

С.О. КУРНАВИНА¹, М.Д. АНТОНОВ¹

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, Россия

ПОЛЕ НАПРАВЛЕНИЙ ТРЕЩИН В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТАХ, УСИЛЕННЫХ КОМПОЗИТНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

Аннотация. В расчете железобетонных изгибаемых элементов по наклонным сечениям существенную роль играет расчетная проекция наклонного сечения. Задача определения угла наклона трещины остается актуальной и в элементах, усиленных композитными материалами. Предложен метод определения угла наклона трещины в любой точке по пролету изгибаемого элемента с усилением. Расчетному углу наклона трещины соответствует минимум внешней нагрузки, вызывающей ее раскрытие и определяемой из уравнения энергетического баланса. На основе данного метода проведены расчеты поля направлений трещин в элементах, усиленных композитными материалами, и проведен анализ полученных зависимостей угла наклона трещин от соотношения обычной и композитной арматуры и коэффициента гипотезы билинейных сечений.

Ключевые слова: поле направлений трещин, усиление композитными материалами.

S.O. KURNAVINA¹, M.D. ANTONOV¹

¹Moscow Civil Engineering University: Moscow, Russia

THE FIELD OF CRACKS DIRECTIONS IN REINFORCED CONCRETE BENDING ELEMENTS STRENGTHENED BY THE EXTERNAL COMPOSITE REINFORCEMENT

Abstract. The design projection of the inclined section is an important factor in the estimation of strength of reinforced concrete structures by inclined sections. The problem of determination of the crack inclination angle is also essential for the elements strengthened by the external composite reinforcement. The method of the inclination angle determination in any point along the span of strengthened bending element is proposed. The design inclination angle of a crack corresponds to the minimum of external load causing its opening, which is obtained from the energy balance equation. The calculations of bending elements strengthened by composite materials have been carried out. The obtained dependence of cracks inclination angles on the conventional to composite reinforcement ratio and on the coefficient of the bilinear section hypothesis.

Keywords: the field of cracks directions, strengthening by external composite reinforcement.

Введение

В строительной практике часто возникают ситуации, когда необходимо проводить усиление существующих конструкций еще до возникновения значительных повреждений, в частности образования нормальных и наклонных трещин. Это может быть связано с изменением проектных нагрузок, с ошибками при проектировании или с особыми условиями эксплуатации. В настоящее время одним из наиболее перспективных способов усиления является использование различных композитных материалов. Работе железобетонных элементов, усиленных композитными материалами, в том числе по наклонным сечениям, посвящено немало исследований: как отечественных, так и зарубежных ученых. [3-18]

Известно, что несущая способность элемента на действие поперечной силы в существенной мере зависит от горизонтальной проекции наклонной трещины. Углы наклона трещин переменны по пролету изгибающего элемента. В действующих в настоящее время в России нормативных документах величина проекции опасного наклонного сечения определяется из условия наименьшей несущей способности сечения по поперечной силе [1, 2]. При этом расчет на действие поперечной силы и изгибающего момента по наклонному сечению проводится независимо. Предполагается, что поперечная сила воспринимается поперечной арматурой и бетоном сжатой зоны, а предельные усилия в бетоне определяются на основе эмпирических зависимостей.

В.И. Жарницким предложен подход, позволяющий теоретически рассчитать угол наклона трещины к вертикали в любой точке изгибающего элемента для заданной схемы приложения внешней нагрузки, т.е. определить поле направлений трещин. Этот метод основан на законе сохранения энергии и может быть распространен на элементы, усиленные композитными материалами [3-5].

Метод

Предполагается, что трещина может распространяться из любой точки по пролету балки. Расчетному направлению трещины соответствует минимум внешней нагрузки, вызывающей ее раскрытие. Величина нагрузки выражается из уравнения сохранения энергии и варьируется по углу наклона трещины к горизонтали α . Траектория наклонной трещины в любой точке аппроксимируется прямой линией.

Принята параболическая диаграмма « σ - ε » бетона как, при сжатии, так и при растяжении. При этом разрушение растянутого бетона в случае одноосного напряженного состояния происходит при напряжении R_{bt} и деформации ε_{ubt} .

Предполагается, что процесс формирования траектории трещины завершается до возникновения значительных пластических деформаций в сжатой зоне бетона, продольной и поперечной арматуре, а также задолго до достижения композиционными материалами предельных деформаций. В дальнейшем раскрытие трещины идет уже в известном направлении. Это позволяет не учитывать при определении расчетного угла наклона трещины пластическую работу материалов и нарушение сцепления между бетоном и композитом.

Процесс формирования траектории трещины завершается до достижения предельного сопротивления сжатой зоны бетона срезу, следовательно, высота сжатой зоны h_b не варьируется по углу α .

Рассмотрим элемент таврового сечения с полками сверху (например, балку монолитного перекрытия), с продольной и поперечной арматурой, усиленный композитными материалами в продольном направлении и вертикальными полосами композитных материалов в поперечном направлении (рисунок 1). При действии нагрузки возможно образование трещин, как в верхней, так и в нижней зоне. В данной статье рассматривается случай образования трещин в пролете. Предположим, что нейтральная ось проходит в полке, что известна высота сжатой зоны бетона над трещиной, и она не зависит от угла наклона трещины α .

Предполагаем, что погонное усилие в хомутах и в поперечных полосах композитного материала распределено по длине проекции наклонной трещины по треугольному закону. Это допущения не является обязательным, однако, позволяет получить решение в более общем виде, не связывая его с шагом хомутов или полос усиления. Считаем, что композитный материал работает только на растяжение, причем деформирование композитного материала и усиливающей конструкции происходит совместно вплоть до достижения предельной деформации.

Силы зацепления в наклонном элементе над трещиной не учитываются, но сдвиговые деформации вдоль берегов наклонной трещины приводят к развороту продольных стержней на угол β_a и возникновению в них нагельного эффекта.

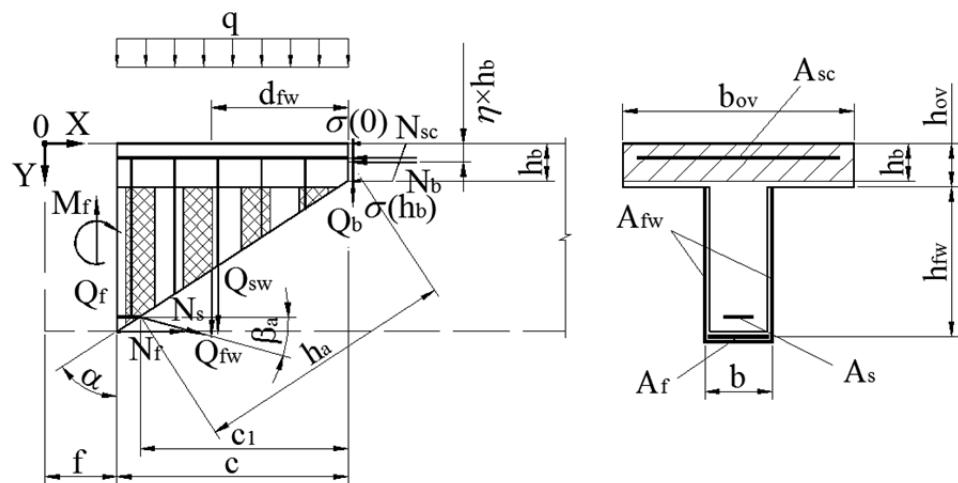


Рисунок 1 - Усилия в трапецидальном элементе над наклонной трещиной, усиленном композитными материалами

Для получения деформаций в наклонном сечении используется гипотеза билинейных сечений [3]. Для наклонного сечения деформации в каждом волокне можно определить по формуле:

$$\begin{cases} \varepsilon_x(y) = \varepsilon_x(h_b) + A \cdot (y - h_b) \cdot \chi, & (0 \leq y \leq h_b) \\ \varepsilon_x(y) = (y - h_b) \cdot \chi, & (h_b < y \leq h) \end{cases} \quad (1)$$

где A – эмпирический коэффициент, χ - кривизна. При $A = 1$ гипотеза билинейных сечений переходит в известную гипотезу плоских сечений.

В случае ломаного сечения в точке его излома $y = h_b$ имеет место скачок напряжений и, соответственно, деформаций по оси X на величину $\varepsilon_x(h_b)$ (рисунок 2).

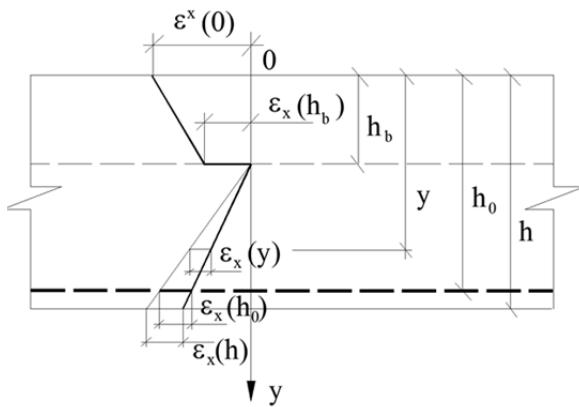


Рисунок 2 - Гипотеза билинейных сечений

Теоретический угол наклона трещины к вертикали α можно определить из уравнения энергетического баланса, выразив усилия в трапецидальном элементе из уравнений равновесия с учетом напряженно-деформированного состояния бетона над наклонной трещиной [3]. Уравнение сохранения энергии с учетом деформирования элементов усиления будет иметь вид:

$$W_s + W_f + W_{sc} + W_{sw} + W_{fw} + W_{sh} + W_{bt} + W_{bc} = A_q, \quad (2)$$

где W_s, W_{sc} – потенциальная энергия деформирования растянутой и сжатой продольной арматуры;

W_f - энергия деформирования композитного материала, играющего роль продольного элемента усиления;

W_{sw} – энергия деформирования поперечной арматуры;

W_{fw} – энергия деформирования поперечных полос усиления;

W_{bc} – потенциальная энергия деформирования сжатого бетона над трещиной;

W_{bvt} – энергия разрушения растянутого бетона;

W_{sh} – энергия деформирования сжатой зоны бетона при сдвиге;

A_q - работа внешней нагрузки.

Энергия деформирования продольной растянутой арматуры:

$$W_s = \frac{1}{2} \cdot N_s \cdot \varepsilon_s = \frac{1}{2} E_s \cdot A_s \cdot \varepsilon_s^2, \quad (3)$$

где E_s , A_s , ε_s – соответственно модуль упругости, площадь и продольная деформация растянутой арматуры.

Энергия деформирования продольных полос композита:

$$W_f = \frac{1}{2} \cdot E_f \cdot A_f \cdot \varepsilon_f^2 = \frac{1}{2} \cdot E_f \cdot A_f \cdot \left(\frac{h - h_b}{h_0 - h_b} \right)^2 \cdot \varepsilon_s^2 \quad (4)$$

Обозначим

$$k_\varepsilon = \frac{\varepsilon_x(h_b)}{\varepsilon_x(0)} \quad (5)$$

Тогда энергия деформирования сжатой арматуры:

$$W_{sc} = \frac{1}{2} E_{sc} \cdot A_{sc} \cdot \varepsilon_{sc}^2 = \frac{1}{2} E_{sc} \cdot A_{sc} \cdot A^2 \cdot \left(\frac{k_\varepsilon}{(1 - k_\varepsilon)} + A \cdot \left(1 - \frac{a}{h_b} \right) \right)^2 \cdot \left(\frac{h_b}{h_0 - h_b} \right)^2 \cdot \varepsilon_s^2, \quad (6)$$

где E_{sc} , A_{sc} , ε_{sc} – соответственно модуль упругости, площадь и продольная деформация сжатой арматуры,

a – расстояние от сжатой грани до центра тяжести сжатой арматуры,

h_0 - рабочая высота сечения.

Энергия деформирования поперечной арматуры

$$W_{sw} = \frac{1}{2} \int_0^{c_1} f_{sw} \cdot \sigma_{sw}(x) \cdot \varepsilon_{sw}(x) \cdot dx = \frac{1}{6} E_{sw} \cdot f_{sw} \cdot (h_0 - h_b) \cdot \operatorname{tg}^3 \alpha \cdot \varepsilon_s^2, \quad (7)$$

где $\sigma_{sw}(x)$, $\varepsilon_{sw}(x)$ – напряжения и деформации в поперечной арматуре;

E_{sw} , f_{sw} – соответственно модуль упругости и погонная площадь поперечной арматуры.

Энергия деформирования поперечных полос композита с учетом геометрической гипотезы:

$$\begin{aligned} W_{fw} &= \frac{1}{2} \cdot \int_{(h-h_w) \cdot \operatorname{tg} \alpha}^{h \cdot \operatorname{tg} \alpha} f_{fw} \cdot \sigma_{fw}(x) \cdot \varepsilon_{fw}(x) \cdot dx = \frac{1}{6} E_{fw} \cdot f_{sw} \cdot \varepsilon_{fw}^2 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot f_{fw} \cdot E_{fw} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \left(\frac{h - h_b}{h_0 - h_b} \right)^2 \cdot \left[h_{fw} \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{h_{fw}^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha}{(h - h_b)} + \frac{h_{fw}^3 \cdot \operatorname{tg}^3 \alpha}{3 \cdot (h - h_b)^2} \right] \cdot \varepsilon_s^2, \end{aligned} \quad (8)$$

Энергия деформирования бетона по высоте h_b при сжатии:

$$W_{bc} = \frac{1}{2} \int_0^h \sigma_x(y) \cdot \varepsilon(y) dy = \frac{1}{2} b_{ov} \cdot h_b \cdot E_b \cdot \left(k_\varepsilon + \frac{(1-k_\varepsilon)^2}{3} \right) \cdot A^2 \cdot \left(\frac{h_b}{h_0 - h_b} \right)^2 \cdot \varepsilon_s^2, \quad (9)$$

где $\sigma_x(y)$ и $\varepsilon_x(y)$ – напряжения и деформации бетона сжатой зоны.

Энергия сдвига сжатой зоны бетона:

$$W_{sh} = \frac{1}{2} \cdot Q_b \cdot \phi_{sh} = \frac{1}{2} \frac{Q_b^2}{b \cdot h_b \cdot G_b}, \quad (10)$$

где ϕ_{sh} - угол сдвига;

G_b – модуль сдвига бетона;

Q_b - перерезывающая сила в сжатой зоне, которая определяется из уравнения равновесия вертикальных сил.

Энергия разрушения растянутого бетона

$$W_{bt} = \frac{2}{3} \cdot R_{bt} \cdot \varepsilon_{ubt} \cdot b \cdot l_{crc} = \frac{2}{3} \cdot R_{bt} \cdot \varepsilon_{ubt} \frac{b \cdot (h - h_b)}{\cos \alpha}, \quad (11)$$

где l_{crc} - длина наклонной трещины.

Аппроксимируем диаграмму «момент-кривизна» в наклонном сечении прямолинейной зависимостью. Обозначим:

$$m_M = \frac{M_H}{M_K} \quad (0 \leq m_M \leq 1) \quad (12)$$

где M_H - момент, соответствующий началу раскрытия трещины;

M_K - момент в конце процесса формирования траектории трещины.

Момент от внешней нагрузки M_f в точке с координатой f , воспринимаемый наклонным сечением, можно выразить через величину изгибающего момента M^* в каком-либо характерном сечении и функцию формы эпюры моментов $\Phi(x)$.

В этом случае работа внешней нагрузки

$$A_q = \frac{1}{2} \cdot M^* \cdot \Phi_{f+c} \cdot (1 + m_M) \cdot \frac{\varepsilon_{crc}}{l_{crc}}, \quad (13)$$

где ε_{crc} - деформации в направлении, нормальному к траектории трещины.

Поставим выражения (3), (4), (6), (7), (8), (9), (10), (11) и (13) в уравнение энергетического баланса (2) и поделим обе части уравнения на ε_s^2 .

Обозначим

$$\begin{aligned} V(\alpha) &= A_f \cdot E_f \cdot \frac{h - h_b}{h_0 - h_b} \cdot (h - h_b + \eta \cdot h_b) + A_s \cdot E_s \cdot \left[(h_0 - h_b) \cdot \frac{\cos(\alpha - \beta_a)}{\cos \alpha} + \eta \cdot h_b \cdot \cos \beta_a \right] + \\ &+ \frac{1}{6} \cdot \frac{A_{fw}}{S_{fw}} \cdot E_{fw} \cdot \operatorname{tg}^3 \alpha \cdot \frac{3 \cdot h - 2 \cdot h_{fw} - 3 \cdot h_b}{h_0 - h_b} \cdot h_{fw}^2 + \frac{1}{3} \cdot f_{sw} \cdot E_{sw} \cdot \operatorname{tg}^3 \alpha \cdot (h_0 - h_b)^2 \\ H_w &= h_{fw} \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{h_{fw}^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha}{(h - h_b)} + \frac{h_{fw}^3 \cdot \operatorname{tg}^3 \alpha}{3 \cdot (h - h_b)^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Тогда с учетом уравнений равновесия проекций всех сил в трапециoidalном элементе над трещиной на вертикальную и горизонтальную ось выражение для момента M^* будет иметь вид:

$$M^* = \frac{\frac{2}{3} \cdot b_{ov} \cdot R_{bt} \cdot \varepsilon_{b,ult} \cdot \frac{h-h_b}{\cos \alpha} \cdot V(\alpha)^2}{\left[\frac{m_m+1}{2} \cdot V(\alpha) \cdot \frac{1}{h-h_b} \cdot \frac{h}{h_0} - \frac{1}{2} \cdot E_s \cdot A_s - \frac{1}{2} \cdot E_{sc} \cdot A_{sc} \cdot A^2 \cdot \frac{h_b^2}{(h_0-h_b)^2} \cdot \left(\frac{k_\varepsilon}{(1-k_\varepsilon)} + A \cdot \left(1 - \frac{a}{h_b} \right) \right)^2 - \frac{1}{6} \cdot f_{sw} \cdot E_{sw} \cdot (h_0-h_b) \cdot \operatorname{tg}^3 \alpha - \left(\Phi_{f+c} \right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot E_f \cdot A_f \cdot \left(\frac{h-h_b}{h_0-h_b} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{fw}}{S_f} \cdot E_f \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \left(\frac{h-h_b}{h_0-h_b} \right)^2 \cdot H_{fw} - \frac{1}{2} \cdot E_b \cdot b_{ov} \cdot \frac{h_b^3}{(h_0-h_b)^2} \cdot \left(k_\varepsilon + \frac{(1-k_\varepsilon)^2}{3} \right) \cdot \frac{A^2}{(1-k_\varepsilon)^2} - \frac{1}{2 \cdot b \cdot h_b \cdot G_b} \cdot \left[V(\alpha) - \frac{1}{2} f_{sw} \cdot E_{sw} \cdot (h_0-h_b) \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha - A_s \cdot E_s \cdot \sin \beta_a - \frac{A_{fw}}{S_{fw}} \cdot E_{fw} \cdot h_{fw} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \frac{h - 0.5 \cdot h_{fw} - h_b}{h_0-h_b} \right] \right] } \right] } \quad (15)$$

Положение опасной наклонной трещины определяется из условия $\frac{dM^*}{d\alpha} = 0$.

Результаты

Для анализа работы наклонных сечений, усиленных композитными материалами, и оценки влияния различных факторов на угол наклона трещины проведен расчет шарнирно опертых железобетонных балок пролетом 6 м таврового сечения из бетона класса B25, с продольной и поперечной арматурой класса A500С. Рассматривалось две схемы приложения внешней нагрузки: равномерно распределенная нагрузка и сосредоточенная сила в середине пролета. Параметры балок и схема армирования представлены в таблице 1.

Таблица 1 - Параметры усиленных железобетонных балок

Геометрические размеры сечения			
$b = 0.25$ м	$b_{ov} = 0.6$ мм	$h = 0.6$ м	$h_{ov} = 0.2$ м
Армирование балок			
Площадь нижней арматуры		Площадь верхней арматуры	
$A_s = 2.26$ см ²		$A_{sc} = 0.85$ см ²	

Рассматривалось два типа продольного и поперечного усиления: углеволокном и стекловолокном. Модуль упругости углеволокна $E_f = E_{fw} = 2.28 \cdot 10^8$ кН/м² [13]. Модуль упругости стекловолокна $E_f = E_{fw} = 7.6 \cdot 10^7$ кН/м² [12]. Площади полос стекловолокна и углеволокна принимались одинаковыми.

Площадь и шаг обычных хомутов и полос из композитного материала варьировались таким образом, чтобы суммарное погонное усилие, воспринимаемое обычной и композитной арматурой, оставалось постоянным.

Для оценки влияния коэффициента A гипотезы билинейных сечений проведены расчеты балок с параметрами, представленными в таблице 1, и с внешним усилием углеволокном и с усилием стекловолокном. В этих балках погонная площадь обычной поперечной арматуры принята равной $f_{sw} = 7,55 \text{ см}^2/\text{м}$, а погонная площадь композитного поперечно-го усиления углеволокном $f_{fw} = 2,3 \text{ см}^2/\text{м}$, стекловолокном $f_{fw} = 8,2 \text{ см}^2/\text{м}$. При этих соотношениях балки имеют одинаковую несущую способность. Эмпирический коэффициент A варьировался в пределах от 1 до 2.0.

На рисунке 3 представлена зависимость угла наклона трещины от коэффициента гипотезы билинейных сечений для тавровой балки, загруженной равномерно распределенной нагрузкой. На рисунке 4 представлена аналогичная зависимость для той же самой балки загруженной сосредоточенной силой в середине пролета. На представленных графиках f – координата начала возможной трещиной (в долях от величины пролета L). Сплошной линией обозначены результаты расчетов балок, усиленных углеволокном, а пунктиром – балок, усиленных стекловолокном.

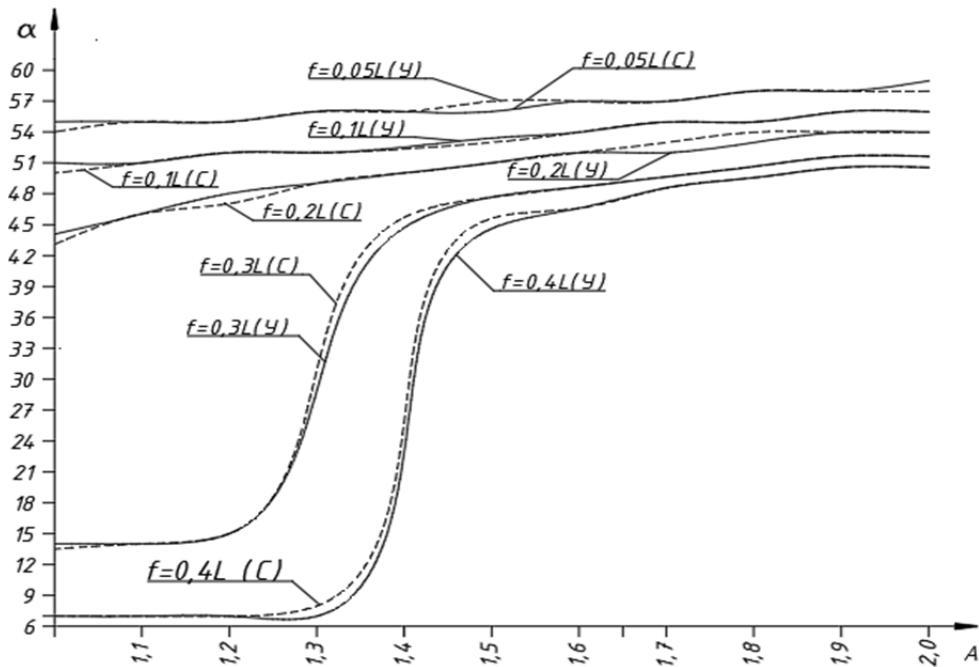


Рисунок 3 - Зависимость угла наклона трещины α от коэффициента A гипотезы билинейных сечений при действии равномерно распределенной нагрузки: У – усиление углеволокном; С – усиление стекловолокном

Из графиков видно, что увеличение коэффициента гипотезы билинейных сечений приводит к увеличению угла наклона трещины к вертикали, как для случая действия равномерно распределенной нагрузки, так и для случая действия сосредоточенной силы для балок с обоими типами усиления. Влияние этого коэффициента тем более существенно, чем дальше от опоры расположено рассматриваемое сечение. Как видно из графиков, значения углов при усилении двумя видами композитного материала близки, т.к. погонная площадь усиления подбиралась из условия одинаковой несущей способности сечения по поперечной силе.

В случае действия равномерно распределенной нагрузки влияние этого коэффициента наиболее существенно для сечений, начинающихся в пределах от 0.2 до 0.4 пролета. В случае приложения сосредоточенной силы наблюдается непрерывный рост значений угла наклона при всех значениях A при которых гипотеза имеет решение.

На рисунке 5 (а) представлена зависимость угла наклона трещины от соотношения погонных площадей обычной и композитной арматуры в виде холстов из углеволокна при действии равномерно распределенной нагрузки, а на рисунке 5 (б) аналогичная зависимость для

усиления в виде холстов из стекловолокна. Величина эмпирического коэффициента гипотезы билинейных сечений принята $A=1.9$ [3].

На рисунке 6а представлен график угла наклона трещины от соотношения погонных площадей обычной и композитной арматуры в виде холстов из углеволокна при действии сосредоточенной силы и при $A = 1.9$, а на рисунке 6 (б) аналогичная зависимость для усиления в виде холстов из стекловолокна.

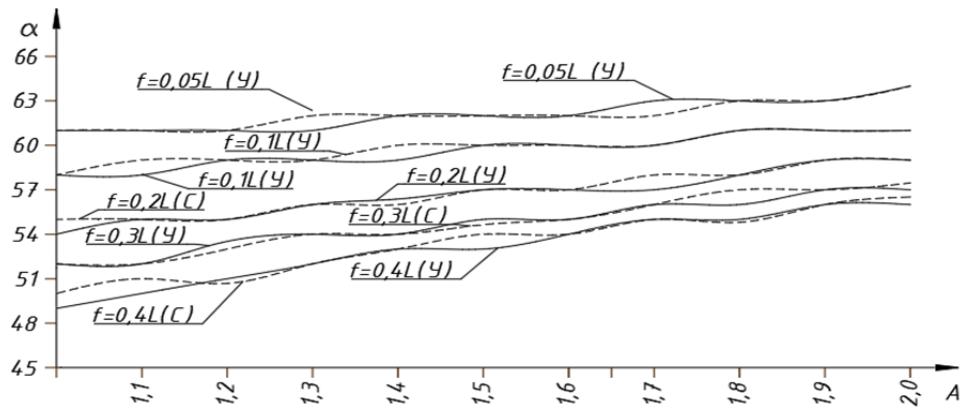


Рисунок 4 - Зависимость угла наклона трещины α от коэффициента A гипотезы билинейных сечений при действии сосредоточенной силы в середине пролета: Y – усиление углеволокном; C – усиление стекловолокном

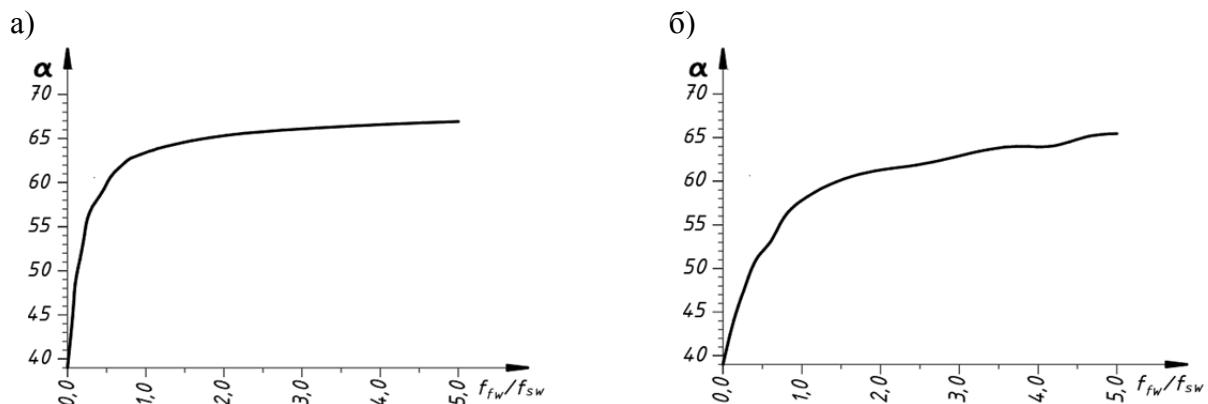


Рисунок 5 - Зависимость угла наклона трещины от соотношения погонных площадей поперечной арматуры и полос усиления углеволокном: а) в случае действия равномерно распределенной нагрузки; б) в случае действия сосредоточенной силы в середине пролета

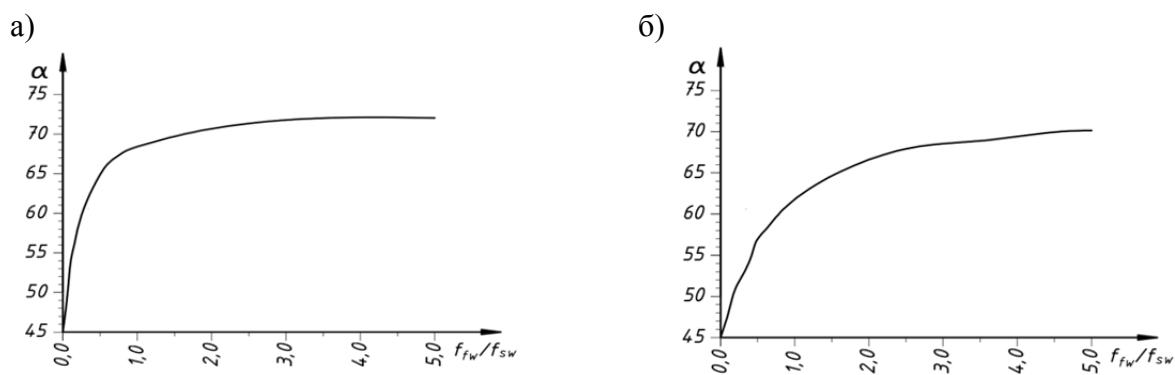


Рисунок 6 - Зависимость угла наклона трещины от соотношения погонных площадей поперечной арматуры и полос усиления в случае действия равномерно распределенной нагрузки:
а) в случае усиления углеволокном; б) в случае усиления стекловолокном

Как видно из графиков, с уменьшением доли композитного материала угол наклона трещины и, соответственно, проекция наклонной трещины уменьшается.

Выводы

По результатам расчетов можно сделать следующие выводы:

1. С увеличения доли композитного материала по отношению к стальной поперечной арматуре при одинаковом суммарном погонном усилии угол наклона трещины к вертикали α и, соответственно, длина проекции наклонной трещины увеличивается. Наиболее интенсивное изменение угла имеет место при значениях $f_{fw}/f_{sw} \leq 2$.

2. При действии сосредоточенной силы имеет место плавное увеличение угла α с увеличением коэффициента A гипотезы билинейных сечений.

3. В случае действия распределенной нагрузки увеличение коэффициента A приводит к плавному увеличению расчетного угла наклона трещин в приопорных зонах (в пределах от 0 до $0.2 L$). Для сечений в зоне $f > 0.2 L$ имеет место резкий скачок величины угла α с увеличением коэффициента A .

4. Полученные данные подтверждают существенное влияние принятой геометрической гипотезы, что говорит о необходимости дальнейших исследований деформированного состояния изгибаемых железобетонных конструкций, усиленных композитными материалами.

Аналогичный подход с некоторыми изменениями может быть применен для случая, когда нейтральная зона проходит в ребре, а также для случая, когда трещины возникают в верхней зоне таврового сечения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СП 63.13330.2012 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. СНиП 52-01-2003.
2. СП 164.1325800.2014 Усиление железобетонных конструкций композитными материалами. Правила проектирования.
3. Garnytsky V.I.; Kurnavina S.O. The field of crack directions in reinforced concrete bending elements // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 365. 052026. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/365/5/052026>
4. Жарницкий В.И. Прочность железобетонных конструкций по сечениям, совпадающим с фактическим полем направлений трещин (теория и эксперимент) // Научные труды III Всероссийской (II Международной) конференции по бетону и железобетону «Бетон и железобетон взгляд в будущее», Москва: МГСУ, 2014 г., т. 1, С. 27-38
5. Жарницкий В.И., Курнавина С.О. Механизм разрушения железобетонных балок по наклонным сечениям при действии особых нагрузок // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. 2017. № 2. С. 150-155.
6. Kurnavina S.O., Tsatsulin I.V. The design model of reinforced concrete beam formed by the field of cracks directions // E3S Web Conf. 2019. Vol 97. https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/ref/2019/23/e3sconf_form2018_04017/e3sconf_form2018_04017.html
7. Шилин А.А., Пшеничный В.А., Картузов Д.В. Внешнее армирование железобетонных конструкций композиционными материалами. М: Изд-во Стройиздат, 2007. 180 с.
8. Польской П.П., Маилян Д.Р., Шилин А.А., Шевляков К.В. О результатах предварительного испытания балок на поперечную силу перед композитными материалами // Инженерный Вестник Дона. 2016. №4. С. 170-179.
9. Польской П.П., Маилян Д.Р. Композитные материалы как основа эффективности в строительстве и реконструкции зданий и сооружений // Инженерный Вестник Дона. 2012. №4. Часть 2. С. 164-167.
10. Khalifa A., Nanni A. Contribution of Externally Bonded FRP to Shear Capacity of RC Flexural Members // Composite for Construction. 1998. Nov. Pp.195-203. [https://doi: 10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(1998\)2:4\(195\).](https://doi: 10.1061/(ASCE)1090-0268(1998)2:4(195).)
11. Godat A., Labossière P., Neale K.W.: Numerical modeling of shear crack angles in FRP shear-strengthened reinforced concrete beams // Australian Journal of Structural Engineering. 2010. 11(2). Pp. 87-101.

12. Panda K.C., Bhattacharyya S.K., Barai S.V. Shear Strengthening of T-beam with GFRP. Singapore: Springer, 2018. 205 p. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-7760-9>
13. Chen G.M., Zhang Z., Li Y.L., Li X.Q. and Zhou C.Y. T-section RC beams shear-strengthened with anchored CFRP U-strips // Composite Structures. 2016. Vol. 144. Pp. 57-79.
14. Al-Rousan, R.Z. Shear behavior of RC beams externally strengthened and anchored with CFRP composites // Structural Engineering Mechanic. 2017. 63(4), Pp. 447-456. <https://doi.org/10.12989/SEM.2017.63.4.447>
15. Achinthia M. and Burgoyne C.J. Fracture Energy of the Concrete-FRP Interface // Engineering Fracture Mechanics September. 2013. Volume 110. Pp. 38-51. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2013.07.01>
16. Triantafillou T.C., Antonopoulos C.P. Design of concrete flexural members strengthened in shear with FRP. // Composite Construction. 2000. No 4(4). Pp.198–205.
17. Wang, H., Yuan, H., & Yang, S. Numerical Analysis of Interface Crack Propagation in Reinforced Concrete Beams Strengthened with FRP by Extended Isoparametric Finite Element Method // Lecture Notes in Computer Science. 2011. Pp.169–176 https://doi.org/10.1007/978-3-642-25255-6_22.
18. Pellegrino C, Vasic M. Assessment of design procedures for the use of externally bonded FRP composites in shear strengthening of reinforced concrete beams // Composites Part B-Engineering. 2013. No 45. Pp. 727-741.
19. Тамразян А.Г., Орлова М.А. Экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния железобетонных изгибаемых элементов с трещинами // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2015. № 6 (53). С. 98-105.
20. Тамразян А.Г., Аветисян Л.А. Расчет внецентренно сжатых железобетонных элементов на кратко-временную динамическую нагрузку // Строительство: наука и образование. 2013. № 4. С. 2.

REFERENCES

1. Russian Building Code SP 63.13330.2012 Betonnyye i zhelezobetonnyye konstruktsii. Osnovnyye polozheniya. SNiP 52-01-2003 [Concrete and reinforced concrete structures. The main provisions. SNiP 52-01-2003].
2. Russian Building Code SP 164.1325800.2014 Usileniye zhelezobetonnykh konstruktsiy kompozitnymi materialami. Pravila proyektirovaniya [Reinforcement of reinforced concrete structures with composite materials. The rule of design].
3. Garnytsky V.I.; Kurnavina S.O. The field of crack directions in reinforced concrete bending elements. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018. Vol. 365. 052026. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/365/5/052026>
4. Zharnitskiy V.I. Prochnost' zhelezobetonnykh konstruktsiy po secheniyam, sovpadayushchim s fakticheskim polem napravleniy treshchin (teoriya i eksperiment) [Strength of reinforced concrete structures over sections that coincide with the actual field of crack directions (theory and experiment)]. Nauchnyye trudy III Vserossiyskoy (II Mezhdunarodnoy) konferentsii po betonu i zhelezobetonu "Beton i zhelezobeton vzglyad v budushcheye", Moskva: MGSU, 2014 [Scientific proceedings of the III All-Russian (II International) conference on concrete and reinforced concrete "Concrete and reinforced concrete look into the future", Moscow: MGSU, 2014]. Moscow: MGSU, 2014. T. 1, Pp. 27-38.
5. Zharnitskiy V.I., Kurnavina S.O. Mekhanizm razrusheniya zhelezobetonnykh balok po naklonnym secheniyam pri deystvii osobykh nagruzok [The mechanism of destruction of reinforced concrete beams along inclined sections under the action of special loads]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Tekhnologiya tekstil'noy pro-myshlennosti*. 2017. No 2. Pp. 150-155.
6. Kurnavina S.O., Tsatsulin I.V. The design model of reinforced concrete beam formed by the field of cracks directions. *E3S Web Conf.* 2019. Vol 97. https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/ref/2019/23/e3sconf_form2018_04017/e3sconf_form2018_04017.html
7. Shilin A.A., Pshenichnyy V.A., Kartuzov D.V. Vneshnaya armirovaniye zhelezobetonnykh konstruktsiy kompozitsionnymi materialami [External reinforcement of reinforced concrete structures with composite materials]. Moscow: Izd-vo Stroyizdat, 2007. 180 p.
8. Pol'skoy P.P., Mailyan D.R., Shilin A.A., Shevlyakov K.V. O rezul'tatakh predvaritel'nogo ispy-taniya balok na poperechnyyu silu pered kompozitnymi materialami [About the results of preliminary testing of beams for lateral force in front of composite materials]. *Inzhenernyy Vestnik Doma*. 2016. No 4. Pp. 170-179.
9. Pol'skoy P.P., Mailyan D.R. Kompozitnyye materialy kak osnova effektivnosti v stroitel'stve i rekonstruktsii zdaniy i sooruzheniy [Composite materials as the basis for efficiency in the construction and reconstruction of buildings and structures]. *Inzhenernyy Vestnik Doma*. 2012. No 4. Ch. 2. Pp. 164-167.
10. Khalifa A., Nanni A. Contribution of Externally Bonded FRP to Shear Capacity of RC Flexural Members. *Composite for Construction*. 1998. Nov. Pp.195-203. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(1998\)2:4\(195\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(1998)2:4(195))
11. Godat A., Labossiere P., Neale K.W.: Numerical modeling of shear crack angles in FRP shear-strengthened reinforced concrete beams. *Australian Journal of Structural Engineering*. 2010. 11(2). Pp. 87–101.
12. Panda K.C., Bhattacharyya S.K., Barai S.V. Shear Strengthening of T-beam with GFRP. Singapore: Springer, 2018. 205 p. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-7760-9>

13. Chen G.M., Zhang Z., Li Y.L., Li X.Q. and Zhou C.Y. T-section RC beams shear-strengthened with anchored CFRP U-strips. *Composite Structures*. 2016. Vol. 144. Pp. 57-79.
14. Al-Rousan, R.Z. Shear behavior of RC beams externally strengthened and anchored with CFRP composites [Shear behavior of RC beams externally strengthened and anchored with CFRP composites]. *Structural Engineering Mechanic*. 2017. 63(4), Rp. 447-456. <https://doi.org/10.12989/SEM.2017.63.4.447>
15. Achintha M. and Burgoyne C.J. Fracture Energy of the Concrete-FRP Interface. *Engineering Fracture Mechanics*. 2013. Volume 110. Pp. 38-51. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2013.07.01>
16. Triantafillou T.C., Antonopoulos C.P. Design of concrete flexural members strengthened in shear with FRP. *Composite Construction*. 2000. No 4(4). Pp.198–205.
17. Wang, H., Yuan, H., & Yang, S. Numerical Analysis of Interface Crack Propagation in Reinforced Concrete Beams Strengthened with FRP by Extended Isoparametric Finite Element Method. *Lecture Notes in Computer Science*. 2011. Pp.169–176 https://doi:10.1007/978-3-642-25255-6_22.
18. Pellegrino C, Vasic M. Assessment of design procedures for the use of externally bonded FRP composites in shear strengthening of reinforced concrete beams. *Composites Part B-Engineering*. 2013. No 45. Pp. 727-741.
19. Tamrazyan A.G., Orlova M.A. Eksperimental'nyye issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya zhelezobetonnykh izgibayemykh elementov s treshchinami [Experimental studies of the stress-strain state of reinforced concrete flexible elements with cracks]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta*. 2015. No 6 (53). Pp. 98-105.
20. Tamrazyan A.G., Avetisyan L.A. Raschet vnetsentrenno szhatykh zhelezobetonnykh elementov na kratkovremennyyu dinamicheskyyu nagruzku [Calculation of eccentrically compressed reinforced concrete elements for a short-time dynamic load]. *Stroitel'stvo: nauka i obrazovaniye*. 2013. No 4. Pp. 2.

Информация об авторах

Курнавина Софья Олеговна

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,
кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций.
E-mail: sofyK@yandex.ru

Антонов Михаил Дмитриевич

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,
магистрант кафедры железобетонных и каменных конструкций.
E-mail: mishany96969@mail.ru

Information about authors

Kurnavina Sofia O.

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
candidate in tech. sc., docent, associated professor of the department of reinforced concrete structures.
E-mail: sofyK@yandex.ru

Antonov Michail D.

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
master student of the department of reinforced concrete structures.
E-mail: mishany96969@mail.ru