

VL.I. KOLCHUNOV<sup>1</sup>, S.B. KRYLOV<sup>2</sup>, S.S. FEDOROV<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Moscow State University of Civil Engineering (NIU MGSU), Moscow, Russia

<sup>2</sup>Gvozdev Research Institute of Reinforced Concrete, JSC SIC Construction, Moscow, Russia.

## STIFFNESS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES UNDER BENDING CONSIDERING SHEAR AND AXIAL FORCES (PART 1)

**Abstract.** The paper provides a physical and computational model for determining the parameters of limit states of reinforced concrete structures under complex stress state such as bending with effect of axial and shear forces. The forward and backward transitions for determining the stiffness matrix coefficients of reinforced concrete bar structures with inclined and normal cracks have been constructed on the basis of the adopted cross-section discretization scheme and the duality theorem between force and deformation parameters by A.R. Rzhaniysyn. Determination of the stiffness of structures in the zone of inclined cracks was performed on the basis of the model of composite strips into which the zone with inclined cracks is divided. It is assumed a hypothesis about the character of deformation distribution in a complexly stressed reinforced concrete element with inclined cracks. For this model the effective shear modulus has been obtained. It allows to determine the average relative linear and angular strains of concrete and reinforcement at the point adjacent to the shear joint between inclined cracks. Using this model and the experimentally obtained value of the relative shear in the inclined crack, the dowel forces in the reinforcing bar crossed by the inclined crack were determined. The use of the obtained analytical dependences in the practice of designing reinforced concrete structures allows to clarify significantly the definition of displacements and width of opening of inclined and normal cracks, as well as to bring the calculation and physical model based on experimental data as close as possible.

**Keywords:** reinforced concrete, stiffness, physical model, computational model, inclined crack, shear, dowel effect, composite bar.

ВЛ.И. КОЛЧУНОВ<sup>1</sup>, С.Б. КРЫЛОВ<sup>2</sup>, С.С. ФЕДОРОВ<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия

<sup>2</sup>НИИЖБ им. А.А. Гвоздева АО «НИЦ «Строительство»», г. Москва, Россия

## ЖЕСТКОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ИЗГИБЕ С УЧЁТОМ ПОПЕРЕЧНОЙ И ПРОДОЛЬНОЙ СИЛ (ЧАСТЬ 1)

**Аннотация.** Приведены физическая и расчётная модель для определения параметров предельных состояний железобетонных конструкций при сложном напряжённом состоянии изгиба с продольной и поперечными силами. На основе принятой схемы дискретизации поперечного сечения и теоремы двойственности между силовыми и деформационными параметрами А.Р. Ржаницына построены прямой и обратный переход для определения коэффициентов матрицы жёсткости железобетонных стержневых конструкций с наклонными и нормальными трещинами. Определение жёсткости конструкций в зоне наклонных трещин выполнено на основе модели составных полосок, на которые разбивается зона с наклонными трещинами. При этом принята гипотеза о характере распределения деформаций в сложно напряжённом железобетонном элементе с наклонными трещинами. Для этой модели получен условный модуль сдвига позволяющий определять средние относительные линейные и угловые деформации бетоны и арматуры в точке прилегающей к шву сдвига между наклонными трещинами. На основе этой модели и с использованием экспериментально полученного значения сдвига в наклонной трещине определены нагельные усилия в

арматурном стержне, пересекаемом наклонной трещиной. Использование полученных аналитических зависимостей в практике проектирования железобетонных конструкций позволяет не только существенно уточнить определение перемещений и ширины раскрытия наклонных и нормальных трещин, но и максимально сблизить расчётную и физическую модель, базирующуюся на экспериментальных данных.

**Ключевые слова:** железобетон, жесткость, физическая модель, расчётная модель, наклонная трещина, сдвиг, нагельный эффект, составной стержень.

### REFERENCES

1. Arzamastsev S.A., Barevich V.V. To the calculation of reinforced concrete elements for bending with torsion. *Proceedings of higher educational institutions. Building*. 2015. Vol. 681. No. 9. Pp. 99-109.
2. Kalkan I., Kartal S. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. *International Journal of Civil and Environmental Engineering*. 2017. Vol. 11. No.7. Pp. 969–972.
3. Klein G., Lucier G., Rizkalla S., Zia P., Gleich H. Torsion simplified: a failure plane model for design of spandrel beams. *ACI Concrete International Journal*. February 2012. Pp. 1-19.
4. Lin W. Experimental investigation on composite beams under combined negative bending and torsional moments. *Advances in Structural Engineering*. 2021. No. 24(6). Pp. 1456–1465. doi:10.1177/1369433220981660
5. Zalesov A.S., Mukhamediev T.A., Chistyakov E.A. Calculation of crack resistance of reinforced concrete structures according to new regulations. *Concrete and reinforced concrete*. 2002. No. 5. Pp. 15-18.
6. Kodysh E.N., Nikitin I.K., Trekin N.N. Calculation of Reinforced Concrete Structures of Heavy Concrete for Strength, Cracking and Deformation. Moscow: Publishing House ABC, 2010. 352 p.
7. Krylov S.B. Formation of exact general solution of bending equation of reinforced concrete bar considering creep and cracking. *Concrete and Reinforced Concrete in Ukraine*. 2002. No. 4(14). Pp. 2-4.
8. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Konorev A.V. Main results of experimental studies of reinforced concrete structures of high-strength concrete B100 round and circular cross sections in torsion with bending. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019. Vol. 15. No.1. Pp. 51-61. doi:10.22363/1815-5235-2019-15-1-51-61
9. Demyanov A.I., Salnikov A.S., Kolchunov V.I. The experimental studies of reinforced concrete constructions in torsion with bending and the analysis of their results. *Building and Reconstruction*. 2017. Vol. 72. No. 4. Pp. 17-26.
10. Kolchunov V.I., Al-Hashimi O.I., Protchenko M.V. Bending stiffness of reinforced concrete structures with transverse and longitudinal forces. *Building and reconstruction*. 2021. No. 6. Pp. 5-19.
11. Kolchunov V.I., Fedorov V.S. Conceptual Hierarchy of Models in the Theory of Resistance of Building Structures. *Industrial and Civil Engineering*. 2020. No. 8. Pp. 16–23. doi:10.33622/0869-7019.2020.08.16-23
12. Kolchunov V.I., Dem'yanov A.I. The modeling method of discrete cracks and rigidity in reinforced concrete. *Magazine of Civil Engineering*. 2019. Vol. 88. No. 4. Pp. 60-69. doi:10.18720/MCE.88.6
13. Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Travush V.I. Calculation model of a complex stress reinforced concrete element of a boxed section during torsion with bending. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2021. Vol. 51. No. 3. Pp. 7-26. doi:10.36622/VSTU.2021.51.3.001
14. Gornostaev I.S., Klyueva N.V., Kolchunov V.I., Yakovenko I.A. Deformability of reinforced concrete composite structures with inclined cracks. *Structural mechanics and calculation of structures*. 2014. No. 5 (256). Pp. 60-66.
15. Gusev B.V., Zvezdov A.I. Theoretical and experimental studies of statistical issues of concrete strength. *Construction Materials*. 2017. No. 11. Pp. 18-21.
16. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Design models of the power resistance of reinforced concrete. Moscow: Publishing house ASV, 2004. 471 p.
17. Veruzhsky Yu.V., Kolchunov V.I. Methods of reinforced concrete mechanics. Kiev: NAU Book Publishing House. 2005. 653 p.
18. Golyshev A.B., Kolchunov V.I. Reinforced concrete resistance. Kiev: Osнова, 2009.432 p.
19. Golyshev A.B., Kolchunov V.I. Resistance of reinforced concrete structures erected in complex engineering-geological conditions. Kiev: Osнова, 2010. 286 p. (rus)
20. Emelianov S.G., Nemchinov Yu.I., Maryenkov N.G., Kolchunov V.I., Yakovenko I.A. Features of calculation of seismic stability of large-panel buildings. *Industrial and Civil Engineering*. 2013. No. 12. Pp. 64–71. (rus)
21. Veryuzhsky Yu.V., Golyshev A.B., Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Lisitsin B.M., Mashkov I.L., Yakovenko I.A. A reference guide to structural mechanics: Volume II. Moscow: Publishing house ASV. 2014. 432 p.
22. Bashirov Kh.Z., Kolchunov V.I., Fedorov V.S., Yakovenko I.A. Reinforced concrete composite structures of buildings and structures. Moscow: ASV Publishing House, 2017. 248 p.

23. Karpenko N.I. The theory of deformation of reinforced concrete with cracks, Moscow: Stroyizdat, 1976. 204 p.
24. Karpenko N.I. General models of reinforced concrete mechanics. Moscow: Stroyizdat, 1996. 410 p.
25. Karpenko, S.N. On the general approach to the construction of the theory of strength of reinforced concrete elements under the action of transverse forces. *Concrete and reinforced concrete*. 2007. No. 2. Pp. 21-27.
26. Kim C., Kim S., Kim K.-H., Shin D., Haroon M., Lee J.-Y. Torsional Behavior of Reinforced Concrete Beams with High-Strength Steel Bars. *ACI Structural Journal*. 2019. No. 116. Pp. 251-233.
27. Bernardo L. Modeling the Full Behavior of Reinforced Concrete Flanged Beams under Torsion. *Applied Sciences*. 2019. Vol. 9. Pp. 2730.
28. Tsai H.-C., Liao M.-C. Modeling Torsional Strength of Reinforced Concrete Beams using Genetic Programming Polynomials with Building Codes. *KSCE Journal of Civil Engineering*. 2019. Vol. 23. Pp. 3464–3475.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Arzamastsev S.A., Bavevich V.V. To the calculation of reinforced concrete elements for bending with torsion // Proceedings of higher educational institutions. Building. 2015. Vol. 681. No. 9. Pp. 99-109.
2. Kalkan I., Kartal S. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling // International Journal of Civil and Environmental Engineering, 2017. Vol. 11. No.7. Pp. 969–972.
3. Klein G., Lucier G., Rizkalla S., Zia P., Gleich H. Torsion simplified: a failure plane model for design of spandrel beams // ACI Concrete International Journal, February 2012. Pp. 1-19
4. Lin W. Experimental investigation on composite beams under combined negative bending and torsional moments // Advances in Structural Engineering. 2021. No. 24(6). Pp. 1456–1465. <https://doi.org/10.1177/1369433220981660>
5. Залесов А.С., Мухамедиев Т.А., Чистяков Е.А. Расчет трещиностойкости железобетонных конструкций по новым нормативным документам // Бетон и железобетон. 2002. № 5. С. 15–18.
6. Кодыш Э.Н., Никитин И.К., Трекин Н.Н. Расчет железобетонных конструкций из тяжелого бетона по прочности, трещиностойкости и деформациям. М.: Изд. АСВ, 2010. 352 с.
7. Крылов С.Б. Построение точного общего решения уравнения изгиба железобетонного стержня с учетом ползучести и трещинообразования // Бетон и железобетон в Украине. 2002. № 4(14). С. 2–4.
8. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов Вл.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Конорев А.В. Основные результаты экспериментальных исследований железобетонных конструкций из высокопрочного бетона В100 круглого и кольцевого сечений при кручении с изгибом // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. № 15(1). С.51-61.
9. Демьянов А.И., Сальников А.С., Колчунов Вл.И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом и анализ их результатов // Строительство и реконструкция. 2017. № 4(72). С. 17–26.
10. Колчунов В.И., Аль-Хашими О.И., Протченко М.В. Жесткость железобетонных конструкций при изгибе с поперечной и продольной силами // Строительство и реконструкция. 2021. № 6. С. 5-19.
11. Колчунов Вл. И., Федоров В.С. Понятийная иерархия моделей в теории сопротивления строительных конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2020. № 8. С. 16–23. doi:10.33622/0869-7019.2020.08.16-23
12. Kolchunov V.I., Dem'yanov A. I. The modeling method of discrete cracks and rigidity in reinforced concrete // Magazine of Civil Engineering. 2019. Vol. 88. No. 4. Pp. 60-69. doi:10.18720/MCE.88.6
13. Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Travush V.I. Calculation model of a complex stress reinforced concrete element of a boxed section during torsion with bending // Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2021. Vol. 51. No. 3. Pp. 7-26. doi:10.36622/VSTU.2021.51.3.001
14. Горностаев И.С., Ключева Н.В., Колчунов Вл.И., Яковенко И.А. Деформативность железобетонных составных конструкций с наклонными трещинами // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 5(256). С. 60-66.
15. Гусев Б.В., Звездов А.И. Теоретические и экспериментальные исследования статистических вопросов прочности бетонов // Строительные материалы. 2017. № 11. С. 18–21.
16. Бондаренко В.М., Колчунов Вл.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: Изд-во АВС, 2004. 471 с.
17. Верюжский Ю.В., Колчунов Вл.И. Методы механики железобетона. Учебное пособие. К.: Книжное издательство НАУ, 2005. 653 с.
18. Гольшев А.Б., Колчунов Вл.И. Сопротивление железобетона. К.: Основа, 2009. 432 с.
19. Гольшев А.Б., Колчунов Вл.И. Сопротивление железобетонных конструкций, возводимых в сложных инженерно-геологических условиях (монография). Киев: Основа. 2010. 286 с.
20. Емельянов С.Г., Немчинов Ю.И., Колчунов Вл.И., Марьенков Н.Г., Яковенко И.А. Особенности расчета сейсмостойкости крупнопанельных зданий // Промышленное и гражданское строительство. 2013. № 12. С. 64–71.

21. Велюжский Ю.В., Гольшев А.Б., Колчунов Вл.И., Клюева Н.В., Лисицин Б.М., Машков И.Л., Яковенко И.А. Справочное пособие по строительной механике. В двух томах. Том II: Учебное пособие. М.: Изд-во АСВ, 2014.432 с.
22. Баширов Х.З., Колчунов Вл.И., Федоров В.С., Яковенко И.А. Железобетонные составные конструкции зданий и сооружений. Москва: Издательство АСВ, 2017. 248 с.
23. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. М: Стройиздат. 1976. 204 с.
24. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 410 с.
25. Карпенко С.Н. Об общем подходе к построению теории прочности железобетонных элементов при действии поперечных сил // Бетон и железобетон. 2007. № 2. С. 21-27.
26. Kim C., Kim S., Kim K.-H., Shin D., Haroon M., Lee J.-Y. Torsional Behavior of Reinforced Concrete Beams with High-Strength Steel Bars // ACI Structural Journal. 2019. No. 116. Pp. 251-233.
27. Bernardo L. Modeling the Full Behavior of Reinforced Concrete Flanged Beams under Torsion // Applied Sciences. 2019. Vol. 9. P. 2730.
28. Tsai H.-C., Liao M.-C. Modeling Torsional Strength of Reinforced Concrete Beams using Genetic Programming Polynomials with Building Codes // KSCE Journal of Civil Engineering. 2019. Vol. 23. Pp. 3464–3475.

**Information about authors:**

**Kolchunov Vladimir Iv.**

Moscow State University of Civil Engineering (NIU MGSU), Moscow, Russia,  
Corresponding Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, doctor of technical sciences, professor, professor of the Department of Engineering Graphics and Computer Modeling.  
E-mail: [vlik52@mail.ru](mailto:vlik52@mail.ru)

**Krylov Sergey B.**

Gvozdev Research Institute of Reinforced Concrete, JSC SIC Construction, Moscow, Russia,  
Corresponding Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, doctor of technical sciences, professor, head of the Reinforced Concrete Mechanics Laboratory at the Gvozdev Research Institute for Reinforced Concrete.  
E-mail: [niizhb\\_lab8@mail.ru](mailto:niizhb_lab8@mail.ru)

**Fedorov Sergey S.**

Moscow State University of Civil Engineering (NIU MGSU), Moscow, Russia,  
candidate of technical sciences, head of the Department of Engineering Graphics and Computer Modeling.  
E-mail: [fedorovss@mgsu.ru](mailto:fedorovss@mgsu.ru)

**Информация об авторах:**

**Колчунов Владимир Иванович**

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,  
Член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры инженерной графики и компьютерного моделирования.  
E-mail: [vlik52@mail.ru](mailto:vlik52@mail.ru)

**Крылов Сергей Борисович**

НИИЖБ им. А.А. Гвоздева, АО «НИЦ «Строительство»», г. Москва, Россия,  
Член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией Научно-исследовательского института бетона и железобетона им. А.А. Гвоздева.  
E-mail: [niizhb\\_lab8@mail.ru](mailto:niizhb_lab8@mail.ru)

**Федоров Сергей Сергеевич**

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,  
кандидат технических наук, заведующий кафедрой инженерной графики и компьютерного моделирования.  
E-mail: [fedorovss@mgsu.ru](mailto:fedorovss@mgsu.ru)