТТ. – 1980. – № 4. – С. 92-99.

107. Ломакин, Е.В. О единственности решения задач теории упругости для изотропного разномодульного тела [Текст] / Е.В. Ломакин // Изв. АН СССР. МТТ. - 1979. - № 2. - С. 42-45.

108. Ломакин, Е.В. Соотношения теории упругости для изотропного разномодульного тела [Текст] / Е.В. Ломакин, Ю.Н. Работнов // Изв. АН СССР. МТТ. - 1978. - № 6. - С. 29-34.

109. Макеев, А.Ф. Изгиб пластинки из нелинейно-упругого материала, разносопротивляющегося растяжению и сжатию [Текст] / А.Ф. Макеев, И.Г. Овчинников // Прикладная теория упругости. – Саратов: СПИ, 1979. – Вып. 2. – С. 115-122.

110. Макеев, А.Ф. К расчету пластинок из нелинейноупругого материала, разносопротивляющегося растяжению и сжа-
тию / А.Ф. Макеев // Механика деформируемых сред. - Саратов: СГУ, 1979. - С. 50-57.

111. Макеев, А.Ф. Об изгибе пластинки из разносопротивляющегося нелинейно-упругого материала / А.Ф. Макеев // Строительная механика пространственных конструкций. – Саратов: СПИ, 1980. – С. 79-86.

112. Макеев, А.Ф. Разрешающие уравнения полубезмоментной цилиндрической оболочки из нелинейно-упругого материала, разносопротивляющегося растяжению и сжатию / А.Ф. Макеев, И.Г. Овчинников // Строит. механика пространств. конструкций. – Саратов: Изд-во СПИ, 1980. – С. 87-94.

113. **Малинин, Н.Н.** Теория пластичности материалов, различно сопротивляющихся растяжению и сжатию [Текст] / Н.Н. Малинин, О.А. Батанова // Изв. вузов. Машиностроение. - 1979. -№ 12. - С. 9-14.

114. **Матченко, Н.М.** Теория деформирования разносопротивляющихся материалов. Определяющие соотношения [Текст] / Н.М. Матченко, А.А. Трещёв. – Тула: ТулГУ, 2000. – 149 с.

115. **Матченко, Н.М.** Теория деформирования разносопротивляющихся материалов. Прикладные задачи теории упругости [Текст] / Н.М. Матченко, А.А. Трещёв // Прикладные задачи теории упругости. – М.; Тула; РААСН; ТулГУ, 2004. – 211 с.

116. Матченко, Н.М. О связи между напряжениями и деформациями в разномодульных изотропных средах [Текст] / Н.М. Матченко, Л.А. Толоконников // Инж. журн. МТТ. – 1968. – № 6. – С. 108-110.

117. **Матченко, Н.М.** Определяющие соотношения изотропных разносопротивляющихся сред. Ч. 1. Квазилинейные соотношения [Текст] / Н.М. Матченко, Л.А. Толоконников, А.А. Трещёв // Изв. РАН. МТТ. – 1995. – № 1. – С. 73–78.

118. **Матченко, Н.М.** Определяющие соотношения изотропных разносопротивляющихся сред. Ч. 2. Нелинейные соотношения [Текст] / Н.М. Матченко, Л.А. Толоконников, А.А. Трещёв // Изв. РАН. МТТ. – 1999. – № 4. – С. 87–95.

119. **Матченко, Н.М.** Теория деформирования разносопротивляющихся материалов. Тонкие пластины и оболочки / Н.М. Матченко, А.А. Трещёв. - М.; Тула: РААСН; ТулГУ, 2005. - 187 с.

120. Матченко, Н.М. Учет влияния вида напряженного состояния на упругие и пластические состояния начально изотропных деформируемых сред / Н.М. Матченко, А.А. Трещев // Тезисы докладов международного научно-технического симпозиума «Моделирование и критерии подобия в процессах развитого пластического формоизменения». - Орел: ОГТУ. - 1996. С.11-12.

121. **Мкртчан, Р.Е.** Об одной модели материала, разносопротивляющегося деформациям растяжения и сжатия [Текст] / Р.Е. Мкртчан // Изв. АН Арм. ССР. Механика. - 1970. - Т. 23. - № 5. - С. 37-47.

122. **Мкртчан, Р.Е.** О соотношениях плоской задачи изотропного материала, разносопротивляющегося деформациям растяжения и сжатия [Текст] / Р.Е. Мкртчан // Изв. АН Арм. ССР. Механика. – 1983. – Т. 36. – № 2. – С. 26-36.

123. Моисеев, Ю.В. Химическая стойкость полимеров в агрессивных средах [Текст] / Ю.В. Моисеев, Г.Е. Заиков. – М.: Химия, 1979. – 288 с.

124. Молчанов, И.Н. Численные методы решения некоторых задач теории упругости / И.Н. Молчанов. – Киев: Наукова думка, 1979. – 315 с.

125. **Москвитин**, **В.В.** Сопротивление вязкоупругих материалов [Текст] / В.В. Москвитин. - М.: Наука. 1972. - 328 с.

- 146 -

126. **Мясников, В.П.** Деформационная модель идеально сыпучей зернистой среды / В.П. Мясников, А.И. Олейников // Докл. АН СССР. – 1991. – Т. 316. – № 3. – С. 565-568.

127. Мясников, В.П. Нелокальная модель разномодульного вязкоупрогого тела [Текст] / В.П. Мясников, В.А. Ляховский, Ю.Ю. Подладчиков // Доклады АН СССР. – 1990. – Т. 312. – № 2. – С. 302-305.

128. **Мясников, В.П.** Основные общие соотношения модели изотропно-упругой разносопротивляющейся среды [Текст] / В.П. Мясников, А.И. Олейников // Доклады АН СССР. – 1992. – Т. 322. – № 1. – С. 57-60.

129. Никольский, С.С. Термодинамика механико-химических процессов в упругих телах [Текст] / С.С. Никольский // Журнал физической химии, 1973. – Вып. 47. – № 4. – С. 171–176.

130. Новожилов, В.В. О пластическом разрыхлении [Текст] / В.В. Новожилов // Прикладная математика и механика. - 1965. -Т.29. - Вып.4. - С. 681-689.

131. Новожилов, В.В. О перспективах феноменологического подхода к проблеме разрушения [Текст] / В.В. Новожилов // Механика деформируемых твердых тел и конструкций. – М., Машиностроение, 1975. – С.349-353.

132. Новожилов, В.В. Теория упругости [Текст] / В.В. Новожилов. – Л.: Судпромгиз, 1958. – 370 с.

133. **Норри Д. де Фриз Ж.** Введение в метод конечных элементов [Текст]. М.; Мир, 1981. - 304 с.

134. **Овчинников**, **И.Г.** Длительная прочность прямоугольной армированной пластины в условиях хлоридной агрессии [Текст] /И. Г. Овчинников // Проблемы прочности элементов конструкций под действием нагрузок и рабочих сред. – Саратов: Изд-во СГТУ, 2007. – С. 89-93.

135. **Овчинников**, **И.Г.** Математическое моделирование процесса взаимодействия элементов конструкций с агрессивными средами / И.Г. Овчинников, В.В. Петров // Деформирование материалов и элементов конструкций в агрессивных средах. – Саратов: Сарат. политехн. ин-т, 1983. – С. 3 – 11.

136. **Овчинников**, **И.Г.** Моделирование поведения железобетонных элементов конструкций в условиях воздействия хлоридсодержащих сред [Текст] / И. Г. Овчинников, В. В. Раткин, А. А. Землянский. - Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2000. - 232 с.

137. **Овчинников**, **И.Г.** К расчету долговечности элементов конструкций, подвергающихся механическому и химическому разрушению / И.Г. Овчинников // Задачи прикладной теории упругости. – Саратов: Сарат. политехн, ин-т., 1985. – С. 107 – 117.

138. **Овчинников, И.Г.** Об одной модели коррозионного разрушения [Текст] / И.Г. Овчинников // В сб. «Механика деформируемых сред», вып. 6. Изд-во Сарат. ун-та, Саратов, 1979, С. 183-188.

139. **Овчинников, И.Г.** О методологии построения моделей конструкций взаимодействующих с агрессивными средами / И.Г. Овчинников // Долговечность материалов и элементов конструкций в агрессивных и высокотемпературных средах. – Саратов: Сарат. политехн. ин-т, 1988. – С. 17 – 21.

140. Овчинников, И.Г. Работоспособность сталежелезобетонных элементов конструкций в условиях воздействия хлоридсодержащих сред [Текст] / И. Г. Овчинников, В. В. Раткин, Р. Б. Гарибов. - Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2002. - 156 с.

141. Овчинников, И.Г. Развитие исследований по оценке прочности и долговечности конструкций, работающих в условиях воздействия агрессивных эксплуатационных сред / И.Г. Овчинников // Современные проблемы нелинейной механики конструкций,

- 148 -

взаимодействующих с агрессивными средами. - Саратов: Изд-во СГТУ, 2000. С. 15-25.

142. Овчинников, И.Г. Расчет элементов конструкций с наведенной неоднородностью при различных схемах воздействия хлоридсодержащих сред [Текст] / И.Г. Овчинников, Н.С. Дядькин. - Саратов: Изд-во СГТУ, 2003. - 220 с.

143. Павлина, В.С. О взаимодействии процессов деформации и физико-химических явлений в упруго-вязких телах [Текст] / В. С. Павлина // Мат. методы и физ.-мех. поля. 1978. - Вып. 7. - С. 64-67.

144. Паксютова, Е.В. Применение метода возмущения области интегрирования к расчету круглой пластинки с учетом симметричного коррозионного износа / Е.В. Паксютова // Работоспособность материалов и элементов конструкций при воздействии агрессивных сред. – Саратов: Сарат. политехи, ин-т., 1986. – С. 46-49.

145. Панферов, В.М. Теория упругости и деформационная теория пластичности для тел с различными свойствами на сжатие, растяжение и кручение [Текст] /В.М. Панферов // Доклады АН СССР. – 1968. – Т.180. – №1.– С. 41-44.

146. Пахомов, Б.М. Модель деформирования изотропных разносопротивляющихся материалов [Текст] / Б.М. Пахомов // Изв. вузов. Машиностроение. - 1987. - № 9. - С. 3-6.

147. Петров, В.В. Деформирование элементов конструкций из нелинейного разномодульного неоднородного материала [Текст] / В.В. Петров, И.Г. Овчинников, В.К. Иноземцев. - Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1986, 160 с.

148. Петров, В.В. Долговечность плит из нелинейно – деформируемого материала с учетом воздействия агрессивной эксплуатационной среды / В. В. Петров, О. В. Пенина // Проблемы прочности элементов конструкций под действием нагрузок и рабочих сред. - Саратов: Изд-во СГТУ, 2007. - С. 31 - 40.

149. Петров, В.В. Изгиб прямоугольных пластин из нелинейно-упругого разносопротивляющегося растяжению и сжатию материала [Текст] / В.В. Петров, А.Ф. Макеев, И.Г. Овчинников // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1980. – № 8. – С. 42-47.

150. Петров, В.В. Построение инкрементальных соотношений для физически нелинейного материала с развивающейся неоднородностью / В.В. Петров // Проблемы прочности элементов конструкций под действием нагрузок и рабочих сред. - Саратов: Изд-во СГТУ, 2005. - С. 6 - 10.

151. Петров, В.В. Расчет плит из нелинейно-деформируемого материала с произвольной диаграммой деформирования с учетом воздействия агрессивной среды [Текст] / В.В. Петров, О.В. Пенина, П.В. Селяев // Асаdemia. Архитектура и строительство. - 2008. - № 3. - С. 87-92.

152. Петров, В.В. Расчет элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой [Текст] / В.В. Петров, И.Г. Овчинников, Ю.М. Шихов. - Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1987, 288 с.

153. Петров, В.В. Теория наведенной неоднородности и ее приложения к проблеме устойчивости пластин и оболочек [Текст] / В.В. Петров, В.К. Иноземцев, Н.Ф. Синева. – Саратов: Сарат. госуд. технич. ун – т, 1996. – 311с.

154. Петров, В.В. Уравнения изгиба нелинейно-упругих пластинок средней толщины с учетом деградации свойств материала во времени / В.В. Петров, И.В. Кривошеин, О.В. Пенина // Проблемы прочности элементов и конструкций под действием нагрузок и рабочих сред. - Саратов: Изд-во СГТУ, 2005. -C.22-30.

155. Петров, В.В. Построение модели взаимодействия тонкостенных конструкций с агрессивной средой и метод ее анализа / В. В. Петров // Работоспособность материалов и элементов конструкций при воздействии агрессивных сред: межвуз. науч. сб. / СПИ. - Саратов, 1986. - С. 4-5.

156. Подстригач, Я.С. К определению напряженного состояния тонких оболочек с учетом деформаций, обусловленных физико-химическими процессами [Текст] / Я.С. Подстригач, В.А. Осадчук // Физико-химическая механика материалов. 1968. – Т. 4. – № 2. – С. 218-224.

157. Пономарев, Б.В. Изгиб прямоугольных пластин из нелинейно-упругих материалов, неодинаково работающих на растяжение и сжатие [Текст] / Б.В. Пономарев // ПМ. – 1968. – Т. 4. – Вып. 2. – С. 20–27.

158. Пономарев, Б.В. Средний изгиб прямоугольных пластин из материалов, не следующих закону Гука / Б.В. Пономарев // Сборник трудов МИСИ. – М., 1967. – № 54. – С. 75-82.

159. Попеско, А.И. Работоспособность железобетонных конструкций, подверженных коррозии [Текст] / А.И. Попеско // Спб.: СПб. гос. архит.-строит. ун-т, 1996. - 182 с.

160. Постнов, В.А. Метод конечных элементов в расчете судовых конструкций [Текст] / В.А. Постнов, Н.Я. Хархурим. – Л.: Судостроение, 1974. – 344 с.

161. **Работнов, Ю.Н.** Ползучесть элементов конструкций [Текст] / Ю.Н. Работнов. - М.: Наука, 1966. - 752 с.

162. Розенфельд, И.Л. Ускоренные методы коррозионных испытаний металлов (теория и практика) [Текст] / И.Л. Розенфельд, К.А. Жигалова. – М.: Металлургия, 1966. – 349 с. 163. **Романов, В.В.** Методы исследования коррозии металлов [Текст] / В.В. Романов. - М., Металлургия, 1965.

164. Салиев, А.Б. О методах определения деформаций и напряжений в полухрупком диске / А.Б. Салиев // 2-я Всесоюзная конференция по нелинейности теории упругости: Тез. докл. -Фрунзе: ИЛИМ, 1985. С. 67-68.

165. Саркисян, М.С. К теории упругости изотропных тел, материал которых по-разному сопротивляется растяжению и сжатию [Текст] / М.С. Саркисян // Изв. АН СССР. МТТ. – 1971. – № 5. – С. 99-108.

166. Секулович, М. Метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1993. – 664 с.

167. Селяев, В.П. Основы теории расчета композиционных конструкций с учетом действия агрессивных сред [Текст]: Дисс. ... докт. техн. наук 05.23.01 / Селяев Владимир Павлович, Саранск, 1983. – 390 с.

168. Селяев, П.В. Диаграммы деформирования композиционных материалов при воздействии жидких агрессивных сред / П. В. Селяев // Проблемы прочности элементов конструкций под действием нагрузок и рабочих сред: Саратов, Сарат. гос. техн. ун-т, 2006. С.46-52.

169. Соломатов, В.И. Исследование массопереноса через полимерные и полимербетонные покрытия в случае быстрой реакции проникающего вещества с материалом защищаемой конструкции / В.И. Соломатов, Ю.Б. Потапов, А.П. Федорцев, В.П. Селяев // Защита конструкций от коррозии и применение полимерных материалов в строительстве. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1980. – с. 16-25.

170. Соломатов, В.И. Модели деградации конструкционных полимеров / В.И. Соломатов, В.П. Селяев, В.Н. Журавлева //

Повышение долговечности бетона транспортных сооружений. - М.: МИИТ. - 1982. - вып. 714. - С. 27 - 31.

171. Соломатов, В.И. Теоретические основы деградации конструкционных пластмасс [Текст] / В.И. Соломатов, В.П. Селяев // Изв. Вузов. Строительство и архитектура. – 1980. – № 8. – С. 51 – 55.

172. Соломатов, В.И. Химическое сопротивление бетонов [Текст] / В.И. Соломатов, В.П. Селяев // Бетон и железобетон. - 1984. - №8. С. 16-17.

173. Соломатов, В.И. Химическое сопротивление композиционных строительных материалов [Текст] / В.И. Соломатов, В.П. Селяев // М.: Стройиздат, 1987. - 264 с.

174. СП 28.13330.2012. Защита строительных конструкций от коррозии. Актуализированная редакция СНиП 2.03.11-85*. – М.: Минрегион России, 2012. – 94 с.

175. **Старцев, С.А.** Проблемы обследования строительных конструкций, имеющих признаки биоповреждения [Текст] / С.А. Старцев // Инженерно-строительный журнал. – 2010. – №7(17). С.41-46.

176. Степанов, Р.Д. Расчет на прочность конструкций из пластмасс, работающих в жидких средах [Текст] / Р.Д. Степанов, О.Ф. Шленский. - М.: Машиностроение, 1981. - 136 с.

177. **Стеценко, В.А.** Механические характеристики серого чугуна при растяжении и сжатии / А.В. Стеценко // Исследование по механике деформируемых сред. – Тула: ТПИ, 1972. – С. 103-109.

178. Стеценко, В.А. О выборе потенциала серого чугуна [Текст] / В.А. Стеценко // Технология машиностроения. – Тула: ТПИ, 1973. – Вып. 28. – С. 128–133. 179. Тамуров, Н.Г. Закон упругости для изотропного материала с различными характеристиками при растяжении и сжатии / Н.Г. Тамуров, Г.В. Туровцев // Динамика и прочность тяжелых машин. – Днепропетровск: ДГУ, 1983. – С. 76-80.

180. Тамуров, Н.Г. Основные уравнения теории разномодульных оболочек / Н.Г. Тамуров, Г.В. Туровцев // Прочность и надежность технических устройств. – Киев: Наукова думка, 1981. – С. 68-75.

181. Тамуров, Н.Г. Термоупругие напряжения в разномодульном цилиндре / Н.Г. Тамуров, Г.В. Туровцев // Прочность и надежность элементов конструкций. – Киев: Наукова думка, 1982. – С. 140-145.

182. Теличко, В.Г. Гибридный конечный элемент для расчета плит и оболочек с усложненными свойствами /В.Г. Теличко, А.А. Трещев // Известия вузов. Строительство. - 2003. - № 5 -С. 17-23.

183. **Теличко, В.Г.** Гибридный конечный элемент для расчета пространственных конструкций с усложненными свойствами / В.Г. Теличко, А.А. Трещев // Сборник научных трудов XXXII Всероссийской научно-технической конференции: «Актуальные проблемы современного строительства». – Пенза: Изд-во ПГАСА. – 2003. – Ч.2. Строительные конструкции. – С. 138-143.

184. Теличко, В.Г. Моделирование напряженно-деформируемого состояния железобетонных оболочек специальными конечными элементами с учетом разрушения / В.Г. Теличко, А.В. Башкатов // Материалы VII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Пенза: ПГУАС, 2012. – С. 201-203.

185. Теличко, В.Г. Модель определения НДС оболочки положительной гауссовой кривизны из железобетона / В.Г. Теличко,

- 154 -

А.В. Башкатов // Тезисы докладов VIII международного симпозиума «Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела» посвященного 85-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники РФ профессора В.Г. Зубчанинова. – Тверь: Изд-во ТГТУ, 2015. – С. 60-61.

186. Тимошенко, С.П. Пластинки и оболочки [Текст] / С.П. Тимошенко, С. Войнвский-Кригер. – М.: Наука, 1966. – 636 с.

187. **Тимошенко, С.П.** Сопротивление материалов [Текст] / С.П. Тимошенко. - М.-Л.: Гостехтеориздат, 1946. - 456 с.

188. Толоконников, Л.А. Вариант разномодульной теории упругости [Текст] / Л.А. Толоконников // Механика полимеров. – 1969. – № 2. – С. 363-365.

189. Толоконников, Л.А. Вариант соотношений разномодульной теории упругости [Текст] / Л.А. Толоконников // Прочность и пластичность. - М.: Наука, 1971. - С. 102-104.

190. Толоконников, Л.А. К описанию свойств разносопротивляющихся конструкционных материалов / Л.А. Толоконников, А.А. Трещев // Труды 9-й Международной конференции по прочности и пластичности. – М.: ИПМ РАН, ПРОФСЕРВИС. – 1996. – Т. 2. – С. 160-165.

191. **Томашов, Н. Д.** Коррозия металлов [Текст] / Н. Д. Томашов, В. А. Титов // М.: Оборонгиз, 1955, с. 26-51.

192. **Трещев**, **А.А.** Анализ результатов расчета НДС плит с учетом деградации защитного полимербетонного слоя под диффузионным воздействием ионов хлора / А.А. Трещев, А.В. Башкатов, В.Г. Теличко // Сборник материалов XVII Международной НТК «Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии». – Тула: Изд-во ТулГУ, 2016. – С. 196-197. 193. **Трещев, А.А.** Вариант подхода к построению определяющих соотношений разносопротивляющихся материалов и использование его при расчете элементов конструкций [Текст]: дис. ... доктора техн. наук: 01.02.04 / Трещёв Александр Анатольевич. -Тула, 1995. -501 с.

194. **Трещев, А.А.** Задача Кирша для пластинки, выполненной из нелинейно орто-тропных материалов / А.А. Трещев, А.В. Башкатов // Материалы Международной научной конференции «Современные проблемы математики, механики, информатики». – Тула: ТулГУ, 2012. – С. 229 – 230.

195. **Трещев, А.А.** К расчету железобетонных композитных конструкций с учетом кинетики агрессивных эксплуатационных сред / А.А. Трещев, А.В. Башкатов // Сборник трудов I Международной научно-практической конференции «Повышение надежности и безопасности транспортных сооружений и коммуникаций» в 2 т. / под ред. Н.Е. Кокодеевой, Э.Ю. Шмагиной, А.В. Панкратовой. – Саратов: Издательский Дом «Райт-Экспо», 2015. – Т.2. – С. 142-148.

196. **Трещев**, **А.А.** Определение напряженно-деформированного состояния армированных плит из нелинейного материала с учетом воздействия агрессивных сред [Текст] / А.А. Трещев, А.В. Башкатов, В.Г. Теличко // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering (Международный журнал по расчету гражданских и промышленных конструкций), Издательство Ассоциации строительных высших учебных заведений /АСВ/ (Россия, г. Москва) и Издательский дом Begell House Inc. (США, г. Нью-Йорк) Volume 12, Issue 4, 2016, - С. 147-152.

197. Трещев, А.А. Определение напряженно-деформированного состояния композитных железобетонных конструкций с уче-

том воздействия агрессивных сред / А.А. Трещев, А.В. Башкатов, В.Г. Теличко // VI Международный симпозиум «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооруже-VI symposium "Actual ний» International Problems Of Computational Simulation In Civil Engineering ", Российская Федерация, г. Владивосток, 15-20 августа 2016 года / Российская академия архитектуры и строительных наук, Дальневосточный федеральный университет, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Научноисследовательский центр «Строительство», «Научноисследовательский центр Ста-ДиО». - Владивосток: Дальневост. федерал. ун-т, 2016. - С. 162 -163.

198. Трещев, А.А. Определение напряженно-деформированного состояния слоистых армированных конструкций с учетом разносопротивляемости и кинетики агрессивной эксплуатационной среды / А.А. Трещев, А.В. Башкатов, В.Г. Теличко // Современные проблемы расчета железобетонных конструкций, зданий и сооружений на аварийные воздействия: сборник докладов Международной конференции, посвященной 85-летию кафедры железобетонных и каменных конструкций 100-летию со дня рождения профессора, доктора технических наук Н.Н. Попова (19-20 апреля 2016 г., Москва) / под ред. А.Г. Тамразяна, Д.Г. Копаницы; М-во образования и науки Рос. Федерации, Нац. исследоват. Моск. Гос. строит. ун-т. Москва: НИУ МГСУ, 2016. – С.459-466.

199. **Трещев, А.А.** Определение НДС композитных железобетонных конструкций с учетом кинетики агрессивных эксплуатационных сред / А.А. Трещев, А.В. Башкатов // Сборник материалов VIII международного симпозиума «Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела» посвященного 85-летию со дня рождения заслуженного деятеля

- 157 -

науки и техники РФ профессора В.Г. Зубчанинова. – Тверь: Издво ТГТУ, 2015. – С. 260-264

200. **Трещев**, **А.А.** Определение НДС композитных железобетонных конструкций с учетом кинетики агрессивных эксплуатационных сред / А.А. Трещев, А.В. Башкатов // Тезисы докладов VIII международного симпозиума «Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела» посвященного 85-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники РФ профессора В.Г. Зубчанинова. – Тверь: Издво ТГТУ, 2015. – С. 64.

201. **Трещев**, **А.А.** Поперечный упруго-пластический изгиб прямоугольных пластин, эксплуатируемых в условиях агрессивной среды при больших прогибах / А.А. Трещев, А.В. Башкатов, Е.А. Уваров // Сборник материалов XVI Международной НТК «Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии». - Тула: Изд-во ТулГУ, 2015. - С. 132-133.

202. **Трещев**, **А.А.** Построение математической модели деформирования комплексной железобетонной плиты с полимербетонным слоем под действием агрессивной среды [Текст] / А.А. Трещев, В.Г. Теличко, А.В. Башкатов // Научно-технический журнал по строительству и архитектуре Вестник МГСУ. - 2014. - №3. -С. 126-132.

203. **Трещев**, **А.А.** Предварительно напряжённые пустотные плиты новой конструкции безопалубочного формования, армированные проволокой класса ВР1400 / А.А. Трещев, Д.С. Чигинский, А.В. Башкатов // Сборник материалов XVI Международной НТК «Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии». - Тула: Изд-во ТулГУ, 2015. - С. 139-140.

204. **Трещев, А.А.** Теория деформирования и прочности материалов с изначальной и наведенной чувствительностью к виду напряженного состояния. Определяющие соотношения: монография. - М.; Тула; РААСН; ТулГУ, 2016. - 236 с.

205. **Трещев, А.А.** Теория деформирования и прочности материалов, чувствительных к виду напряжённого состояния. Определяющие соотношения: Монография. — М.; Тула: РААСН; ТулГУ, 2008. — 264 с.

206. Федорцев, А.П. Физико-химическая стойкость компози-тов в агрессивных средах / Федорцев А. П., Потапов Ю. Б. // Композиционные материалы и конструкции для сельскохозяйственного строительства. - Саранск, 1980. - С. 87-96.

207. Цвелодуб, И.Ю. К разномодульной теории упругости изотропных материалов [Текст] / И.Ю. Цвелодуб // Динамика сплошной среды. – Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1977. – Вып. 32. – С. 123–131.

208. Цикерман, Л.Я. Прогноз опасности грунтовой коррозии для стальных сооружений [Текст] / Л.Я. Цикерман, Я.Г. Штурман // Защита металлов, 1967, №2, С. 35-40.

209. Чудновский, А.И. О разрушении макротел [Текст] / А.И. Чудновский // Исследования по упругости и пластичности. - Л.: Изд-во ЛГУ, 1972. - Вып. 9. - С. 3-41.

210. Шапиро, Г.С. О деформациях тел, обладающих различным сопротивлением растяжению и сжатию [Текст] / Г.С. Шапиро // Инж. журнал МТТ. - 1966. - № 2. - С. 123-125.

211. Шевченко, А.А. Прогнозирование работоспособности графито-наполненных полимерных материалов в кислых средах [Текст] / А.А. Шевченко, В.П. Стариков, Н.Г. Кац // Расчет и конструирование машин и аппаратов химических производств. -М.: МИХМ, 1983. - с. 57-61. 212. Шевчук, П.Р. Методика расчета элементов конструкций с покрытиями [Текст] / П.Р. Шевчук // Мат. методы и физ.-мех. поля, 1978. - Вып. 7. - С. 52-55.

213. Шмельтер, Я. Метод конечных элементов в статике сооружений [Текст] / Я. Шмельтер, М. Дацко, С. Добросинский, М. Вечорек. - М.: Стройиздат, 1986. - 220 с.

214. **Эванс, Ю.Р.** Коррозия, пассивность и защита металлов [Текст] / Ю.Р. Эванс. - М.-Л.: Металлургиздат, 1941. - 886 с.

215. Andrade C. Advances In Design And Residual Life Calculation With Regard To Rebar Corrosion Of Reinforced Concrete / C. Andrade, D. Izquierdo, J. Rodriguez // Бетон и железобетон. Материалы конференции. - М., 2005. - Р.36-39.

216. Aziz P.M. - Corrosion, 1953, v.9, п.З, p.85-90.

217. **Bach G.** und Graf O. Versuche mit allseiting aufliegenden, quadratischen und rechteckigen Eisenbetonplatten. Berlin, 1915.

218. **Bach G.** Versuche mit zweiseiting aufliegenden Eisenbetonplatten bei konzentrierter Belastung. Helft 52. Berlin, 1923.

219. Baily Y. - Class Industry, 1939, v.20, n.1-4.

220. Bamforth P.B. Definition of exposure classes and concrete mix requirements for chloride contaminated environments / P. B. Bamforth // Proc. 4th Int. Symp. On Corrosion of Reinforcement in Concrete Construction. - Cambridge, 1996. - P. 176-188.

221. **Bazant, Z.P.** Endochronic Theory of Inelasticity and Failure of Concrete / Z.P. Bazant, P.D. Bhat // Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE. - 1976.- Vol.102. -№ EM4. - C. 701-722. 222. Berke N.S. Predicting Chloride Profiles in Concrete / N. S. Berke, M. C. Hicks // Corrosion (USA). 1994. - № 3. -P. 234-239.

223. Bert C.W. Bending of Thick Rectanqular Plates Laminated of Bimodulus Composite Materials / C.W. Bert, J.N. Reddy, V. Reddy Sudhakar, W.C. Chao // AIAA Journal. - 1981. -Vol. 19. - № 10. - P. 1342-1349.

224. **Biondini F.**, Bontempi F., Frangopol D.M., Malerba P.G. Celluar Automata Approach of Durability Analysis of Concrete Structures in Aggressive Environments // Journal of Structural Engineering. ASCE. 2004. Vol. 130. №11. Pp. 1724-1737.

225. **Biondini F.**, Bontempi F., Frangopol D.M., Malerba P.G. Reliability of material and geometrically non-linear reinforced and prestressed concrete structures // Journal of Pure and Applied Algebra. 2004. Vol. 82. №13. Pp. 1021-1031

226. Brown B.F. Research and Standarts / B.F. Brown // Standartization News, 1975. - №5. - P. 8-16.

227. Champion T. - Metal Industry, 1949, v.74, n.l, p. 7-9, 13.

228. Cook R.D. Two hybrid elements for analysis of thick thin and sandwich plates // Int. J. num. Meth. Engng. - 1972. - Vol. 5. - P. 277-288.

229. Cook R.D., Al-Abdulla J.K. Some plate quadrilateral «hybrid» finite elements// AIAA Journal. - 1969. Vol. 7. - N11. - P. 2184-2185.

230. Drumm G.F. - Corrosion Engineer-ring. September, 1964.

231. Enright M.P., Frangopol D.M. Service Life Prediction of Deteriorating Concrete Structures // Journal of Structural Engineering. ASCE. 1998. Vol. 124. №3. Pp. 309-317.

232. Frangopol D.M., Kallen M.-J., Van Noortwijk J.M. Probabilistic models for life-cycle performance of deteriorating structures: review and future directions // Progress in Structural Engineering and Materials. 2004. Vol. 6. №4. Pp. 197-212.

233. Frangopol D.M., Lin K.Y., Estes A. Reliability of reinforced concrete girders under corrosion attack // Journal of Structural Engineering. ASCE. 1997. Vol. 123. №3. Pp. 286-297.

234. **Gehler W.**, Amos H. Versuche mit kreuzweise bewerhten Platten Heft 70. Berlin, 1932.

235. Godart H. - The Canadian Journal of Chemical Engineerring, October, 1960, p. 167-173.

236. Jones, R.M. A Nonsystemmetric Compliance Matrix Approach to Notlinear Multimodulus Ortotropic Materials / R.M. Jones // AIAA Journal. - 1977. - Vol. 15. - № 10. - P. 1436-1443.

237. Jones, R.M. Material for nonlinear Deformation / R.M. Jones, D.A.R. Nelson // AIAA Journal. - 1976. - Vol. 14. - № 6. - P. 709-716.

238. Jones, R.M. Modeling Nonlinear Deformation of Carbon-Carbon Composite Materials / R.M. Jones // AIAA Journal. - 1980. - Vol. 18. - № 8. - P. 995-1001.

239. Jones, R.M. Stress-Strain Relations for Materials with Different Moduli in Tension and Compression / R.M. Jones // AIAA Journal. - 1977. - Vol. 15. - № 1. - P. 16-25.

240. Jones, R.M. Theoretical-experimental correlation of material models for non-linear deformation of graphite / R.M.

Jones, D.A.R. Nelson // AIAA Journal. - 1976. - Vol. 14. - № 10. - P. 1427-1435.

241. Kong J.S., Ababneh A.N., Frangopol D.M., Xi Y. Reliability analysis of chloride penetration in saturated concrete // Probalistic Engineering Mechanics. 2002. Vol. 17. №3. Pp. 305-315.

242. **Kupfer, H.B.** Das nicht-linear Verhalten des Betons Zweiachsinger Beanspruchung / H.B. Kupfer // Beton und Stahlbetonbau. - 1973.- №11. - P.269-274.

243. Liddiard A.G., Whitakker B. A. - Journal of the Institute of Metals, 1961, v 81, n 11, p. 423-428.

244. Maekawa K. Modeling of structural performances under coupled environmental and weather actions / K. Maekawa, T. Ishida // Materials and Structures, 2002. - № 35. - P.

245. **Maekawa K.** Multi-scale modeling of concrete performance integrated material and structural mechanics / K. Maekawa, T. Ishida // Journal of Advanced concrete Technology, 2003. - V.1. - №2. - P. 91-126.

246. Metcalfe G. - Journal of the Institute of Metals, 1953, v 81, pt 6 p. 269-278.

247. Miner M.A. - Transction ASME. J.Appl. Mech. 1945, v. 12, n.3.

248. Palmgren A. - Z.D.Y., 1924, Bd. 68, n.14.

249. **Parry Richard** Hawley Grey. Mohr circles, stress paths and geotechnics. - 2. - Taylor & Francis, 2004. - P. 1-30. - ISBN 0-415-27297-1.

250. **Pian T.T.H.** Derivation of element stiffness matrices by assumed stress distribution // AIAA Journal. - 1967. -Vol 5. - P. 1332-1336. 251. **Stratfull, R.F.** Corrosion Testing of Bridge Decks / R. F. Stratfull, W. J. Joukovich, D. L. Spellman // Transportation Research Record №539. Transportation Research Board. 1975. - P. 50-59.

252. **Tabaddor, F.** Constitutive Equations for Bimodulus Elastic Materials / F. Tabaddor // AIAA Journal. - 1972. -Vol. 10. - № 4. - P. 516-518.

253. **Takegami H**. Generalized model for chloride ion transport and equilibrium in blast furnace slag concrete / H. Takegami, K. Ishida, K. Maekawa // Proceedings of JCI, 2002. - №24 (1). - P. 633-638.

254. **Tong P.** and Pian T. H. H. A variation principle and the convergence of a finite-element method based on assumed stress distribution // Int. J. Solids Struct. - 1969. - P. 463-472.

Приложение 1

Результаты расчета напряженно-деформированного состояния пластины №1 (плита №711)



Рисунок П1.1 - Перемещения Ux в срединной поверхности



Рисунок П1.2 - Перемещения Uy в срединной поверхности



Рисунок П1.3 - Прогибы W в срединной поверхности



Рисунок П1.4 - Прогибы W в срединной поверхности



Рисунок П1.5 - Перемещения Ux в срединной поверхности



Рисунок П1.6 - Перемещения Uy в срединной поверхности



Рисунок П1.7 - Прогибы W в срединной поверхности



Рисунок П1.8 - Зависимости вертикальных прогибов от момента начала и периода действия агрессивной эксплуатационной сре-



Рисунок П1.9 – Напряжения $\sigma_{\rm x}$ снизу в бетоне



Рисунок П1.10 - Напряжения оу снизу в бетоне



Рисунок П1.11 - Напряжения σ_x сверху в бетоне



Рисунок П1.12 - Напряжения оу сверху в бетоне



Рисунок П1.13 - Напряжения σ_x сверху в бетоне



Рисунок П1.14 - Напряжения оу сверху в бетоне



Рисунок П1.15 - Напряжения σ_x сверху в бетоне



Рисунок П1.16 - Напряжения оу сверху в бетоне



Рисунок П1.17 - Напряжения о_х по толщине в бетоне



Рисунок П1.18 - Напряжения оу по толщине в бетоне

- 174 -



Рисунок П1.19 - Моменты М₁₁ вдоль диагонали пластины



Рисунок П1.20 - Моменты M22 вдоль диагонали пластины

- 175 -





Рисунок П1.21 - Моменты М₁₂ вдоль диагонали пластины



Рисунок П1.22 - Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда учитывается, 40% нагрузки)



Рисунок П1.23 - Развитие трещин на нижней поверхности пла-

стины (среда учитывается, 60% нагрузки)



Рисунок П1.24 - Развитие трещин на нижней поверхности пла-

стины (среда учитывается, 80% нагрузки)

- X	×	iliy	L	- Č	ì	- 1	1	I	Ĩ	1	I	- T	Ĺ	í	Ι	1	$^{+}$	í	5	a	ŵ	×	X.
ð		Ŧ	1	1	1	- F	1	1	1	1	t.	1	1	÷.	1	1	1	1	1	-1	¢	5	6
×	1	- E	1	*	1	- t	T	Т.	ſ	1	j.	Ĵ.	ļ.	L.	1	1	4	ī	+	Â.	5	2	8
1	2	1-	j –	+	T	1	1	1	1	1	1	1	1	î.	1	К.	1	1	÷	- 1	÷.	- K.	Ś.
\$	*	1	~	*	+	+	+	i.	Ì	1	î.	Ű.	1	- í	1	- Ŷ	્રેક્	*	\mathcal{A}	Ŕ.	~	*	4
~	1	1	*	+	7	+	j,	1	(1	1	- î	1	t i	-)	1	÷.	4	+	20	×.	<u>~</u>	1
~	ø	÷	+	1	1	1	- F	- (-	(- Ť)		1	ų.)	1	Ĵ.	- 5	- <i>X</i>	+	÷	6	~
- i	1	1	4	$-\bar{J}$	i -	+	- F	ų.	1	+	ţ		1	- t	J	- (4.	1	ΞV	λ_{c}	Š.	×	Â.
-	~	×	+	+	1	+	+	+	+	1	1	I	L.	+	+	+	÷	- 5	÷	+	×	~	1
-	~	×	+	+	÷	+	*	+	÷	3	Į.		j.	+	+	+	÷	+	÷	÷	.*	~	\sim
-	iyan i	ł	î.	*	+	+	4	I.	1	÷	L	1	1	1	1	1	+	*	+	1	+	-	-
-	~	*	+	+	+	+	J.		1	1	1	. J	1	1			+	+	+	÷	*	~	-
-	·~~'	÷	÷	+	4	÷	Т.	J	1	4	(- 1	1	1	1	, j	+	·+	+	+	\pm	ш.	~
-	hai	*	t	-+	+	+	1	1		t	L		t	1	1		÷	40	+	- 3	+	244	-
~	÷	×	÷	÷	+	+	+	°њ.	+	3	1	3	1	+	+	+	*	+	+	+	×	+	~
-	\sim	×	÷	4	1.	+	Ŧ	+	÷	- 1	1	1	1	+	+	+	+	1	\star	÷	.*	4	- 21
-X	1	×	×	Т.	1	-†:	1	1	L	1	I.	1	1	1	1	1	+	7	Ĵ.	*	1	T	2
<u>_N_</u>	8	÷	+	- X -	Α.	- 1	1	1	1	- 3	I	- 1	1	L	ţ	1	1	1	1	+	+	×.	~
~	~	N	×	4	Ā.	+	4	- 4	1	4	I	1	1	1	1	1	+	1	+	7	2	d.	~
5	16	- X-	8	×	×	+	1	1	1	- 1	1	- 1	3	- L -	1	- 1	*	*	4	R	X	×	ø
~	5	-6-	ï	+	4	Υ.	4	1	ſ	A	(1	1	1	1	1	+	/	-4-	2	1	1	1
- 57	~	×	Δ	÷	-1	1	4	1	ι	- 3	1	1	1	F.	1	1	1	Ĩ.	-6	1	1	2	- 94
9	~	Ð	1	1	à.	1	Ť,	Γ.	Í.	1	î.) î	1	- F	Ĩ	1	1	- í	C.	1	\$	~	8
- 8.	×	сķ.	7	- È	1	1	1	1	ť	4	I	1	ſ	J.	1	Ť.	- T	1	F	Ť	-15	×	T.

Рисунок П1.25 - Развитие трещин на нижней поверхности пла-

стины (среда учитывается, 100% нагрузки)



Рисунок П1.26 - Развитие трещин на нижней поверхности пла-

стины (среда не учитывается, 40% нагрузки)

1	×.		1	- T	1	ſ.	1	1	1	1	1	1	- ¥ -	1		~	5
8	ž.		1	1	1	r	1	1	1	1	1	1	1	1		~	κ.
7	i.		1	45	1	ŕ	- 7	ļ.	. j.	1	÷.	ì	÷.	3		5	S.
~			- í	1.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			5.
			i.	đ	Ĵ.	i,	1	ĩ	- ù	Ĵ	- í	1	1	T_{c}			
			ι.	j.	i.	í.	\rightarrow	1	-) -	1	1	ĵ.	1	τ.			
			- E	Ĵ,	Ì	ſ	1	Î.	Ĵ.	1	1	î.	1	1			
			()	Ĵ	- į -	(1	Ì.	- î	1	÷.	3	- E	1			
			+	- + -	I.	L,	1	L	. J.	Ļ	L.	L	- E	4			
			- î	J.	į	£	- j -	j.	- 1	ĵ.	- V	1	t.	4			
			, I	1	I.	1	ŧ	1	, I	t	1	I.	J.	١.			
			- i	J.	1	1	1)		1	1		- (τ,			
			- I	- 1	1	E	į.	I	1	1	- F	I.	1	T.			
			1	ŧ.	1	τ.	3	1		t.	1	1	1	1			
			- t	τ	1	L.	3	I	- 1	I	- L	4	- E	з Г .			
			- t	4	1	1	3	E.	1	3	1	1	1	1			
			ł	T	1	t.	3	I.	- 1	1	1	а	- E	4			
			- t	4	1	T.	3	1	1	1	- t -	1	1	1			
			1	1	1	T.	1	I	1	ľ	- F	1	1	τ.			
			τ	1	1	1	3	1	1	1	. I.	-1	1	T.			
~			- E	3	1	1	A.	I	1	I	1	1	r	T.			1
- s	~		- 1		1	t	3	1	1	1	L.	1	- Ł.			1	1
~	\sim		1	1	1	t	4	I.	1	i	j.	-1	ł	Ľ		-	~
- K	~		1	1	1	t.	1	I.	1	1	- F	1	- E	1		1	1

Рисунок П1.27 - Развитие трещин на нижней поверхности пла-

стины (среда не учитывается, 60% нагрузки)

× ×																								
···· ···· ····· ····· ····· ····· ····· ······ ······ ······ ······ ······ ······· ······· ······· ······· ········ ········ ········· ········· ·········· ·············· ·················· ····································	1	· A.	+	1	- F		1	- F	1	r	- 7	1	1	1	1	1	1	1		t	1	+	Þ.	×-
	8	20	Ъ.	~ 2	1	3	- t -	1	1	î.	1	I.	1	1	1	1	- 1	1	1	t	×	4	4	~
\cdot	- 2°	1	£	/	~	- Ţ	i.	T.	1	Ť.	1	j.	-) -	į.	1	1	1	1	1	\sim	3	Ś.	2	5.
····································	1	1	~	Z	- J.	1	т. –	4	- i	1	- 7	I.	T.	í.	- V	1	1	1	٤	÷	×	~	÷.,	š. –
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	~	1	~	~	1	1	- L -	Ţ.	- į	Ĵ.	1	Ì,	1	1	- î	1	- 1	i.	×.	- 1	~~	\sim	×	~
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		1	- ř	Ż	*	*	1	jî.	1	(1	j.	1	1	τ.	j.		j.	*	×.	- X	Ň.	5.	~
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	~	-	×	+	- (-) į	- i	,É	Ĩ	Ì	1	ĵ.	, Ì	Ĵ.	j.) į	1	T;	Ĩ	į.	÷	*	-	~
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	~		1		- F	- 1	1	Ĵ	- ((1	į.	÷ì –	1	÷.	- ș	1	÷.	7	$\tilde{\chi}$		5	~	~
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1		*	~	÷	3	+	. Э.	1	L.	1	I	. J.	1	L.	I.	E.	÷	3	+	~	.8	<u>ъ</u>	N.
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		Y	1	~	+	*	÷	31	į.	ć.	- 7	į.	Э.	į.	- V -)	- C	+	+	÷	~	į.	~	
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	~	-	+	1	1	I	1	4	1	l,	÷	I	- I	1	1	I	1	+	1	l,	~	+	-	~
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	-	-	+	+	ι.	j.	L.	J.		Į.	1	τ.		1	- t.	J.		1	ų –	Į.	+	+	~	-
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	~	-	¥	+	- t	, j	1	1,	1	t	÷	L	.1	1	1	1	1	.1	I	l.	+	+	-	-
× ×	~	-	+	~	1	I.	1	÷	1	t,	3	L.	1	1	1	1	1	1	1	Ι,	~	+	-	1.44
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		× .	1	2	+	÷,	+	τ	1	t.	3	I.	1	1	T.	1	- E -	+	*	¥	×.	1	×	
1 1 </td <td>×</td> <td>~</td> <td>\propto</td> <td>\sim</td> <td>+</td> <td>1</td> <td>+</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>t</td> <td>- 3</td> <td>I.</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>ţ</td> <td>1</td> <td>+</td> <td>1</td> <td>÷</td> <td>~</td> <td>~</td> <td>1</td> <td>e.</td>	×	~	\propto	\sim	+	1	+	-1	1	t	- 3	I.	1	1	1	ţ	1	+	1	÷	~	~	1	e.
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	~	-	1		Т.	1	1	Ť	1	t.	- 1	I	1	1	1	1	- E -	4	7	-1		Z.	-	1
N N	~	~	×	+	1	J.	- t -	3	1	I.	- V -	I.	1	1	- L -	1	1	7	1	1	+	- 76	-	1
x x	~	~	-7	1	*	×	- 1	3	1	1	1	I	1	Ť.	- F	4	L	÷.	*	×	- 7	/	1	~ ~
X X X X X Y	~	15	5	Υ.	- X	Δ.	- t	1	1	t:	- A	1	1	1	1.	J	1	1	×	- F	1	1	1	1
X X X X X 1 <th1< th=""> 1 <th1< th=""> <th1< th=""> 1</th1<></th1<></th1<>	~	~	~	Š.	1	1	- E	1	1	Ŷ.	4	(1	1	1	4	1	1.	Ŷ.	È.	- Y	2	~	/
x x x x x x x x x x x x x x x x x x x	- C.	~	5	χ.	~	1	- 1	а.	1	ι	- 3	1	1	1	E.	1	1	- T	Ĩ.	~	1	- 2	2	2
	~	-2-	Ť	Ň.,	1	3	- F	Э.	1	t	1	1	Ξ.	1	i.	1	1	1	ŝ.	i.	1	1	4	~
	- ×	~~	÷	5	1	-4	1	1	1	t.	1	(1	1	- F	1	1	1		í.	- ž	+	v	1

Рисунок П1.28 - Развитие трещин на нижней поверхности пла-

стины (среда не учитывается, 80% нагрузки)

1	xó	+	1	+	1	1	Ŧ	1	Ê	1	1	1	1	1	1	¥	1	~	÷	1	÷.	8	S
8	4	Þ	\mathbf{y}	+	7	r.	I.	1	r		I.	. I.	1	,	1		1	1	÷	~	a.	*	5
n	6	i.	1	~	- X	ł	- 1.	j.	È	4	i.) I	j.	1	1	Ť.	3	1	\sim	3	- ×	5	6
1	~	1	1	- j	7	r.	-1°	i.	1	· ·	1	1	í		4	1	1	1	t.	4.	~	~	λ.
~	1	-	1	1	1	l.	÷.	- į	Ì	1	Ĭ	- î	į	- í	1	1	Э.	5	- 1	~	~	~	~
1	- ÿ	ì.	ź	*	*	1	з£	- į	1	1	Ţ	Э.	į.	÷		1	÷.	÷	\hat{x}	1	×.	5	\sim
R	+	×	+	÷) į	1	Ť	Ĩ	Į.	+	Ĩ.	, î	ì	j.	j.	1	Т.	Ĩ	+	÷	.*	+	.9
k	\rightarrow	1	-	- <i>1</i> -	- <i>i</i> -	- (÷	1	. (- 1)	- î -	1	- ş -		1	-t	1	$\widetilde{\mathbf{v}}$	~	S.	+	4
1	, L.	*	-	+	1	+	- F	+	L.	1	I	, I	,	L.	+	- E	+	3	キ	~	.*	<u></u>	A.,
-	×	- H-	*	*	÷	+	+	÷	Ć.	1	i.	- 1	ļ.	÷.	+	+	4	+	4	×	+	×-	\sim
+	+	+	1	+	1		1	J	l,	÷	U.	., I	1	1	I	1	÷.	1	+	1	+	+	+
-	-	*	+	·+ -	+	τ.	д.	, t	. L.	1	J.,		1	τ	J.		ų.	-+	÷	7	+	-	
-		÷	+	+	+	J	1,	1	T	, F	1	. I	t	1	1	1	-Л	+	+	+	+-	-	
+	+	÷	-	+	I.		÷.	, J	ι.	3	τ.,	, I	1	1	1	, J	4	1	+	1	+	+	+
*	×	+	×	÷	£	+	+	+	E.	3	I.	1	1	- t	+	+	+	7	*	*	+	×	~
- ×, -	- 8	$\tilde{\chi}$	~	+	1	+	-1	+	t	. j. –	1	1	1	1	+	1	+	1	+	~	~	1	×.
*	4	×	\sim	1	3.	- E	Υ.	1	ţ.	4	I.	1	1	- L	1	- f	1	7	-1	~	7	÷	×
19.	\rightarrow	×	+	+	1	- t	А.	1	1	1	E.	-1	1	- t -	1	1	7	1	+	+	- 2	+	.8
~	Ś.	- 1	\	*	×	1	4	1	1	1	1	1	Î.	- E	- 1	1	- 4.	*	4	7	1	1	~
~	~	~	`	- 3	Α.	τ	1	1	1	1	1	Э.	1	I	4	1	а.	2	- A	- Z	2	1	~ 2
~	1	~	Š.	1	1	1	4	1	T	Å.	1	1	1	1	1	1	Ť	Ì	î.	7	1	~	2
- 10	2	- N	5	~	1	- 1.	A.	1	l	- 3	I	1	1	L.	1	- 1	d	1	~	- 2	-7	2	Ū.
~	+	\$	8	+	<u>)</u>	- i	7	Ť.	î.	4	ì	Ì	1	i.	Ĭ.	1	i.		÷	1	4	*	ż.
- N.	×	÷	5.	+	Š.	1	4	Ť	t.	- A	I	1	Ĺ	- E -	- 1	1	÷	~	4	1	.+-	Di	~ 2

Рисунок П1.29 - Развитие трещин на нижней поверхности пла-

стины (среда не учитывается, 100% нагрузки)









Рисунок П1.30 - Развитие трещин в сечении пластины нагрузка 40%, 60%, 80%, 100% с учетом среды










Рисунок П1.31 – Развитие трещин в сечении пластины нагрузка 40%, 60%, 80%, 100% без учета среды

Приложение 2

Результаты расчета напряженно-деформированного состояния пластины №2 (плита №825)



Рисунок П2.1 - Перемещения Ux в срединной поверхности



Рисунок П2.2 - Перемещения Ux в срединной поверхности



Рисунок П2.3 - Прогибы W в срединной поверхности



Рисунок П2.4 - Прогибы W в срединной поверхности



Рисунок П2.6 – Напряжения σ_{x} сверху в бетоне



Рисунок П2.8 – Напряжения $\sigma_{\rm x}$ по толщине в бетоне

- 187 -



Рисунок П2.9 - Зависимости вертикальных прогибов от момента начала и периода действия агрессивной эксплуатационной сре-

ДЫ

	*	<u>`</u>	``	~															/	1	1	1.81		
5	5	λ.	`	8	x													1	c	7	1	e.	.7	
5	~	~	5	5	\sim	1											1	1	2	1	2	2	2	
				5	~	l.,	~		×					,	~	,	~	,	,	1	,	×	,	
5		<hr/>	÷.											-		1		2		2	~		2	
· ·						[.																		
	~	~	5	>	×	× .	~	-5-	Χ.	×.	X	/	1	2	1	1	1	1	/	1	~	×		
		~	\sim	γ.	~	×	×	+	ł	×	-	-	×	4	+	×	~	1	Ĵ,	1	1			
			5	× .	~	×	1	5	~	*	*	+	×	2	~	2	×	1	1	÷				
			~	5	\sim	+	\sim	8.	.8	×	+	+	$\frac{\lambda}{2}$	×	8	1	+	2	7	1				
-			~		~	~		~		× -	~	^	~	× .	^	· ·	~	<i>′</i>		<i>′</i>				
					2	× .	×	3	×	2	×	×	×	×	*	*	*	Í						
					~	1	+	4	×	×	×	×	×	×	÷	+	÷.	~						
					~	1	+	4.	,×	¥	×	×	8	×	÷	÷	1	~						
					2	*	×	.+	×		×	*		×	×	*	×							
-			7		7		-	×.	2	×		×	8	~	×	~								ł
			1	1	~	+	,t	ж.	.×	×	.+	*	*	×	×	~	+	×	×	-5				
			1	1	1	×	2	~	4	×	*	*	*	~	~	1	×	× .	\sim	~				
		×	~	7	2	×	×	+		×	-	~	*	4	+	×	~	×	κ.	5	\sim			
	~	1	1	1	/	1	~	1	z	7	÷	5	5	~	~	1	ŝ.	×.	~		~	~		
ļ ,		5		2	,		,	2																
<u> </u>	·	~		· ·	<i>'</i>			<u> </u>												<u> </u>			``	
ĺ	~	1		1	×	Ľ	1	<u></u>	1					2		<u></u>			5		`		1	
r	~	1	1	×	/	1											~	Χ.	`	κ.	~	\sim	\sim	
×	×	1	~	1	1													2	~	1	x	Υ.	\sim	
	×.	1	2	-															~		4	×		
															_									1

Рисунок П2.10 - Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда учитывается, 40% нагрузки)

				_									_										
×	8	× .	X	~	~	~											~	2	Ł	1	Ż	8	×
19	>	~	1	~	\sim	s	~									2	~	/	c	x	1	*	¥.
ς.	~	*	~	*	\$	1	~	5		,			1		,	1	×	z	~	1	×	2	×
~	ς.	5	~	~	5	5	~	~	~	~	X	1	~	1	×	1	~	x	>	x	1	~	2
~	~	5	8	~	×	\sim	~	×	`	+	~	~	+	-	÷	*	~	1	1	1	~	~	4
×	κ.	~	~	~	~		~	5	×	×	×	×	×	1	7	x	~	ż	/	/	z	1	7
5	Ś	κ.	~	X	Ň	x	×	+	+	*	+	+	×	+	+	×	ž	1	1	1	1	¢.	Ż
	\$	ς	~	~	~	×	5	*	~	*	+	+	$^{\kappa}$	×	×	2	×	÷	2	÷	×	r	
		~	5	>	\sim	+	×	×	8	×	ŧ	÷	×	×	×,	×	+	2	1	Ł	~		
			\sim	3	×.	+	~	×	ς.	×	×	×	×	2	×	×	+	~	1	1			
		2	1	+	×	×	×	×	.*	Χ.	۴.	×	×	×	۶	*	×	×	+	t	T		
			~	χ.	*	+	÷		×	\boldsymbol{x}_{i}	×	×	×	×	+	4	÷	×	1	×			
			1	1	×	+	*	*	x	*	×	×	×	×	÷	+	+	×	1	\mathbf{x}			
		7	t	+	×	÷	×	*	×	1	×	×	~	*	×	×	×	*	4	X.	х.		
			1	1	*	4	×	×	2	×	×	×	×	\sim	×	×	+	Υ.	7	×			
		~	×	×.	1	+	.*	x	×	x	ł	*	ź	×	×	×	+	s.	x	-5	~		
	2	×	1	1	*	×	~	×	1	*	*	*	*	~	×	8	×	×	\sim	~	Υ.	Χ.	
1	2	×	2	1	7	·×	×	*	÷	×	+	+	*	*	+	.×.	~	Ň	2	8	\sim		- 8
1	*	~	*	1	/	1	~	1	1	*	×	×	ð.	~	\sim	~	~	~	×.	×		~	7
1	ż	2	1	1	1	e.	1	×	~	÷	~	\sim	+	4	~	×	~	3	~	8	\sim	~	×
<u>´</u>	~	1	×	1	×	1	4	C	Y	~	1	γ.	\sim	\sim	Ň	*	~	2	\mathbf{i}	1		~	~
e	2	×	×	1	×	2	~	7		-			\sim		X	~	\sim	Χ.	×	κ.	\sim	~	~
æ	×	1	*	1	1	1	2									1	~	>	~	`	3	2	đ,
×	8	1	×	1	1	-											~	~	~	Ň.	\sim	ŝ	×

Рисунок П2.11 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда учитывается, 60% нагрузки)

×	8	1	N	~	~	`	\sim	~		S.			1		~	1	1	2	1	1	1	s	×
52	×	1	\$	3	\sim	8	~	5.	\$	s.			,	1	r	2	2	1	r	x	1	×	\$
ς.		*	*	8	5	×	4	×	1	1	t	1	1	1	×	1	×	×.	×	1	1	2	2
~	~	~	~	~	~	5	×	~	к	~	,х	×	~	×	×	1	r	2	/	x	1	~	2
\sim	~	<u>.</u>	~	~	\sim	~	Ň	×	*	+	*	*	+	*	×	*	٢	1	1	1	1	~	~
×	8,	~	>	\$	~	-	×	\$	×	ĸ	\mathbf{x}	×	×	×	r	x	/	8	/	1	×	×	2
×	5	*	~	2	\sim	×	×	+	+	*	+	÷	×	+	+	×	×	1	×	1	~	×.	2
Χ.	5	×.	~	~	~	×	8	*	×	*	+	+	×	×	×	7	×	2	×	1	×	r -	- 2
Α.	8	۴	2	2	\sim	+	×	×	8	×	÷	¥	×	×	×,	×	÷	2	×	Ł	ł	1	1
	5	¥.	κ,	÷	×	+	×	×	X	×	×	×	×	1	×	×	+	×	*	×	ŧ	2	
~	Ŷ.	7	A	+	*	×	×	×	х	×.	*	×	×	×	۶	*	×	×	÷	t		e	~
		-	*	+	*	+	4	-+-	×	×	\times	×	×	×	+	*	÷	*	÷	×			
		~	×	*	×	+	*	*	×	*	×	×	×	×	*	*	+	*	÷	×	-		
1	Ł	7	1	+	×	÷	×	*	×	1	×	×	~	×	*	×	×	*	4	1	1	\$	~
	1	.1	×	*	×	+	×	×	2	×	×	×	×	\sim	×	×	+	×	×	×	٢	s	
7	z	×	1	2	~	+	×	×	×	×.	ł	*	×	×	×	×	÷	~	ĸ	·\$	\sim	5.	Δ.
1	1	×.	/	1	×	×	2	×	×	×	*	+	*	×	×	8	×	8	\sim	~	Ň	κ.	1
1	2	×	2	7	7	.*	×	*	÷	×	+	+	*	*	+	×	×	×	7.	*	\sim	5	- 8
1	~	~	/	1	1	1	×	1	×	*	×	×	×.	×	\sim	~	\sim	~	\sim	×	\sim	~	~
1	ź	2	1	×	1	8	1	×	×	÷	¥	*	+	*	*	×	6	3	~	×.	~	~	~
1	~	1	1	1	×	1	1	e.	×	~	*	×	~	×	N	~	~	2	2	15	\sim	~	~
~	2	×	ż	1	×	2	~	¥		-	ļ.	э.	~		$\hat{\lambda}_{i}$	~	\sim	Κ.	5	5	\sim	~	~
ð	×	1	~	1	\sim	1	ć	×.	1	1			Ŷ	N.	`	8	\sim	>	~	`	3	×	đ,
×	8	1	1	1	/	/	~	-		1			N.		~	~	~	~	~	5	\sim	.6	×

Рисунок П2.12 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда учитывается, 80% нагрузки)

				· · · ·				í		-												i	
×	8	×	×	ì			~		~	×	_	_	×	ĺ _	~			ĺ .	×	×	×	8	×
52	×	1	5	э.	8	- S	\sim	5	~	- Ş	5	× .	2	1	ð	~	~ 2	8	1	X	1	×:	<i>¥</i> .
×	`	×	κ.	*	5	×	~	42	4	~	14	*	-	÷	4	1	×	z	×	1	×	2	×
×	~	~	\sim	×	~	~	~	\$	-19	*	.*	ж.	*	8	1	1	~	x	×	x	1	~	×
× .	×	~	×	~	2	ŵ	8	s	×	+	\star	*	÷	*	2	ø	8	*	×	ъ.	1	×	1
×	6	~	~	*	~	.×	\times	5	×	×	\mathbf{x}	×	×	×	1	×	×	×	×	1	ż	×	2
1	Ń	*	×	8	×	×	×	+	+	*	+	+	×	+	+	×	×	×	ź	1	~	1	Ż
ς	5	Χ.	~	8	×	×	5	*	\$	*	*	+	×	æ	×	×	×	×	8	×	×	r	X
× .	5	\$	~	4	\sim	+	×	×	8	*	÷	+	×	×	×	×	+	2	sh.	z	¢	2	1
~	5	÷	ŝi:	×	×	+-	÷5	*	¹ ×	×.	×	×	×	×.	×	2	+	×	*	ø	4	2	~
*	\sim	7	k	+	×	×	×	.*	.*	8	*	×	2	×	*	*	×	×	÷	×	1	1	*
1	~	+	*	+	*	+	÷		×	×	×	×	×	×	+	4	÷	×	÷	×	÷	1	r
1	7	÷	8	*	*	+	+	*	×	*	×	×	×	×	۲	+	+	×	ł	×	÷	8	î.
×	~	1	ŕ	+	*	*	×	*	8	8	×	\star	2	*	×	*	×	*	4	-2	\mathcal{X}	\$	×
1	1	*	2	*	×	÷.	2	×	×	×	×	×	×	75	×	5	+	×	×	8	4	\$	1
7	z	2	1	×	1	+	×	×	*	×.	ł	*	×	×	×	×	+	~	79	\sim	ş	>	Δ.
1	2	1	/	10	×	×	2	×	\$	*	÷	*	*	8	×	8	×	×	9	~	X	х.	1
1	1	×	×	¥.	к	-*	×	*	÷	*	+	+	*	+	+	×	×	×	R	~	\sim	8	
1	\$	1	1	1	/	×	×	1	×	×	×	×	ð.	×	\sim	×	×	1	*	×	~	ĸ	7
1	×	2	×	x	i.	w	2	8	×	÷	×	*	+	*	5	52	8	×	~	×	~	×	x
×	~	÷	×	×	×	1	4	e.	ø	*	*	×	*	8	×	κ.	×	5	8	15	\sim	~	×
×	2	×	ž	1	×	2	/	×.	Ĥ	-	+	+	~	+	ā,	~	\sim	κ.	×	ς.	~	~	×
æ	×	1	7	z	8	1	1	×.	1	r	1	γ_{-}	Ŷ	Ň	2	8	\sim	3	×	`	3	×	6
×	8	×	×	~	/	/	~	-	1	×	_	-	×,	~	~		~	~	~	×	×	ŝ.	×
										-			_				_						

Рисунок П2.13 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда учитывается, 100% нагрузки)

	~	×	\sim	~		1											1		~	×	1	1	
~	8	5	λ.	~	s;	15											~	1	r	,	Z.	1	×
~	~	\sim	5.	\sim	\sim	`		~							é		2	×	~	z	2	2	~
~	~	~	λ.	~	Ň	5	\$	~	~	×.			×		2	z.	~	2	/	1	2	-	2
×	~		5	5	ŝ,	~	~	~	~		1	4:		-	×	4	~	2	2	2	~	~	ż
	、		ζ.		×.		x	s	~	~	×	*	×		Ŧ	1	z	2	/		7	1	
÷.	×.	~	0	3	~	×	ŝ	·4.	1	~	*	+	~	τ	+	×	×	4	1	/	~	7	1
											- 4												
			`	<u>`</u>	~	×			×	<u>`</u>	्र	*	~	Ľ.		× .	~	<u>´</u>		· ·			
		γ	Υ.	2	\sim	+	`	×	×	*	÷	<u>.</u> +	×	×	×	1	÷	1	1	1	1		
			4	λ	\sim		\sim	×	~	×	\dot{x}	×	×	*	×	×	-	~	/	2			
			3		8	1		*	.*	×	*.	×	×	×	×	Ł	3	×		1			
				-	*	*	*	+	*	×	~	r	÷	×	+	÷	÷	×	~				
				-	×	+	÷	+	×	У.	. Z	~	8	*	÷	*	*	*	~				
			7		×	,		×	×	×.	*	*	×	×	×:	1	4	*		x			
			1	1	/		×	×	2	×	78	×	×	~	×	×	-	~	1	Δ.			
		2	7	,	2	+	7	х.	×	*	+	+	×	×	×	ς.	+	~	~				
<u> </u>	_		1	1	2	×	2	2	*	-	*	*	~	×	~	5	x	~	~	~			
				,		L.	U.						_	I.,	-					~			
É.	-	2	/	1		2	-	* 			~	۰ بد	×	,	- T.	<u> </u>	~		~	, ,		~	
1	8	~	1	1	1	1	1	×	~		1	1		~	~	×	~	×	- 5	1	~	<u>×</u>	~
~	-	~	×	× .	1	1	1	1	~	~			~	~	\sim	2	\sim	2	\sim	ф.,	\sim	~	\sim
1	,	2	/	1	×	1		1							~		5	5	\sim	~	~	4	~
×	÷	1	1	2	Ľ	1											~	×	~	3	3	Χ.	`

Рисунок П2.14 - Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда не учитывается, 40% нагрузки)

8	6.	Ň	5	~	~	~											1	ż	~	K	×	a.	X
5	×	<u>×</u>	x.	~	\sim	18	ς.									-	~	×	1	,	×	×.	.2
~	`	\sim	~	~	×	~	~	~		8			2		1	-	×	×	1	x	×	×	ż
×	~	~	~	x	\$	×	~	κ.	\$	~	~~	1	2	1	ł	/	r	ž	1	1	1	÷.	×
×	`	`	~	1	5.	~	\sim	4	~	~	+	÷.	~	-	~	1	~	×	1	2	×	~	1
~	`	~	κ.	×	~	*	\sim	s -	\sim	×	×	¥	×	1	r	1	×	×.	1	×	1	×	2
~	$\tilde{\mathcal{F}}$	\sim	×	3	Ŷ	×	*	+	Ţ	4	*	*	4	£.	+	×	×	/	£	1	~	1	/
	x	×	~	×	5	×	\sim	х.	×	*	4	*	*	×	2	1	×	×	~	7	/	r	
		\sim	\mathbf{x}	2	\sim	*	`	×	×	*	+	+	*	×	8	1	+	/	Z	1	1		
			5	X	`	-	×	×	A	×	×	×	×	×	×	×	-	ż	¢	7			
		2	X	7	8	4	×	×	×	×	*	*	×	×	×	×	÷	×	Ţ	1	1		
_			\sim	*	*	*	*	+	*	×.	\sim	×	÷	×	+	×.	÷	×	*	1			
			2	*	÷	*	+	*	*	×	1	\sim	8	*	+	*	*	۶	×	*			
		2	÷	1	8	*	¥	*	*	*	×	*	×	×	\sim	*	+	*	X	8	~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~		
			1	1	2	-	×	×	/	×	*	×	×	8	×	×	-	5	V	X			
		1	Ŧ	1	~	4	Χ.	×	×	*	+	+	*	×	×	~	+	3	\sim	8	~		
	2	2	1	×	×	×	×	1	×	*	*	*	*	×	~	~	к	`	~	~	ζ.	¢.	
1	×		1	1	1	×	×	+	- F	*	\sim	*	+	3.	+	*	×	5	<i>z</i> .	5	~	5	~ ~
1	1	2	×	1	2	~	1	1	1	*	*	*	χ	~	ς.	~	\sim	\sim	\sim	~	~	~	1
1	~	×	/	1	1	1	×	/	~	-	Ŧ	+	~	~	×.	×	~	x	~	*	~	~	~
1	-	1	~	/	ł	1	ć	į,	1	1	/	`	~	`	~	~	1	\sim	\sim	\sim	~	~	`
1	~	×	×	×	7	z	×	×		2			Ň		\sim	~	\$	ς.	N	×	5	4	4
×	æ	÷	1	1	Ŷ	1	ć									`		2	Ň	7	7	5	2
1	÷	4	1	1	~	2											$\tilde{\lambda}$	\sim	\sim	ş.	Ň	÷	\sim

Рисунок П2.15 - Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда не учитывается, 60% нагрузки)

×	9	1	- 5	~	~	~	`	~							~	-	7	2	~	×.	×.	8	*
8	۰.	×	τ	5	\sim	18	4	ς.	~					1	×	1	~	×	~	Ŧ	1	æ	
~	~	\sim	~	~	~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~	~	*	~	.2	×	1	4	×	Y.	÷	-	2	Z.	1	z	2	×	2
	۴	~	5	~	~	~	\$	s	~	~	18	2	ł	1	x	1	~	2	1	1	×.	đ	2
×	~	~	N.	5	×.		Â.	×	~	*	+	ł	×	-	×	1	k	ż	1	2	1	1	ž
~	ς.	~	ς.	~	8	ς	Ň	8	×	N	×	*	×.	×	8	1	×	x	1	2	2	1	2
\sim	÷	\sim	\$	5	Ņ	×	х.	+	+	*	*	+	4	+	+	×	×	9	4	1	~	ć	1
1	X	~	`		~	×	5	~	×	*	÷	*	+	×	~	2	×	×	>	1	/	r	,
~	\sim	γ	~ >	×	×	÷)	×	×	*	÷	+	.*	×	8	1	+	.*	×	1	1	1	1
	~	~	5	×	×	+	×	×	~	×	×	×	×	1	×	×	+	×.	7	i	2	e	
		×	- 5	*	×	-t	×	×	×	×	×	×	×	×	×	*	÷	×	*	2	×		
		-	~	*	*	*	ŧ	+	*	*	~	×	*	*	+	×	÷	×	4	2			
		4	1	*	*	*	Ŧ	*	×	*	2	1	.8	*	+	×	*	*	÷	×.	~		
		*	×.	*	.*.	4	÷	*	×	×	*	*	×	×	$\lambda_{\rm c}$	+	÷	*	×	8	*		
	1	~	/	3	×	+	×	×	×	×	×	×	×	~	×	x	÷	×	A.	X	~	~	
1	z	1	ŗ	ж	×	+	z	×	*	×	+	+	*	×	×	ς.	+	*	×	8	~	۰.	~
1	7	1	1	1	÷	×	2	1	×	*	*.	÷.	*	×	~	\sim	к	`	5	1	×.	6	Ň
1	x	~	2	2	/	.*	×	*	÷	÷	*	*	÷.	+	+	*	×	\$	2.	3	~	5	~
2	×	à	×	1	×	×	1	×	×	*	¥	÷	×.	×	Ń	~	\sim	1	~	1	K	1	×
1	z	x	1	1	7	a	×	×	~	÷	ł	+	*	~	к	Χ.	6	κ.	8	~	~	ς.	~
~	÷	1	/	1	1	1	1	1	1	-	/	~	~	`	~	1	Ň	2	Ņ	2	N	÷	~
/	~	÷.	×	/	2	i.	~	×	J.	×	i	1	×	λ.	\sim	~	5	ς.	~	κ.	2	ς.	~
ø	¢.	1	ţ.	1	7	1	/	E.	1					×.	Ŋ.	~	`	3	Ň	4	1	50	2
×	æ	1	1	1	~	2	~	1							~	~	$\tilde{\lambda}_{i}$	~	\sim	5	ŝ,	ri,	×

Рисунок П2.16 - Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда не учитывается, 80% нагрузки)

×	s	1	2	×	`	x	`	~	~	×	-	-	×	-	~	1	7	1	×	1	1	8	*
8	۵.	~	×	5	\sim	~	×	ς	v	\sim	ς.	z	1	<i>y</i>	~	¥	~	×	~	÷90	1	æ	2
~	`	\sim	~	κ.	×	×	*	9	3	×	+	+	×	ъ	8	1	×	×	1	z	X	×	÷
× .	9	~	~	×	\sim	×	\$	s.,	~	×.	8	×	1	1	r	/	×	2	1	1	×	.8	×
~	~	~	N	5	×	ю.	8	s	*	*	+	ł	*	÷	8	×	фř.	4	~	2	1	~	1
×.	ς.	×	×.	×	8	×	Ň	8.	×	×	×	*	х.	×	8	1	×	x	×	2	*	~	z
\sim	~	~	×	8	×	×	х.	+	+	*	*	+	4	+	+	×	×	×	ø)х.	×	ć	×
1	3	×	~	*	~	×	5	×	×	*	÷	*	÷	×	×	2	×	×	*	1	/	8	,
<u>э</u>	~	8	7	6	79	÷	×	×	х	*	÷	+	.*	×	8	×	+	95	φ	ć.	<i>9</i> 0,	1	1
λ.	5	*	5	*	×	+	×	× -	~	*	×	×	×	1	×	×	+	×	¥	ż	ŝę	~	ž
×	~	×	- X.	÷	×	त	÷	×	×	×	*	×	×	×	×	÷	÷	×	×	Z.	×	1	×
1	~	+	ĸ	*	*	*	÷	+	*	*	ж	×	*	×	+	×	÷	×	4	×	+	1	ŧ
7	/	÷	×	*	÷	*	ł	*	×	*	.8	Χ.	.8	*	+	*	*	*	÷	.×	*	\$	1
*	~	*	7	*	×	*	÷	*	×	×	*	*	×	×	×	4	+	×	\star	s	*	×.	×
T	2	*	1	*	×	+	×	×	×	×	×	×	×	~	×	×	÷	· 54	×	x	2	۹.	×.
2	ć	ø	,	e	20	+	×	×	×	×	+	+	*	×	×	×	+	*	19	5	10		
1	ÿ	1	2	8	÷	×	2	×	×	×	*.	*	4	×	*	×	к	~	8	Χ.	i,	\$	Ň
×	1	*	×	9	×	*	×	*	÷	*	*	+	÷.	+	+	×	×	×	8	~	~	5	~
1	×	×	×	*	2	×	1	2	×.	*	*	*	×.	×	s.	~	×	~	×.	х.	×	~	×
1	z	x	1	2	*	æ	ŵ	æ	×	÷	÷	+	*	*	8	Ś	×	×.	~	~	~	ς.	~
~	ė.	1	/	1	1	×	1	1	~	1	,х	2	~	~	~	~	×	ς.	Ň	5	Ň	18	×
1	~	4	×	,	×	1	2	÷	9	×	ł	+	×	×	6	~	×	×	~	ς.	5	4	4
ø	ø	÷	Þ.	1	1	1	~	E	1	1	/	5	×.	N	- Ņ	~	~	5	×	a.	~	50	5
×	ę	1	,	1	~	2	2	1	~	×	-	~	x	~	~	~	Ń	~	~	\$	ŝ,	ø	×
			-																				

Рисунок П2.17 - Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда не учитывается, 100% нагрузки)









Рисунок П2.18 - Развитие трещин в сечении пластины нагрузка 40%, 60%, 80%, 100% с учетом среды









Рисунок П2.19 – Развитие трещин в сечении пластины нагрузка 40%, 60%, 80%, 100% без учета среды



Рисунок П2.20 - Моменты М₁₁ вдоль диагонали пластины



Рисунок П2.21 - Моменты М₁₂ вдоль диагонали пластины

Приложение 3

Результаты расчета напряженно-деформированного состояния пластины №3 (плита №844)



Рисунок ПЗ.1 - Перемещения Ux в срединной поверхности



Рисунок ПЗ.2 - Перемещения Ux в срединной поверхности



Рисунок ПЗ.3 - Прогибы W в срединной поверхности



Рисунок ПЗ.4 - Прогибы W в срединной поверхности

- 197 -



Рисунок ПЗ.5 - Напряжения $\sigma_{\rm x}$ снизу в бетоне



Рисунок ПЗ.6 – Напряжения σ_x сверху в бетоне



Рисунок ПЗ.8 - Напряжения σ_x по толщине в бетоне

- 199 -



Рисунок П3.9 - Зависимости вертикальных прогибов от момента начала и периода действия агрессивной эксплуатационной сре-

ды

Рисунок П3.10 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда учитывается, 40% нагрузки)



Рисунок П3.11 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда учитывается, 60% нагрузки)



Рисунок ПЗ.12 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда учитывается, 80% нагрузки)



Рисунок ПЗ.13 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда учитывается, 100% нагрузки)



Рисунок П3.14 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда не учитывается, 40% нагрузки)



Рисунок П3.15 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда не учитывается, 60% нагрузки)



Рисунок ПЗ.16 - Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда не учитывается, 80% нагрузки)



Рисунок ПЗ.17 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда не учитывается, 100% нагрузки)









Рисунок ПЗ.18 - Развитие трещин в сечении пластины нагрузка 40%, 60%, 80%, 100% с учетом среды









Рисунок ПЗ.19 – Развитие трещин в сечении пластины нагрузка 40%, 60%, 80%, 100% с без учета среды



Рисунок ПЗ.20 - Моменты М₁₁ вдоль диагонали пластины



Рисунок ПЗ.21 - Моменты М₁₂ вдоль диагонали пластины

- 206 -

Приложение 4

Результаты расчета напряженно-деформированного состояния пластины №4 (плита №863)



Рисунок П4.1 - Перемещения Ux в срединной поверхности



Рисунок П4.2 - Перемещения Uy в срединной поверхности



Рисунок П4.3 - Прогибы W в срединной поверхности



Рисунок П4.4 - Прогибы W в срединной поверхности



Рисунок П4.5 - Перемещения Ux в срединной поверхности



Рисунок П4.6 - Перемещения Uy в срединной поверхности



Рисунок П4.7 - Прогибы W в срединной поверхности



Рисунок П4.8 – Зависимости вертикальных прогибов от момента начала и периода действия агрессивной эксплуатационной сре-

- 211 -





Рисунок П4.9 - Напряжения σ_x снизу в бетоне



Рисунок П4.10 - Напряжения оу снизу в бетоне



Рисунок П4.11 - Напряжения σ_x сверху в бетоне



Рисунок П4.12 - Напряжения σ_y сверху в бетоне



Рисунок П4.13 - Напряжения σ_x сверху в бетоне







Рисунок П4.15 - Напряжения о_х сверху в бетоне



Рисунок П4.16 - Напряжения оу сверху в бетоне



Рисунок П4.17 - Напряжения о_х по толщине в бетоне



Рисунок П4.18 - Напряжения оу по толщине в бетоне



Рисунок П4.19 - Моменты М₁₁ вдоль диагонали пластины



Рисунок П4.20 - Моменты M22 вдоль диагонали пластины


Рисунок П4.21 - Моменты М₁₂ вдоль диагонали пластины



Рисунок П4.22 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда учитывается, 40% нагрузки)
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N
N</t

Рисунок П4.23 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда учитывается, 60% нагрузки)

*	ň	-0	``	×.	~	~	~	~	~			~			~			-	~	~	~	-	2	1	ť	n.	- ŧ
4	ņ	- x	2	× 1	5	\sim		5		5	3.	~			×	1	2		~		.2	2	2	7	1	6	÷
*	e.	- 5	5	~	~	~	÷	- 5	÷	×.		×	-	-	- 16		×	~	2	~		e.	8	1	/	:e	×
~	\sim	5	~	~	\sim	\sim	~	~	~	~	~	~	\sim	~	ж.	-	~	1	1	-	8	~	/	× .	e.	~	×.
×	~	-3	`	`	÷	\sim	\sim	-k	*	*	~	ж	-	~	×	~	×	÷	*	~	1	*	~	1	*	~	~
~	~	× .	5	×.	8	~	~	5	-19		~	*	~	2	×	-	2	e.	~2	×.	1	8	/	1	1	2	2
~	~	~		8	5.	-ie	÷	8	-	ч.	8	+	÷	+	.+	×	+.	-	/	-14	+	1	2	1	1	1	7
1	~	· ·	\sim	~	~	~	8	~	-	~	~	+	÷	+	÷	-	~	-	~	æ	×	~	1	× .	r	1	2
~	- N	~	· 79	*	~	+	~	×	×.	*	×	~	÷	÷	~	×	×	×	×	~	÷	1	8	×	~	1	1
\cdot_{τ}	$\overline{\chi}$	1	5	5	5	+	×	~	~	~	*	~	÷	+	~	*	~	-	~	×	.+	2	c	1	~	1	x
- 5	~	~	· ~	8	*	- 8	~	-	×	-	*	*	~	~	+	*	ά.	*	~	×	×	~	1	-	~	-	£
	~	5	-	3	*	*	*			-	*	÷	-	-	+	*	~	×	×	÷	×	*	1	-	1	-	
		~	*	*	+	-	÷	+	+	-	+	+	+	+	+	+	-	*	+	÷	-	*	\rightarrow	*	~		
			*	-	+	+	*	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	*	+	+	+	+			+		
		1	*	-	÷	+	4	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	*	+	.+	÷	+.		+			
		1	+	+	÷	-	*	+	+	-	+	+	+	+	+	+	-	*	÷	*	-	-	+	*	~		
	~	1	-	7	*	12	+	×	×	~	×	+	-	~	+	*	~	×	×	*	*	*	3	~	×	~	
	~	1	-		×	×	*	~	×	~	*	*	~	-	+	× .	~	×	-	*	×	*	~	~	~	~	ς.
i.	1	1	ź	1	×.	+	×	-	~	1	×	~	*	+	~	*.	~	~	Š.	×	÷	8	i.	×.	~	1	î.
1	1	1	×	2	~	+	~		.8	*	8	-	÷	×	-	×	×	×	×	~	+	5.	9.	κ.	~	· ·	~
1	1	-	1	1	~	2	8	1	-	1	2	÷	+	+	÷		5.	-	~,	-10	~	S.	×.	~	5	~	2
1	~		/	· -	/	÷.	*	1	-	+	×	+	+	+	+	*	+	-	\sim	÷	+	~	~	~	~	~	5
1	~	1	1	1	æ	~	~	1	.10	-	~	×	~	~	*	~	~	~	~	~	~	8	~	~	N:	~	5
2	1	×	2	, I	¥	1	~	*	÷	*	κ.	×	~	2	*	1	*	+	*	~	~	*	5.	×	×	~	×.
1	~	2	2	1	~	1	~	1	1	-	~	-8	1	1	8	~	~	×	~	~	5	÷.	s	~	~	~	~
~	ą.	1	<	1	~	~	~	~	~	~		×	-	-	8		~	-	3	~	~	~	~	\sim	~	5	×
÷	19	2	ė	1	1	×	1	1		1	1	-			~	~	~		5	`	~	~	ς	5	÷.	~	÷
*	<i>w</i>	2	,	1	~	1	~	1	~			-			5			~	~	~	~	*	\$	κ.	×.	~	*

Рисунок П4.24 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда учитывается, 80% нагрузки)

*	er.	-8	×	×	~	~	~	~	\sim	×:	*	~	+	*	~	*	×	-	/	~	~	~	×	×	6	*	- X
4	.90	8	\$	8	5	\sim		5	-	5	×	~	+	*	×	*	2	~	~	1	.2	2	8	7	15	*	÷.
×	~	- 5	8	~	*	ж	÷	5	-	×.	+	×	-	-	- 26	÷	×	~	2	~	×	ĸ	×	8	/	:P	×
~	*	5	>	~	ж.	\sim	~	~	×	~	-	*	\sim	-	,×	-	~	×	1	-	8	œ	1	× .	z.	*	~
~	~	*	`	~	÷.	\sim	\sim	÷	÷	*	~	×	~	~	*	~	×	÷	ą.	~	1	*	~	1	×	-	~
~	~	×.	5	×	8	~	~	5	19	~	~	*	~	2	×	÷	2	×	×.	4	2	8	7	2	1	1	2
×	~	`	~	5.	5.	÷	×	8	÷	*	æ	+	÷	+		6.	+	÷	×	~¥	*	×	2	4	1	×	7
×	~	· ·	\sim	~	~	*	8	~	-	~	~	÷	+	+	+	~	~	-	~	.10	a	~	1	~	\sim	1	2
N	- N	÷	- 19	*	×	+	*	×	×	*	×	-	÷	+	2	×	*	*	×	*	+	к.	8	8	*	~	1
÷ę	$\overline{\mathbf{x}}$	·R.	s	×.	9.	*	×	<	~	~	*	4	+	+	*	×	~	2	~	*	-44	2	4.	1	×		1
5	~	~	· 5.	8	×	- 8	*	+	8	*	*	*	*	*	+	*	*	*	Ψ.	×	×	<i>4</i> '	×	~	×	2	Æ
ι.	~	5		*	×	*	*	.8		*	*	+	+	+	+	*	*	×	×	÷	\sim	*	+		1	-	1
× .	~	~	*	÷	+	+	÷	+	+		+	+	÷	+	+	+	+-	+	÷	÷	+	+	÷	*	~	~	- 2
ú.	÷	с	+	+	+	+	*	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	*	+	+	+	.+	+	4	+	*	L.
Ĺ	+	1	+	÷	÷	+	4	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	*	+	*	+	*	+	+		*	L
1	2	1	+	+	+	+	+	+	÷	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	÷	+	4	÷	*	~	~	5
. т	~	7	4	+	*	×	+	×	×	*	÷	+	+	+	+	*	+	×	<u>×</u>	*	*	*	+	2	×	~)
	~	1		1	2	×	*		×	*	*	÷	÷	+	+	*	*	×	+	×	*	ĸ	~	~	~	~	ι.
- i	- i	×	÷	*	8	*	×	-	~	~	×	4	+	+	*	*.	~	~	~	*	÷	8	÷	κ.	*	1	Ŷ
1	1	÷.	.0	*	×	+	×	8	. N	*	8	-	$\dot{\tau}$	× .	-	*	8	×	×	*	+	к.	9.	8	4	× .	~
1	1	1	1	1	~	*	8	1	-	~	2	÷	+	+	+	`	5.	-	~	10	9	<u>×</u>	Ν.	~	5	`	ÿ
1	~	1	/	~	~	÷.	*	ĸ	÷	+	9	*	+	+	+	e	+	->	×	~*	+	~	~	~	\sim	~	5
1	~	/	2	1	8	×.	~	1	.2	-	4	÷	~	~	*	*	~	~	~	~	~	8	8	~	N.	~	5
2	1	×	2	1	¢	/	1	ъ.	÷	*	ς.	*	~	2	*	1	*	+	à.	~	~	÷	ς.	×.	$^{\times}$	~	5
1	×	2	2	1	×	1	~	1	×	1	~	×	~	1	ж	`	~	×	~	~	5	æ.	8	~	~	*	~
*	4	1	ð	1	×;	-25	~	N.	~	~	τ	×	-	-	×	÷	~	-	\sim	~	*	*	~	31	~	0	*
٠	-10	÷	ė	×	2	~	~	1	-	1	×	-	4	*	~	×	~	~	N.	`	~	5	8	5	×	4	÷
*	8	2	×	×	~	~	~	~	÷	×	¥	~	*	*	5	λ_{i}	\sim	~	~	~	~	8	×	ж,	×.	×	*

Рисунок П4.25 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда учитывается, 100% нагрузки)

		×	`																					1	- X		
		×		- 5																			2		7		
×	5	3	8	×																			~	1	1	1	2
\sim	~	×	5	~	\sim																	~	~	~	~	/	×
~	~	~		- 1	3	~																1	1		~	1	~
	~	×.	5	5	5	\sim	~													-	×	2	2	×	1	2	
		~	~	1			1	~											~	- 2			×.	1	1		
			\sim	× .	~	~	~	~	~									-	~	1	1	1	1	× .			
			~~	~	~	*	Ĩ	1		× 1	~	7	~	-	-	~	~	\sim	~	1	÷	~	~	~			
			5		~	\sim	- i.,	~	~	~	÷.	~	~	~		×	~	-	~	1	~	2		1			
					~	~	`	×	×	-	~	~	~	-	***	~	-	1	×	~	~	1					
					~	×	1	×	× .	~	~	~		-	-	~	-	1	1	3	×	-					
				~	~	-	+	+	+	~	~	-	-	-	-	-	-	+	+	*	-	-	~				
				-	~	-	÷	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	*	-	-	-				
				-	~	-	÷	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+	-	-	-				
				-	~	-	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+	-	~					
					~	×	, t	~	1	-	~	~	-	-	~	~	-	~	~	2	×	~					
					~	~	~	×	~	~	~	~	-	-		~	е.	~	×	~	~	~					
			2		1	~	~	2	~	~	×	~	~	~	~	*	~	~	\sim	~	.~	×.		~			
			~ 2	~	2	*	1	~	~	×	~ 5	~	-	~	~	~	~	1	~	т.	*	×	- s.	~			
			1	1	1	1	~	1	~									~	~	1	`	*	5	~			
		1	/	~			1	-											~	5			~	~	~		
	~	1	2	1	2	~	~													~	~	8	~	×-	\sim	~	
1	1	- 2		-7	1	~															~	- 5	3		5	~	× .
1	~	1	?	1	1																	~	>	~	~	Ĩ.	2
~	~ ~	- Ł	- t	~																			\sim -	- 1	۸.	~	\sim
		1		ľ .																			5		ţ,		
		- X	2																					×	3		

Рисунок П4.26 - Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда не учитывается, 40% нагрузки)

÷		× .	`	~	\sim			~											~			~	2	<i>e</i> .	- č		+
Ge	2	-X	\$	5	5	5	5	5											~	2	2	1	2	~	Υ.	~	-
*	~	3	\$	×.	~	~		ч.,	5	5							~	¥.	4		2	× .	1	¢	1	~	2
\sim	~	~	5	~	~	\sim	~	~									~	, ·	~	-	~	~	~	×.	<i>a</i>	1	1
~	~	~	~	à.	÷	~	-5-	Ň	~	~	-	~	-	~	~	~	~	-	7	1	~	*	1	~	~	-	
x	ς.	×	5	\		~	~	4	~		~	~	÷		2	~	~		~	1	>	2	7	2	1	2	1
×	7	- 15	Š.	~			*	1	-	×		~	.+	+		-	8.	-	~	*			1	1	/	1	- X
~	~		~		\$	~		~	~	×	~	_	+	+	_	/	×	5	~	1	/	~	/	~		1	,
- N		~	~	~	~	*	i.	-	/	~	~	~	÷	+	~	~	~	~	~	1	÷	~	/	~	~	1	4
- 1		~		1	~	~	~	~		~	4	-	*	+	~	4	1		~	1	/	2	7	1	~		
	~	- S -	-	~	5	*	~	×	×	*	*	~	.+	+		×	+	~	×	2	×	2	÷	~	γ	~	
	-	8			*	×	۰¥	~	ĸ	+	~	~	÷	+	-	~	+	×	1	+	×	×	1		7		
		+	+	+	~	-	+	+	+	+	~	-	+	+	-	-	+	+	+	+	-	-	*	+	÷		
		-	~	+	~	-	4	+	+	+	_	-	+	+	-	-	+	+	+	+	-	-	+	-	-		
		-	~	+	~	-	÷	+	+	+	-	-	+	+	-	-	+	÷	+	+	-	.~	+	~	-		
		+	÷	+	-	-	+	+	+	+	-	-	+	+	_	-	+	+	+	*	-	~	+	*	+		
	~	1		1	×	×	*	2	ж	*	~	~	+	+	-	~	+		×.	*	×	*	ţ		×.	~	
		5	_	1	~	×	~	.×		*	*	-	+	+		*	*		×	~	.*	~	~		×	L.	
-Z		~	÷	7	2	~	~	2	~	~	×	~	+	+		*	5	~	~	~	~	ς	Ń	N.	~		1
/	1	-	*	~	2	*	1	~	~		~	2	*	÷	-	~	1	1	,	т.	*	~	4		~	1	~
1	1		.2	7	1	1	~	/	~	×	~	-	÷	+	-	~	х.	~	~	1	×	×.	5	~		×.	~
+	1	1	/				*	-		×	~	-	+	+		-	×	-	~	×				~	~	x	1
1	~	1	2	1	ż	-	2	2	~	~	~	-	*	÷	~	~	~	~	~	~	5	- N	~	N	\sim	~	×.
	1	2	2	1	*	2	1		-	1	~	-	~	~	~	-	~	-	×	~		*	1		~	L.	~
/	×	7	2	1	~	~	~	1	1	~							~	×	~	-	~	×	~	~	~	~	~
~	2	i.	÷	~	,	~		-	7	~							~	×	~		~		~ -	4	λ.	~	~
6	2	1	1	1	X	è	~	1											~	-8		×	5	~	÷.	×.	*
*		x	,	1	2														5			~.	5		\$		+
																										-	

Рисунок П4.27 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда не учитывается, 60% нагрузки)

÷	0	- A	`	~	~	~	~	~	~	~							~	-	1	~	1	1	/	1	6	~	÷
e.	5	×	8	5	5	×.	~	*	~	× .	~					· -	/	-	/	2	z	1	z	1	/	~	
×	~	×		- 5	5	~	~	~	×		<u>s.</u>	1			~ ?	1	~	×	~	~	1	E.	2	*	J	*	- 29
\sim	~	~	5	~	\sim	~	~	~	~	~	~	*	~	×	.*	-		1	£.	-	~	~	2	×.	e.	1	1
\sim	~	``		- A	÷	\sim	- 25	-14-	*	×	~	~	×	+	~	~	×	+	¢ł.	1	~	÷	7	~	~	-	×.
x	5	×	5	5	8	~	4	4	~	×	5	~	*	÷.	~	~	~	-	1	2	2	8	8	1	ŕ	2	1
\sim	5		. >	×.	~	×.	×	~	-	×	+	~.	+	+		+	ж.	-	~	*	2	~	×	1	1	1	, X
× .	~		\sim	~	~		.9	~	~	×	~	+	÷	+	÷	-	×	-	×	*	ĸ	1	1	8	1	1	1
~	~ ~	~	· >	~	~	+	+	~	~	*	~	-	+	+	~	~	*	~	×	÷	÷	1	1	ę	~	~	1
χ.	~	1	ĸ	λ.	×	~	~	×	~	~	*	~	÷	+	~	*	~	~	×	~	2	×	7	1	2	2	.7
×	~	- S -	-	~	~	~	`	×	k	+	*	~	+	+	17	*	+	×	×	2	*	2	1	~	/	~	1
	~	s	~		×	*	÷	-15	8	+	*	-	+	+	-	*	+	*	25	÷	×	*	1	~	/	-	
		+	+	+	-	-	+	+	+	+	***	-	+	+	-	-	÷	+	+	+	-	-	*	*	+		
		+	~	+	~	+	+	+	+	+	_	-	+	+	_	-	+	+	+	+	+	-	+	-	÷		
		+	~	+	~	+	*	+	+	+:	-	-	+	+	-	-	+	÷	+	+	+	-	+		÷		
		+	+	+	-	-	+	+	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	+	+	-	~	+	*	+		
	~	ž.	\sim	1	×	×	*	ĸ	*	+	÷	-	+	+	-	*	+		×	*	×	*	ţ	~	×.	~	
1	~	1	-	-	~	×	~	×	*	+	+	-	+	+	-	*	+	à.	×	~	~	~	~	~	\sim	~	1
- Z	~	-	Ż	- Y	8	~	~	~	1	-	×	-	÷	+	-	*	~	~	ς.	~	~	×	Υ.	~~	~	1	Э.
/	1	-	~	1	2	*	÷	×	~	×	×.	5	+	÷	~	1	×	1	×	+	*	s	s.,	6	-	~	~
1	1	2	1	1	/	8	-20	/	-	×	~	÷	÷	+	+	~	×.	~	~	.6	.6	×.	5	~	×.	~	~
+	4	1	/	×	~	1	*	-	~	N	+	-	+	+	-	÷	×	-	~	*	`	~	~	~	~	× .	1
1	~	1	ž	2	8	~	2	~	~	~	~	-	×	-4	~	~	~	~	\sim	~	~	8	ς.	- N-	Ň	~	Ň.
1	/	8	2	1	*	~	Z.	*	*	×	~	2	+	+	-	-	*.	-4	¢.	1	4	×	3		5.	×.	\sim
1	\sim		1	1	~	~	~	×	1	×.	~	*	×.	18	18	~	<u>`</u>	~	~ %	~	~	~	×.	×	``	~	~
*	~	i.	÷		ż	1	~	-	×	~	1	÷			~	· > ·	~	-k	~	~	~	ŵ.	~	4	1	~	*
۰,	2	1	1	>	1	ć.	~	~	~	1	7					1	κ.	~	κ.	~	~	- Nr	ζ.	×	1	ς	**
+	_	a	,	1	~	1	~	2	~	1								~	~	-	5	×.	5		N		*

Рисунок П4.28 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда не учитывается, 80% нагрузки)

÷	\dot{v}	ά.	×	×	~	~	\sim	~		~	\sim	~	~	-	2	-	~	-	~	~	1	~	×	~	0	4	+
4	.2	5	5	8	5	~	×.		~	5	5	1	÷	4	1	>	/	1	/	×	2	2	c	× .	*	×	-9
×	~ ~	5	*	×	8	~	.8	~	×		x	x	_	-	.ж.	2.	~	×	~	2	2	8	~	æ	3	1	×
~	Δ.	5	5	×.	19.	~	~	~	5	~	~	*	*	*	*	~	~	2	1	-	~	e.	~	1	2	1	/
\sim	~	×	~	æ	÷.	\sim	~	-54	*	×		~	+	÷.		-	×	×	¢ł.	1	~	*	ą.	~	1	~	1
~	~		5	×	8	~	5	~	~	4	~	~	×	*	~	1	/	1	/	2	2	8	×	1	×	1	1
1	Ň	~	~	Χ.	~	5	×	*	-	×	+	-	+	.+		+	×	~	×	*	2	-	×	1	Ý	1	7
	~		~	×.	×		2		~	*	~	+	+	+	+	~	×	-	~	÷		×	1	8	ć	1	1
~	N.	*	8	×	>	+	4	×	×	×	~	*	+	+	+	~	*	×	~	4	÷	×	×	æ	ł	1	1
×.	~	*	~	×	6	~	~	L.	.8		*	+	*	+	+	*	~	*	é	>	-	a	*	+	a.	2	
1	~	5	-	\$	*	×	*	×	.8	*	*	~	+	+		×	+	6	×	×	×	×	18	-	1	~	1
ι.	~	5	-	3	×	×	*		8	+	*	-	+	+		×	+	*		+	×	*	1	~	/	-	1
1	Υ.	+	+	+	*	+	+	+	+	+	-	-	÷	+	-	-	+	+	+	+	+	*	*	+	+	1	1
*	+	+	~	+	~	+	*	+	+	+	+	+	+	+	+	+	÷	+	+	+	+	-	+	-	÷	+	.4
+	÷	÷	<i></i>	+	~	+	*	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	.+	÷	~	+	~	+	+	4
. <i>I</i> .	,	+	+	+	+	+	+	+	+	+		-	+	+	-	-	+	+	+	4	+	*	+	*	+	5	
r	~	- 2	\sim	1	×	×	*	\$	*	+	*	-	÷	+	-	*	+	a.	2	*	×	*	1	Ψ.	×.	~	1
	-	1	-	*	×	*	×	×	-9	+	*	-	+	+	~	*	÷		\sim	*	~	*	8	~	~	, I	1
1	~	-R	÷	*	ę	~	~	2	×	-	×	÷	÷	+	*	*	~	8	~	.~	~	8	×	- No.	*	~	7
/	1	4	8	×	×	+	4	ĸ	×	*	×	*	+	- 24	*	*	×	×	2	+	*	*	×	a:	÷		~
1	2	2	1	1	×		jð.	1	~	*	~	+	+	+	+	×.	×	~	~	.8		×	5	~	×.	~	s
Ĵ.	4		~	2	~	~	*	×	-	×.	+	-	÷	+	-	+	×	-	×	*		~	×.	~	~	×	1
1	~	1	1	×	8	1	~	-	~	1	~	-	κ	` x	~	~	~	~	~	~	~	8	×	5	\sim	~	×.
1	~	2	2	*	×	1	1		×	×	-	-	÷	+	~	-	*	*	a.	~	~	×	4	~		~	~
/	~	2	×	0	׆	2	~	2	1	8	~	×	×	*	8	~	~	×	~	~	~	8.	5	×.	`	~	~
*	~	7		~	×	~		-	×	-	*	×	_	-	×	*	~	×	~		~	*	~	4	4	~	*
¢.	,×	Ŕ	/	7	ć.	- L	~	1	~	1	× 1	- ĉ	1	×	ÿ	1	- N	~	÷.	.8	3	5	\$	÷.	÷	~	
*	æ	J.	×	×	2	2	2	1	~		2	~	~				5.	~	5	~	5	~	8	×	N.	a.	*
L		1				1		-										1		1							

Рисунок П4.29 – Развитие трещин на нижней поверхности пластины (среда не учитывается, 100% нагрузки)









Рисунок П4.30 - Развитие трещин в сечении пластины нагрузка 40%, 60%, 80%, 100% с учетом среды









Рисунок П4.31 – Развитие трещин в сечении пластины нагрузка 40%, 60%, 80%, 100% без учета среды

Приложение 5 - технические акты внедрения

УТВЕРЖДАЮ директор HUIN ерный центр опо проектирования» MHU П.В. Божанов 2017 г.

ТЕХНИЧЕСКИЙ АКТ ВНЕДРЕНИЯ

Мы, нижеподписавшиеся, представители Тульского государственного университета, с одной стороны, и ООО «Инженерный центр промышленного проектирования», с другой стороны, составили настоящий акт о том, что разработанные в ТулГУ по г/б НИР № 36-10 «Актуальные проблемы технологии строительных материалов и проектирования конструкций» методики расчета напряженно-деформированного состояния слоистых армированных пластин из физически нелинейных материалов с учетом влияния агрессивной эксплуатационной среды и повреждаемости в виде трещинообразования, реализованные в виде пакета прикладных программ, внедрены в проектную практику ООО «Инженерный центр промышленного проектирования» и используются при проектировании элементов строительных конструкций на объектах химической промышленности Российской Федерации.

Практическое использование разработанных методик и программной продукции позволяет значительно сократить время проведения экспериментальной обработки различных материалов, достоверно прогнозировать состояние строительных конструкций в процессе эксплуатации зданий и сооружений, работающих в условиях воздействия агрессивной эксплуатационной среды.

Представители ООО «Инженерный центр промышленного проектирования»:

Генеральный директор, к.т.н.

П.В. Божанов

Главный специалист

В.Т. Лешков

Представители ФГБОУ ВО ТулГУ:

Научный руководитель г/б НИР № 36-10, д.т.н., профессор

А.А. Трещёв

Разработчик НИР, инженер

А.В. Башкатов



Советская ул., д. 23и, Тула, 300012 тел.: +7 (4872) 30-92-20 факс: +7 (4872) 30-92-50 www.proekt.st, stroitel@proekt.st

Свидетельство о допуске к определенному виду или видам работ, которые оказывают влияние на безопасность объектов капитального строительства № СРО-П-049-7107089614-20062013-0049-4



ТЕХНИЧЕСКИЙ АКТ ВНЕДРЕНИЯ

Мы, нижеподписавшиеся, представители Тульского государственного университета, с одной стороны, и ООО «Строительное Проектирование», с другой стороны, составили настоящий акт о том, что разработанные в ТулГУ по г/б НИР № 36-10 «Актуальные проблемы технологии строительных материалов и проектирования конструкций» методики расчета напряжённо-деформированного состояния слоистых армированных пластин из физически нелинейных материалов с учетом влияния агрессивной эксплуатационной среды и повреждаемости в виде трещинообразования, реализованные в виде пакета прикладных программ, внедрены в практику ООО «Строительное Проектирование» и используются при выполнении поверочных расчетов строительных конструкций при проведении работ по обследованию технического состояния зданий и сооружений.

Практическое использование разработанных методик и программной продукции позволяет с высокой достоверностью оценивать состояние строительных конструкций, испытывающих воздействие агрессивной эксплуатационной среды.

Представители ООО«Строительное Проектирование»:

Генеральный директор, д.т.н.

С.Ф. Злобин

Главный инженер, к.ф.-м.н.

- К.Г. Батырев

Представители ФГБОУ ВО ТулГУ:

Научный руководитель г/б НИР № 36-10, д.т.н., профессор

А.А. Трещёв

Разработчик НИР. инженер

А.В. Башкатов