

## 9 класс

9.1. Три числа  $x, y, z$  удовлетворяют соотношению  $x^2 + y^2 = xy(z + \frac{1}{z})$ . Докажите, что хотя бы одно из чисел  $x$  или  $y$  равно произведению двух других чисел.

9.2. Докажите, что если  $x_0$  - корень уравнения  $x^3 + px - 1 = 0$ , то  $\frac{1}{x_0} > p$ .

9.3.  $n$  - натуральное число. Докажите, что сумма цифр числа  $n^3$  не равна сумме цифр числа  $(n + 1)^3$ .

9.4. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведена высота  $CH$ . Оказалось, что  $AH=BC$ . Докажите, что биссектриса угла  $B$ , высота, опущенная из вершины  $A$ , и прямая, проходящая через точку  $H$  и параллельная стороне  $BC$ , пересекаются в одной точке.

9.5. Каждая точка плоскости окрашена либо в зеленый, либо в красный цвет. Докажите, что независимо от способа раскрашивания обязательно найдется прямоугольник, все вершины которого имеют один и тот же цвет.