

10 класс

10.1. Найдите какой-нибудь квадратный трехчлен $f(x) = ax^2 + bx + c$, обладающий свойством: при всех x $f(x + 1) - f(x) = 3x + 1$.

10.2. Члены геометрической прогрессии – положительные числа. Известно, что десятый член этой прогрессии меньше 2, тридцатый член больше 3. Докажите, что стодесятый член прогрессии больше 15.

10.3. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота CH . Оказалось, что $AH=BC$. Докажите, что биссектриса угла B , высота, опущенная из вершины A , и прямая, проходящая через точку H и параллельная стороне BC , пересекаются в одной точке.

10.4. Докажите, что если x_0 – корень кубического уравнения $x^3 + px + q = 0$, то $4x_0q \leq p^2$.

10.5. Докажите, что любой набор S из $n > 1$ положительных чисел обладает хотя бы одним из следующих двух свойств:

1) в S найдутся два таких числа a и b , что $a \leq b^2$,

2) в S найдутся два таких числа a и b , что $|a - b| < \frac{1}{4(n-1)}$.