

Практические занятия
по курсу "Численные методы в биотехнологии"

Цымай Д.В.
dmitryzy@gmail.com

1 Практическое занятие 2. Расчеты в Excel

Microsoft Excel (Microsoft Office Excel) – программа для работы с электронными таблицами, созданная корпорацией Microsoft для Microsoft Windows, Windows NT и Mac OS. Она предоставляет возможности экономико-статистических расчетов, графические инструменты. Microsoft Excel входит в состав Microsoft Office.

Современный уровень естественнонаучного эксперимента характеризуется большими потоками информации. При этом визуальный просмотр данных, не говоря уже об анализе, невозможен без применения ЭВМ. Обработка результатов экспериментов предполагает знание основных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики. Выявление характерных классов задач в ОЭД и стандартных методов их решения позволяет выделить обработку результатов экспериментов из многообразия задач прикладной статистики.

Как правило, основным подходом в решении многих задач является метод наименьших квадратов (МНК) в его различных модификациях. Однако МНК эффективно работает только для линейных моделей, а на практике встречаются ситуации, когда связь искомого параметра с измеряемой величиной сугубо нелинейная. В этом случае применяют нелинейный МНК или другие методы обработки. Знакомство со всеми этими методами расширяет арсенал средств, находящихся в распоряжении обработчика, что особенно важно в сложных случаях, например, когда измерения производятся при воздействии большого числа факторов, мешающих их проведению.

Воскобойников Ю.Е., Тимошенко Е.И. Математическая статистика с примерами в Excel: Учебное пособие. - Новосибирск: Изд.НГАСУ, 2006. - 154 с.

http://window.edu.ru/resource/305/63305/files/stat_excel.pdf

1.1 Задание 1. Статистические расчеты

Дана выборка случайной величины: 48,2; 48,3; 48,3; 48,2; 48,3; 48,6; 48,5; 48,4; 48,4; 48,3; 48,4; 49,3; 48,3; 48,5; 48,2; 48,5; 48,4; 48,6; 48,4; 48,5; 48,6; 48; 49,2; 48,4; 48,3; 48,2; 48,2; 48,6; 48,5; 48,5; 48,6; 48,7; 48,4; 48,7; 48,7; 49,5; 48,4; 48,4; 48,6; 48,6; 48,2; 48,3; 48,2; 48,3; 48,4; 48,2; 49,2; 48,4. Определить среднее, максимальное, минимальное значение, число значений, среднее квадратичное отклонение.

1.2 Задание 2. Уравнение регрессии

При многократных совместных измерениях величин X и Y получено по $20(n)$ пар результатов измерений. Эти результаты после внесения поправок представлены в таблице. Определить уравнение регрессии Y по X .

$$Y = f(X)$$

Считать, что результаты измерений не содержат ошибок. Порядок расчета. 1. В осях координат X и Y построить n экспериментальных точек с координатами $X_i Y_i, i = (1 \dots 20)$ и по характеру расположения точек выдвинуть гипотезу о виде уравнения регрессии Y на X .

В качестве уравнения регрессии целесообразно использовать полином степени m :

$$Y = A_0 + A_1 + A_2^2 + \dots + A_m^m$$

В первом приближении для решения данной задачи рекомендуется принять $m = 1$, т.е. $Y = A_0 + A_1 X$.

Таблица 1: Исходные данные

X_1	Y_1	X_2	Y_2
1	7,95	1	2,4
2	13,5	2	5,1
3	17	3	14
4	26	4	19,8
5	27,1	5	28,5
6	35	6	41
7	36	7	50
8	41	8	68
9	49,5	9	82,1
10	53,2	10	105
11	56,4	11	115

2. Определить параметры уравнения регрессии по методу наименьших квадратов. Для этого необходимо: - составить систему уравнений по числу рассчитываемых параметров:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial A_j} = 0$$

где $j = 1, \dots, m$;

$$\Delta = \sum_{i=1}^n (Y_i - Y(X_i))^2$$

- решить систему уравнений и определить неизвестные например, для линейного уравнения регрессии решение имеет вид:

$$A_0 = \frac{\sum X_i^2 \sum Y_i - \sum X_i \sum X_i Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$A_1 = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

3. Проверить правильность выбора вида уравнения регрессии.

- рассчитать отклонения экспериментальных значений Y_i от соответствующих значений $Y(X_i)$, рассчитанных для того же аргумента X_i по полученному уравнению регрессии;
- построить в осях координат $X - Y$ полученные значения Y_i для соответствующих X_i ;

Можно увеличить степень полинома m на единицу и повторить вычисления.

1.3 Средство Excel «Поиск решения»

Оптимизационные модели служат для поиска наилучших, в определенном смысле, вариантов. В этом случае среди параметров модели выделяют один или несколько, доступных нашему влиянию – независимые переменные или управляемые параметры X . Среди выходных характеристик Y выделяют такую, которая позволяет оценить качество объекта – критерий оптимальности Q_k .

С учетом введенных обозначений задача оптимизации формализуется следующим образом:

$$Q^* = \text{extr}(Q(X))$$

$$Y_j(x) \leq Z_{jmax}$$

где $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

В зависимости от особенностей реального объекта, характера зависимости критерия оптимальности от независимых переменных и целей исследования различают задачи:

условной (при наличии дополнительных ограничений) и безусловной (без дополнительных условий) оптимизации;

одномерной (при одном управляемом параметре) и многомерной (несколько управляемых параметров) оптимизации;

линейной (при линейной зависимости критерия качества от параметров) и нелинейной оптимизации; локальной (существует единственный экстремум) и глобальной (существуют несколько экстремумов) оптимизации.

Когда экономическую или техническую задачу удастся привести к виду стандартной задачи оптимизации (1), ее решение можно получить одним из известных математических методов.

Существуют многочисленные программы, предназначенные для решения оптимизационных задач. Одной из таких программ является средство Excel «Поиск решения».

1.3.1 1

Для производства трёх изделий A1, A2 и A3 используются три вида ресурсов. Каждый из них используется в объёме, не превышающем 100, 50 и 211 кг. Цена единицы изделия A1 – 15 ден. ед., A2 – 30 ден. ед., A3 – 41 ден. ед. Нормы затрат каждого из видов ресурсов на одно изделие приведены в таблице: Вид ресурса Нормы затрат ресурсов на 1 изделие, кг

A1	A2	A3	
1	2	3	10
2	4	3	3
3	7	8	5

Определить план выпуска изделий, обеспечивающий получение оптимального дохода.

1.3.2 2

Откройте новую рабочую книгу. С помощью средства «Поиск решения» решите следующую систему уравнений: (при начальных приближениях: $x = 1, y = 1, z = 1$)

$$x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$$

$$2x^2 + y^2 - 2z = 0$$

$$3x^2 - 4y + z^2 = 0$$

1.3.3 3

На птицефабрике каждая птица ежедневно должна получить не менее 7 единиц белков, 5 единиц жиров и 15 единиц углеводов. Есть два вида корма. Одна единица первого корма содержит 14 единиц белка, 3 единицы жира, 7 единицы углеводов и стоит 500 руб. Одна единица второго корма содержит 20 единиц белка, 6 единиц жира, 10 единиц углеводов и стоит 700 руб. Составьте экономическую модель и найдите оптимальный рацион питания.

1.3.4 3

Исследовать функцию на наибольшее и наименьшее значения на данном промежутке.

а) $y = x^3 - x, 0 \leq x \leq 4$

б) $y = x - 2 \ln x, 1 \leq x \leq e$

в) $y = 2 \sin 2x + 4 \cos 4x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$

г) $y = x^4 - 8x^2 - 9, -1 \leq x \leq 3$

д) $y = 2 \cdot 2^{3x} - 9 \cdot 2^{2x} + 12 \cdot 2^x, -1 \leq x \leq 1$