

### Задача № 1

Два тела одновременно брошены с одинаковыми скоростями  $10 \text{ м/с}$ , в одном направлении, но под разными углами к горизонту: первое под углом  $30^\circ$ , второе  $60^\circ$ . Определить наибольшее расстояние между телами.

#### Возможное решение:

Расстояние между двумя телами определится формулой

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2},$$

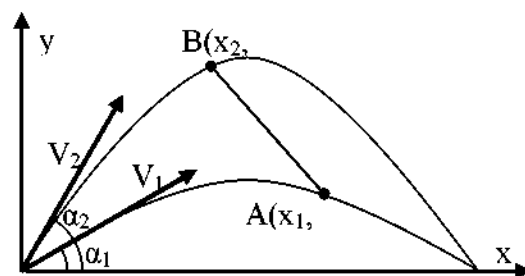
где  $x$  и  $y$  – координаты тел.

$$x_1 = V_{0x1}t = V_1 \cos \alpha_1 t$$

$$y_1 = V_{0y1}t - \frac{gt^2}{2} = V_1 \sin \alpha_1 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$x_2 = V_{0x2}t = V_2 \cos \alpha_2 t$$

$$y_2 = V_{0y2}t - \frac{gt^2}{2} = V_2 \sin \alpha_2 t - \frac{gt^2}{2}.$$



Подставив выражения для координат в первую формулу и аккуратно выполнив все алгебраические преобразования, получим:

$$AB = \sqrt{(V_2 \cos \alpha_2 - V_1 \cos \alpha_1)^2 t^2 + (V_2 \sin \alpha_2 - V_1 \sin \alpha_1)^2 t^2 - \left(\frac{gt^2}{2} - \frac{gt^2}{2}\right)^2} =$$
$$= t \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1 V_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)} = t |\vec{V}_2 - \vec{V}_1|.$$

Мы получили известный факт, что если два тела движутся с одинаковым ускорением, то движение одного из них относительно другого будет равномерным. Так как модуль разности начальных скоростей тел со временем не изменяется, то расстояние между телами линейно увеличивается с ростом времени  $t$ . После падения одного из тел на Землю, тела будут сближаться, т.к. второе тело упадет в ту же точку, куда упало первое тело (так подобраны углы).

$$S = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad V_1 = V_2 \quad \sin 120^\circ = \sin 60^\circ \Rightarrow S_1 = S_2$$

А это означает, что наибольшим оно будет в момент падения на землю одного из тел. Очевидно, что раньше упадет первое тело. Его время полета

$$t = 2 \frac{V_{0y1}}{g} = 2 \cdot \frac{10}{10} = 2 \text{ с.}$$

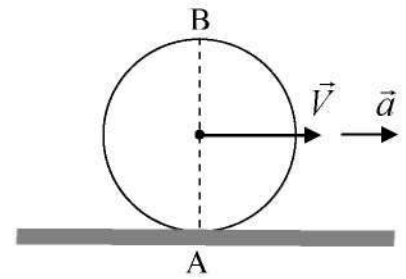
Наибольшее расстояние

$$AB_{\max} = t\sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)} = V\sqrt{2 - \sqrt{3}}t = 10,4 \text{ м.}$$

Ответ: **10,4 м.**

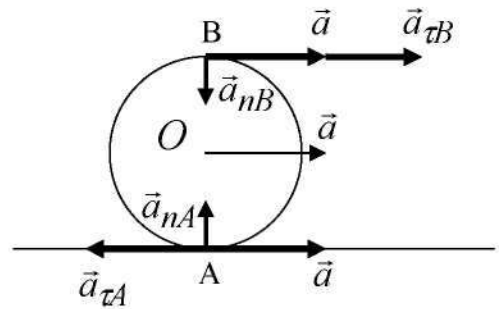
### Задача № 2

Колесо радиусом  $R$  катится без проскальзывания по горизонтальной дороге с ускорением  $a$ . Какие по модулю ускорения относительно дороги имеют точки  $A$  и  $B$  обода колеса расположенные на вертикальном диаметре колеса в тот момент времени, когда скорость центра колеса равна  $V$ ?



#### Возможное решение:

Так как скорость поступательного движения колеса увеличивается, то каждая точка обода вращающегося колеса имеет касательное (тангенциальное) ускорение и центростремительное (нормальное) ускорение. Колесо не проскальзывает, значит точка  $A$ , точка касания колесом дороги, имеет в любой момент времени нулевую скорость и нулевое ускорение. Т. е.



$\vec{a}_\tau = -\vec{a}$ ,  $\vec{V}_{vr} = -\vec{V}$  ( $|\vec{V}_{vr}| = \omega R$ ). Для точки  $B$  векторы  $\vec{a}_\tau$  и  $\vec{a}$  сонаправлены. Центростремительное ускорение всех точек на обode колеса одинаково, направлено к центру колеса, и равно:

$$a_n = \omega^2 R = \frac{V^2}{R}.$$

Окончательно, модуль ускорения точки  $A$  равен:

$$a = \frac{V^2}{R},$$

для точки  $B$ :

$$a = \sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{V^2}{R}\right)^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{V^4}{R^2}}$$

### Задача № 3

В цилиндре под поршнем находится влажный воздух. При изотермическом сжатии объем цилиндра уменьшается в  $\alpha = 4$  раза, при этом давление под поршнем увеличивается только в  $\gamma = 3$  раза. В начальном состоянии парциальное давление сухого воздуха в  $\beta = 3/2$  раза больше парциального давления водяного пара. Определить относительную влажность воздуха в начальном состоянии. Какая часть первоначальной массы пара сконденсировалась? Объемом образовавшейся воды в сосуде пренебречь.

#### Возможное решение:

Относительная влажность

$$\eta = \frac{P_1^n}{P_0} 100\%$$

( $p_0$  – давление насыщенного пара при заданной температуре,  $P_1^n$  – первоначальное парциальное давление пара).

Так как при изотермическом сжатии  $P_1 V_1 > P_2 V_2$ , ( $P$  – давление смеси) то пар становится насыщенным и часть его конденсируется. При этом в конечном состоянии

$$P_2^n = P_0.$$

Количество сухого воздуха при изотермическом сжатии не изменялось, поэтому

$$P_1^b V_1 = P_2^b V_2,$$

( $P^b$  – давление воздуха)

поэтому

Но, по условию,  $P_1^b = \beta P_1^n$ , тогда

$$P_2^b = \alpha \beta P_1^n.$$

Давление смеси после сжатия увеличилось в  $\gamma$  раз.

$$P_2 = P_2^n + P_2^b = \gamma(P_1^n + P_1^b).$$

Откуда:

$$P_2^n = \gamma(P_1^n + P_1^b) - P_2^b = \gamma(P_1^n + \beta P_1^n) - \alpha \beta P_1^n = P_1^n (\gamma + \gamma \beta - \alpha \beta).$$

Получаем для первоначальной влажности:

$$\eta = \frac{P_1^n}{P_0} = \frac{P_1^n}{P_2^n} = \frac{1}{(\gamma + \gamma\beta - \alpha\beta)} = \frac{2}{3},$$

$$\eta = 67 \%$$

Для доли от первоначальной массы сконденсированного пара имеем:

$$\frac{\Delta m}{m_1} = \frac{\mu \Delta v}{\mu v_1} = \frac{\Delta v}{v_1} = \frac{v_1 - v_2}{v_1} = 1 - \frac{v_2}{v_1},$$

Где  $v_1$  и  $v_2$  начальное и конечное количество пара.

$$P_1^n V_1 = v_1 RT \quad P_2^n V_2 = v_2 RT \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{P_2^n V_2}{P_1^n V_1} = \frac{P_2^n}{\alpha P_1^n}$$

$$\frac{P_2^n}{P_1^n} = (\gamma + \gamma\beta - \alpha\beta)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta m}{m_1} &= 1 - \frac{v_2}{v_1} = 1 - \frac{P_2^n}{\alpha P_1^n} = 1 - \frac{(\gamma + \gamma\beta - \alpha\beta)}{\alpha} = \frac{\alpha - \gamma - \gamma\beta + \alpha\beta}{\alpha} = \\ &= \frac{\alpha(1 + \beta) - \gamma(1 + \beta)}{\alpha} = \frac{(\alpha - \gamma)(1 + \beta)}{\alpha} = \frac{5}{8} = 62,5\% \end{aligned}$$

#### Задача № 4

Имеются конденсаторы емкостью **2 мкФ**, рассчитанные на максимальное напряжение **10 В**, а нужна батарея конденсаторов емкостью точно **5 мкФ**, которую можно было бы включать в сеть напряжением **25 В**. Нарисовать схему батареи, используя минимальное число конденсаторов.

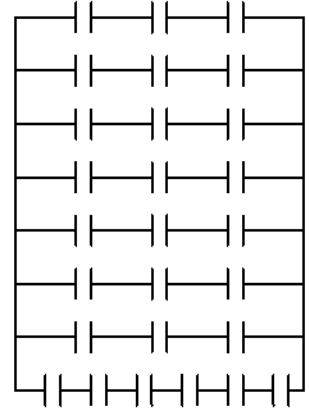
#### Возможное решение:

Так как напряжение в сети 25 В, то конденсаторы можно включать только соединенными последовательно по три штуки. В этом случае напряжение на каждом из них не будет превышать пробойного  $25:3=8\frac{1}{3}<10$  В, но и емкость такой цепочки уменьшится в три раза

$$\frac{1}{C_{об}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{C}, C_{об} = \frac{C}{3}.$$

Далее, чтобы увеличить емкость, нужно соединять такие цепочки параллельно:  $5:\frac{2}{3} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$ .

Таких параллельных цепочек по три нужно 7  $\left(7 \times \frac{2}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3} \text{ мкФ} \right)$ . Не хватает  $\frac{1}{3}$  мкФ. Ее получим, если параллельно соединим цепочку из 6 конденсаторов.



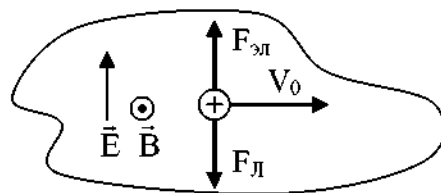
### Задача № 5

Заряженная частица влетает со скоростью  $V_0$  в область пространства, где имеются электрическое и магнитное поля, и вылетает из нее без изменения скорости. Как соотносятся по величине и направлению в этом случае напряженность электрического поля  $\vec{E}$  и индукция магнитного поля  $\vec{B}$ ?

#### Возможное решение:

Пусть  $\vec{E}$  направлен вертикально вверх, а заряд положителен. Тогда электрическая сила  $\vec{F}_{\text{эл}} = q\vec{E}$  направлена вверх.

Так как по условию скорость частицы не меняется  $\vec{V} = \vec{V}_0 = \text{const}$ , то  $\vec{a} = 0$  и равнодействующая электрической и магнитной силы равна нулю.



$$\vec{F}_{\text{эл}} + \vec{F}_{\text{маг}} = m\vec{a} = 0.$$
$$F_{\text{эл}} - F_{\text{маг}} = 0$$

Если  $\vec{F}_{\text{эл}}$  направлена вверх, то  $\vec{F}_{\text{маг}}$  вниз.  $F_{\text{эл}} = F_{\text{маг}}$ .

Магнитная сила – это сила Лоренца

$$F_{\text{л}} = qVB \sin \alpha,$$

$$\text{и } \alpha = 90^\circ,$$

а ее направление определяется правилом левой руки. Вектор индукции  $\vec{B}$  направлен к нам перпендикулярно плоскости рисунка, а значит перпендикулярно  $\vec{E}$  и  $\vec{V}$ . Соотношение между модулями векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  определяем из равенства  $F_{\text{эл}} = F_{\text{маг}}$ :

$$qE = qVB,$$

$$E = VB,$$

$$\frac{E}{B} = V_0.$$